

离散数学练习题

一、填空题

- 命题 $Q \rightarrow P$ 的真值为 0，当且仅当 _____。
- 构造公式 $R \wedge (S \vee R) \rightarrow S$ 的真值表_____。
- 仅用 \wedge 和 \neg 写出下列表达式的等价形式
 - $\neg P \vee Q \rightarrow \neg R \Leftrightarrow$ _____
 - $Q \vee P \Leftrightarrow$ _____
- 仅用 \vee 和 \neg 写出下列表达式的等价形式
 - $(A \vee B) \rightarrow (C \vee D) \Leftrightarrow$ _____。
 - $\neg A \rightarrow (D \rightarrow \neg E) \Leftrightarrow$ _____
- 公式 A 有三个命题变元 P、Q、R 组成，其主析取范式为 $A \Leftrightarrow m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6$ ，则其主合取范式为：_____
- 公式 A 有三个命题变元 P、Q、R 组成，其主合取范式为 $A \Leftrightarrow M_0 \wedge M_1 \wedge M_3 \wedge M_5 \wedge M_6$ ，则其主析取范式为：_____。

- 设解释 I 如下： $D=\{n, m\}$

$P(n, n)$	$P(n, m)$	$P(m, n)$	$P(m, m)$
1	1	0	0

- 确定下列各式的真值：

$\exists x P(x, m)$ _____; $\forall y P(n, y)$ _____; $\forall x \forall y P(x, y)$ _____。

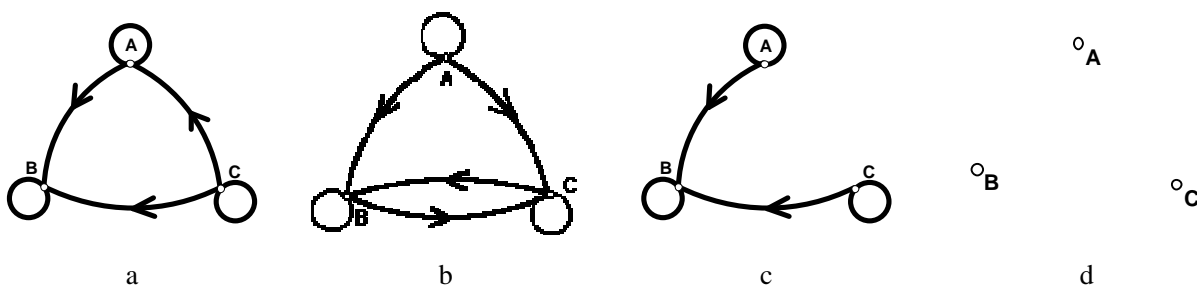
$\exists x P(x, n)$ _____; $\forall y P(m, y)$ _____; $\forall x \exists y P(x, y)$ _____。
- 谓词合式公式 $\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$ 的前束范式为 _____。
- 某集合有 101 个元素，则有 _____ 个子集的元素为奇数。
- 某班有 32 个学生，其中 14 个人选择艺术，7 个人选择生物，6 个人选择音乐，三门课都选的有 2 人，问这三门课都没选的至少有 _____ 人？
- 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A=\{1,2,3,5,6\}$, $B=\{2,4,6,8,9\}$,

则: $\overline{A} \cap B =$ _____, $B \oplus A =$ _____,

$A \otimes B =$ _____; $(A \cup B) - B =$ _____,

$(A \cup B) - (B \cap C) =$ _____
- $A = \{a, \Phi\}$, $r(A) =$ _____。
- $A = \{1\}$, $B = \{a, b\}$, $A^2 \times B =$ _____
- $r(A) \times B =$ _____

15. 请说出以下三个二元关系是否满足自反性、反自反性、对称性、反对称性和传递性。



(a): _____

(b): _____

(c): _____

(d): _____

16. 设 $A=\{a,b,c,d,e\}$, A 上的二元关系: $R=\{<a,a>, <a,b>, <b,d>, <d,a>, <c,c>\}$,

则 $\bar{R} =$ _____

$R^{-1} \circ R =$ _____

$r(R) =$ _____

$s(R) =$ _____

$t(R) =$ _____

$M_{r(R)} =$ _____ $M_{s(R)} =$ _____ $M_{t(R)} =$ _____

17. 给定集合 $S=\{a,b,c,d\}$, S 上的等价关系 R 能产生划分 $\{\{a,b\}, \{c,d\}\}$,

则 $R =$ _____

18. 指出下列映射是单射、满射、双射还是既非单射也非满射:

a) f, g 均为双射函数, 则 $f \circ g$ 为 _____。

b) $f: R \rightarrow R^+, f(x) = 1 + \ln x$ _____。

c) $f: R \rightarrow R_+, f(x) = |x|$ (R_+ 表示不小于 0 的实数), _____。

d) 设 $A=\{0,1,2\}, B=\{0,1,2,3\}, f: A \rightarrow B, f(x) = x^2$ _____。

e) $f: R \rightarrow R, f(x) = x/2 + 5$ _____。

19. 设图 $G = \langle V, E \rangle$ 中有 6 个结点, 各结点的度数分别为 2, 2, 3, 4, 5, 6,

则 G 中有 _____ 条边。

20. 给定如图所示的二元树:

