

机器学习笔记

魏舟

这是我自己写的一个机器学习笔记。初写于 2026 年 1 月 19 日，于南京理工大学 25 舍 313 宿舍，正值我前往新加坡访学前夕。

1 机器学习基础 (Machine Learning Basics)

基本流程：

数据 \Rightarrow 机器学习算法 \Rightarrow 规律 \Rightarrow 预测未知数据

- **训练集 (Training Set):** $D_{train} = \{(\underline{x}^{(1)}, y^{(1)}), (\underline{x}^{(2)}, y^{(2)}), \dots, (\underline{x}^{(m)}, y^{(m)})\}$
 - $\underline{x}^{(i)}$: 特征 (Feature)
 - $y^{(i)}$: 真实值 (Ground Truth)
- **测试集 (Test Set):** $D_{test} = \{(\underline{x}^{(j)}, \hat{y}^{(j)})\}$
- **要求:** $D_{train} \cap D_{test} = \emptyset$

预测类型：

- **回归 (Regression):** 连续型输出
- **分类 (Classification):** 离散型输出

学习范式：

- **监督学习 (Supervised Learning):** 提供 Ground Truth。
- **无监督学习 (Unsupervised Learning):** 不提供 Ground Truth。

2 线性回归模型 (Linear Regression Model)

模型假设 (Hypothesis):

$$y = h_{\theta}(\underline{x}) = \underline{\theta}^T \underline{x} = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n$$

向量表示：

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

2.1 评价指标与损失函数

- 均方误差 (MSE):

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(\underline{x}^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

- 损失函数 (Loss Function):

$$J(\theta) = \text{MSE} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\theta^T \underline{x}^{(i)} - y^{(i)})^2$$

2.2 求解方法

1. 解析解 (Normal Equation):

$$\underline{\theta}^* = (X^T X)^{-1} X^T \underline{y}$$

2. 梯度下降法 (Gradient Descent):

- 梯度: $\nabla J(\underline{\theta}) = \left[\frac{\partial J}{\partial \theta_0}, \frac{\partial J}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial J}{\partial \theta_n} \right]^T$
- 更新规则: $\underline{\theta} := \underline{\theta} - \alpha \nabla J(\underline{\theta})$
- 超参数: α 为学习率 (Learning Rate)。若 α 过大, 梯度会产生震荡。

3 逻辑回归 (Logistic Regression)

分类任务: $y \in \{0, 1\}$ (二分类) 或 $y \in \{1, \dots, C\}$ (多分类)。

Sigmoid 函数 (激活函数):

$$h_{\theta}(\underline{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T \underline{x}}}$$

决策阈值:

$$y = \begin{cases} 1, & h_{\theta}(\underline{x}) \geq 0.5 \\ 0, & h_{\theta}(\underline{x}) < 0.5 \end{cases}$$

交叉熵损失函数 (Loss Function):

$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [-y^{(i)} \log(h_{\theta}(\underline{x}^{(i)})) - (1 - y^{(i)}) \log(1 - h_{\theta}(\underline{x}^{(i)}))]$$

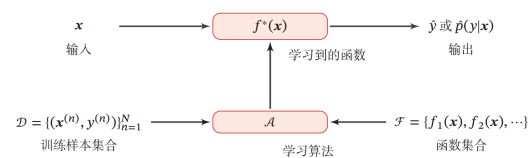


图 2.2 机器学习系统示例

图 1: Location of Tokyo Tower