# 第 12 章  电流和稳恒磁场

## 一、选择题

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1．C | 2．C | 3．D | 4．D | 5．A |
| 6．A | 7．C | 8．D | 9．D | 10．B |
| 11．C | 12．D | 13．B | 14．C | 15．B |
| 16．B | 17．D | 18．C | 19．D | 20．C |
| 21．A | 22．B | 23．B | 24．A | 25．A |
| 26．C | 27．D | 28．A | 29．A | 30．A |
| 31．D | 32．D | | | |

## 二、计算题

1．解法 1：（1）取半径为 $r$ 厚度为 d$r$，长为 $l$ 的圆筒作为电阻微元，由电阻的定义，此电阻微元的阻值为 $\mathrm{d}R=\rho\dfrac{\mathrm{d}r}{S}=\rho\dfrac{\mathrm{d}r}{2\pi rl}$。

总电阻相当于所有微元电阻串联，故 $R=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{\rho\mathrm{d}r}{2\pi rl}=\dfrac{\rho}{2\pi l}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$。

（2）当内芯铜线与铝层之间的电势差为 $U$ 时，由欧姆定律可得径向电流为

$$I=\frac{U}{R}=2\pi lU\Big/\rho\ln\frac{R_2}{R_1}$$

解法 2：对半径为 $r$ 的圆柱面而言，由于对称性，圆柱面上各点电流密度 $\vec{j}$ 的大小均相同，各点电流密度的方向均沿径矢向外，因此通过半径为 $r$ 的圆柱面 $S$ 的电流为：

$$I=\int\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=2\pi rlj$$

电流密度：
$$j=\frac{I}{2\pi rl}$$

由欧姆定律的微分形式 $j=\sigma E=\dfrac{E}{\rho}$，圆柱面上电场强度的大小为 $E=\rho j=\dfrac{\rho I}{2\pi rl}$，$\vec{E}$ 的方向均沿径矢向外，于是，同轴电缆内外两侧的电场差应为：

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho I}{2\pi rl}\cdot\mathrm{d}r=\frac{\rho I}{2\pi l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

所以，同轴电缆的径向电流为 $I=\dfrac{2\pi lU}{\rho\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$

同轴电缆的径向总电阻：$R=\dfrac{U}{I}=\dfrac{\rho\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi l}$

2．解：建立如图坐标轴，在 $x$ 处高度为 d$x$ 的圆台电阻为

$$\mathrm{d}R=\rho\frac{\mathrm{d}x}{\pi r^2} \qquad ①$$

由几何关系，可得 $\frac{x}{l}=\frac{r-R_2}{R_1-R_2}$，两边求导，$\frac{\mathrm{d}x}{l}=\frac{\mathrm{d}r}{R_1-R_2}$，$\mathrm{d}x=\frac{l\mathrm{d}r}{R_1-R_2}$

故两端面之间的电阻为：$R=\int dR=\int_0^l\frac{\rho\mathrm{d}x}{\pi r^2}=\int_{R_2}^{R_1}\frac{\rho}{\pi r^2}\frac{l\mathrm{d}r}{R_1-R_2}=\frac{\rho l}{\pi R_1R_2}$

3．解法 1：在两球壳之间作一半径为 $r$ 的同心球面，若通过该球面的电流为 $I$，则球面各点沿径矢向外的电流密度大小相等，并且

$$j=\frac{I}{4\pi r^2}$$

又因为 $j=\sigma E=kE^2$

故 $E=\left(\frac{I}{4\pi r^2k}\right)^{1/2}=\left(\frac{I}{4\pi k}\right)^{1/2}\frac{1}{r}$

于是两球壳之间的电势差为：$U=\int_a^b\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_a^b E\mathrm{d}r=\left(\frac{I}{4\pi k}\right)^{1/2}\ln\frac{b}{a}$

从上式可得到电流为：$I=4\pi kU^2\Big/\left(\ln\frac{b}{a}\right)^2$

解法 2：在两球壳之间作一半径为 $r$ 的厚度为 $\mathrm{d}r$ 的同心薄球壳，通过该球壳的电流为 $I$，则球壳上沿径矢向外方向各点电流密度的大小相等，并且

$$j=\frac{I}{4\pi r^2}$$

又因为 $j=\sigma E=kE^2$

故 $E=\left(\frac{I}{4\pi r^2k}\right)^{1/2}=\left(\frac{I}{4\pi k}\right)^{1/2}\frac{1}{r}$

