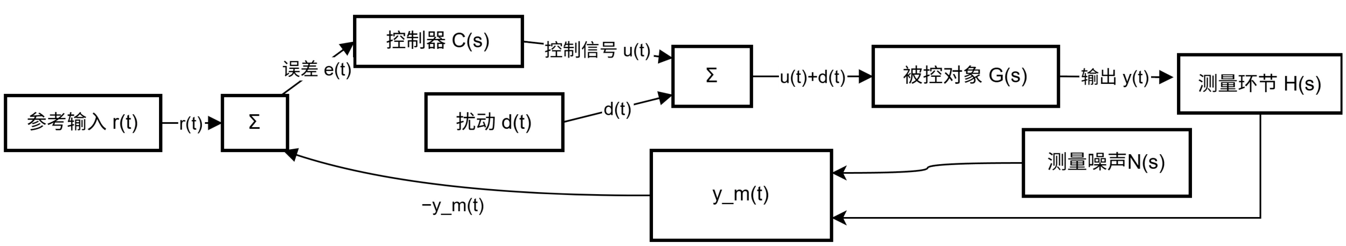
闭环控制的本质--MATLAB整定

引入feedback, 用反馈改变系统特性，使系统自动趋向目标

闭环控制相关理论

闭环控制系统框图

含扰动输入的 SISO 负反馈框图



$R(s)$ ： 参考输入(期望输出)

$C(s)$ ： 控制器传递函数

$U(s)$ ： 控制器输出（施加到对象的控制量） $U(s) = C(s)E(s)$

$D(s)$ **： 在对象输入端叠加的扰动**（如负载力矩、输入干扰、供电波动等）

$G(s)$ ： 被控对象（plant）传递函数

$Y(s)$ ： 对象输出， $Y(s) = G(s)(U(s) + D(s))$

$H(s)$ ： 测量/传感动态（含比例、延迟、滤波等）

$N(s)$ ： 测量噪声

$y_m(t)$ ： 测量输出， $Y_m(s) = H(s)Y(s) + N(s)$

$E(s)$ ： 误差信号， $E(s) = R(s) - Y_m(s) = R(s) - [H(s)Y(s) + N(s)]$

$L(s)$ 相关公式推导

开环传递函数--反馈系统的核心

$\boxed{L(s)}$ 表征负反馈系统自身的基本动力学特征，是闭环稳定性、误差、鲁棒性的根本决定因素。

开环传递函数/环路增益 $L(s) = C(s)G(s)H(s)$

是误差信号E经过整个回路一圈后又回到误差点的强度，幅值“强度大小”相位“时间滞后/反相程度”

