

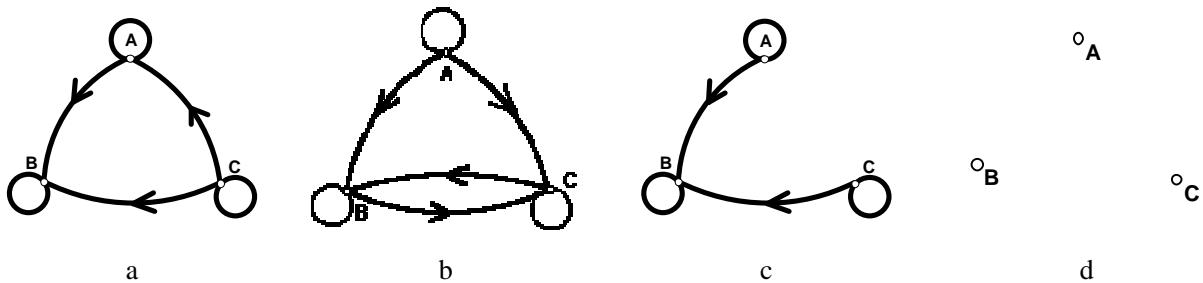
# 离散数学练习题

## 一、填空题

1. 命题  $Q \rightarrow P$  的真值为 0, 当且仅当 \_\_\_\_\_。
2. 构造公式  $R \wedge (S \vee R) \rightarrow S$  的真值表 \_\_\_\_\_。
3. 仅用  $\wedge$  和  $\neg$  写出下列表达式的等价形式
  - a)  $\neg P \vee Q \rightarrow \neg R \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_
  - b)  $Q \vee P \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_
4. 仅用  $\vee$  和  $\neg$  写出下列表达式的等价形式
  - a)  $(A \vee B) \rightarrow (C \vee D) \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_。
  - b)  $\neg A \rightarrow (D \rightarrow \neg E) \Leftrightarrow$  \_\_\_\_\_
5. 公式 A 有三个命题变元 P、Q、R 组成, 其主析取范式为  $A \Leftrightarrow m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6$ , 则其主合取范式为: \_\_\_\_\_
6. 公式 A 有三个命题变元 P、Q、R 组成, 其主合取范式为  $A \Leftrightarrow M_0 \wedge M_1 \wedge M_3 \wedge M_5 \wedge M_6$ , 则其主析取范式为: \_\_\_\_\_。
7. 设解释 I 如下:  $D=\{n, m\}$ 

P(n, n)	P(n, m)	P(m, n)	P(m, m)
1	1	0	0
8. 确定下列各式的真值:  
 $\exists x P(x, m) \quad \underline{\quad}; \quad \forall y P(n, y) \quad \underline{\quad}; \quad \forall x \forall y P(x, y) \quad \underline{\quad}.$   
 $\exists x P(x, n) \quad \underline{\quad}; \quad \forall y P(m, y) \quad \underline{\quad}; \quad \forall x \exists y P(x, y) \quad \underline{\quad}.$
9. 谓词合式公式  $\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$  的前束范式为 \_\_\_\_\_。
10. 某集合有 101 个元素, 则有 \_\_\_\_\_ 个子集的元素为奇数。
11. 某班有 32 个学生, 其中 14 个人选择艺术, 7 个人选择生物, 6 个人选择音乐, 三门课都选的有 2 人, 问这三门课都没选的至少有 \_\_\_\_\_ 人?
12. 设全集  $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ ,  $A=\{1,2,3,5,6\}$ ,  $B=\{2,4,6,8,9\}$ ,  
则:  $\bar{A} \cap B =$  \_\_\_\_\_,  $B \oplus A =$  \_\_\_\_\_,  
 $A \otimes B =$  \_\_\_\_\_;  $(A \cup B) - B =$  \_\_\_\_\_,  
 $(A \cup B) - (B \cap C) =$  \_\_\_\_\_
13.  $A = \{a, \Phi\}$ ,  $r(A) =$  \_\_\_\_\_。
14.  $A = \{1\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $A^2 \times B =$  \_\_\_\_\_  
 $r(A) \times B =$  \_\_\_\_\_

15. 请说出以下三个二元关系是否满足自反性、反自反性、对称性、反对称性和传递性。



(a): \_\_\_\_\_

(b): \_\_\_\_\_

(c): \_\_\_\_\_

(d): \_\_\_\_\_

16. 设  $A=\{a,b,c,d,e\}$ ,  $A$  上的二元关系:  $R=\{<a,a>,<a,b>,<b,d>,<d,a>,<c,c>\}$ ,

则  $\bar{R}=\underline{\hspace{10cm}}$

$R^1 \bullet R=\underline{\hspace{10cm}}$

$r(R)=\underline{\hspace{10cm}}$

$s(R)=\underline{\hspace{10cm}}$

$t(R)=\underline{\hspace{10cm}}$

$M_{r(R)}=\underline{\hspace{2cm}} M_{s(R)}=\underline{\hspace{2cm}} M_{t(R)}=\underline{\hspace{2cm}}$

