

南京信息工程大学期末考试试卷A卷

2019-2020 学年第1 学期
课程名称 离散数学 (闭卷)
考试时间 120 分钟 班级

课号
适用班级
学号 姓名

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	成绩
满 分	14	16	16	12	14	14	14			100
得 分										
评卷人										

一. 单项选择题: (每小题 2 分, 共 14 分)

1. 设 R 、 S 都是集合 A 上的等价关系, 则以下哪个关系一定是等价关系?
()

A. $R \cup S$; B. $R \cap S$; C. $A \times A - R$; D. $R \circ S$.

2. 设 $f: A \rightarrow B$ 是单射函数, 且 A 、 B 均为有限集, 试选择最合适的答案:
()

A. $|A| \leq |B|$; B. $|A| \geq |B|$;
C. $|A| = |B|$; D. $|A|$ 和 $|B|$ 的关系不确定。

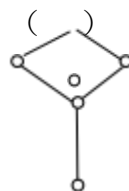
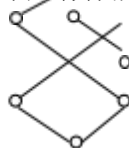
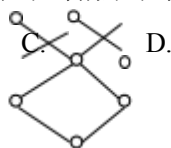
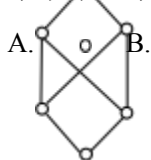
3. 设 p 、 q 、 r 均为命题, 则 “若 p 则 q , 否则 r ” 可以表示为: ()

A. $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$; B. $(p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow r)$;
C. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow r)$; D. $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow r)$ 。

4. 以下 4 个蕴涵式中, 哪个是永真蕴涵式? ()

A. $(\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$;
B. $x(A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B)$, 其中 x 不在 B 中自由出现;
C. $x(A(x) \wedge B(x)) \rightarrow (\exists x A(x) \wedge (\exists x) B(x))$;
D. $(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \vee (\forall x) B(x))$ 。

5. 在以下 4 个哈斯图表示的偏序集中, 哪一个是有补格? ()

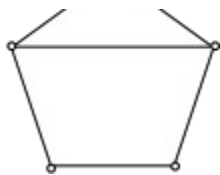


6. 以下关于无向树的命题中, 正确的是: ()

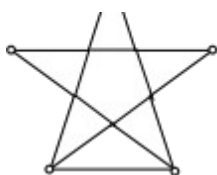
A. 若 n 阶无向简单图 G 的边数 $m = n - 1$, 则 G 一定是树;
B. 若 G 为无向图, 则 G 必有生成树;
C. 任一棵树 T 至少有两片树叶;

D. 非平凡树中最长初级通路的端点都是树叶。

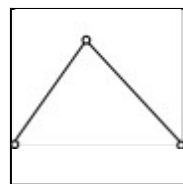
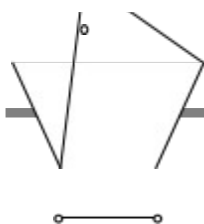
7. 以下 4 个图中，与其余 3 个均不同构的图是： ()



(1)



(2)



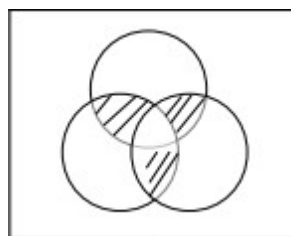
(3)

(4)

A. (1); B. (2); C. (3); D. (4)。

二. 填空题： (每个空 2 分， 共 16 分)

1. 在右图所示文氏图中，三个大圆分别表示集合 A、B 和 C (上、左下、右下)，则阴影部分所表示的集合为



2. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle \}$, $S = \{ \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle, \langle d, b \rangle \}$, 则 $R \circ S^{-1} =$, $R \circ S^{-1}$ 具有性质 (从自反性, 反自反性, 对称性, 反对称性, 传递性中 选, 可选多个, 若一个性质都没有, 则填“无”) :