$Y(s)$ 总式

误差 $E = R - HY - N$

控制量 $U = CE = C(R - HY - N)$

对象输出 $Y = G(U + D) = G(C(R - HY - N) + D)$

展开： $Y = GC(R - HY - N) + GD = GCR - GCHY - GCN + GD$

移项： $Y + GCHY = GCR + GD - GCN \quad (1 + CGH)Y = GCR + GD - GCN$

带入 $L = CGH$ 得 $(1 + L)Y = GCR + GD - GCN$

得总式 $Y = \frac{GC}{(1+L}R + \frac{G}{1+L}D - \frac{GC}{1+L}N$

1. 闭环传递函数 $T(s) = \frac{L}{1+L}$

闭环传函通常指在 D=0,N=0时的 $T_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$

令总式中的D=0,N=0得： $T_r(s) = \frac{Y}{R} = \frac{GC}{1+L}$

如果反馈链路是单位反馈H=1，则 $L=CG$ 于是 $T(s)=\frac{L}{1+L}$

也称互补敏感度函数

2. 灵敏度函数 $S(s)=\frac{E}{R}=\frac{1}{1+L}$

D=0,N=0： $E=R-HY$ ，$Y=T_rR=\frac{GC}{1+L}R$

代入： $E=R-H\cdot\frac{GC}{1+L}R=(1-\frac{CGH}{1+L})R$

因为 $L=CGH$ 所以 $1-\frac{CGH}{1+L}=1-\frac{L}{1+L}=\frac{1}{1+L}$

得到 $\frac{E}{R}=\frac{1}{1+L}=S(s)$ **对参考输入的稳态误差由S(s)决定**

3. 控制量对参考输入 $\frac{U}{R}=\frac{1}{1+L}$

D=0,N=0：如上式 $\frac{E}{R}=\frac{1}{1+L}$ ，$U=CE$ 则 $\frac{U}{R}=\frac{1}{1+L}$

4. 控制量对扰动 $\frac{U}{D}=-\frac{L}{1+L}=-T(s)$

只看扰动影响，令R=0,N=0：总式 $Y=\frac{G}{1+L}D$，$E=R-HY-N=-HY$

得 $\frac{E}{D}=-\frac{HG}{1+L}$ 最后 $\frac{U}{D}=C\cdot\frac{E}{D}=-\frac{CGH}{1+L}=-\frac{L}{1+L}=-T(s)$

扰动被控制器“看见”，控制器输出会产生与扰动同频、相反方向的补偿。

5. 控制量对噪声 $\frac{U}{N}=C\cdot\frac{E}{N}=-\frac{C}{1+L}$

只看测量噪声，令R=0,D=0：总式 $Y=-\frac{CG}{1+L}N$ 误差 $E=R-HY-N=-HY-N$

代入 $E=(\frac{CGH}{1+L}-1)N=-\frac{1}{1+L}$ 于是 $\frac{E}{N}=-\frac{1}{1+L}$

控制量 $\frac{U}{N}=C\cdot\frac{E}{N}=-\frac{C}{1+L}$

噪声不仅会污染输出，也会驱动控制器输出抖动。

6. 干扰抑制 $\frac{Y}{D}=\frac{G}{1+L}=GS(s)$

只考虑扰动，令R=0,N=0：总式 $Y=\frac{G}{1+L}D$

所以 $\frac{Y}{D}=\frac{G}{1+L}=GS(s)$

7. 噪声传递

只考虑测量噪声，令R=0,D=0：总式 $Y=-\frac{CG}{1+L}N=-\frac{L}{H(1+L)}N$

最常见情况H=1时： $\frac{Y}{N}=-\frac{CG}{1+L}=-\frac{L}{1+L}=-T(s)$

闭环传递函数的推导(通用形式)

D=0,N=0条件下

对于控制器输出： $U(s)=C(s)E(s)=C(s)[R(s)-(Y(s)]$

对于被控对象输出： $Y(s)=G(s)U(s)$

联立得： $Y(s)=G(s)C(s)\,[R(s)-Y(s)]$

整理： $Y(s)+G(s)C(s)Y(s)=G(s)C(s)R(s)$

解出 $\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)}=T(s)$ 即为闭环传递函数

频域下对 $L=CG$ 的解释

对于标准单位负反馈结构（H(s)=1)： $T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)},L(s)=C(s)G(s)$

闭环极点由特征方程 $1+L(s)=0$ 决定

在频域中关心的是 $L(j\omega)$ ：一条随频率变化的复数轨迹（Nyquist曲线/Bode曲线）

- 模长 $|L(j\omega)|$ ->环路增益
- 相位 $\angle L(j\omega)$ ->总相位滞后

$L(j\omega) = |L(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}$

1. 稳定性（Nyquist判据，Bode）

系统稳定当且仅当所有闭环极点在左半平面

有关Nyquist的内容暂且跳过，总之推出闭环稳定等价于Nyquist(−1)=0

😭有点急

稳定性本质来自Nyquist，工程中常看Bode图

- 增益图： $20log|L(j\omega)|$ 单位dB
- 相位图： $\angle L(j\omega)$ 单位 $^\circ$

相位裕度PM

增益交越频率 ω_{gc} ：使 $|L(j\omega_{gc})| = 1$ 的频率

- 在Bode图上是 幅频曲线与 0 dB 横线相交的频率 中取最低的
- 反馈“强弱切换的分界点”
  - 低于 ω_{gc} ： $|L| > 1$ 反馈很强，误差与扰动被压得比较小；
  - 高于 ω_{gc} ： $|L| < 1$ 反馈变弱，系统更像开环。