而材料的电阻率 $\rho$：$\rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{kE}=\frac{1}{k\left(\frac{I}{4\pi k}\right)^{1/2}\frac{1}{r}}=\left(\frac{4\pi}{kI}\right)^{1/2}\cdot r$

此薄球壳沿径矢向外方向的电阻为：$\mathrm{d}R=\frac{\rho\mathrm{d}r}{4\pi r^2}$

其中电阻率 $\rho$ 为：$\rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{kE}$

于是两球壳之间的沿径矢向外方向的总电阻为：

$$R=\int\mathrm{d}R=\int_a^b\frac{\rho\mathrm{d}r}{4\pi r^2}=\int_a^b\frac{\left(\frac{4\pi}{kI}\right)^{1/2}\cdot r\mathrm{d}r}{4\pi r^2}=\left(\frac{1}{4\pi kI}\right)^{1/2}\int_a^b\frac{\mathrm{d}r}{r}=\left(\frac{1}{4\pi kI}\right)^{1/2}\ln\frac{b}{a}$$

两球壳之间电势差为 $U$ 时：

$$I=\frac{U}{R}=\frac{U}{\left(\frac{1}{4\pi kI}\right)^{1/2}\ln\frac{b}{a}}=\frac{\left(4\pi kI\right)^{1/2}U}{\ln\frac{b}{a}}$$

由上式两边平方可以解出电流 $I$ 为：$I=4\pi kU^2\Big/\left(\ln\frac{b}{a}\right)^2$

4．解：导线可分成 4 段，在 $O$ 点产生的磁感应强度分别为 $\vec{B}_1$、$\vec{B}_2$、$\vec{B}_3$、$\vec{B}_4$，由磁场叠加原理，$O$ 点的 磁感应强度为：

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+\vec{B}_4$$

对导线 1 和 4，$O$ 点位于其延长线上，此二段导线在 $O$ 点产生的磁感应强度为零：$\vec{B}_1=\vec{B}_4=0$。

圆弧导线 2 在 $O$ 点产生的磁感应强度：$B_2=\frac{1}{4}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)=\frac{\mu_0 I}{8R}$，方向$\otimes$。

直导线 3 在 $O$ 点产生的磁感应强度：$B_3=\frac{1}{4}\frac{\mu_0 I}{\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$，其中 $a=\frac{R}{\sqrt{2}}$，$\theta_1=\pi/4$，$\theta_2=3\pi/4$。则有：$B_3=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$，方向$\otimes$。

故 4 段导线在 $O$ 点处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{8R}+\frac{\mu_0 I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I}{2R}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{\pi}\right)，方向\otimes。$$

5．解：折线在 $P$ 点产生的磁感强度可以看作是两段半无限长载流直导线在 $P$ 点产生的磁感强度的矢量和。

水平段半无限长载流直导线在 $P$ 点产生的磁感强度：

$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos 0-\cos\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(1-\frac{\sqrt{2}}{2})$，方向：垂直纸面向外。

竖直段半无限长载流直导线在 $P$ 点产生的磁感强度：

$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\frac{\pi}{4}-\cos\pi\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$，方向：垂直纸面向里。

折线在 $P$ 点产生的磁感强度：$B=B_2-B_1=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi a}$，方向：垂直纸面向里

6．解：中心 $O$ 处的磁感强度 $\vec{B}$ 为两个圆线圈在 $O$ 处产生的磁感应强度的矢量和。

$AA'$ 线圈在 $O$ 点所产生的磁感强度：

$$B_A=\frac{\mu_0 N_A I_A}{2r_A}=\frac{4\times10^{-7}\times10\times10}{2\times20\times10^{-2}}=1\times10^{-4}(\mathrm{T})\ \text{(方向垂直 }AA'\text{ 平面)}$$

$CC'$ 线圈在 $O$ 点所产生的磁感强度：

$$B_C=\frac{\mu_0 N_C I_C}{2r_C}=\frac{4\times10^{-7}\times20\times5}{2\times10\times10^{-2}}=2\times10^{-4}(\mathrm{T})\ \text{(方向垂直 }CC'\text{ 平面)}$$

