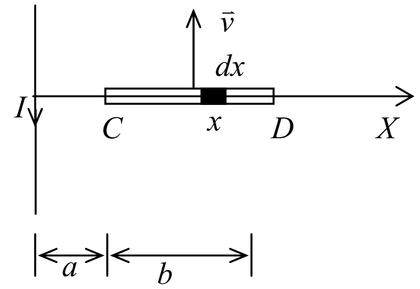
# 第 13 章  电磁感应

## 一、选择题

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1．C | 2．B | 3．D | 4．D | 5．B |
| 6．A | 7．A | 8．B | 9．C | 10．D |
| 11．C | 12．A | 13．B | 14．C | 15．D |
| 16．A | 17．D | 18．B | 19．D | 20．A |
| 21．A | 22．B | 23．D | 24．B | 25．C |
| 26．B | 27．C | 28．D | 29．B | 30．C |
| 31．C | 32．C | 33．D | 34．C | 35．D |

## 二、计算题

1． 解：建立坐标（如图）在 $CD$ 上取元长 d$x$，




则：

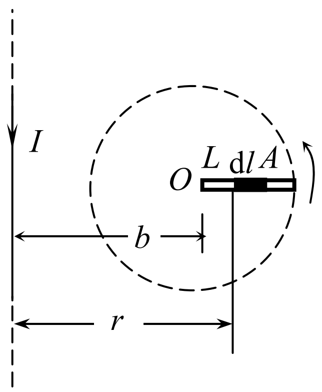
$$d\varepsilon = Bv\mathrm{d}x$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\varepsilon = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} v\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

感应电动势方向：$C\to D$，$D$ 端电势高。

2．解：无限长直导线在金属棒转动平面内激发的磁场是非均匀的，方向垂直纸面向外。




在金属棒上沿 $OA$ 方向任取一线元 d$\vec{l}$， d$\vec{l}$ 至 $O$ 点距离为 $l$、距无限长直导线距离为 $r$。由无限长直载流导线产生磁场的公式可知，该处的磁感应强度大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \text{（方向垂直纸面向外）}$$

当棒旋转至图示位置时，金属 $OA$ 上各线元的速度方向均垂直各线元沿平面向上，其夹角 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$，$(\vec{v}\times\vec{B})$ 的方向沿 $OA$ 方向，即 $(\vec{v}\times\vec{B})$ 与 $\mathrm{d}\vec{l}$ 间夹角为零。由于线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 速度大小 $v=\omega l$，所以 $\mathrm{d}\vec{l}$ 上的动生电动势大小为

$$\mathrm{d}\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\left(vB\sin\frac{\pi}{2}\right)\cdot\mathrm{d}l\cdot\cos 0^\circ=\omega Bl\mathrm{d}l$$

金属棒上总的动生电动势大小为

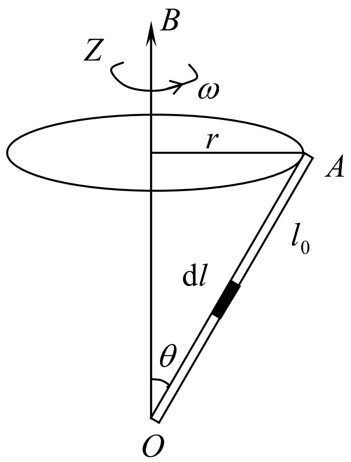
$$\varepsilon_{OA}=\int_L\mathrm{d}\varepsilon=\int_L(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_0^L\omega Bl\mathrm{d}l=\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi r}l\mathrm{d}l$$

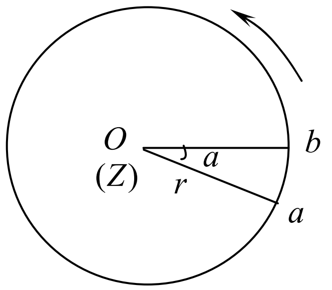
在上式中，$r$、$l$ 均为变量，必须先统一变量后才能进行积分。由图示可知，$l=r-b$，$\mathrm{d}l=\mathrm{d}r$，将其代放上式，故

$$\varepsilon_{OA}=\int_L\mathrm{d}\varepsilon=\int_b^{b+L}\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi r}(r-b)\mathrm{d}r=\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi r}\left(L-b\ln\frac{b+L}{b}\right)$$

