1.假设x_i 表示第i 类志愿者（共M类）找的人数， 费用为C_i 元，用m_{ij} 表示第 i个志愿者第j天是否可以工作（共N天），那么可以得到以下不等式：

$$\begin{cases} min\ \sum_{i=1}^{M} C_i x_i \\ \\ m_{11}x_1 + m_{21}x_2 + \ldots m_{M1}x_M \ge A_1 \\ \\ m_{12}x_1 + m_{22}x_2 + \ldots m_{M2}x_M \ge A_2 \\ \ldots \\ m_{1N}x_1 + m_{2N}x_2 + \ldots m_{MN}x_M \ge A_N \\ \\ x_1,\ x_2 \ldots x_M \ge 0 \end{cases}$$

设所有的m_{ij}组成了矩阵M_1，C_i组成了向量C^T， A_i组成了向量A^T, 原问题对偶问题为：

$$\begin{cases} max\ \ A^T y \\ \\ M_1 y \le C^T \\ \\ y_1,\ y_2 \ldots y_M \ge 0 \end{cases}$$

上面的式子是标准型，可带入单纯形算法，得出解(甚至不需要判断有无解，因为原题必然有解)

但是不清楚得出来的解是否为整数解(上网搜索，可能和整数解的必要条件是它的任意一个子方阵的行列式为 −1,0,1这条性质有关)

空间复杂度为$O(NM)$, 时间复杂度单纯形不好估计上界

2. 题目给出的形式已经是标准型：

$$\begin{cases} max\ x_1 + 3x_2 \\ x_1 - x_2 \le 8 \\ -x_1 - x_2 \le -3 \\ -x_1 + 4x_2 \le 2 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

若转化为松弛型，其基本解为 $x_1 = x_2 = 0$，这样违反了约束条件，所以需要构造一个辅助的线性规划：

$$\begin{cases} max\ \ -x_0 \\ x_1 - x_2 - x_0 \le 8 \\ -x_1 - x_2 - x_0 \le -3 \\ -x_1 + 4x_2 - x_0 \le 2 \\ x_1, x_2, x_0 \ge 0 \end{cases}$$

得出松弛型：

$$\begin{cases} max\ \ -x_0 \\ x_3 = 8 + x_0 - x_1 + x_2 \\ x_4 = -3 + x_0 + x_1 + x_2 \\ x_5 = 2 + x_0 + x_1 - 4x_2 \\ x_1, x_2, x_0, x_3, x_4, x_5 \ge 0 \end{cases}$$

但是这样选择的话$x_4 = -3$， 是不可行的，因此可以将 x_0作为替入变量， x_4作为替出变量:

$$\begin{cases} max\ -3+x_1+x_2-x_4 \\ x_3=11-2x_1+x_4 \\ x_0=3-x_1-x_2+x_4 \\ x_5=5-5x_2+x_4 \\ x_1,x_2,x_0,x_3,x_4,x_5\geq 0 \end{cases}$$

下面可以进行POIVT操作，可以将 x_1作为替入变量， x_3作为替出变量:

$$\begin{cases} max\ -x_0 \\ x_3=5+2x_0+2x_2-x_4 \\ x_1=3-x_0-x_2+x_4 \\ x_5=5-5x_2+x_4 \\ x_1,x_2,x_0,x_3,x_4,x_5\geq 0 \end{cases}$$

可以得到$-x_0$的最大值为0，可以得出原线性规划是有解的，将x_0 从原有约束中移除，恢复目标函数:

$$\begin{cases} max\ 3+2x_2+x_4 \\ x_1=3-x_2+x_4 \\ x_3=5+2x_2-x_4 \\ x_5=5-5x_2+x_4 \\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\geq 0 \end{cases}$$

下面可以进行POIVT操作，可以将 x_2作为替入变量， x_5作为替出变量:

$$\begin{cases} max\ 5+\frac{7}{5}x_4-\frac{2}{5}x_5 \\ x_1=2+\frac{4}{5}x_4+\frac{1}{5}x_5 \\ x_2=1+\frac{1}{5}x_4-\frac{1}{5}x_5 \\ x_3=7-\frac{3}{5}x_4-\frac{2}{5}x_5 \\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\geq 0 \end{cases}$$

再进行POIVT操作，可以将 x_4作为替入变量， x_3作为替出变量:

$$\begin{cases} max\ \frac{74}{3}-\frac{3}{7}x_3-\frac{4}{3}x_5 \\ x_1=\frac{34}{3}+\ldots \\ x_2=\frac{10}{3}+\ldots \\ x_4=\ldots \\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\geq 0 \end{cases}$$

此时已经到达了局部最优，即全局最优，$x_1=\frac{34}{3},x_2=\frac{10}{3}$

则目标函数最大值为$x_1+3x_2=\frac{64}{3}$

3. 若设最小取值为f，记七个点的坐标为(p_i,q_i)其中$(i=1,2...7)$， 可以得到以下不等式:

$$\begin{cases} min\ f \\ |p_ia+q_ib-c|\leq f \\ f\geq 0 \end{cases} = \begin{cases} min\ f \\ p_ia+q_ib-c-f\leq 0 \\ -p_ia-q_ib+c-f\leq 0 \\ f\geq 0 \end{cases} \quad i=1,2...7$$

要化成单纯形的标准形式，令$a=a_1-a_2$， $b=b_a-b_2 \quad (a_1,a_2,b_1,b_2\geq 0)$

$$\begin{cases} max\ -f \\ p_ia_1-p_ia_2+q_ib_1-a_ib_2-c-f\leq 0 \\ -p_ia_1+p_ia_2-q_ib_1+q_ib_2+c-f\leq 0 \\ a_1,\ a_2,\ b_1,\ b_2,\ f\geq 0 \end{cases} \quad i=1,2...7$$

然后用单纯形算法求解即可。

4. 设一份是100克，沙拉中 $tomato, lettuce, spinach, carrot, oil$的份数分别记为$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$

假设我要做的沙拉不小于300克，要让沙拉的能量值最小，根据题目所给出的条件，可以得到以下线性规划的不等式：

$$\begin{cases} min\ 21x_1+16x_2+371x_3+346x_4+884x_5 \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \geq 3 \\ 0.85x_1+1.62x_2+12.78x_3+8.39x_4 \geq 15 \\ 2 \leq 0.33x_1+0.20x_2+1.58x_3+1.39x_4+100x_5 \leq 6 \\ 4.64x_1+2.37x_2+74.69x_3+80.7x_4 \geq 4 \\ 9x_1+8x_2+7x_3+508.2x_4 \leq 100 \\ x_2+x_3+x_4 \leq 1.5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

经过标准化之后：

$$\begin{cases} max\ -21x_1-16x_2-371x_3-346x_4-884x_5 \\ -x_1-x_2-x_3-x_4-x_5 \leq -3 \\ -0.85x_1-1.62x_2-12.78x_3-8.39x_4 \leq -15 \\ 0.33x_1+0.20x_2+1.58x_3+1.39x_4+100x_5 \leq 6 \\ -0.33x_1-0.20x_2-1.58x_3-1.39x_4-100x_5 \leq -2 \\ -4.64x_1-2.37x_2-74.69x_3-80.7x_4 \leq 4 \\ 9x_1+8x_2+7x_3+508.2x_4 \leq 100 \\ x_2+x_3+x_4 \leq 1.5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

这是单纯化算法的标准形式，经过1中运算返回的结果即为$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$所求