$O$ 点的合磁感强度　　$B=(B_A^2+B_C^2)^{1/2}=2.236\times10^{-4}$ T

$\vec{B}$ 的方向在和 $AA'$、$CC'$ 都垂直的平面内，和 $CC'$ 平面的夹角：

$$\theta=\mathrm{tg}^{-1}\frac{B_C}{B_A}=63.4°$$

7．解：在圆盘上取一半径分别为$r$和$r$+d$r$的细环带，此环带所带电量为$\mathrm{d}q=\sigma2\pi r\mathrm{d}r$。考虑到圆盘以角速率$\omega$绕轴 $AA'$ 转动，即每秒转$n=\omega/2\pi$圈，于是此环带上的圆电流为：

$$\mathrm{d}I=n\mathrm{d}q=\frac{\omega}{2\pi}\sigma2\pi r\mathrm{d}r=\omega\sigma r\mathrm{d}r$$

已知圆电流在圆心的磁感应强度的值为$B=\dfrac{\mu_0I}{2R}$，其中$I$为圆电流，$R$为圆电流的半径。因此，圆盘上细环带在盘心$O$的磁感应强度的值为：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}=\frac{\mu_0\omega\sigma\mathrm{d}r}{2}$$

于是整个圆盘转动时，在盘心$O$的磁感应强度 $\vec{B}$ 的值为

$$B=\int\mathrm{d}B=\int_0^R\frac{\mu_0\omega\sigma\mathrm{d}r}{2}=\frac{\mu_0\omega\sigma R}{2}$$

方向垂直盘面向上，沿 $A'\to A$。

8．解：根据磁场叠加原理，$O$点磁感应强度由$acb$、$adb$、$be$、$ef$、$fa$中电流共同产生。电源很远，$B_{ef}=0$。$be$、$fa$ 两段直线的延长线通过 $O$ 点，$B_{be}=0$，$B_{ef}=0$。设两圆弧长分别为$l_1$和$l_2$，流过的电流为$I_1$和$I_2$，方向如图。圆弧 $acb$、$adb$ 中电流在 $O$ 点产生的磁场分别为：

$$B_1=\frac{\mu_0I_1}{2r}\frac{l_1}{2\pi r}\qquad\text{方向垂直纸面向里}$$

$$B_2=\frac{\mu_0I_2}{2r}\frac{l_2}{2\pi r}\qquad\text{方向垂直纸面向外}$$

圆弧 $acb$、$adb$ 构成并联电路，有

$$I_1R_1=I_2R_2\qquad\text{或}\qquad I_1\rho\frac{l_1}{S_1}=I_2\rho\frac{l_2}{S}$$

即

$$I_1l_1=I_2l_2$$

故可得 $O$ 点磁感应强度：$B_O=B_1-B_2=\dfrac{\mu_0I_1}{2r}\dfrac{l_1}{2\pi r}-\dfrac{\mu_0I_2}{2r}\dfrac{l_2}{2\pi r}=0$。

9．解：（1）图中矩形框区域的磁场由左右两平行长直导线产生，且方向相同，故图中 $A$ 点的磁感应强度为：

$$B_A=\frac{\mu_0I_1}{2\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)}+\frac{\mu_0I_2}{2\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)}=\frac{\mu_0\left(I_1+I_2\right)}{\pi d}=4\times10^{-5}\ \mathrm{T}\text{，方向⊥纸面向外}$$

（2）在矩形框上取面元 d$S$，$\mathrm{d}S=l\mathrm{d}r$

$$\Phi_m=\int_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_{r_1}^{r_1+r_2}\left(\frac{\mu_0I_1}{2\pi r}+\frac{\mu_0I_2}{2\pi\left(d-r\right)}\right)l\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln 3 - \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{1}{3} = \frac{\mu_0 I_1 l}{\pi} \ln 3 = 2.2 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

10．解：空间各点磁场可看作半径为 $R$、电流 $I_1$ 均匀分布在横截面上的圆柱导体和半径为 $r$、电流 $-I_2$ 均匀分布在横截面上的圆柱导体磁场之和；

导体实心部分各点电流密度为 $j = \dfrac{I}{\pi\left(R^2 - r^2\right)}$，设方向垂直于纸面向外，而空腔部分电流密度大小相等，方向相反；

（1）圆柱轴线上磁感应强度的大小：

电流 $I_1$ 在轴线上产生的磁感应强度：$B_1 = 0$；

电流 $-I_2$ 在轴线上产生的磁感应强度，由安培环路定理可得：

$$\oint \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_2 \cdot 2\pi a = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 I_2 = \frac{\mu_0 I r^2}{R^2 - r^2}，\ B_2 = \frac{\mu_0 I r^2}{2\pi a\left(R^2 - r^2\right)}。$$

