

南京信息工程大学期末考试试卷A卷

2019-2020 学年第2 学期 课号
 课程名称 离散数学 (闭卷) 适用班级
 考试时间 120 分钟 班级 学号 姓名

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	成绩
满 分	12	12	16	15	15	15	15			100
得 分										
评卷人										

一. 单项选择题: (每小题 2 分, 共 12 分)

1. 设 A,B,C 都是集合, 问以下条件中哪一个条件必然蕴涵 $B=C$?

- A. $A \cup B = A \cup C$; ()
 C. $A - B = A - C$; B. $A \cap B = A \cap C$;
 D. $A \oplus B = A \oplus C$.

2. 设 X 是非空有限集, \leq 是 X 上的偏序关系. 则必然正确的说法是:
 ()

- A. X 有极大元和极小元; B. X 有最大元和最小元;
 C. X 有上界和下界; D. X 有上确界和下确界.

3. 设命题公式 $G = (p \vee \neg p) \rightarrow ((q \wedge r) \vee p)$, 则 G 是: ()

- A. 永真式; B. 永假式; C. 可满足式; D. 析取范式.

4. 公式 $x(F(x) \wedge \exists y H(x,y)) \vee F(x)$ 中的变元 x 是: ()

- A. 既不是约束变元也不是自由变元;
 B. 既是约束变元也是自由变元;
 C. 约束变元;
 D. 自由变元.

5. 设有代数系统 $\langle A, * \rangle$, 其中 $A = \{a, b, c\}$. 问: 按以下四个运算表中的 哪一个所定义的二元运算 * 使得这个代数系统有么元且任一元素以自身为逆元?
 ()

A.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	b	b	b
c	c	c	c

B.

*	a	b	c
a	a	b	c
b	a	b	c
c	a	b	c

C.

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

D.

*	a	b	c
a	b	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

6. 以下关于欧拉无向图和哈密顿图的命题中, 不正确的是: ()

- A. 欧拉回路一定是简单回路;

B. 哈密顿回路一定是初级回路；

C. 若连通图 G 的顶点的度数序列为 $2, 4, 4, 2, 6$ ，则 G 是欧拉图；

D. 若 G 是 n 阶哈密顿图，则任一对顶点的度数之和均不小于 n 。

二. 填空题：（每个空 2 分，共 12 分）

1. 设集合 $A=\{x|x^3+2x^2-3x=0\}$, $B=\{0, 1, 2\}$, 则 $A \oplus B=$ 。

2. 设 $A=\{1, 2\}$, $B=\{a, b, c\}$, 则 A 到 B 的单射有 个。

3. 若命题公式 A 和 B 都是永假式，则 $A \leftrightarrow B$ 必是 式。

4. 根据约束变元的换名规则，谓词公式 $x(F(x) \rightarrow G(x,y)) \wedge H(x,y)$ 可以改写为 。

5. 在整数加群 $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ 中， $2^{-3}=$ 。

6. 设在 15 阶无向简单图 G 的补图中顶点 v 的度数是 6，则在 G 中，顶点 v 的度数是 。

三. 判断题：（正确的打 \checkmark ，错误的打 \times 。每小题 2 分，共 16 分）

1. 设 A, B 均为集合，则 $A \in B$ 和 $A \subseteq B$ 不能同时成立。 ()

2. 设 A 是有限集， f 是 A 上的满射，则 f 是 A 上的双射。 ()

3. $\{\neg, \vee, \rightarrow\}$ 是联结词完备集。 ()

4. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$ 。 ()

5. 设个体域为整数集，谓词 $F(x,y)$ 表示“ $x+y=1$ ”，则公式 $\exists x \forall y F(x,y)$ 所代表的命题是真命题。 ()

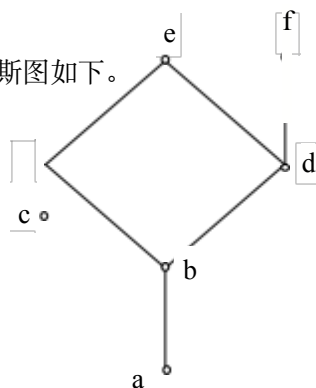
6. 若集合 S 中的二元运算 $*$ 满足交换律，则 $*$ 必然满足结合律。 ()

7. 若代数系统 $\langle S, * \rangle$ 的运算表中有一行为 (a,b,c,a) ，则 $\langle S, * \rangle$ 不是群。 ()

8. 在最优树中，权最小的两片树叶可以是父子。 ()

四. (12 分)

偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图如下。



1. 用集合表示法写出 \leq 。

2. 写出 \leq 的关系矩阵 M_{\leq} 。

3. 对 A 的子集 $B = \{c, d, e\}$ ，找出它的极大元，极小元，最大元，最小元，上界，下界，上确界，下确界，填入下表：

极大元	极小元	最大元	最小元	上界	下界	上确界	下确界

五. (15 分)

设命题公式 A 为 $\neg p \vee q \rightarrow p \wedge (r \rightarrow \neg q)$ 。

(1) 按下表格式写出 A 的详细真值表：

p	q	r	$\neg p \vee q$	$r \rightarrow \neg q$	$p \wedge (r \rightarrow \neg q)$	A
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				

(2) 根据 A 的真值表写出 A 的主析取范式 and 主合取范式。

(3) 判定公式 A 的类型（永真式，永假式，可满足式）。

六. (15 分)

设 $A = \{0, 1, 2\}$ ，G 为 A 上某些函数的集合，定义为：

$G = \{f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ ，其中 f_i ($i=0, \dots, 5$) 由下表给出：

x	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
0	0	0	1	1	2	2
1	1	2	0	2	0	1
2	2	1	2	0	1	0

(1) 给出 G 上函数复合运算 \circ 的运算表；

(2) 证明 $\langle G, \circ \rangle$ 是一个群；

(3) 找出 $\langle G, \circ \rangle$ 的一个 3 阶子群 H，并写出 H 的所有左陪集。

七. (15 分)

无向树 T 有 8 片树叶，2 个 3 度分支点，其余的分支点都是 4 度顶点。

(1) T 有多少个 4 度分支点？

(2) 列出 T 的顶点度数序列（按降序排列，即从大到小）。

(3) 根据 T 的顶点度数序列，画出所有非同构的无向树。