如果在某个频率上既满足： $|L(j\omega)| = 1, \quad \angle L(j\omega) = -180^\circ$

那么： $1 + L(j\omega) = 1 + (-1) = 0 \rightarrow$ 说明闭环在这点上**刚好处于振荡边界**（极点在虚轴）。

所以**在 ω_{gc} 处，相位离 −180° 还差多少，就决定了“离振荡边界还有多远”**

相位裕度 $\boxed{\mathrm{PM} = 180^\circ + \angle L(j\omega_{gc})}$

- 若 PM = 0°：在增益交越频率处相位刚好 −180° → 临界稳定 / 边界振荡。
- 若 PM < 0°：相位已经超过 −180° → 闭环不稳定（极点进入右半平面）。
- 若 PM ≈ 45°～60°：一般认为“阻尼较好，既不过分振荡又不太慢”。

增益裕度

相位交越频率 ω_{pc} ：使得 $\angle L(j\omega) = -180^\circ$ 的频率。

- 在 Bode 图上就是：**相频曲线与 −180° 横线的交点频率**中取最低的作为主 ω_{pc}

若在某个频率上： $\angle L(j\omega_{pc}) = -180^\circ$ 那这时 L(jω) 在复平面上落在负实轴上：

$L(j\omega_{pc}) = -|L(j\omega_{pc})|$

闭环刚好失稳的条件是 **|L|=1 且相位=−180°**，也就是： $L(j\omega_{pc}) = -1$

所以，**在相位已经 −180° 的频率 ω_{pc} 上，环路增益离“1”有多远，就决定离不稳定边界还有多远。**

增益裕度 $\boxed{\mathrm{GM} = \dfrac{1}{|L(j\omega_{pc})|}}$ $GM(dB) = -20log_{10} \mid L(j\omega pc) \mid$

- 若 $|L(j\omega_{pc})| = 1$ ⇒ GM = 1（0 dB） ⇒ 临界稳定
- 若 $|L(j\omega_{pc})| > 1$ ⇒ GM < 1（<0 dB） ⇒ 已经或将要不稳定
- 若 $|L(j\omega_{pc})| < 1$ ⇒ GM > 1（>0 dB） ⇒ 有一定增益余量
- GM ≈ 2（6 dB）被认为是“还行”；10 dB 更安全。

> Loop Shaping 的典型目标是：
>
> 1. 选择合适的 ω_{gc}（闭环带宽）完全可调，受 C(s) 设计控制
> 2. 确保在 ω_{gc} 时相位还有足够的余量（PM 充足）ωpc»ωgc
> 3. 确保在 ω_{pc} 时增益远小于 1（GM 充足）

所有控制器设计的通用逻辑：

低频增益大（跟踪准），中频相位好（稳定裕度足），高频增益低（抗噪稳）。

对于输入信号的频率

- 低频时要令 $\mid L(j\omega) \mid \gg 1$
  - 这样使T≈1，S≈1/L«1
  - 即 $Y(j\omega) \approx R(j\omega)$ ， $E(j\omega) = S(j\omega)R(j\omega)$
    $\dfrac{Y}{D} \approx \dfrac{G}{L} = \dfrac{1}{C} \quad (\text{单位反馈且 } H = 1)$
  - 跟踪输入（R→Y）非常好，稳态误差小（E→R） 低频扰动抑制好
- 交叉频率 $|L(j\omega_{gc})| = 1$
  - 选择合适的 ω_{gc} ⇒ 决定闭环速度（带宽 ~ ω_{gc}）
  - 保证 $\mathrm{PM} = 180^\circ + \angle L(j\omega_{gc})$ 足够大 ⇒ 稳定裕度、超调、阻尼合适相
- 高频 $\mid L(j\omega) \mid \ll 1$
  - T≈L 很小 ⇒ 对高频输入不敏感（不会跟着乱动）
  - $S \approx 1$ ⇒ 反馈对高频误差/扰动几乎不管
  - 高频 |L| 小 ⇒ 减少噪声放大、保留相位裕度、减小执行器抖动

闭环的时域解释，C(s)改变闭环极点

$T(s)=\frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)}$ 分母 $1+C(s)G(s)=0$ 的根就是闭环极点。

