南京信息工程大学

21－22 学年 第 2 学期 大学物理 II(1) 期末试卷 B

参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	B	D	B	A	A	C	D	
题号	11	12	13	14	15					
答案	B	B	D	D	B					

二、计算题（本题 10 分）

一个质点的运动方程为 $x=2t, y=19-2t^2$（SI），求：（1）质点的轨迹方程；（2）第二秒末质点的瞬时速度和瞬时加速度。

解 （1）由已知运动方程消去 t，得轨迹方程为 $y=19-\dfrac{x^2}{2}$。（3 分）

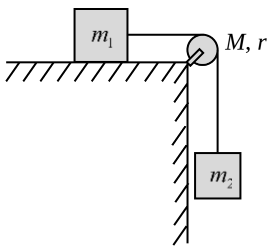
（2）运动方程的矢量式为 $\vec{r}(t)=2t\hat{i}+\left(19-2t^2\right)\hat{j}$ m。（2 分）

速度为 $\vec{v}(t)=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=2\hat{i}-4t\hat{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，加速度为 $\vec{a}(t)=\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=-4\hat{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。（2 分）

当 $t=2\mathrm{s}$ 时，$\vec{v}_{t=2\mathrm{s}}=\left(2\hat{i}-8\hat{j}\right)\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$\vec{a}_{t=2\mathrm{s}}=-4\hat{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。（3 分）

三、计算题（本题 10 分）

如图所示，求系统中物体 m_2 的加速度。设定滑轮为质量均匀分布的圆盘，其质量为 M，半径为 r，在轻质绳与轮缘的摩擦力作用下定轴转动，忽略桌面与物体间的摩擦，绳与定滑轮间无相对滑动，设 m_1＝50 kg、m_2＝200 kg、M＝15 kg、r＝0.1 m、g=10 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$。



解 分别以 m_1、m_2、滑轮 M 为研究对象，对 m_2、m_1 运用牛顿运动定律，有

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \qquad ① \qquad （2 分）$$

$$T_1 = m_1 a \qquad ② \qquad （2 分）$$

对定滑轮 M 运用转动定理，有

$$T_2 r - T_1 r = \left(\frac{1}{2}Mr^2\right)\alpha \qquad ③ \qquad （2 分）$$

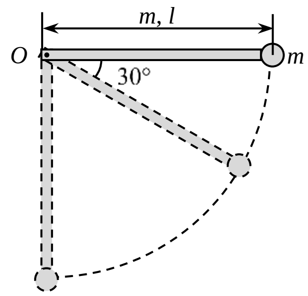
又因为 $a = r\alpha$ ④ （2 分）

联立以上 4 个方程，得

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} = \frac{200\times 10}{50 + 200 + \frac{15}{2}} \approx 7.77\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$ （2 分）

四、计算题（本题 10 分）

一长为 l，质量为 m 的匀质细杆可绕其端点 O 光滑轴在竖直平面内转动，杆的另一端嵌一个质量也为 m 的质点。将杆拉至水平位置后释放。求（1）初始时刻系统的角加速度；（2）杆转过 30^0 时系统的重力矩所做的功；（3）当杆转到铅直位置时系统的角速度和质点 m 的线速度。



解 （1）以细杆、小球系统为研究对象，对定轴 O，初始时刻系统的外力矩为 $M = mg\cdot\frac{l}{2} + mgl$，系统的转动惯量为 $J = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2$，由转动定理 $M = J\alpha$，有

$$mg\frac{l}{2} + mgl = \left(\frac{4}{3}ml^2\right)\alpha$$

解得初始时刻系统的角加速度为 $\alpha = \frac{9g}{8l}$。 （3 分）

（2）当细杆转至 θ 角位置处，系统所受重力矩为 $M = mg\cdot\frac{l}{2}\cos\theta + mgl\cos\theta = \frac{3}{2}mgl\cos\theta$。当杆转过 30^0 时，系统的重力矩所做的功为

$$A = \int_0^{30^\circ} Md\theta = \int_0^{30^\circ}\frac{3}{2}mgl\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{3}{2}mgl\sin\theta\Big|_0^{30^\circ} = \frac{3}{4}mgl$$ （3 分）