（2）空腔部分轴线上 $O'$ 点 $\vec{B}$ 的大小：

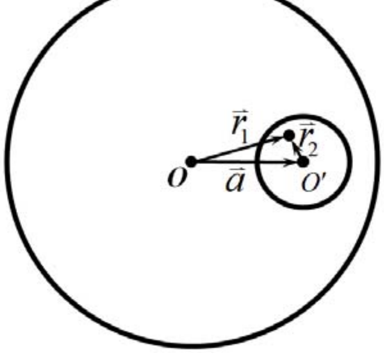
电流 $-I_2$ 在空腔部分轴线上 $O'$ 点产生的磁感应强度：$B_2' = 0$；

电流 $I_1$ 在空腔部分轴线上 $O'$ 点产生的磁感应强度：

$$B_1' = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \frac{a^2}{\left(R^2 - r^2\right)} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi\left(R^2 - r^2\right)}$$

∴
$$B_O' = \frac{\mu_0 I a}{2\pi\left(R^2 - r^2\right)}$$

（3）在空腔部分任选一点 $P$，设 $OP$、$O'P$ 和 $OO'$ 三个矢量分别为 $\vec{r}_1$、$\vec{r}_2$、$\vec{a}$；




由安培环路定理可得，电流 $I_1$ 在 $P$ 点产生的磁感应强度：

$$\oint \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_1 \cdot 2\pi r_1 = \mu_0 \sum I_i = \frac{I}{\pi\left(R^2 - r^2\right)} \pi r_1^2$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I r_1}{2\pi\left(R^2 - r^2\right)}$$

方向垂直于 $\vec{r}_1$ 指向左上方，且与 $\vec{j}$ 满足 $\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0}{2} \vec{j} \times \vec{r}_1$；

同理，由安培环路定理可得，电流 $-I_2$ 在 $P$ 点产生的磁感应强度：

$$\oint \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_2 \cdot 2\pi r_2 = \mu_0 \sum I_i = \frac{I}{\pi\left(R^2 - r^2\right)} \pi r_2{}^2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I r_2}{2\pi\left(R^2 - r^2\right)}$$

方向垂直于$\vec{r}_2$指向右上方，且与$\vec{j}$满足$\vec{B}_2 = -\dfrac{\mu_0}{2}\vec{j} \times \vec{r}_2$；

故空腔部分任意一点$P$点的磁感应强度：

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{2}\vec{j} \times \vec{r}_1 - \frac{\mu_0}{2}\vec{j} \times \vec{r}_2 = \frac{\mu_0}{2}\vec{j} \times \left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right)$$

由矢量三角形可知，$\left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right) = \vec{a}$，可得$\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{2}\vec{j} \times \vec{a}$。

$P$点的磁感应强度大小为$B = \dfrac{\mu_0}{2} ja = \dfrac{\mu_0 I a}{2\pi\left(R^2 - r^2\right)}$。

由结果可知与（2）计算得到空腔轴线上的磁感应强度相同。

11．解：无限长载流导体直圆管中电流分布具有圆对称性，可以直接利用安培环路定理计算直圆管周围各点的磁感应强度。

安培环路定理：$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$

在垂直于轴线任一截面上作一系列同心圆积分回路，积分回路方向与其内部包围电流方向满足右手定则。

$r < a$时：$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_i = 0$，$\vec{B}_1 = 0$；

$a < r < b$时：$\sum I_i = \dfrac{I\pi(r^2 - a^2)}{\pi(b^2 - a^2)} = \dfrac{I(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_2 \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \frac{\mu_0 I(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I(r^2 - a^2)}{2\pi r(b^2 - a^2)}$$

方向沿半径为$r$的同心圆的切线方向，与电流方向满足右手定则。

$r > b$时：$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B_3 \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 I$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

方向沿半径为$r$的同心圆的切线方向，与电流方向满足右手定则。

12．解：（1）通过$abcd$面积$S_1$的磁通量：

$$\Phi_{m1} = \vec{B} \cdot \vec{S}_1 = BS_1 = 2.0 \times 0.3 \times 0.4 = 0.24 \quad \text{Wb}$$