以一阶系统为例：极点↔️时间常数

一阶传递函数 $G(s)=\frac{K}{Ts+1}$ 稳态增益K，时间常数T

$Ts+1=0\to s=-\frac{1}{T}$ 为极点，反过来 $T=-\frac{1}{\text{极点}}$（一阶，实极点）

给此系统一个单位阶跃输入 $u(t)=1(t)$,输出为 $y(t)=K(1-e^{-\frac{t}{T}})$

在 $t=T$ 时 $y(T)=K(1-e^{-1})\approx 0.632K$

> T可以理解为：系统对阶跃响应，达到最终值约63.2%所需的时间
>
> $t=3T$ 约95%　$5T$ 几乎到稳态

极点越靠左（数值越大且为负），时间常数越小，响应越快。

积分环节消除稳态误差

上文得出：$\frac{E}{R}=\frac{1}{1+L}=S(s)$ **对参考输入的稳态误差由S(s)决定**

取输入 $r(t)$ 为单位阶跃，拉普拉斯变换 $R(s)=1/s$,

稳态误差：$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{s}{1+L(s)}R(s)$

若 $L(s)$ 在原点有**积分项**（极点在 0），则 $L(s)\to\infty$ 当 $s\to 0$, $\to$ $e_{ss}=0$

> $\mathcal{L}\left\{\int_0^t x(\tau)\,d\tau\right\}=\frac{1}{s}X(s)$ **积分器的拉普拉斯表达式就是** $1/s$ 如果系统中有一个积分器，它一定会出现：$\frac{1}{s}$
>
> $L(s)=\frac{K\cdot(s+z_1)\cdots}{s^m(s+p_1)\cdots}$ 其中的 s^m 就是m个原点极点
>
> **原点极点个数 = 积分器个数 = 系统类型的阶数（Type 0/1/2...）**

积分环节可以消除稳态误差。 不是PID独有

闭环控制中的“频率”总结

1. 开环增益频率/增益交越频率 ω_{gc}

定义： $|L(j\omega_{gc})| = 1$ 即开环频率响应第一次下降到0dB的频率

见上文对相位裕度PM的讲解中

意义：这是对系统能施加有效补偿的最高频率点

2. 闭环截止频率/带宽 ω_B

闭环传递函数 $T(s) = \dfrac{L}{1+L}$ 对于频率响应 $T(j\omega) = \dfrac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)}$

- $|T(j\omega)|$ ：在**频率 ω** 下，输出对输入的**幅度放大倍数**

绝大多数稳定闭环系统（尤其是我们搞控制时）都近似像一个**低通滤波器**：

- **低频**（ω 很小）时， $|T(j\omega)| \approx 1$ ：→ 系统能很好跟踪慢变化/直流成分
- **高频**（ω很大）时， $T(j\omega)| \to 0$ ：→ 系统无法跟踪快速变化，被“过滤掉”
- 从**能跟得很好**到**明显跟不住**的那个“分界频率” 就是**截止频率/带宽** ω_B

> 功率&幅值的关系：如果幅值是A，功率大致与 A^2 成正比
>
> 功率变为原来的一半则能量上认为“明显变小”，对应是幅值变为 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 倍叫截止点
>
> 幅值用dB表示： $20log_{10}(\dfrac{A}{A_0})$,当 $\dfrac{A}{A_0} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 时约为 $-3dB$

定义： 假设闭环在低频 $\omega \to 0$ 增益为 $|T(0)|$ （很多单位反馈系统是 1）（若 $|T(0)|$ =1，就是减3dB）

截止频率是满足 $|T(j\omega_B)| = \dfrac{|T(0)|}{\sqrt{2}}$ 的一个频率（第一次从低频往高频扫上去遇到的解/幅频曲线第一次掉到低频增益减3dB的那个频率 ）

