

# 南京信息工程大学 试卷

2019 — 2020 学年 第 2 学期 离散数学 课程试卷 (A 卷)

本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；任课教师 \_\_\_\_\_；出卷时间 2020 年 6 月

学院 \_\_\_\_\_ 专业 \_\_\_\_\_ 班

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

## 一、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 设  $E$  是非空集合  $X$  上的全域关系, 则  $E$  具有那些性质: \_\_\_\_\_。

2. 设集合  $A = \{a, b, c\}, B = \{a, c\}$ , 则  $\rho(A) - \rho(B) =$  \_\_\_\_\_。

3. 若给命题变元  $P, Q$  赋值 0, 给命题变元  $R, S$  赋值 1, 则命题公式

$(P \wedge (Q \vee R)) \rightarrow ((P \vee Q) \wedge (R \wedge S))$  的真值为 \_\_\_\_\_。

4. 设集合  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = I_x \cup \{<1, 2>, <2, 1>, <3, 4>, <4, 3>\}$  为  $X$  上的等价关系, 则集合  $X$  在  $R$  下的商集  $X/R =$  \_\_\_\_\_。

5. 设一元谓词  $P(x): x \leq 3$ ,  $Q(x): x > 5$ , 那么在个体域  $\{-2, 3, 6\}$  下, 命题公式  $\forall x (P(x) \wedge Q(x))$  的真值为 \_\_\_\_\_。

6. 设个体域为  $\{1, 2\}$ , 则谓词公式  $(\forall x)(F(x) \wedge (\exists y)G(y))$  消去量词后, 可为 \_\_\_\_\_。

7. 实数集上的函数  $f(x) = 2x^2 + 1$ , 则  $f \circ f(x) =$  \_\_\_\_\_。

8. 设  $X = \{2, 3, 4, 6\}$ ,  $X$  上的二元关系  $R = \{<x, y> | x \in X \wedge y \in X \wedge x \text{ 整除 } y\}$ , 请用列举法写出  $R =$  \_\_\_\_\_。

9. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$  上的二元关系  $R = \{<1, 2>, <2, 2>, <2, 3>\}$ , 则

$tr(R) =$  \_\_\_\_\_。

10. 设  $R$  是  $X$  上的二元关系,  $R$  是反对称的当且仅当  $R \cap R^{-1} = I_X$ 。

## 二、选择题（每小题 2 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
判断												

1. 下列语句中，( ) 是命题。
- (A) 全体起立！ (B) 2080 年 10 月 1 日天气晴朗；  
 (C)  $x+5 > 0$ ； (D) 现在开会吗？
2. 下列命题公式中，( ) 不是永真式。
- (A)  $P \rightarrow (P \vee Q \vee R)$  (B)  $(P \rightarrow \neg P) \rightarrow \neg P$   
 (C)  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$  (D)  $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$
3. 命题公式  $(\exists x) A(x) \rightarrow B$  的前束范式是 ( )。
- (A)  $(\forall x) (A(x) \vee B)$  (B)  $(\forall x) (A(x) \rightarrow B)$   
 (C)  $(\exists x) (A(x) \rightarrow B)$  (D)  $(\exists x) (A(x) \vee B)$
4. 设集合  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $X$  上的二元关系  $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in X \wedge x+y=8 \}$ , 则  $R$  具有下列哪个性质 ( )。
- (A) 自反性; (B) 反自反性; (C) 对称性; (D) 反对称性
5. 设  $P$ : 你努力,  $Q$ : 你失败, 则命题“只要你努力, 就不会失败”和命题“虽然你努力了, 但还是失败了”分别符号化为 ( )
- (A)  $P \rightarrow \neg Q$ ,  $P \rightarrow Q$  (B)  $\neg Q \rightarrow P$ ,  $P \rightarrow Q$   
 (C)  $P \rightarrow \neg Q$ ,  $P \wedge Q$  (D)  $\neg Q \rightarrow P$ ,  $P \vee Q$
6. 设  $F(x)$  为“ $x$  是宴席”,  $M(x)$  为“ $x$  是不散的”, 则命题“没有不散的宴席”的谓词公式是 ( )。
- (A)  $\neg \exists x (F(x) \wedge M(x))$  (B)  $\forall x (F(x) \rightarrow M(x))$   
 (C)  $\exists x (\neg(F(x) \wedge M(x)))$  (D)  $\neg \forall x (F(x) \wedge M(x))$
7. 公式  $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$  的成假赋值个数为 ( )。