由 $\varepsilon_{OA}>0$ 或由 $(\vec{v}\times\vec{B})$ 可知，电动势 $\varepsilon_{OA}$ 的方向从 $O$ 指向 $A$，即 $A$ 点电势高。

3． 解：用动生电动势公式求解。




如图所示，将金属棒看成为由许多线元组成，选取距 $O$ 点为 $l$，长度为 $\mathrm{d}l$ 的线元，动生电动势 $\mathrm{d}\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$，由题意分析可知，$\vec{v}$ 垂直于 $\vec{B}$，且 $v=\omega l\sin\theta$，而 $(\vec{v}\times\vec{B})$ 的方向与 $\vec{B}$ 方向垂直，与线元 $\mathrm{d}\vec{l}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{2}-\theta$，所以

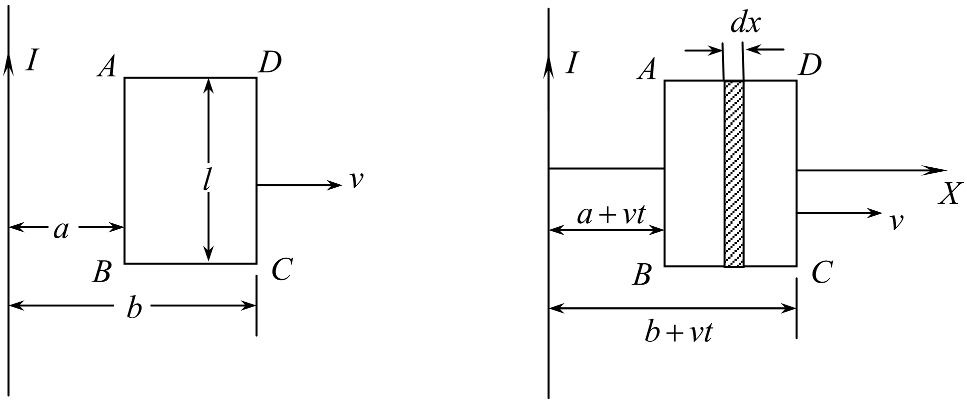
$$\mathrm{d}\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\omega l\sin\theta\cdot B\cdot\mathrm{d}l\cdot\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\omega lB\sin^2\theta\mathrm{d}l$$

对于整个金属棒来说，其电动势为

$$\varepsilon=\int\mathrm{d}\varepsilon=\int_0^{l_0}\omega lB\sin^2\theta\mathrm{d}l=\frac{1}{2}\omega Bl_0^2\sin^2\theta$$

结果表明 $\varepsilon>0$，即与 $(\vec{v}\times\vec{B})$ 的方向一致，即 $A$ 端电势高于 $O$ 端电势，电动势 $\varepsilon$ 的方向由 $O$ 指向 $A$。

4．解：由于 $I$ 为稳恒电流，所以它在空间各点产生的磁场为稳恒磁场。当矩形线圈 $ABCD$ 运动时，不同的时刻通过线圈的磁通量发生变化，故有感应电动势产生。取坐标系如图（a）所示。




设矩形线圈以速度$\bar{v}$以图示位置开始运动，则经过时间 $t$ 之后，线圈位置如图（b）所示，取面积元$\mathrm{d}S = l\mathrm{d}x$，距长直导线的距离为 $x$，按无限长直载流导线的磁感应强度公式知，该面积元处$\bar{B}$的大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

通过该面积元的磁通量为

$$\mathrm{d}\phi = B\mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l\mathrm{d}x$$

于是通过线圈的磁通量为

$$\phi = \int \mathrm{d}\phi = \int_{a+vt}^{b+vt} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

由法拉第电磁感应定律可知，$N$ 匝线圈内的感应电动势为

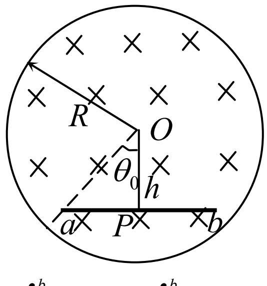
$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 NIl}{2\pi}\frac{a+vt}{b+vt}\left[\frac{(a+vt)v-(a+vt)v}{(a+vt)^2}\right]$$

令 $t = 0$，并代入数据，则得线圈刚离开直导线时的感应电动势

$$\varepsilon = -N\left.\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = \frac{\mu_0 NIvl}{2\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{\mu_0 NIvl(b-a)}{2\pi ab} = 3.0\times10^{-3}\ \mathrm{V}$$

