

南京信息工程大学 试卷

2019 — 2020 学年 第 2 学期 离散数学 课程试卷 (A 卷)

本试卷共 6 页; 考试时间 120 分钟; 任课教师 _____; 出卷时间 2020 年 6 月

_____ 学院 _____ 专业 _____ 班

学号 _____ 姓名 _____ 得分 _____

一、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 设 E 是非空集合 X 上的全域关系, 则 E 具有那些性质: _____。
2. 设集合 $A = \{a, b, c\}, B = \{a, c\}$, 则 $\rho(A) - \rho(B) =$ _____。
3. 若给命题变元 P, Q 赋值 0, 给命题变元 R, S 赋值 1, 则命题公式 $(P \wedge (Q \vee R)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (R \wedge S))$ 的真值为 _____。
4. 设集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = I_X \cup \{<1, 2>, <2, 1>, <3, 4>, <4, 3>\}$ 为 X 上的等价关系, 则集合 X 在 R 下的商集 $X/R =$ _____。
5. 设一元谓词 $P(x): x \leq 3, Q(x): x > 5$, 那么在个体域 $\{-2, 3, 6\}$ 下, 命题公式 $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$ 的真值为 _____。
6. 设个体域为 $\{1, 2\}$, 则谓词公式 $(\forall x)(F(x) \wedge (\exists y)G(y))$ 消去量词后, 可为 _____。
7. 实数集上的函数 $f(x) = 2x^2 + 1$, 则 $f \circ f(x) =$ _____。
8. 设 $X = \{2, 3, 4, 6\}$, X 上的二元关系 $R = \{<x, y> \mid x \in X \wedge y \in X \wedge x \text{ 整除 } y\}$, 请用列举法写出 $R =$ _____。
9. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 上的二元关系 $R = \{<1, 2>, <2, 2>, <2, 3>\}$, 则 $tr(R) =$ _____。
10. 设 R 是 X 上的二元关系, R 是反对称的当且仅当 $R \cap R^{-1} \text{ ______ } I_X$ 。

二、选择题（每小题 2 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
判断												

1. 下列语句中，（ ）是命题。

(A) 全体起立！ (B) 2080 年 10 月 1 日天气晴朗；

(C) $x+5 > 0$; (D) 现在开会吗？

2. 下列命题公式中，（ ）不是永真式。

(A) $P \rightarrow (P \vee Q \vee R)$ (B) $(P \rightarrow \neg P) \rightarrow \neg P$

(C) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$ (D) $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$

3. 命题公式 $(\exists x) A(x) \rightarrow B$ 的前束范式是（ ）。

(A) $(\forall x) (A(x) \vee B)$ (B) $(\forall x) (A(x) \rightarrow B)$

(C) $(\exists x) (A(x) \rightarrow B)$ (D) $(\exists x) (A(x) \vee B)$

4. 设集合 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ， X 上的二元关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in X \wedge x+y=8 \}$ ，则 R 具有下列哪个性质（ ）。

(A) 自反性； (B) 反自反性； (C) 对称性； (D) 反对称性

5. 设 P : 你努力， Q : 你失败，则命题“只要你努力，就不会失败”和命题“虽然你努力了，但还是失败了”分别符号化为（ ）

(A) $P \rightarrow \neg Q, P \rightarrow Q$ (B) $\neg Q \rightarrow P, P \rightarrow Q$

(C) $P \rightarrow \neg Q, P \wedge Q$ (D) $\neg Q \rightarrow P, P \vee Q$

6. 设 $F(x)$ 为“ x 是宴席”， $M(x)$ 为“ x 是不散的”，则命题“没有不散的宴席”的谓词公式是（ ）。

(A) $\neg \exists x (F(x) \wedge M(x))$ (B) $\forall x (F(x) \rightarrow M(x))$

(C) $\exists x (\neg (F(x) \wedge M(x)))$ (D) $\neg \forall x (F(x) \wedge M(x))$

7. 公式 $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ 的成真赋值个数为（ ）。

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

8. 设集合 $A=\{1,2,3\}$, A 上的关系 $R=\{<1,1>, <2,2>, <2,3>, <3,1>, <2,1>\}$,

则 R 具有()。

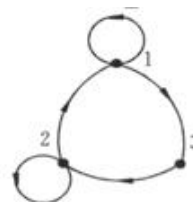
- (A)自反性 (B)传递性 (C)对称性 (D)反自反性

9. 设 $S=\{1,2,3\}$, R 是 S 上的二元关系, 其关系图为

则 R 具有 ()。

- (A) 反自反性 (B) 对称性

- (C) 反对称性 (D) 传递性



10. 设 R 是 $X=\{1,2,3,4\}$ 上的二元关系, 其关系矩阵为 $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则关系

R 的传递闭包 $t(R)$ 的关系矩阵为 ()。

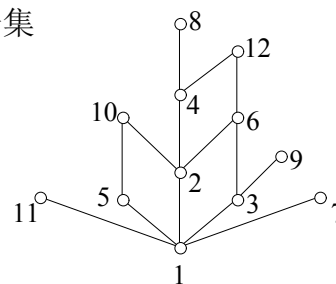
- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. 设偏序集合 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图如右图所示, 若 A 的子集

$B = \{2, 3, 6, 12\}$, 则下列结论错误的是()。

- (A) 12 是 B 的上界 (B) 1 是 B 的下界

- (C) 2 是 B 的最小元 (D) 3 是 B 的极小元

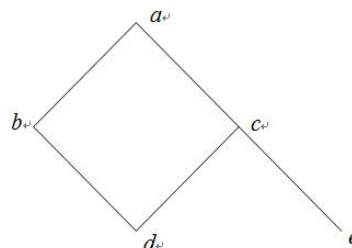


12. 设集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$, 偏序集合 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图如右图所示,

下列关系式为真的是 ()。

- (A) $\langle a,b \rangle \in R$ (B) $\langle c,e \rangle \in R$

- (C) $\langle d,e \rangle \in R$ (D) $\langle d,a \rangle \in R$



三、推理证明 （每小题 8 分，共 16 分）

1. 证明： $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow F \Rightarrow A \rightarrow F.$

2. 证明： $\neg \forall x F(x), \forall x ((\neg F(x) \vee G(x)) \rightarrow H(x)) \Rightarrow \exists x H(x).$

四、(10 分) 已知命题公式 $A = (\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)$ ，求 A 的主析取范式和主合取范式。

五、设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ，A 上的二元关系 $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \}$ ，

(1) (4 分) 求 R 的关系矩阵 M_R 和关系图。

(2) (6 分) 求 $r(R), s(R), t(R)$ 。

六、设集合 $A = \{a, b, c\}$ ，偏序关系 “ \subseteq ” 为幂集 $\rho(A)$ 上的包含关系。

(1) (4 分) 画出偏序集 $\langle \rho(A), \subseteq \rangle$ 的哈斯图；

(2) (6 分) 若集合 $B = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}\}$ ，求 B 的极元、最元、上界、上确界。

七、(10 分) 设集合 $A = \{a, b, c, d, e\}$ ，且 $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d, e\}\}$ 是集合 A 的一个划分，

求该划分所诱导的等价关系 R ，并画出 R 的关系图？