

1.

题目大意是给定一些字母的集合，每个集合里有若干字母，询问一个单词是否能用一些集合中的字母表示(其中每个集合只能用一次)，这一题可以看做一个二分图匹配。

要组成的单词的字母看成左边的结点，每个字母集合看成右边的一个结点，若是左边的字母在右边集合里，则这两个点之间连线，若是左边的每个点都能匹配到，那么这个单词可以被表示，反之则不行。

可以采取网络流算法建图或者使用匈牙利算法。

2.

①两次网络流

方法：先跑一次网络流，让所有满流的边为1，非满流的边为INF，再进行一次网络流，得到的最小割即为所求

分析：先跑一次网络流，若是某一条边在一组最小割里，这条边就一定是满流的(否则的话最大流就小于最小割了)。让所有满流的边为1，非满流的边为INF，再进行一次网络流，就可以去除其他边的影响，这时割去每条边的代价是一样的，那么一定是割去原来图上最小边数的最小割能以最小代价使图不连通。

②一次网络流

方法：所有边权 $w = w * A + 1$ (A 为一个大数， $A > E$)，这时跑一次最大流，得到的最小割即为所求

分析：将所有的边权乘上一个大数再加1，原来割去边的值也乘上一个大数加1了，那原来的所有最小割里一定是边数最少的累加起来边权最少，而为了保证原来的最小割一定是现在的最小割，边权要乘大数。

26-1

a. 可以将每个顶点拆成两个顶点和一条边，若某个顶点 x 通过的最大值为 $l(x)$ ，则拆分成 x_1 顶点和 x_2 顶点，其中原来 x 的入边和 x_1 相连， x 的出边和 x_2 相连，还要建立一条 x_1 指向 x_2 容量为 $l(x)$ 的边，这样就可以划归成只有边限制的最大流问题。

b. 可以先建立一个超级源点，向每个开始点通向一条容量为1的边；还要建立一个超级汇点，每个边界上的点向这个汇点连接一条容量为1的边，由于逃生路径不能相交，那么所有点的最大容量为1，和周围四个(边界点没有4个)点有一条容量为1的双向路径(其中每个点是 x 连向 x' ，原来的入边和 x 相连，出边和 x' 相连)，这样求得最大流，如果等于开始点的个数，则原问题有解。

26-2

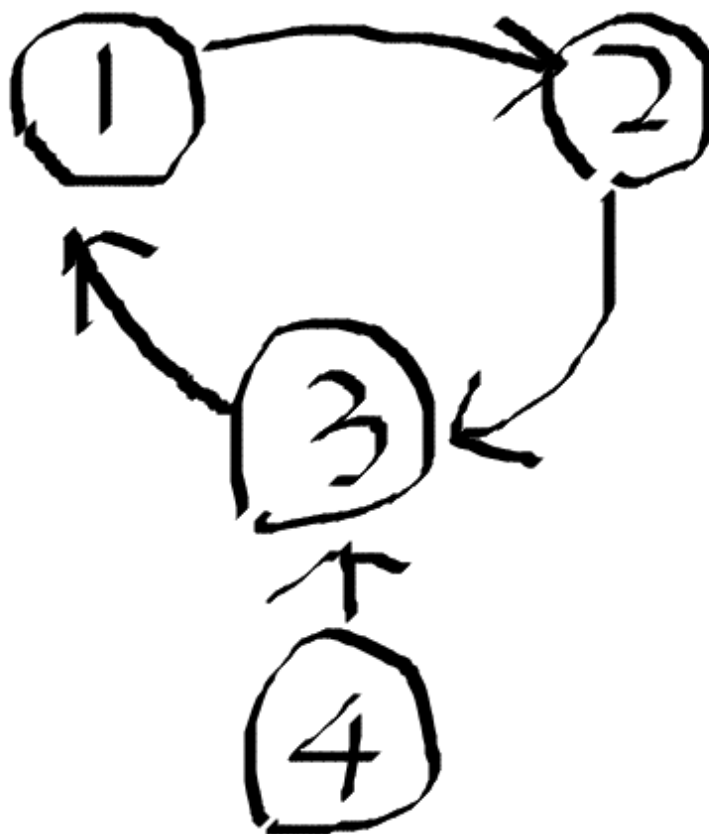
a. 构造方法：可以按照提示那样构造新的图，其中 x_0 表示源点， y_0 表示汇点， x_0 和 x_i 相连， y_i 和 y_0 相连，若 $(i, j) \in E$ ，则 x_i 和 y_j 相连，其中每一条边的容量为1

计算方法：跑完一次最大流之后，遍历 x_i ，若 x_i 不与任何 y_j 有流，那么说明某一条路径的最后一个结点是 i ，否则若 x_i 与 y_j 有流，则说明在某一条路径中 $i \rightarrow j$

分析：①由于 x_i 被遍历了，所以所有的点都在路径中，而由于边的容量为1，不存在 $i_1 \rightarrow j, i_2 \rightarrow j, i_1 \neq i_2$ 的情形，则一个点只能在一条路径里，所以一次流的分配就对应一个路径覆盖

② x_i 与 y_j 之间共有 E 条边，若最小路径覆盖为 x ，则在原图中一定有 $x - 1$ 条边没有在路径中，那么就有 $x - 1$ 条边没有流满，即流 $f + x - 1 = E$ ，要使 x 最小，那么 f 就必须是最大流。

b.



这是个有环图，按照上面的方法如果从1开始的话，会找到 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 和 $4 \rightarrow 3$ 两条路径，而实际只需要 $4 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 一条路径