（3）设细杆处于初位置时为重力势能零点，由机械能守恒，有

$$\left(-mg\frac{l}{2} - mgl\right) + \frac{1}{2}J\omega^2 = 0$$

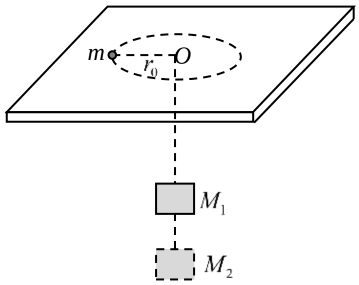
$$-\frac{3}{2}mgl + \frac{2}{3}ml^2\omega^2 = 0$$

$$\omega = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}$$ （4 分）

五、计算题（本题 10 分）

（1）光滑平板中央开一小孔，质量为 m 的小球用轻质细线系住，细线穿过小孔后挂一质量为 M_1 的重物，小球作匀速圆周运动，当半径为 r_0 时重物达到平衡，求小球作匀速圆周运动的角速度 ω_0。（2）今在（1）基础上再在 M_1 的下方再挂一质量为 M_2 的物体，如图所

示，求此时小球作匀速圆周运动的角速度ω和半径r。



解 （1）在只挂重物M_1时，小球作半径为r_0圆周运动，小球所受向心力为M_1g，有

$$M_1g = m\omega_0^2 r_0$$

解得小球运动的角速度为$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{M_1 g}{m r_0}}$。（2 分）

（2）当挂上M_2后，小球作半径为r的圆周运动，小球所受向心力为$(M_1+M_2)g$，有

$$(M_1+M_2)g = m\omega^2 r \quad （2 分）$$

因为挂重物M_2前后，小球所受外力对O轴力矩为零，故小球对O轴**角动量守恒**，有

$$r_0 m(\omega_0 r_0) = rm(\omega r)$$

即

$$r_0^2\omega_0 = r^2\omega \quad （4 分）$$

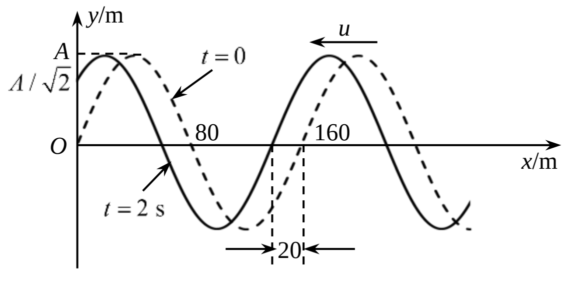
联立上面式子可得

$$\omega = \sqrt{\frac{M_1 g}{m r_0}}\left(\frac{M_1+M_2}{M_1}\right)^{\frac{2}{3}} \quad （1 分）$$

$$r = \frac{M_1+M_2}{m\omega^2}g = \left(\frac{M_1}{M_1+M_2}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot r_0 \quad （1 分）$$

六、计算题（本题 10 分）

如图所示，一列平面余弦波在$t=0$时刻与 $t = 2\ \mathrm{s}$时刻的波形图，求：（1）坐标原点处介质质点的振动方程；（2）该列波的波函数。（用余弦函数表示）



解 由图可知，此波向左传播（沿x轴负向传播）。

（1）设坐标原点O的振动方程为$y_O(t) = A\cos(\omega t + \varphi_O)$。

由$t=0$时的波形图可知$y_O(t=0) = 0 = A\cos\varphi_O$，则$\cos\varphi_O = 0$，$\varphi_O = \pm\dfrac{\pi}{2}$；

又因为$t=0$时，O点振动速度$v_O(t=0) = -A\omega\sin\varphi_O > 0$，则$\sin\varphi_O < 0$，所以$O$点振动

初相位为$\varphi_O=-\dfrac{\pi}{2}$。（2 分）

由图可知波速$u=\dfrac{20}{2}=10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，波长$\lambda=160\ \mathrm{m}$，则角频率为

$$\omega=\frac{2\pi u}{\lambda}=\frac{\pi}{8}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}} \qquad （2 分）$$