3. 设命题公式 A 中的命题变元为 p, q, r , A 的成真赋值为 $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, 则 A 的主析取范式中共有 个极大项。

4. 设 $\langle S, \circ \rangle$ 及 $\langle T, * \rangle$ 均为代数系统, 若函数 $f: S \rightarrow T$ 使得对 S 中任意元素 x, y 均成立 $f(x \circ y) = f(x) * f(y)$, 且 , 则称 f 是 $\langle S, \circ \rangle$ 到 $\langle T, * \rangle$ 的满同态。

5. 群 $\langle N_6, \oplus_6 \rangle$ (其中 $N_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, \oplus_6 为模 6 加法) 的 3 阶子群 H 为 { }, 商群 $N_6/H = \{ \}$ 。

6. 设集合 $S = \{n \mid n \text{ 是某个 } (n, m) \text{ 图 } G \text{ 的顶点数, 且 } m=50, \text{ 且 } G \text{ 为无向连通简单图}\}$, 则集合 S 的下确界为 , 上确界为

三. 判断题： (正确的打 \checkmark , 错误的打 \times 。每小题 2 分， 共 16 分)

1. 设 A, B 均为集合, 且 $A \times B = B \times A$, 则 $A = B$ 。 ()

2. 设 R 是集合 A 上的二元关系, 则 $t(t(R)) = t(R)$ 。 ()

3. 设 R 是非空集 A 上的二元关系, 则 R 不可能既是等价关系又是偏序关系。

()

4. 基本等值式 $A \vee 1 \Leftrightarrow 1$ 称为同一律。 ()
5. 在谓词公式中, 同一变元可以既自由出现, 又约束出现。 ()
6. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个 12 阶群, $a \in G$ 。则 a 的阶可以是 5。 ()
7. 设 $\langle L, \vee, \wedge \rangle$ 是一个格, 则 \vee 和 \wedge 必然满足交换律, 结合律和分配律。 ()

()

8. $K_{3,3}$ 是平面图。

()

四. 证明题: (12 分)

设函数 $f: A \rightarrow B$ 为满射, 函数 $g: B \rightarrow C$ 定义为, $y \in A$,

$$g(y) = \{x | x \in A \wedge f(x) = y\},$$

试证明: 函数 g 是单射。

五. 证明题: (14 分)

利用等值演算证明以下逻辑等值式, 每一步都要写明引用的运算律 (基本等值式)。

$$\neg(p \leftrightarrow (q \rightarrow (r \vee p))) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg(q \wedge \neg r).$$

六. (14 分)

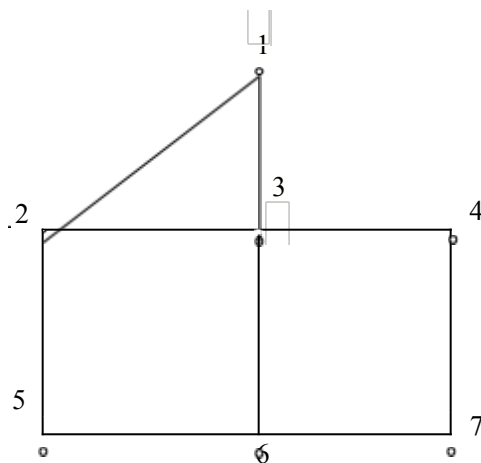
设 Q 是有理数集, $G = Q - \{-1/2\}$, 二元运算为 $a * b = a + b + 2ab$ 。

(1) 证明 $\langle G, * \rangle$ 是 Abel 群。

(2) 证明 $\langle G, * \rangle$ 有非平凡的有限子群。

七. (14 分)

图 G 如下。



1. 写出 G 的邻接矩阵 $A(G)$ 。
2. 图 G 是欧拉图吗? 若是, 写出欧拉回路; 若不是, 说明理由。
3. 图 G 是哈密顿图吗? 若是, 写出哈密顿回路; 不是, 说明理由。