(1)按先根次序遍历访问结点的顺序为：

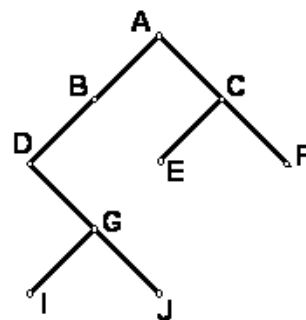
_____；

(2)按中根次序遍历访问结点的顺序为：

_____；

(3)按后根次序遍历访问结点的顺序为：

_____；



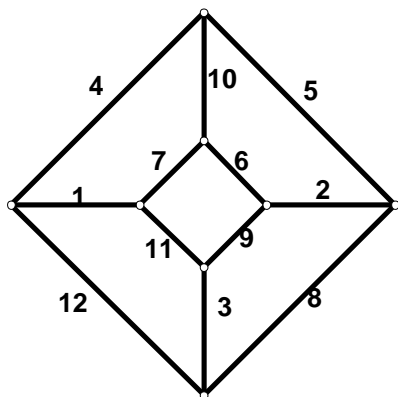
二、命题符号化

适当假设后，用谓词和量词将下列命题符号化：

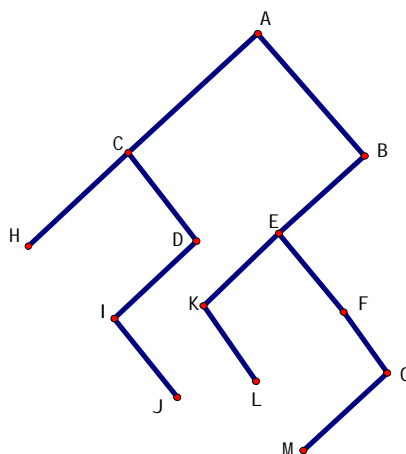
21. 李华不是教授。
22. 没有不犯错误的人。
23. 存在一些素数是偶数。
24. 不是所有的哺乳动物都是胎生的。
25. 有的电脑可以上网。
26. 所有的禽类都会飞。
27. 有些人对某些药品过敏。
28. 参加考试的人不一定取得好成绩。
29. 所有猫都是动物，但有些动物不是猫。
30. 存在一列火车比所有的汽车跑的慢。

三、按要求画出以下两个图形

31. 用有序树表示命题公式： $(P \wedge Q) \leftrightarrow R \rightarrow (S \vee \neg P)$
32. 用克鲁斯克尔算法求出 G1 的最小生成树。
33. 将 T1 所示的二叉树转换为等价的普通的树或树林。
34. 将 T1 所示的普通的树转换为等价的二叉树。



G1



T1

四、证明题

35. 已知前提: $A \rightarrow B \vee C, B \rightarrow \neg A, D \rightarrow \neg C$ 证明结论: $A \rightarrow \neg D$ 。
36. 在命题逻辑中, 构造一个证明过程来证明以下推理是成立的:
今天或者天晴或者下雨。如果天晴, 我去看电影; 若我去看电影, 我就不看书。故我在看书时, 说明今天下雨。
37. 符号化一下命题, 并用演绎方法证明上面推理:
“所有的有理数都是实数, 所有的无理数也是实数, 虚数不是实数。因此, 虚数既不是有理数, 也不是无理数。”;
(设: $Q(x)$: x 是有理数, $R(x)$: x 是实数, $N(x)$: x 是无理数, $C(x)$: x 是虚数。)
38. 设 R 和 S 都是非空集合 A 上的等价关系。
证明 $R \cap S$ 也是集合 A 上的等价关系。
39. 设 R 是非空集合 A 上的二元关系, 对于所有的 $a, b, c \in A$, 若 $\langle a, b \rangle \in R$,
 $\langle b, c \rangle \in R$, 则 $\langle c, a \rangle \in R$, 试证明, 若 R 自反, 则必有 R 为 A 上的等价关系。
40. 试证明: 在任何一棵树 $T(n, m)$ 中至少有两片树叶 ($n \geq 2$)

五、计算题

41. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 15\}$, R 是 A 上的整除关系,
(1) 画出偏序集 (A, R) 的哈斯图;
(2) 写出集合 A 的最大元, 最小元, 极大元, 极小元。
(3) 写出 A 的子集 $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 的上界, 下界, 最小上界 lub , 最大下界 glb ;
(4) 写出 A 的子集 $C = \{1, 3, 5, 15\}$ 的上界, 下界, 最小上界 lub , 最大下界 glb ;
42. 在下图中用迪克斯特拉算法求从 a 到 z 最经济道路的长度以及该道路所经过的结点。(要求写出计算过程)