按楞次定律可知$\varepsilon$的方向为图（b）中的顺时针方向。

5．解：用$\varepsilon = \int_a^b \bar{E}_\mathrm{V}\cdot\mathrm{d}\bar{l}$ 求解。




$$\varepsilon = \int_a^b \bar{E}_\mathrm{V}\cdot\mathrm{d}\bar{l} = \int_a^b E_\mathrm{V}\mathrm{d}l\cos\theta$$

因为：$r \le R$ 时，$E_\mathrm{V} = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}r = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{h}{\cos\theta}$

$$\mathrm{d}l = \mathrm{d}(h\tan\theta) = h\mathrm{d}(\tan\theta)$$

所以

$$\varepsilon = \int_a^b \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\frac{h}{\cos\theta}\cdot\cos\theta\cdot h\mathrm{d}(\tan\theta) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}h^2\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\mathrm{d}(\tan\theta) = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}h^2\tan\theta_0$$

6．解：（1）由于系统具有轴对称性，可求出感生电场。在磁场中取圆心为 $O$，半径为 $r\,(r<R)$ 的圆周，根据感生电场与变化磁场之间的关系

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{V}}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

可得

$$E_{\mathrm{V}}\cdot 2\pi r = -\pi r^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = -\pi r^2 k$$

有

$$E_{\mathrm{V}} = -\frac{r}{2}k\ \ (r<R)$$

由楞次定律可以判定感生电场为逆时针方向。

（2）用法拉第电磁感应定律求解。连接 $\overline{Oa}$ 、$\overline{Ob}$ 和 $\overline{Oc}$ ，在回路 $OabO$ 中,穿过回路所围面积的磁通量为

$$\phi = -BS = -\frac{1}{2}lBh = -\frac{1}{2}lB\sqrt{R^2-\frac{l^2}{4}}$$

则

$$\varepsilon_1 = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}l\sqrt{R^2-\frac{l^2}{4}}\cdot\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}lk\sqrt{R^2-\frac{l^2}{4}}$$

而

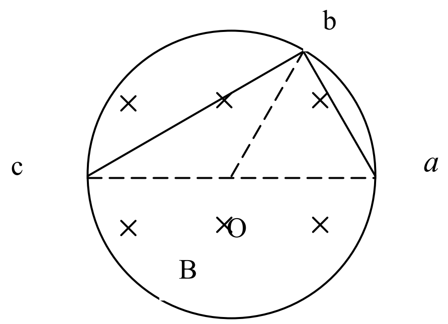
$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bO} + \varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{ab}$$

所以

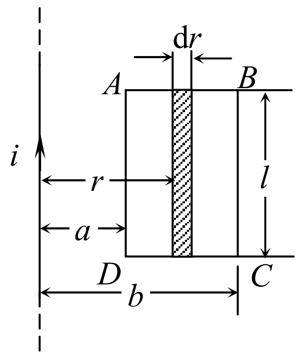
$$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_1 = \frac{1}{2}lk\sqrt{R^2-\frac{l^2}{4}}$$

方向由 $a$ 指向 $b$。

同理可得：$\varepsilon_{bc} = \dfrac{1}{2}lk\sqrt{R^2-\dfrac{l^2}{4}}$ ，方向由 $b$ 指向 $c$。




7．解：




（1）无限长直导线中通有交变电流，其周围空间产生交变磁场，根据无限长直载流导线产生磁场的公式可知，此交变磁场的磁感应强度的表达式为

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\sin\omega t$$

在距导线 $r$ 远处，取面元 $l\mathrm{d}r$，穿过该面元的磁通量为

$$\mathrm{d}\phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=B\cos\theta\mathrm{d}S=B\mathrm{d}S=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\sin\omega t\cdot l\mathrm{d}r$$

在 $t$ 时刻穿过回路 $ABCD$ 的磁通量为

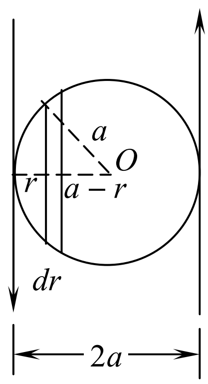
$$\phi=\int\mathrm{d}\phi=\iint_{(S)}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_a^b\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\sin\omega t\cdot l\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi}(\ln\frac{a}{b})\sin\omega t$$

