

作业 14

王哲凡 2019011200

2020 年 5 月 27 日

14.1. *Solution.* 设 $H_0 : p_1 = p_2, H_1 : p_1 > p_2$, 则:

$$\Lambda = \frac{\sup_{p \in P_0} L(\theta)}{\sup_{p \in P_0 \cup P_1} L(\theta)} = \frac{\left(\frac{k_1+k_2}{n_1+n_2}\right)^{k_1+k_2} \left(\frac{n_1+n_2-k_1-k_2}{n_1+n_2}\right)^{n_1+n_2-k_1-k_2}}{\left(\frac{k_1}{n_1}\right)^{k_1} \left(\frac{n_1-k_1}{n_1}\right)^{n_1-k_1} \left(\frac{k_2}{n_2}\right)^{k_2} \left(\frac{n_2-k_2}{n_2}\right)^{n_2-k_2}}$$

因此:

$$-2 \ln \Lambda \stackrel{\text{近似}}{\sim} \chi^2(2-1)$$

故 P 值约为:

$$P(\chi^2 \geq -2 \ln \Lambda) \approx 1.8 \times 10^{-7} < \alpha$$

因此拒绝 H_0 , 与上课结论相同.14.2. (1). *Solution.*

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t(n+m-2), S^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

假设 $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

计算得:

$$\bar{x} - \bar{y} = 0.0040, S \approx 0.0028$$

故 P 值约为:

$$P\left(t \geq \frac{0.0040}{0.0028 \times \sqrt{\frac{1}{5}}}\right) \approx 0.0028 < \alpha$$

因此拒绝 H_0 , 即生产不稳定.(2). *Solution.* 设 $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

$$\frac{(n-1)S_1}{\sigma_1^2} \sim \chi^2(n-1), \frac{(m-1)S_2}{\sigma_2^2} \sim \chi^2(m-1)$$

因此在 H_0 为真时:

$$\frac{S_1}{S_2} \sim F(n-1, m-1)$$

因此 P 值约为:

$$P\left(f \geq \frac{s_1}{s_2} \vee f \leq \frac{s_2}{s_1}\right) \approx 0.3325 > \alpha$$

因此接受 H_0 , 即有充分证据说明方差相等.

14.3. *Solution.* 设 (X, Y) 服从分布 $N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$.

则:

$$d = X - Y \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2)$$

设 $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_1: \mu_1 \neq \mu_2$.

则在 H_0 为真时:

$$\frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

因此 P 值约为:

$$P\left(t \geq \frac{8.9}{\frac{8.3363}{\sqrt{10}}}\right) \approx 0.0041 < \alpha$$

故拒绝 H_0 , 即乘积有差异.

14.4. *Solution.* 方差分析表如下:

方差来源	平方和	自由度	均方	F
组间	449.5	2	224.75	50.9868
组内	110.2	25	4.408	
总和	559.7	27		

易得 $F < F_\alpha(2, 25)$, 因此拒绝 H_0 , 即三个总体的均值不全相等.

14.5. *Solution.* 设 $H_0: \mu_0 = \mu_1 = \mu_2$.

方差分析表如下:

方差来源	平方和	自由度	均方	F
组间	4.1507	2	2.0754	28.7672
组内	1.0100	14	0.0721	
总和	5.1607	16		

易得 $F < F_\alpha(2, 14)$, 因此拒绝 H_0 , 即三地白菜价格有显著差异.

14.6. (1). *Solution.*

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

而对于总体 A :

$$\bar{X} + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}} \approx 99.9155 < 100$$

因此拒绝 H_0 .

对于总体 B :

$$\bar{X} + t_{\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \approx 296.4672 > 100$$

因此接受 H_0 .

(2). *Solution.* 题目中的数据范围设置过为不合理, 导致出现了与尝试违背的结论.

总体 A 的样本过于接近, 样本 B 的样本容量太小且偏差极大.