

南京信息工程大学期末考试试卷A卷

2018-2019 学年第 1 学期
课程名称 离散数学 (闭卷)
考试时间 120 分钟 班级
学号
课号
适用班级
姓名

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	成绩
满 分	12	12	20	14	14	14	14			100
得 分										
评卷人										

一. 单项选择题: (每小题 2 分, 共 12 分)

1. 设 r 是任意实数, $P=\{x|(x+r)^2\leq 4\}$, $Q=\{x|x^2+16\geq 5\}$, 则最合理的答案是:
()

A. $Q\subset P$; B. $Q\subseteq P$; C. $P\subset Q$; D. $P\subseteq Q$.

2. 已知集合 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系 R 的关系矩阵 $M_R=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$,
,

则 R 的关系图是:

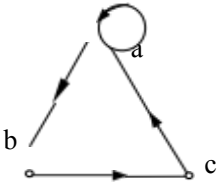
A.



B.

b

D.



3. 两个命题变元 p, q 的极小项是: ()

A. $\neg p \vee q$; B. $\neg p \wedge q$; C. $p \vee \neg p \vee q$; D. $p \wedge \neg p \wedge q$.

4. 谓词公式 $\exists x F(x,y) \wedge \forall x (G(x,z) \rightarrow \exists y H(x,y,z))$ 中量词 x 的辖域是:
()

A. $x G(x,z) \rightarrow \exists y H(x,y,z)$;

B. $G(x,z) \rightarrow \forall y H(x,y,z)$;

C. $G(x,z) \rightarrow \exists x \forall y H(x,y,z)$;

D. $G(x,z)$ 。

5. 下列整数序列中, 哪个可以是无向简单连通图的度数序列?

()

A. 1, 2, 3, 3;

B. 1, 2, 3, 4;

C. 1, 2, 2, 3;

D. 1, 3, 3, 3。

6. 在自然数集 N 上, 下列运算中可结合的是:

()

A. $a*b=a-b$;

B. $a*b=\max(a, b)$;

C. $a*b=a+2b$;

D. $a*b=|a-b|$ 。

二. 填空题: (每个空 2 分, 共 12 分)

1. 若命题公式 A 的真值表有 1024 行, 则 A 含有_____个命题变项。

2. 设个体域为 $\{a,b,c\}$, 消去以下谓词公式中的量词:

$\exists x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \Leftrightarrow$ _____。

3. 设 $A=\{\emptyset, 1\}$, 则 $P(A)=$ _____。

4. 设 $A=\{a, b, c, d\}$, $R=\{<a, b>, <b, a>, <b, c>, <c, c>, <d, d>\}$, $S=\{<a, c>, <b, c>, <d, b>\}$, 则 $R \circ S =$ _____。

5. 设无向连通图 G 有 6 个顶点, 总度数为 20, 则从 G 中删去_____条边后得到生成树。

6. 设 $A=\{a, b, c\}$, $G=P(A)$, $*$ 是集合的环和运算 \oplus , 则代数系统 $\langle G, * \rangle$ 是群, 且 $\{a\}^* = \{b\}$ 。

三. 判断题: (正确的打 \checkmark , 错误的打 \times 。每小题 2 分, 共 20 分)

1. 设 A, B 均为集合, 且 $A \times B = B \times A$, 则 $A=B$ 。 ()

2. 设 R 是集合 A 上自反的二元关系, 则 $R \circ R \subseteq R$ 。 ()

3. 设 R 是集合 A 上的偏序关系, 则 R^{-1} 也是 A 上的偏序关系。 ()

4. 设 A 是非空集, $f: A \times A \rightarrow A \times A$, $x, y \in A$, $f(<x, y>) = <y, x>$ 。则 f 是双射。 ()

5. “若 $1+1=3$, 则太阳从西边出来。”是真命题。 ()

6. 若命题公式 A 不是永真式, 则 $\neg A$ 是永真式。 ()

7. $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$ 。 ()

8. 无向简单图 G 的补图不能与 G 同构。 ()

9. K_n ($n \geq 3$) 既是欧拉图又是哈密顿图。 ()

10. 设 A 是集合, 则 $\langle P(A), \cup \rangle$ 是独异点。 ()

四. 证明题: (14 分)

设 R 和 S 都是非空集合 A 上的等价关系。试证:

(1) $R \cap S$ 是 A 上的等价关系;

(2) 对 $a \in A$, $[a]_{R \cap S} = [a]_R \cap [a]_S$ 。

五. 证明题: (14 分)

符号化下列推理, 并用构造证明法证明之:

如果今天是星期六, 则我们要到公园或到商店。如果公园的游人太多,

我们就不去公园。今天是星期六，公园人太多，所以我们去商店。

六. (14分)

1. 设 $\langle S, * \rangle$ 是独异点, $G = \{a | a \in S, a \text{ 可逆}\}$ 。试证明: $\langle G, * \rangle$ 是群。
2. 设 $S = \{0, 1, 2, \dots, 7, 8\}$, $*$ 是定义在 S 上的模 9 乘法, 即 $a, b \in S, a * b = (ab) \pmod{9}$, 则 $\langle S, * \rangle$ 是独异点。
 (1) 求 $G \subseteq S$, 使得 $\langle G, * \rangle$ 是 $\langle S, * \rangle$ 中最大的群(无需证明)。
 (2) 写出 $\langle G, * \rangle$ 的两个非平凡子群(无需证明)。

七. (14分)

设有两个图 G_1 和 G_2 如下:

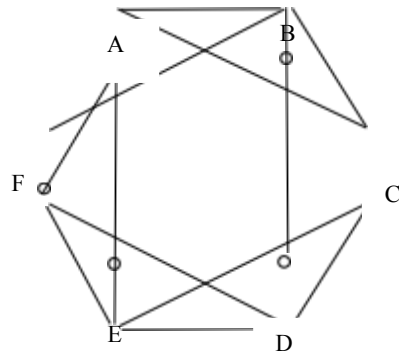


图 G_1

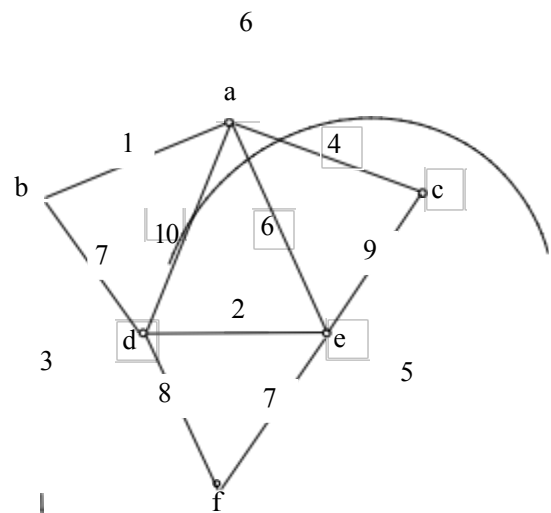


图 G_2

- (1) 画出图 G_2 的一棵最小生成树。
- (2) 证明图 G_1 和图 G_2 同构(只需正确填写下表, 要按提示: A 对应 a, B 对应 b)。

G_1 的顶点	A	B	C	D	E	F
G_2 中对应的顶点	a	b				

- (3) 图 G_1 是欧拉图吗? 如果是, 则写出一条欧拉回路, 要求: 以顶点 A 为始点和终点, 以 $A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow A$ 的形式表示; 否则, 说明理由。