所以原点 O 处质点的振动方程为

$$y_O(t)=A\cos\left(\frac{\pi}{8}t-\frac{\pi}{2}\right)\ \mathrm{m} \qquad （3 分）$$

（2）波沿 x 轴负向传播，故该列波的波函数为

$$y(x,t)=A\cos\left[\frac{\pi}{8}\left(t+\frac{x}{10}\right)-\frac{\pi}{2}\right]\ \mathrm{m} \qquad （3 分）$$

七、计算题（本题 10 分）

有一轻质弹簧，下面悬挂质量为 1.0 g 的物体时，伸长为 4.9 cm。用这个弹簧和一个质量为 8.0 g 的小球构成弹簧振子，将小球由平衡位置向下拉开 1.0 cm 后，给予向下的初速率$v_0=5.0\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$，求振动周期和振动表达式。（取向下为 x 轴正方向；重力加速度$g=9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$）

解　设振动方程为$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$。由题意，有

弹簧的劲度系数$k=\dfrac{mg}{\Delta x}=\dfrac{1.0\times10^{-3}\times9.8}{4.9\times10^{-2}}=0.2\ \ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$，（2 分）

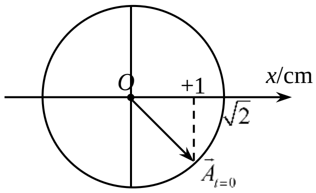
振动周期$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m'}{k}}=2\pi\sqrt{\dfrac{8\times10^{-3}}{0.2}}=\dfrac{2\pi}{5}=1.26\ \mathrm{s}$，（2 分）

角频率$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}}=5\ \ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$。

振幅$A=\sqrt{{x_0}^2+\left(-\dfrac{v_0}{\omega}\right)^2}=\sqrt{\left(-1\times10^{-2}\right)^2+\left(-\dfrac{5\times10^{-2}}{5}\right)^2}=\sqrt{2}\times10^{-2}\ \mathrm{m}$，（2 分）

由旋转矢量法，可得$\varphi_0=-\dfrac{1}{4}\pi$，（2 分）

所以，振动表达式为$x=\sqrt{2}\times10^{-2}\cos\left(5t-\dfrac{1}{4}\pi\right)\ \mathrm{m}$。（2 分）



八、计算题（本题 10 分）

用每毫米 250 线的光栅测量仪垂直入射单色光的波长，测得第 3 级谱线的衍射角为 30°，求：（1）待测波长值。（2）若该光栅的缝宽$a=2.00\times10^{-3}\ \mathrm{mm}$，求在整个衍射场中，在理论上最多能搜索到的光谱线总数目。

解　（1）每毫米 250 线的光栅，其光栅常量为

$$d=a+b=\frac{1}{250}\,\mathrm{mm}=4\times10^{-6}\,\mathrm{m} \qquad （2 分）$$

由光栅方程$\left(a+b\right)\sin\theta=\pm k\lambda$得

$$\lambda=\frac{(a+b)\sin\theta}{k}=\frac{4\times10^{-6}\times\sin30^{\circ}}{3}\,\mathrm{m}=666.7\ \mathrm{nm} \qquad （3 分）$$

（2）由光栅方程$\left(a+b\right)\sin\theta=\pm k\lambda$能搜索到的最高级次为

$$k_{\max}<\frac{\left(a+b\right)\sin\theta}{\lambda}=\frac{a+b}{\lambda}=\frac{4\times10^{-6}\ \mathrm{m}}{666.7\ \ \mathrm{nm}}\approx6 \quad ，取\quad k_{\max}=5 \qquad （2 分）$$

由缺级条件知缺级级次为$k=k'\dfrac{a+b}{a}=\dfrac{4\times10^{-6}k'}{2\times10^{-6}}=2k'\quad\left(k'=1,2,3\ldots\right)$，即$\pm2,\pm4$级明纹缺级，故最多能搜索到 $0,\pm1,\pm3,\pm5$ 级明纹，共$1+2\times5-2\times2=7$条光谱线。　（3 分）