17. 给定集合  $S=\{a,b,c,d\}$ ,  $S$  上的等价关系  $R$  能产生划分  $\{\{a,b\},\{c,d\}\}$ ,

则  $R=\underline{\hspace{10cm}}$

18. 指出下列映射是单射、满射、双射还是既非单射也非满射:

a)  $f, g$  均为双射函数, 则  $f \bullet g$  为  $\underline{\hspace{10cm}}$ 。

b)  $f: R \rightarrow R^+, f(x)=1+\ln x$   $\underline{\hspace{10cm}}$ 。

c)  $f: R \rightarrow R_+, f(x)=|x|$  ( $R_+$  表示不小于 0 的实数),  $\underline{\hspace{10cm}}$ 。

d) 设  $A=\{0,1,2\}$ ,  $B=\{0,1,2,3\}$ ,  $f: A \rightarrow B, f(x)=x^2$   $\underline{\hspace{10cm}}$ 。

e)  $f: R \rightarrow R, f(x)=x/2+5$   $\underline{\hspace{10cm}}$ 。

19. 设图  $G = \langle V, E \rangle$  中有 6 个结点, 各结点的度数分别为 2, 2, 3, 4, 5, 6,

则  $G$  中有  $\underline{\hspace{2cm}}$  条边。

20. 给定如图所示的二元树:

(1) 按先根次序遍历访问结点的顺序为：

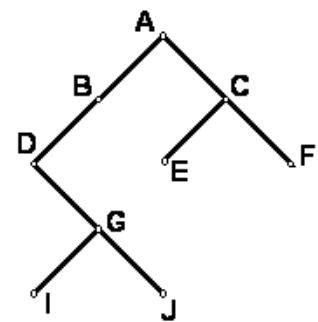
\_\_\_\_\_；

(2) 按中根次序遍历访问结点的顺序为：

\_\_\_\_\_；

(3) 按后根次序遍历访问结点的顺序为：

\_\_\_\_\_；



## 二、命题符号化

适当假设后，用谓词和量词将下列命题符号化：

21. 李华不是教授。
22. 没有不犯错误的人。
23. 存在一些素数是偶数。
24. 不是所有的哺乳动物都是胎生的。
25. 有的电脑可以上网。
26. 所有的禽类都会飞。
27. 有些人对某些药品过敏。
28. 参加考试的人不一定取得好成绩。
29. 所有猫都是动物，但有些动物不是猫。
30. 存在一列火车比所有的汽车跑的慢。

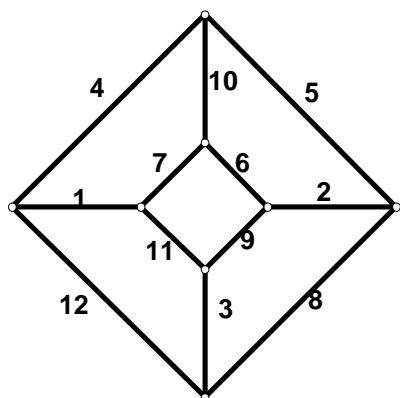
## 三、按要求画出以下两个图形

31. 用有序树表示命题公式：  $(P \wedge Q) \leftrightarrow R \rightarrow (S \vee \neg P)$

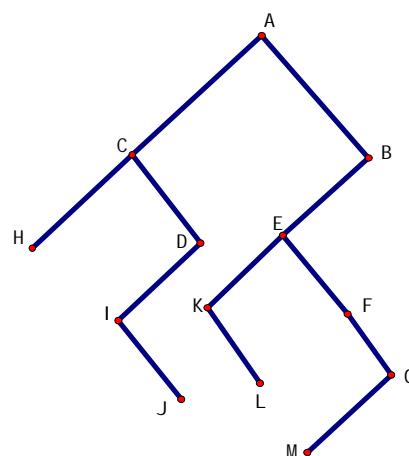
32. 用克鲁斯克尔算法求出 G1 的最小生成树。

33. 将 T1 所示的二叉树转换为等价的普通的树或树林。

34. 将 T1 所示的普通的树转换为等价的二叉树。



G1



T1

#### 四、证明题

35. 已知前提:  $A \rightarrow B \vee C, B \rightarrow \neg A, D \rightarrow \neg C$  证明结论:  $A \rightarrow \neg D$ 。

36. 在命题逻辑中, 构造一个证明过程来证明以下推理是成立的:

今天或者天晴或者下雨。如果天晴, 我去看电影; 若我去看电影, 我就不看书。故我在看书时, 说明今天下雨。

37. 符号化一下命题, 并用演绎方法证明上面推理:

“所有的有理数都是实数, 所有的无理数也是实数, 虚数不是实数。因此, 虚数既不是有理数, 也不是无理数。”;

(设:  $Q(x)$ :  $x$  是有理数,  $R(x)$ :  $x$  是实数,  $N(x)$ :  $x$  是无理数,  $C(x)$ :  $x$  是虚数。)

38. 设  $R$  和  $S$  都是非空集合  $A$  上的等价关系。

证明  $R \cap S$  也是集合  $A$  上的等价关系。

39. 设  $R$  是非空集合  $A$  上的二元关系, 对于所有的  $a, b, c \in A$ , 若  $\langle a, b \rangle \in R$ ,

$\langle b, c \rangle \in R$ , 则  $\langle c, a \rangle \in R$ , 试证明, 若  $R$  自反, 则必有  $R$  为  $A$  上的等价关系。

40. 试证明: 在任何一棵树  $T(n, m)$  中至少有两片树叶 ( $n \geq 2$ )

#### 五、计算题

41. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 15\}$ ,  $R$  是  $A$  上的整除关系,

(1) 画出偏序集  $(A, R)$  的哈斯图;

(2) 写出集合  $A$  的最大元, 最小元, 极大元, 极小元。

(3) 写出  $A$  的子集  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  的上界, 下界, 最小上界  $\text{lub}$ , 最大下界  $\text{glb}$ ;

(4) 写出  $A$  的子集  $C = \{1, 3, 5, 15\}$  的上界, 下界, 最小上界  $\text{lub}$ , 最大下界  $\text{glb}$ ;

42. 在下图中用迪克斯特拉算法求从  $a$  到  $z$  最经济道路的长度以及该道路所经过的结点。(要求写出计算过程)

