

华东师范大学期末试卷 (A)

2009—2010 学年第二学期

课程名称: 概率统计

学生姓名: _____ 学 号: _____

专 业: _____ 年级/班级: _____

课程性质: 专业必修

一	二	三	四	五	总分	阅卷人签名

一. 判断题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. 在古典概型的随机试验中, 若 $P(A)=1$, 则 A 是必然事件。 ()
2. 对随机变量 X 与 Y , 若满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$, 则 X 与 Y 相互独立。 ()
3. 在假设检验中, 当原假设 H_0 为真时, 若拒绝 H_0 的决策, 则犯了第一类错误。 ()
4. 设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 都是参数 θ 的估计, 且 $Var(\hat{\theta}_1) < Var(\hat{\theta}_2)$, 则 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效。 ()
5. 在单正态总体均值的参数检验中, 若方差未知, 则用 t 检验。 ()

二. 单项选择题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. A, B 为两个事件, 事件 \overline{AB} 的概率等于_____.
(A) $P(B) - P(A)$ (B) $P(A) - P(AB)$
(C) $P(B) / P(A)$ (D) $P(B) - P(AB)$
2. 设随机变量 X 与 Y 的方差分别为 $Var(X)=4, Var(Y)=1$, 并且相关系数为 $Corr(X, Y)=0.5$, 则方差 $Var(X - Y) =$ _____.
(A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 以上答案都不对

3. 设随机变量 $X \sim p(x)$, 且 $p(-x) = p(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数。则对任意实数 $a > 0$, 有_____。

(A) $F(-a) = 1 - \int_0^a p(x)dx$

(B) $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a p(x)dx$

(C) $F(-a) = F(a)$

(D) $F(-a) = 2F(a) - 1$

4. 设随机变量 $X \sim N(2010, 2009^2)$, 则 $Var(X + 2010) =$ _____。

(A) 0

(B) $2009^2 + 2010$

(C) 2009^2

(D) 2010

5. 设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(0,1)$ 的一个容量为 n 的样本, \bar{X} 与 S 分别为样本均值与样本方差, 则有_____。

(A) $\bar{X} \sim N(0,1)$ (B) $n\bar{X} \sim N(0,1)$ (C) $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$ (D) $\frac{\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

三. 填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

1. 任意取一整数, 该数的平方的末位数为 1 的概率为_____。

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} ke^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则 $k =$ _____。

3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布, 已知 $E[(X-1)(X-2)] = 1$, 则 $\lambda =$ _____。

4. 已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.4, & 0 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$,

则 X 的分布列为_____。

5. 设 $X \sim b(2, p)$, $Y \sim b(3, p)$, 已知 $P(X \geq 1) = \frac{15}{16}$, 则 $P(Y \geq 1) =$ _____。

6. 某工厂有甲、乙、丙三个车间生产同一种产品, 各个车间的产量分别占全厂产量的 30%, 30%, 40%, 各车间产品的次品率分别为 1%, 3%, 5%, 则全厂的次品率为_____。

7. 设 X, Y 相互独立, X 服从正态分布 $N(1, 2^2)$, Y 服从二项分布 $b(10, 0.2)$, 则 $E(X - 5Y + 1) =$ _____, $Var(X - 5Y + 1) =$ _____。

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且服从同一分布, X 的分布列为 $P(X=1) = P(X=0) = 1/2$,

则 $\max(X, Y)$ 的分布列为_____。

9. 设 X_1, X_2, X_3 为从总体 $N(\theta, \sigma^2)$ 中抽取的容量为3的样本。记

$$\theta_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2 + \frac{1}{2}X_3, \quad \theta_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{5}{12}X_3, \quad \theta_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3,$$

则在上述三个估计中, _____不是 θ 的无偏估计。

四. 计算题 (共 50 分)

1. (10 分) 已知 $F(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y-xy}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求

(1) $P(X > 1)$;

(2) $P(Y \leq 3)$;

(3) $P(X > 1, Y \leq 3)$ 。

2. (10 分) 某商店出售某种贵重物品, 根据经验, 该商品每周的销售量服从参数为 $\lambda = 1$ 的 Poisson 分布。假设每周的销售量是相互独立的。用中心极限定理计算一年内 (52 周) 售出该商品的件数在 50 件到 70 件之间的概率。(注: 计算中遵循四舍五入原则)

3. (20 分) 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x, \beta) = \begin{cases} \beta x^{-\beta-1}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases},$$

其中未知参数 $\beta > 1$ 。 X_1, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本。求

(1) β 的矩法估计;

(2) β 的极大似然估计。

4. (10 分) 一种罐装饮料采用自动生产线生产, 每罐的容量服从正态分布, 均值是 255ml, 标准差为 5ml。为检验每罐容量是否符合要求, 质检人员在某天生产的饮料中随机抽取了 40 罐进行检验, 测得每罐平均容量为 255.8ml。取显著性水平 $\alpha = 0.05$, 检验该天生产的饮料容量是否符合标准要求? 并给出检验过程。

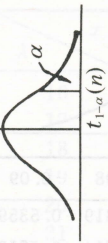
附表 1: 标准正态分布函数数值表

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$\Phi(x)$ x x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9648	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9990	0.9993	0.9995	0.9997	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000

注：本表最后一行自左至右依次是 $\Phi(3.0)$ 、 \cdots 、 $\Phi(3.9)$ 的值

附表2：t分布分位数表



$$P\{t(n) > t_{1-\alpha}(n)\} = \alpha$$

n	α						n	α					
	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005		0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574	24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
2	0.8165	1.8866	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322	28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3846	2.9980	3.4995	30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	31	0.6825	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	32	0.6822	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1698	33	0.6820	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	35	0.6818	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	36	0.6814	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	37	0.6812	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467	38	0.6810	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	39	0.6808	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	41	0.6805	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	42	0.6804	1.3020	1.6820	2.0181	2.4185	2.6981
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0360	2.5280	2.8453	43	0.6802	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5177	2.8314	44	0.6801	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	45	0.6800	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073							