（2）根据法拉第电磁感应定律，将 $\phi$ 对时间 $t$ 求导数，得回路 $ABCD$ 中的感应电动势

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0 I_0\omega l}{2\pi}(\ln\frac{a}{b})\cos\omega t$$

其方向作周期性变化。

8．解：




由题意可知，两平行长直导线中电流 $I$ 相同而反向，可视为在无限远连通的闭合回路。设两平行长直导线构成的闭合载流回路所产生的磁场通过圆环的磁通量为 $\phi$。则 $\phi$ 与 $I$ 之比即为系统的互感系数。如图所示，设在无限远连通的两平行直导线构成的闭合回路中的电流为 $I$，则在此闭合回路平面中，由无限长载流直导线产生磁场的公式可知，与其中一根长直载流导线相距为 $r$ 处的磁场为

$$B(r)=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{2a-r}\right)$$

$\vec{B}(r)$ 的方向垂直于纸面向外。因此，通过半圆环 $S'$ 的磁通量为

$$\phi' = \int_{S'} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2a-r}\right) 2\sqrt{a^2-(a-r)^2}\,dr = \mu_0 I a$$

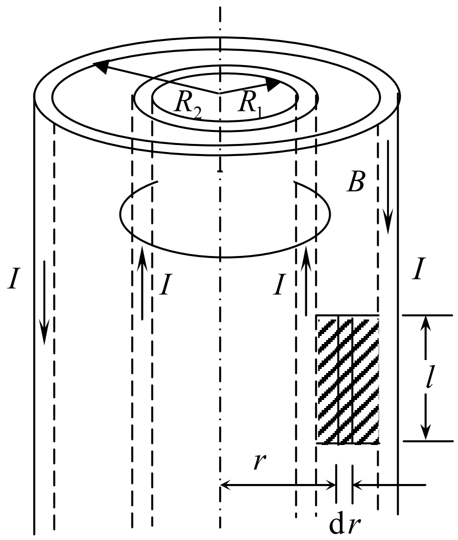
通过整个圆环面的磁能量为

$$\phi = 2\phi' = 2\mu_0 I a$$

由互感系数的定义，两平行无限长导线与嵌在其间的圆环之间的互感系数为

$$M = \frac{\phi}{I} = 2\mu_0 a$$

9．解：




因二筒上的电流等值反向，这就构成了一个电流回路。此电流系统的磁场仅分布在二筒之间，磁感应强度的大小为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

由磁通量关系式可得图中阴影部分所示长度为 $l$ 的矩形上的磁通量为

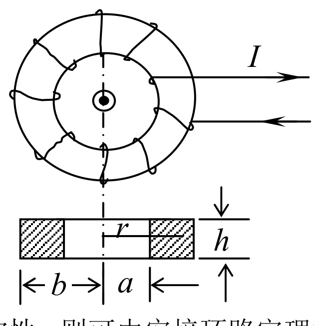
$$\phi = \int_{R_1}^{R_2} Bl\,dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l\,dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

代入自感系数的定义式，二筒单位长度上的自感系数为

$$L = \frac{\phi / I}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$L = \frac{\Phi / I}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

10．解：




（1）由于螺绕环具有轴对称性，则可由安培环路定理求出螺绕环内部的磁感应强度 $B$。

在环内取半径为 $r$ 的圆，圆周上各点 $B$ 相等，由安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 NI$$

得 $B = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$，$\vec{B}$ 的方向由右手法则确定。穿过螺绕环的磁通链

$$\psi = N\int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 N^2 hI}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

所以自感系数 $L = \dfrac{\psi}{I} = \dfrac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\dfrac{b}{a}$。

（2）无限长直电流 $I_1$ 的磁场 $B = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$，则螺绕环中的磁通链

$$\psi_{21} = N\int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = N\int_a^b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 NhI_1}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

所以互感系数为 $M = \dfrac{\psi_{21}}{I_1} = \dfrac{\mu_0 Nh}{2\pi} \ln\dfrac{b}{a}$。

## 三、问答题

1.（1） 起源不同：静电场由静止电荷激发；而涡旋电场则起源于变化的磁场。

（2）性质不同：静电场是有源无旋场（电场线不闭合，有头有尾），从而静电场是保守力场（势场）；涡旋电场是无源有旋场（电场线闭合，无头无尾），从而涡旋电场是非保守场（无势场）。