意义：系统对外界变化的跟踪速度上限

对于一阶标准低通系统（DC增益记成1）来说，带宽=极点频率, **带宽基本取决于开环交叉频率**

对典型控制系统（特别是 PID + 一阶/二阶对象）： $\omega_B \approx \omega_{gc}$ 原因是闭环形状近似一阶低通

3. 控制频率 f_{ctrl}

定义：控制器运行 $f_{ctrl} = \dfrac{1}{T_s}$

控制频率必须要：

1. 采样足够快才能看到振动、噪声、动态变化
2. 离散化后仍然稳定（采样太低容易离散不稳定）
3. 满足奈奎斯特频率

一般经验：$f_{\text{ctrl}} \geq 10\,\frac{\omega_B}{2\pi}$

理由：

- 离散系统的上限是奈奎斯特频率：fs/2f_s/2fs/2
- 若控制频率太低 → Tustin 离散化失真 → 闭环速度下降、相位减少 → 振荡风险

4. 频率总结：

1. **开环** L(jω) 决定系统的**稳定性**（相位裕度、增益裕度）
2. 开环的 **交叉频率 ω_gc** 决定能做多快的闭环
3. 于是闭环 **带宽 ω_B ≈ ω_gc**
4. 能跟踪到这个带宽，必须有足够快的执行频率→ **需要 采样频率 f_ctrl 很快**
5. **控制频率受限于算力和反馈频率 → 最终限制闭环能做到多快**

控制器设计的通用逻辑

所有控制器设计的本质问题就是：选一个合适的 $C(s)$ ，使得 $T(s)$ 、 $S(s) = \dfrac{1}{1+L(s)}$ 、 $L(s)$ 在时域和频域上都满足要求。

三方面要求

A. 稳定化（Stabilization）

稳定性在数学上对应：闭环分母的**所有极点在左半平面。**

时域视角：极点配置

控制器设计首先要保证：无论怎么选择 $C(s)$ ，**都要确保** $1 + C(s)G(s)$ **的所有根在左半平面。**

频域视角：

设计目标：

- 让 **PM 足够大**（例如 55–70°）；

- GM ⩾ 6 dB；
- 保证**小模型误差、参数变化也不会让系统立刻不稳。**

> pidtune()中默认目标PM为60°

B. 性能整形（带宽，速度，超调等）

a.带宽与响应速度

经验上，**带宽 ω_B 越大–>系统能跟踪的变化就越快–>上升时间更短**。但太大意味着高频噪声更容易传递到输出，时延危害加重（更吃相位裕度）

b.大致经验关系 ： 上升时间 $t_r \approx \dfrac{3}{\omega_B}$ ，用普通频率形式（Hz）$t_r \approx \dfrac{0.35}{f_B}$

c.控制器动作：

- $L(j\omega)| \gg 1$ 的频段越宽 → 跟踪性能越好；
- 交叉频率 ω_c （ $|L| = 1$ 的频率）决定闭环带宽；
- 交叉频率附近的相位决定阻尼、超调（通过相位裕度）

2. 超调与阻尼

(1) 回顾**阻尼**：

经典二阶闭环模型： $T(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ ω_n 自然频率，二阶系统在无阻尼下自由振荡的频率

闭环极点方程 的两个根： $s_{1,2} \approx -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

ζ：阻尼比（damping ratio） ,对于机器人控制大多为欠阻尼系统（0.4~0.8）

阻尼比 ζ	名称	行为
0 < ζ < 1	**欠阻尼**	有振荡、有超调
ζ = 1	**临界阻尼**	不振荡、不超调，速度刚好最快
ζ > 1	**过阻尼**	不振荡，但响应慢，拖泥带水
ζ = 0	纯振荡	正弦波、不稳定

(2) 二阶系统对单位阶跃输入的**超调**： $M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

典型值 (ζ, M_p) :(0.2,52%),(0.3,37%),(0.4,25%),(0.5,16%),(0.6,9.5%)

(3) 相位裕度 PM/ ϕ_M 与阻尼比 ζ 的关系（频域↔️时域）

对于典型的二阶系统，经典近似关系：$\boxed{\zeta \approx \frac{\phi_M}{100}}$ (ϕ_M, ζ) :(60°,0.6)(45°,0.45)(30°,0.3)(20°,0.2)

