2.1

1. $\{X<1\}$: $F(1-0)$ $\{|X-1|\leq 2\}=\{-1\leq X\leq 3\}$: $F(3)-F(-1-0)$

$\{X^2>3\}=\{X>\sqrt{3}$ 或 $X<-\sqrt{3}\}$ $1-F(\sqrt{3})+F(-\sqrt{3}-0)$

$\{\sqrt{1+X}\geq 2\}=\{X\geq 3\}$: $1-F(3-0)$

2. ① $P(X<3)=F(3-0)=\frac{11}{12}$

② $P(1\leq X<3)=F(3-0)-F(1-0)=\frac{11}{12}-\frac{1}{2}=\frac{5}{12}$

③ $P(X\leq\frac{1}{2})=F(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$ 则 $P(X>\frac{1}{2})=1-P(X\leq\frac{1}{2})=\frac{3}{4}$

④ $P(X=3)=F(3)-F(3-0)=1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$

3. ① $\max(X,0)\leq x$

当 $x\geq 0$ 时. 若 $X\leq x$. 则 $\max(X,0)\leq x$. 若 $X>x$, $\max(X,0)=X>x$

$\therefore F_{X^+}(x)=F_X(x)$

当 $x<0$ 时 $\max(X,0)\geq 0>x$.

$\therefore F_{X^+}(x)=0$

$$\therefore F_{X^+}(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ F_X(x) & x\geq 0\end{cases}$$

② $X^-=-\min(X,0)=\max(-X,0)$

当 $x\geq 0$ 时. 对 $-X\leq x$. 有 $\max(-X,0)\leq x$

对 $-X>x$. 有 $\max(-X,0)>x$

$\therefore F_{X^-}(x)=P(X\geq -x)=1-F_X(-x-0)$

当 $x<0$ 时 $\max(-X,0)\geq 0>x$

$\therefore F_{X^-}(x)=0$

$$\therefore F_{X^-}(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1-F_X(-x-0) & x\geq 0\end{cases}$$

③. $|X| \le x$

当 $x \ge 0$ 时 $-x \le X \le x$

则 $F_{|X|}(x) = P(-x \le X \le x) = F_X(x) - F_X(-x-0)$

当 $x<0$ 时 $|X| \ge 0 > x$ 则 $F_{|X|}(x) = 0$

$$\therefore F_{|X|}(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ F_X(x) - F_X(-x-0) & x \ge 0 \end{cases}$$

④ $aX+b \le x$

当 $a=0$ 时 $b \le x$ 对 $x \ge b$ $F_{aX+b}(x) = 1$ 对 $x<b$ $F_{aX+b}(x)=0$

当 $a>0$ 时. 可化为 $X \le \frac{x-b}{a}$ $F_{aX+b}(x) = F_X(\frac{x-b}{a})$

当 $a<0$ 时 可化为 $X \ge \frac{x-b}{a}$ $F_{aX+b}(x) = P(X \ge \frac{x-b}{a}) = 1 - F(\frac{x-b}{a} - 0)$

$\therefore$ 当 $a=0$ 时. $F_{aX+b}(x) = \begin{cases} 0 & x<b \\ 1 & x \ge b \end{cases}$

当 $a>0$ 时 $F_{aX+b} = F_X(\frac{x-b}{a})$

当 $a<0$ $F_{aX+b} = 1 - F_X(\frac{x-b}{a} - 0)$

4. 由题意 $P(X=1) = P(X=0) = \frac{1}{2}$

$$\therefore F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{2} & 0 \le x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$$

2. 由 $\sum_{k=1}^{\infty} P(X=k)=1$　得 $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{c}{2^k}=1$

$c\cdot\lim_{k\to\infty}\frac{\frac{1}{2}(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}}=2c=1$

$\therefore c=\frac{1}{2}$

3. 当 $x<a$ 时. $P(X\le x)=0$

当 $a\le x<b$ 时. $[a,x]$ 共有 $[x]-a+1$ 个离散点

$P(X\le x)=\frac{[x]-a+1}{b-a+1}$

当 $x\ge b$ 时. $P(X\le x)=1$

$$\therefore F_X(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{[x]-a+1}{b-a+1} & a\le x<b\\ 1 & x\ge b\end{cases}$$

6. $P(X=1)=\frac{2}{5}$　$P(X=2)=\frac{3}{10}$　$P(X=3)=\frac{1}{5}$　$P(X=4)=\frac{1}{10}$

$\therefore$ 当 $x<1$ 时 $P(X\le x)=0$

当 $1\le x<2$ 时 $P(X\le x)=\frac{2}{5}$

当 $2\le x<3$ 时 $P(X\le x)=\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

当 $3\le x<4$ 时 $P(X\le x)=\frac{7}{10}+\frac{1}{5}=\frac{9}{10}$

当 $x\ge 4$ 时 $P(X\le x)=1$

$$\therefore F_X(x)=P(X\le x)=\begin{cases}0 & x<1\\ \frac{2}{5} & 1\le x<2\\ \frac{7}{10} & 2\le x<3\\ \frac{9}{10} & 3\le x<4\\ 1 & x\ge 4\end{cases}$$

7. $P(X=-1)=F(-1)-F(-1-0)=0.2$　$P(X=0)=F(0)-F(0-0)=0.4$

$P(X=1)=F(1)-F(1-0)=0.3$　$P(X=3)=F(3)-F(3-0)=0.1$

$P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=3)=1$

故 X 分布列为

X	-1	0	1	3
P	0.2	0.4	0.3	0.1