

第 11 次作业

1. 假设总体服从指数分布 (参数为 λ), X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本, 请给出 λ 的假设检验 (仿照课上正态总体均值检验的例子分别讨论双边和单边两种情形).
2. 假设总体服从均匀分布 $U(0, \theta)$ (参数为 θ), X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本, 给定 $\theta_0 > 0$, 考虑假设检验: $H_0: \theta = \theta_0$ v. s. $H_1: \theta > \theta_0$, 检验水平为 α .
 - (1) 请基于矩估计量建立检验并给出检验的功效函数.
 - (2) 请基于极大似然估计量建立检验并给出检验的功效函数.
3. 假设全国年人均病假为 5.1 天, 病假天数服从正态分布. 而某公司随机调查了雇员 49 人, 年人均病假 7 天, 标准差为 2.5 天. 问: 该公司雇员是否比常人容易生病?
4. 从一批灯泡中随机地取 5 只作寿命试验, 测得寿命 (小时) 为
1050 1100 1120 1250 1280
 - (1) 假设灯泡寿命服从正态分布, 灯泡批次合格标准是平均寿命不少于 1180 小时. (1) 这批灯泡合格吗? 请通过假设检验说明理由.
 - (2) 如果将 (1) 中的原假设与备择假设互换, 结论如何? 请尝试说明原因.
 - (3) 如果将 (1) (2) 中假设检验的检验水平 α 选为大于 0.5 的, 结果如何呢?
5. 某种元件的寿命 (小时) 服从正态分布, 现测得 16 只元件的寿命如下:
159 280 101 212 224 379 179 264
222 362 168 250 149 260 485 170
问: 是否有理由认为元件的寿命大于 225 小时? 请利用临界值法进行检验. 取检验水平 $\alpha = 0.05$.
6. 假设总体服从 $P(\lambda)$ (Poisson 分布), X_1, \dots, X_n 为其独立随机样本, 考虑假设检验: $H_0: \lambda = \lambda_0$ v. s. $H_1: \lambda \neq \lambda_0$, 请给出基于大样本方法的检验水平为 α 的检验.
7. 针对某一个检验准则假设我们测试了 4000 个真的原假设, 1000 个假的原假设

(现实中我们当然不会知道所检验的原假设中有多少为真多少为假), 结果如表所示.

- (1) 原假设为真的情况下第一类错误的比例是多少?
- (2) 拒绝了原假设时第一类错误的比例是多少? 你能从中得到什么启示呢?
- (3) 原假设为假的情况下第二类错误的比例是多少?
- (4) 这个检验的功效大概是多少?

决策	真实情况	
	H_0 为真	H_0 为假
不拒绝 H_0	3800	500
拒绝 H_0	200	500
合计	4000	1000

8. 对于某种癌症疾病, 过去一直用外科方法进行治疗, 治愈率为 2%, 某医生用化学疗法治疗了 200 名患者, 有 6 人被治愈, 从而新方法治愈率为 3%, 比外科方法治愈率高, 因此化学疗法比外科疗法更有效.
 - (1) 上述判断是否科学? 请设计一个科学的判断方法.
 - (2) 请依据你的判断方法给出判断结果.

9. (计算机实验) 考虑题 6 中检验, 令 $\lambda_0 = 1$, $n = 20$ 和 $\alpha = 0.05$. 随机模拟

$X_1, \dots, X_n \sim P(\lambda_0)$, 并重复 1000 次检验, 记录拒绝原假设的次数. 犯第一类错误的比例与 0.05 有多接近?