解释：

- 开环在交叉频率的相位： $\angle L(j\omega_c) = -180^\circ + \phi_M$ 决定闭环极点的角度（阻尼）
- $s_{1,2} \approx -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$,实部 $\sigma = -\zeta\omega_n$ 虚部 $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
- 极点的夹角（与负实轴夹角）：
$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) = \arccos(\zeta) \approx \phi_M$$
- 当 阻尼ζ 越大，则极点**更靠左**（实部更负–>少振荡）;极点角度 θ **更小**（更贴着负实轴 → 不振荡）

○ 意义：**调相位就是调阻尼**

- 更多相位裕度（大 ϕM）↔️ 交叉频率处的相位离 –180° 更远
- ↔️ 极点角度更贴近负实轴
- ↔️ 阻尼比更大
- ↔️ 振荡更小， 系统更稳

3. 跟踪误差（稳态精度）

a. $E(s) = \frac{1}{1+L(s)}R(s) = S(s)R(s)$

b. 低频处：

○ 若 $|L(j\omega)|$ 在 $\omega \approx 0$ 很大，则 $|S(j\omega)| \approx 1/|L|$ 很小 → 误差小；

○ 若 $L(s)$ 在原点有一个或多个极点（积分、双积分），可以保证对阶跃/斜坡等输入零稳态误差。

c. 控制器动作：

i. 低频时增大 $L(s)$,使S在低频足够小，比如加积分环节，提高低频增益

ii. 注意：低频太大增益会导致控制器饱和等问题

C. 鲁棒性（Robustness）

现实中 G(s) 不是精确已知的：

- 参数有不确定性（质量变化、电机参数变化）；
- 未建模动态（高频模态、非线性）；
- 时延、噪声、量化等影响。

a. 灵敏度函数的意义： $S(s)=\frac{1}{1+L(s)}, T(s)=\frac{L(s)}{1+L(s)}$

- S 描述：**模型误差、扰动**怎样传递到输出；
- T描述：**参考信号和测量噪声**怎样传递到输出。
- 一般希望：
  - 低频：|S|小（好的跟踪、抗扰动能力）；
  - 中高频：|T| 不要太大（噪声不过分放大）。
- 经典鲁棒控制里经常约束： $\|W_1(s)S(s)\|_\infty<1, \quad \|W_2(s)T(s)\|_\infty<1$

  其中 W_1, W_2 是设计者选的权重，强调不同频段的性能。

b. Bode积分定理：

$$\int_0^\infty \ln|S(j\omega)|d\omega=0$$，

在某个频段让 |S| 变小（误差小），就必须在别的频段让 |S| 变大（放大噪声或不确定性）。

c. 没有完美控制器，只能权衡不同频率的性能。

控制器设计的六大主路线

1. 回路整形Loop-shaping --频域思路

   > 从频域塑形

   a. **调整开环频率响应** $L(j\omega) = C(j\omega)G(j\omega)$ 使其具有你期望的带宽、相位裕度、滚降特性。

   b. 代表方法

   - Bode 设计法
   - Nyquist 补偿设计
   - Lead/Lag（超前/滞后补偿）
   - PID 自动整定（实际上是简化版 loop-shaping）

2. 根轨迹法（Root Locus）--频域思路

   > 从极点变化观察

   a. 不看频率，而是看**闭环极点的移动轨迹** $1 + KG(s) = 0$ 随着参数 K 变化，极点移动轨迹如何

   b. **典型目标：**配置闭环极点位置（阻尼比、自然频率），保证稳定性，控制超调、上升时间

   c. 特点：关注时域极点，多用于低阶系统

3. 状态空间法（State-Space Control）--时域方法

   > 从代数极点配置

   a. 使用系统的完整状态 x ，设计 $u(t) = -Kx(t)$ 或配合观测器 L ，构造 $u = -K\hat{x}$

   b. 代表方法：

      - 极点配置（Pole Placement）
      - LQR（Linear Quadratic Regulator)
      - LQE(线性二次估计) / 卡尔曼滤波

   c. 特点：直接控制闭环极点，适合高阶、MIMO系统

4. 最优控制（Optimal Control）--时域方法

   > 从代价函数最优化

   a. 定义一个性能指标 $J = \int (x^\top Qx + u^\top Ru)\, dt$ 找到最优控制律 u(t)。

   b. 代表方法：

      i. LQR(同属状态空间法/最优控制)

