

南京信息工程大学期末考试试卷 A 卷

2018-2019 学年第 1 学期

课号

课程名称 离散数学 (闭卷)

适用班级

考试时间 120 分钟 班级

学号

姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	成绩
满 分	12	12	20	14	14	14	14			100
得 分										
评卷人										

一. 单项选择题: (每小题 2 分, 共 12 分)

1. 设 r 是任意实数, $P=\{x|(x+r)^2 \leq 4\}$, $Q=\{x|x^2+16 \geq 5\}$, 则最合理的答案是: ()

A. $Q \subseteq P$; B. $Q \sqsubseteq P$; C. $P \subseteq Q$; D. $P \sqsubseteq Q$.

2. 已知集合 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系 R 的关系矩阵 $M_R = \begin{pmatrix} & & \\ & 1 & 0 \\ & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

则 R 的关系图是: ()

A. B.

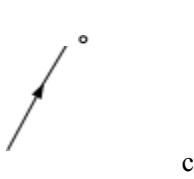


C.

)

b

D.



3. 两个命题变元 p, q 的极小项是: ()

A. $\neg p \vee q$; B. $\neg p \wedge q$; C. $p \vee \neg p \vee q$; D. $p \wedge \neg p \wedge q$.

4. 谓词公式 $x F(x,y) \wedge \forall x (G(x,z) \rightarrow \exists x \forall y H(x,y,z))$ 中量词 x 的辖域是: ()

A. $x G(x,z) \rightarrow \exists x \forall y H(x,y,z)$;

B. $G(x,z) \rightarrow \forall y H(x,y,z)$;

C . $G(x,z) \rightarrow \exists x \forall y H(x,y,z)$;
D . $G(x,z)$ 。

5 . 下列整数序列中, 哪个可以是无向简单连通图的度数序列? ()

A . 1 , 2 , 3 , 3; B . 1 , 2 , 3 , 4;

C . 1 , 2 , 2 , 3; D . 1 , 3 , 3 , 3。

6 . 在自然数集 N 上, 下列运算中可结合的是: ()

A . $a * b = a - b$; B . $a * b = \max(a, b)$;

C . $a * b = a + 2b$; D . $a * b = |a - b|$ 。

二. 填空题: (每个空 2 分, 共 12 分)

1 . 若命题公式 A 的真值表有 1024 行, 则 A 含有 _____ 个命题变项。

2 . 设个体域为 $\{a,b,c\}$, 消去以下谓词公式中的量词:

$\exists x (P(x) \rightarrow \neg Q(x))$ _____。

3 . 设 $A = \{\emptyset, 1\}$, 则 $P(A) = \{ \}$ 。

4 . 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle \}$, $S = \{ \langle a, c \rangle, \langle b, c \rangle, \langle d, b \rangle \}$, 则 $R \circ S = \{ \}$ 。

5 . 设无向连通图 G 有 6 个顶点, 总度数为 20, 则从 G 中删去 _____ 条边后得到生成树。

6 . 设 $A = \{a, b, c\}$, $G = P(A)$, $*$ 是集合的环和运算 \oplus , 则代数系统 $\langle G, *\rangle$ 是群, 且 $\{a\}^* = \{b\}$ 。

三. 判断题: (正确的打 \checkmark , 错误的打 \times)。每小题 2 分, 共 20 分)

1 . 设 A, B 均为集合, 且 $A \bowtie B = B \bowtie A$, 则 $A = B$ 。()

2 . 设 R 是集合 A 上自反的二元关系, 则 $R \circ R \sqsubseteq R$ 。()

3 . 设 R 是集合 A 上的偏序关系, 则 R^{-1} 也是 A 上的偏序关系。()

4 . 设 A 是非空集, $f: A \bowtie A \rightarrow A \bowtie A$, $x, y \in A$, $f(\langle x, y \rangle) = \langle y, x \rangle$ 。则 f 是双射。()

