

## 6.5

2.  $\mu$ 未知 要求 $\mu$ 的置信区间. 可以利用样本均值和样本方差构造t分布的枢轴量

$$\mu \text{ 的 } 95\% \text{ 的置信区间为 } \left[ \bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right]$$

$$\text{其中 } \alpha=0.05 \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}=t_{0.975}(15)=2.314, \quad \bar{x}=2.705, \quad S=0.029 \text{ 代入}$$

$$\text{得到 } \mu \text{ 的置信水平为 } 95\% \text{ 的置信区间为 } [2.6895, 2.7205]$$

4.  $\sigma^2$ 未知 要求 $\mu$ 的置信区间 可以利用样本均值和样本方差构造t分布的枢轴量

$$\mu \text{ 的 } 95\% \text{ 的置信区间为 } \left[ \bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right]$$

$$\text{其中 } n=10, \alpha=0.05, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}=t_{0.975}(10)=2.2622, \quad \bar{x}=6720, \quad S=720 \text{ 代入.}$$

$$\text{得到 } \mu \text{ 的置信水平为 } 95\% \text{ 的置信区间为 } [6562.618, 6877.382]$$

6.  $\mu$ 未知 要求 $\sigma^2$ 的置信区间. 可以利用样本方差构造卡方分布枢轴量

$$\sigma^2 \text{ 的 } 95\% \text{ 的置信区间为 } \left[ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right]$$

$$\text{其中 } n=9, \alpha=0.05, \quad \chi^2_{0.025}(8)=17.5345, \quad \chi^2_{0.975}(8)=2.179, \quad S^2=11$$

$$\text{得到 } \sigma^2 \text{ 的置信水平为 } 95\% \text{ 置信区间为 } [0.74300, 21.0736]$$

①  $\sigma^2$ 未知 要求 $\mu$ 的置信区间. 可以利用  $\left[ \bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right]$

$$\text{其中 } \alpha=0.05, \quad n=15, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)=t_{0.975}(14)=2.1448, \quad \bar{x}=2.8, \quad S^2=0.04$$

$$\text{得到 } \mu \text{ 的置信区间为 } [2.6762, 2.9238]$$

②  $\mu$ 未知 要求 $\sigma^2$ 的置信区间. 可以利用样本方差构造卡方分布枢轴量得.

$$\left[ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} \right]$$

$$\text{其中 } n=15, \alpha=0.05, \quad \chi^2_{0.025}(14)=5.628, \quad \chi^2_{0.975}(14)=26.1189, \quad S^2=0.04$$

$$\text{得到 } \sigma^2 \text{ 的置信区间为 } [0.0268, 0.1244]$$

## 6.6

6.6.

3.  $\sigma_1=\sigma_2$  构造枢轴量  $T = \frac{\bar{x}-\bar{y}-(\mu_1-\mu_2)}{S_w \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$   $T \sim t(m+n-2)$

$\mu_1-\mu_2$  置信水平为  $1-\alpha$  的置信区间为  $[\bar{x}-\bar{y}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)S_w \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}, \bar{x}-\bar{y}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)S_w \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}]$

$$\text{其中 } \bar{x}=10.06, \quad \bar{y}=12.11, \quad m=5, \quad n=7, \quad S_x^2=0.0742, \quad S_y^2=0.0502, \quad S_w^2 = \frac{4S_x^2+6S_y^2}{10} = 0.0598$$

$$\alpha=0.05, \quad t_{0.975}(10)=2.2281 \quad \text{代入得到平均参数差的置信水平为 } 95\% \text{ 的置信区间为}$$

$$[-2.3690, -1.7310]$$

4.  $\mu_1$ 和 $\mu_2$ 未知. 可构造枢轴量  $F = \frac{S_x^2/\sigma_1^2}{S_y^2/\sigma_2^2} \sim F(m-1, n-1)$

$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$  的置信水平为  $1-\alpha$  的置信区间为  $\left[ \frac{S_x^2/S_y^2}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1)}, \frac{S_x^2/S_y^2}{F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1)} \right]$

$$\text{其中 } \alpha=0.05, \quad m=n=6, \quad F_{0.975}(5,5)=7.15, \quad F_{0.025}(5,5)=7.15$$

$$\text{代入得到 } \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \text{ 的置信区间为 } [0.0659, 3.3675], \quad \text{则 } \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \text{ 的置信区间为 } [0.2567, 1.8351]$$