      ii. LQG(LQR结合Kalman)

      iii. MPC

   c. 特点：

- 把带宽、噪声、能耗、响应速度全部写入代价函数
- 求最优解，而不是手工调形状

5. 鲁棒控制 (Robust Control）——频域+优化方法

   > 从不确定性优化

   a. 系统存在不确定性（模型误差、参数变化），设计 C(s)使 $\|W_1 S\|_\infty < 1,\ \|W_2 T\|_\infty < 1$ 并保证所有不确定系统都稳定。

   b. 代表方法：

   - H∞ 控制(通过数学工具（H∞范数）量化“不确定性 / 扰动对系统性能的影响”)
   - μ\muμ-synthesis（μ 合成）
   - Loop-shaping + H∞（经典鲁棒方法）

   c. 特点：

   - 显式考虑不确定性
   - 比单纯 loop-shaping 更系统、更严谨
   - 获得“最差情况下依然稳定”的控制器

6. 非线性控制（Nonlinear Control）

   > 从系统本质结构处理

   a. 对象不线性，线性理论不适用，必须使用非线性工具。

   b. 代表方法

   - 反馈线性化（Feedback Linearization）
   - 滑模控制（Sliding Mode）
   - Backstepping
   - Lyapunov 函数直接法
   - MPC 约束优化

> 整定 = 工程上调 C(s) 的参数
> Loop-shaping = 理论上解释如何调 C(s) 的频率响应
> 二者本质相同。

MATLAB整定思路

1. 观察系统辨识得到的 $G(s)$:几阶+惯性大小+延迟大小
2. 性能要求翻译成”带宽+相位裕度“指标
3. MATLAB中选择一个控制器形式 $C(s)$:比如PIDF,给出 ω_c, ϕ_M
4. 让MATLAB做一次Loop-shaping优化：比如pidtune,得到候选 $C(s)$,使用Bode/margin/step检查
5. 不满意则回到2~3：调目标带宽或相位裕度，或者换控制器结构，迭代直到满足要求

> $t_r \approx \frac{3}{\omega_B}$, $\zeta \approx \frac{100\phi_M}{180}, \quad M_p \approx e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

合理性检查

整定前

时延对带宽的硬约束

时延贡献相位 $\angle e^{-Ls} = -\omega L(\text{弧度})$（ ω 激励频率）

经典经验：想要相位裕度 ≈ 60°，交叉频率处的时延相位损失一般要控制在： $\omega_c L \lesssim 0.3 \sim 0.5\ \mathrm{rad}$

过多的时延吞噬相位裕度

合理性检查1： $\omega_c \lesssim L^{0.3\sim0.5} \implies f_c \lesssim \frac{L^{0.3\sim0.5}}{2\pi}$

对象本身时间常数T 约束闭环带宽

慢对象不支持快闭环

合理性检查 2： $\omega_c \lesssim \alpha \cdot \frac{1}{T}, \quad \alpha \approx 1 \sim 3$ （看对象性质）

采样频率 f_s 与控制频率 f_c

$f_s \gtrsim 10 f_c$

执行器饱和能力和需要的控制量

执行器饱和检查，就是确认“为达到目标动态所需的控制力”不会超过电机/舵机的物理上限，否则无论理论带宽多高、PID 多好，实际系统都会因顶格饱和而无法达到整定目标甚至变得不稳定。

整定后

频域：检查Bode/margin，目标带宽vs实际带宽

```MATLAB
L = series(C, sys_est);
margin(L); grid on;
```

得到交叉频率 f_c GM PM

达不到目标带宽和PM，说明当前控制器和+带宽目标不支持

时域：检查step，目标 t_r, M_p vs实际响应

可能出现矛盾

- Bode上看 $f_c \approx 6Hz$ 但是step响应实际上很慢
  - 整定模型错误
  - 慢极点等在闭环中显示出等效主极点和预想的不符
- step 响应出现强烈振荡/超调远大于 PM 对应的理论值
  - 模型中的非线性/饱和破坏线性闭环设计
  - 模型带宽范围不够，高频动态被漏掉