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5

8. 设集合  $A=\{1,2,3\}$ ,  $A$  上的关系  $R=\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$ ,

则  $R$  具有( )。

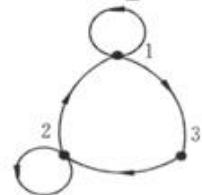
- (A) 自反性      (B) 传递性      (C) 对称性      (D) 反自反性

9. 设  $S=\{1, 2, 3\}$ ,  $R$  是  $S$  上的二元关系, 其关系图为

则  $R$  具有( )。

- (A) 反自反性      (B) 对称性

- (C) 反对称性      (D) 传递性



10. 设  $R$  是  $X=\{1, 2, 3, 4\}$  上的二元关系, 其关系矩阵为  $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 则关系

$R$  的传递闭包  $t(R)$  的关系矩阵为( )。

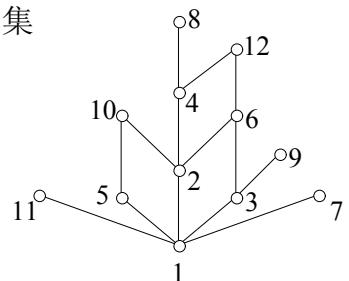
- (A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$       (B)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       (C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$       (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

11. 设偏序集合  $\langle A, \leq \rangle$  的哈斯图如右图所示, 若  $A$  的子集

$B = \{2, 3, 6, 12\}$ , 则下列结论错误的是( )。

- (A) 12 是  $B$  的上界      (B) 1 是  $B$  的下界

- (C) 2 是  $B$  的最小元      (D) 3 是  $B$  的极小元

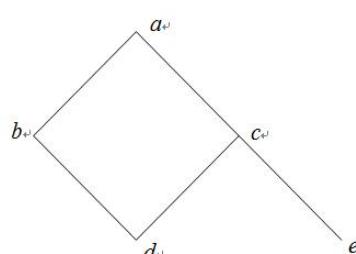


12. 设集合  $A=\{a, b, c, d, e\}$ , 偏序集合  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图如右图所示,

下列关系式为真的是( )。

- (A)  $\langle a, b \rangle \in R$       (B)  $\langle c, e \rangle \in R$

- (C)  $\langle d, e \rangle \in R$       (D)  $\langle d, a \rangle \in R$



三、推理证明（每小题 8 分，共 16 分）

1. 证明:  $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D), (D \vee E) \rightarrow F \Rightarrow A \rightarrow F.$

2. 证明:  $\neg \forall x F(x), \forall x ((\neg F(x) \vee G(x)) \rightarrow H(x)) \Rightarrow \exists x H(x).$

四、(10分) 已知命题公式  $A = (\neg P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)$  , 求 A 的主析取范式和主合取范式。

五、设集合  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的二元关系  $R=\{<1, 2>, <2, 3>, <3, 2>\}$ ,

(1) (4分) 求  $R$  的关系矩阵  $M_R$  和关系图。

(2) (6分) 求  $r(R), s(R), t(R)$ 。

六、设集合  $A=\{a, b, c\}$ , 偏序关系“ $\subseteq$ ”为幂集  $\rho(A)$ 上的包含关系。

- (1) (4分) 画出偏序集  $\langle \rho(A), \subseteq \rangle$  的哈斯图;
- (2) (6分) 若集合  $B = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}\}$ , 求  $B$  的极元、最元、上界、上确界。

七、(10分) 设集合  $A=\{a, b, c, d, e\}$ , 且  $\{\{a, b\}, \{c\}, \{d, e\}\}$  是集合  $A$  的一个划分, 求该划分所诱导的等价关系  $R$ , 并画出  $R$  的关系图?