

第2章 质点动力学

一、选择题

1、B 2、A 3、D 4、B 5、C 6、D 7、C 8、A 9、D 10、D

二、计算题

1、解：质点作直线运动，根据牛顿第二定律，有

$$120t + 40 = m \frac{dv}{dt}$$

分离变量并积分

$$\int_{6.0}^v dv = \int_0^t (12t + 4) dt \quad \text{得 } v = 6t^2 + 4t + 6$$

由 $dx = v dt$ ，两边积分

$$\int_{5.0}^x dx = \int_0^t (6t^2 + 4t + 6) dt \quad \text{得 } x = 2t^3 + 2t^2 + 6t + 5$$

2、解：作受力分析，列运动方程

$$\text{对 } A \text{ 物体 } x \text{ 方向: } f_1 - T = -m_A a \quad (1)$$

$$y \text{ 方向: } N_1 - m_A g = 0 \quad (2)$$

$$\text{对 } B \text{ 物体 } x \text{ 方向: } F - f_1 - f_2 - T = m_B a \quad (3)$$

$$y \text{ 方向: } N_2 - N_1 - m_B g = 0 \quad (4)$$

另外 $f_1 = \mu_1 N_1$, $f_2 = \mu_2 N_2$, (1) (2) (3) (4) 消去 T ，联立解得

$$\begin{aligned} F &= 2\mu_1 m_A g + \mu_2 (m_A + m_B) g + (m_A + m_B) a \\ &= 13.45 \text{ N} \end{aligned}$$

3、解：小球受力如图所示，由牛顿第二定律，运动方程为

$$F_N \sin \theta = mR \sin \theta \omega^2$$

$$F_N \cos \theta - mg = 0$$

上两式消去 F_N ，求得 $\cos \theta = \frac{g}{R\omega^2}$

小球运动水平面距离碗底的高度为

$$h = R(1 - \cos \theta) = R(1 - \frac{g}{R\omega^2})$$

4、解：根据牛顿第二定律

$$f = -\frac{k}{x^2} = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = mv \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore v dv = -k \frac{dx}{mx^2}, \quad \int_0^v v dv = -\int_A^{A/4} \frac{k}{mx^2} dx$$

$$\text{积分: } \frac{1}{2} v^2 = \frac{k}{m} \left(\frac{4}{A} - \frac{1}{A} \right) = \frac{3}{mA} k$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{6k}{mA}}$$

5、解：（1）跳水运动员在入水前作自由落体运动，入水速度为 $v_0 = \sqrt{2gh}$ ，入水后根据牛顿第二定律，运动方程为

$$mg - F_{\text{浮}} - F_{\text{阻}} = ma$$

$$\text{即} \quad -bv^2 = m \frac{dv}{dt}$$

$$\text{因} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dy}{dt} \frac{dv}{dy} = v \frac{dv}{dy} \quad -bv^2 = mv \frac{dv}{dy}$$

分离变量并积分

$$\int_0^y -\frac{b}{m} dy = \int_{v_0}^v \frac{dv}{v} \quad \text{得 } v = v_0 e^{-by/m} = \sqrt{2gh} e^{-by/m}$$

（2）由上式代入已知条件得

$$y = -\frac{m}{b} \ln \frac{v}{v_0} = 5.75\text{m}$$

6、解：（1）取竖直向上为 y 轴正方向，由牛顿第二定律，运动方程为

$$-mg - kv = m \frac{dv}{dt}$$

分离变量，并积分

$$\int_0^t dt = \int_{v_0}^0 -\frac{m}{k} \frac{dv}{mg/k + v}$$

$$\text{得} \quad t = \frac{m}{k} \ln \left(1 + \frac{kv_0}{mg} \right) = 6.0\text{s}$$

（2）由 $-mg - kv = m \frac{dv}{dt} = mv \frac{dv}{dy}$ 分离变量积分

$$\int_0^{y_{\max}} dy = -\frac{m}{k} \int_{v_0}^0 \left(1 - \frac{mg/k}{mg/k+v} \right) dv$$

得
$$y_{\max} = -\frac{m}{k} \left[\frac{mg}{k} \ln \left(1 + \frac{kv_0}{mg} \right) - v_0 \right] = 180\text{m}$$

7、解：以地面为参考系，飞机为研究对象，如图，飞机相对地面的速度 \vec{v} 为绝对速度，风的速度 \vec{u} 为牵连速度，飞机的航速 \vec{v}' 为相对速度。由

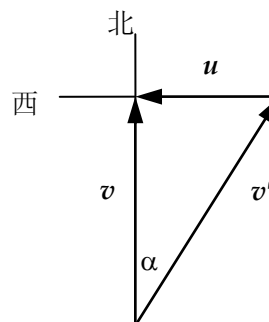
$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}'$$

可得飞机相对地面的速度

$$v = \sqrt{v'^2 - u^2} = \sqrt{180^2 - 60^2} \text{ km/h} \\ = 170 \text{ km/h}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{u}{v'} = \frac{1}{3} = 19.4^\circ, \text{ 驾驶员应取向北偏东 } 19.4^\circ \text{ 的}$$

航向。



三、问答题

1、答：都能看到镜中的像。

(1) 猴子向上爬时，绳对猴的拉力与绳对镜子的拉力相等，而镜子与猴子质量相等，因此镜子随猴子一起上升。

(2) 向下爬与向上爬类似，只是此时重力大于绳子的拉力，镜子随猴子一起下降。

(3) 松开绳子自由下落时，镜子也会自由下落，始终和猴子在同一高度。

2、答：地球对宇航员的影响表现为万有引力。宇航员和空间站都是绕着地球作圆周运动，他们的向心力就是由万有引力提供的。宇航员“没有重力”，空间站也没有掉下来，是因为万有引力提供了向心力，使他们处于失重状态，即宇航员对空间站的地板没有压力。他们绕地球运动就表明他们还受地球引力的影响。

3、答：因为小球处于光滑桌面上，从地面铁轨上的观察者的角度看，图在运动方向上不受外力作用，无论列车任何运动，小球只作匀速直线运动。

车厢内的观察者随列车加速或减速都将是非惯性系。列车加速运动时，小球受向后的惯性力，因此小球向后运动；列车减速运动时，小球受向前的惯性力，因此，小球向前运动。