Vector Space

矩阵空间：由 $n\times n$ 维矩阵构成的线性空间称为矩阵空间，记为 $R^{n\times n}$

- 若记 M 为所有 3×3 矩阵构成的矩阵空间，则所有的 3×3 对称矩阵构成的矩阵空间 S 和 3×3 上三角矩阵构成的矩阵空间 U 都是 M 的子空间，显然他们的交也是 M 的子空间，事实上，S 与 U 的交即为所有 3×3 对角矩阵构成的矩阵空间。但 $S\cup U$ 不是线性空间，因为对加法不封闭。
  定义 $S+U=\{\alpha+\beta|\alpha\in S,\beta\in U\}$，显然 $S+U$ 是 M 的子空间，且 $S+U=M$.
- $\dim M=9, \dim S=6, \dim(S+U)=9, \dim(S\cap U)=3$，故

$$\dim S+\dim U=\dim(S+U)+\dim(S\cap U).$$

这就是维数公式。

S: symmetric 对称空间

U: upper triangular: 上三角空间

$S\cap U$：对称空间

Rank one Matrix

eg: $A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 2 & 8 & 10\end{bmatrix}$ $\dim C(A)=1=\dim C(A^T)$

1. 任何秩一矩阵可以写成

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$A = u \cdot v^T$ 的形式，$\text{rank} A = 1$，u, v 为列向量

2、秩1矩阵的集合不是线性空间，加法不封闭（两个秩1矩阵和的秩 may 为 2

3. 任何一个秩为 r 的矩阵可以写成 r 个秩1矩阵的和

$\boxed{\text{Small World Graph}}$

Graph = { Nodes, Edges }