1. 记"x为奇数"为事件A. 其中"第一次为偶数第二次为奇数"为A_1. "第一次奇数第二次偶数"为A_2

则 $P(A)=P(A_1)+P(A_2)=\frac{3\times3}{6^2}+\frac{3\times3}{6^2}=\frac{1}{2}$

记"x<8"为事件B

则 $P(AB)=\frac{12}{6^2}=\frac{1}{3}$ ((1,2) (1,4) (1,6) (2,1) (2,3) (2,5) (3,2) (3,4) (4,1) (4,3) (5,2) (6,1))

所求概率 $P(B|A)=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$

2. 由 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$ 得 $P(AB)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

由 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$ 得 $P(B)=\frac{P(AB)}{P(A|B)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{6}$

则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{12}=\frac{1}{3}$

3. $P(B)=\frac{1}{3}$ $P(\bar{B})=\frac{2}{3}$

由 $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})$ 可得 $P(A|\bar{B})=\frac{5}{12}$

则 $P(\bar{A}|\bar{B})=1-P(A|\bar{B})=\frac{7}{12}$

4. 记第一只为红球为事件A. 第二只为白球为事件B.

则 $P(A)=\frac{r}{r+w}$ $P(B|A)=\frac{w}{r+w-1}$

则 $P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{r}{r+w}\cdot\frac{w}{r+w-1}=\frac{rw}{(r+w)(r+w-1)}$

所求概率

6. 记事件B_i为前两次共取出i个新球 $(3\le i\le 6)$ $P(B_i)=\frac{C_9^{i-3}C_3^{6-i}}{C_{12}^3}$

记事件A为第三次取出3个新球.

$P(A)=P(B_3)P(A|B_3)+P(B_4)P(A|B_4)+P(B_5)P(A|B_5)+P(B_6)P(A|B_6)$

$=\frac{1}{C_{12}^3}\frac{C_9^3}{C_{12}^3}+\frac{C_3^1C_9^1}{C_{12}^3}\frac{C_8^3}{C_{12}^3}+\frac{C_3^1C_9^2}{C_{12}^3}\frac{C_7^3}{C_{12}^3}+\frac{C_9^3}{C_{12}^3}\frac{C_6^3}{C_{12}^3}$

$=\frac{7056}{220^2}=\frac{441}{3025}$

8. 设从n只罐子取球为事件B_1. 从不同的那一个罐子取球为事件B_2.
取出两个黑球为A.

则 $P(B_1)=\frac{n}{n+1}$ $P(B_2)=\frac{1}{n+1}$

由 $P(B_2|A)=\frac{P(B_2)P(B_2|A)}{P(B_2)P(B_2|A)+P(B_1)P(B_1|A)}=\frac{\frac{1}{n+1}\frac{C_5^2}{C_{10}^2}}{\frac{1}{n+1}\frac{C_5^2}{C_{10}^2}+\frac{n}{n+1}\frac{C_6^2}{C_{10}^2}}=\frac{1}{7}$

解得 $n=4$

1.5

2. ①当$P(A)=0$时. 对任意事件B, $P(AB)\le P(A)=0$. 又由概率非负性 $P(AB)=0$

而 $P(A)\cdot P(B)=0\cdot P(B)=0$

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$ 即A与B独立

②当$P(A)=1$时. 对任意事件B $P(A)\cdot P(B)=P(B)$ 则 $P(AB)\le P(B)=P(A)P(B)$

而 $P(AB)=1-P(\overline{AB})=1-P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-P(\overline{A})-P(\overline{B})+P(\overline{A}\overline{B})\ge 1-P(\overline{B})=P(B)$

$=P(A)P(B)$

$\because P(AB)\le P(A)P(B)$ 且 $P(AB)\ge P(A)P(B)$

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)$ 即A与B独立

4. (1). $P(A_1)=\frac{3}{10}$ $P(A_2)=\frac{3}{10}$ $P(A_1A_2)=\frac{3\times3}{10^2}=\frac{9}{100}$

此时 $P(A_1)P(A_2)=P(A_1A_2)$ 即A_1与A_2独立

(2). $P(A_1)=\frac{3}{10}$ $P(A_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(\overline{A_1})P(A_2|\overline{A_1})=\frac{26}{90}$

$P(A_1A_2)=\frac{3\times2}{10\times9}=\frac{6}{90}$ $P(A_1A_2)\ne P(A_1)P(A_2)$

$\therefore A_1$与A_2不独立

7. (1) 设甲. 乙. 丙不及格分别为A_1. A_2. A_3. $P(A_1)=0.2$ $P(A_2)=0.3$ $P(A_3)=0.4$

所求概率 $P(C)=P(A_1A_2\overline{A_3})+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)$

$=P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})+P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3)+P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3)$ (由3个事件相互独立可得)

$=0.2\times0.3\times0.6+0.2\times0.7\times0.4+0.8\times0.3\times0.4$

$=0.188$

(2). 设两位同学不及格有1名为乙的为事件A. 则 $A=A_1A_2\overline{A_3}+\overline{A_1}A_2A_3$

所求概率 $P(A|C)=\frac{P(A_1A_2\overline{A_3})P(C|A_1A_2\overline{A_3})+P(\overline{A_1}A_2A_3)P(C|\overline{A_1}A_2A_3)}{P(C)}=\frac{33}{47}=0.70$

8.

8. 每一次实验只有2个结果.且相互独立.则试验为伯努里试验.

记X为摸到黑球次数

$$p(X=0)=C_n^0\left(\frac{3}{10}\right)^{10}=\frac{3^{10}}{10^{10}}$$

则10次能取到黑球概率 $p(X\geq 1)=1-p(X=0)=\frac{9999940951}{10000000000}$

恰有3次取到黑球概率 $p(X=3)=C_{10}^3\left(\frac{3}{10}\right)^3\left(\frac{7}{10}\right)^7=\frac{66706983}{250000000}$