5 . “若 $1+1=3$, 则太阳从西边出来。”是真命题。()

6 . 若命题公式 A 不是永真式, 则 $\neg A$ 是永真式。()

7 . $\exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee \forall x B(x)$ 。()

8 . 无向简单图 G 的补图不能与 G 同构。()

9 . K_n ($n \geq 3$) 既是欧拉图又是哈密顿图。()

10 . 设 A 是集合, 则 $\langle P(A), \cup \rangle$ 是独异点。()

四. 证明题: (14 分)

设 R 和 S 都是非空集合 A 上的等价关系。试证:

(1) $R \cap S$ 是 A 上的等价关系;

(2) 对 $a \in A$, $[a]_{R \cap S} = [a]_R \cap [a]_S$ 。

五. 证明题: (14 分)

符号化下列推理, 并用构造证明法证明之:

如果今天是星期六, 则我们要到公园或到商店。如果公园的游人太多,

我们就不去公园。今天是星期六，公园人太多，所以我们去商店。

六. (14分)

1. 设 $\langle S, * \rangle$ 是独异点， $G = \{a | a \in S, a \text{ 可逆}\}$ 。试证明： $\langle G, * \rangle$ 是群。
2. 设 $S = \{0, 1, 2, \dots, 7, 8\}$ ， $*$ 是定义在 S 上的模 9 乘法，即 $a, b \in S, a*b = (ab)(mod 9)$ ，则 $\langle S, * \rangle$ 是独异点。
- (1) 求 $G \subseteq S$ ，使得 $\langle G, * \rangle$ 是 $\langle S, * \rangle$ 中最大的群（无需证明）。
- (2) 写出 $\langle G, * \rangle$ 的两个非平凡子群（无需证明）。

七. (14分)

设有两个图 G_1 和 G_2 如下：

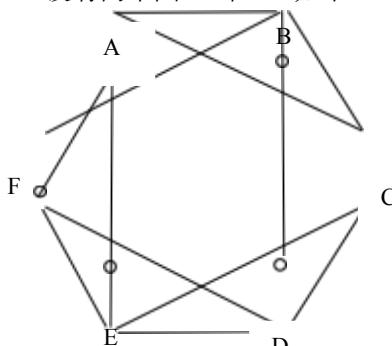


图 G_1

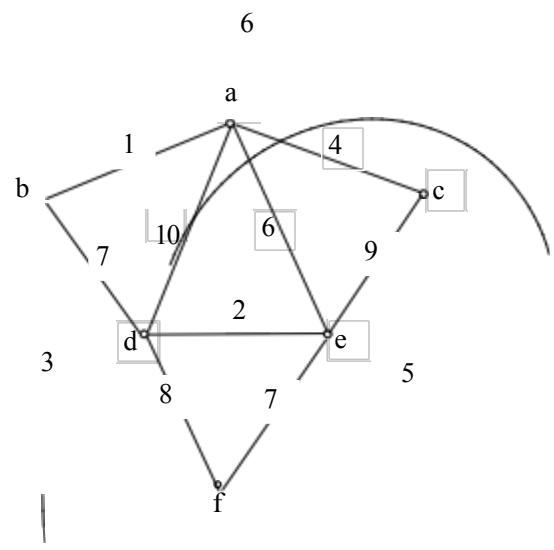


图 G_2

- (1) 画出图 G_2 的一棵最小生成树。
- (2) 证明图 G_1 和图 G_2 同构(只需正确填写下表，要按提示：A 对应 a ，B 对应 b)。

G_1 的顶点	A	B	C	D	E	F
G_2 中对应的顶点	a	b				

- (3) 图 G_1 是欧拉图吗？如果是，则写出一条欧拉回路，要求：以顶点 A 为始点和终点，以 $A \rightarrow B \rightarrow \dots \rightarrow A$ 的形式表示；否则，说明理由。