（2）通过$befc$面积$S_2$的磁通量：

$$\Phi_{m2} = \vec{B} \cdot \vec{S}_2 = 0$$

（3）通过$aefd$面积$S_3$的磁通量

$$\Phi_{m3} = \vec{B} \cdot \vec{S}_3 = BS_3 = 2.0 \times 0.3 \times 0.5 \times \cos\theta = 0.3 \times \frac{4}{5} = 0.24 \ \text{Wb}$$

13．解：同轴电缆的磁场分布具有轴对称性，磁感应线是围绕轴线的同心圆。取半径为r的磁感应线作积分环路L，由安培环路定理得

$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum_i I_i$$

（1） $r < R_1$时：$B_1 \cdot 2\pi r = \mu_0 \dfrac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$，$B_1 = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$

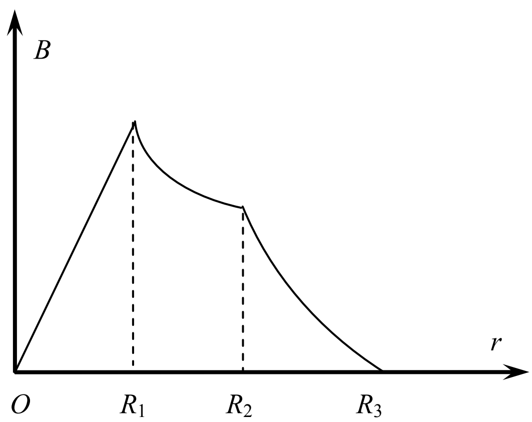
（2） $R_1 < r < R_2$时：$B_2 \cdot 2\pi r = \mu_0 I$，$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

（3） $R_2 < r < R_3$时：$\sum_i I_i = I - \dfrac{I}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} \pi(r^2 - R_2^2)$

$$B_3 \cdot 2\pi r = \mu_0 \left[ I - \frac{I\left(r^2 - R_2^2\right)}{R_3^2 - R_2^2} \right], \quad B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

（4） $r > R_3$ 时：$B_4 \cdot 2\pi r = 0$，$B_4 = 0$

磁感应强度分布曲线：




14．解：围绕无限长圆柱形铜导体轴线取同心圆为环路$l$，取其绕向与电流成右手螺旋关系，根据安培环路定理可得

$$\oint_l \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = B \oint_l \mathrm{d}l = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_i$$

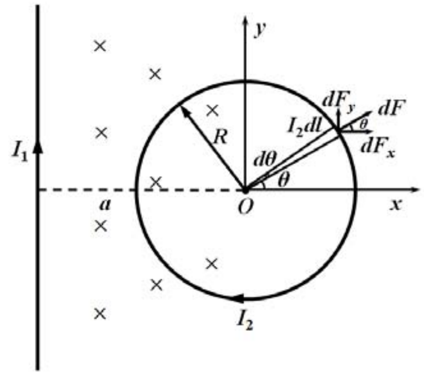
在圆柱形铜导体内部时，$r \le R$，$B_1 \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \dfrac{\mu_0 I}{\pi R^2} \pi r^2 = \dfrac{\mu_0 I r^2}{R^2}$，$B_1 = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$

在圆柱形铜导体外部时，$r > R$，$B_2 \cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 I$，$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

通过该矩形平面的磁通量：

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_0^R \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \times 1 \cdot \mathrm{d}r + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times 1 \cdot \mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln 2$$

15．解：在圆电流上取如图所示电流元$I_2\mathrm{d}l$，无限长载流直导线所产生的磁场为非均匀磁场，圆电流所在处的磁感应强度方向均为垂直纸面向里。电流元$I_2\mathrm{d}l$所在处磁感应强度的大小为$B = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi\left(a + R\cos\theta\right)}$，




此电流元所受的磁力 $\mathrm{d}\vec{F}$ 的大小为 $\mathrm{d}F = BI_2\mathrm{d}l = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)}$，其方向由右旋关系可知沿径矢向外。

由图可知 $\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$，故 $\mathrm{d}F = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2 R\mathrm{d}\theta}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)}$

力 $\mathrm{d}\vec{F}$ 的在$x$轴和$y$轴上的分量分别为

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)}$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)}$$

圆电流所受总磁力在$x$轴和$y$轴上的分量分别为

$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2 R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)} = \mu_0 I_1 I_2\left(1-\frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}\right)$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2 R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi\left(a+R\cos\theta\right)} = 0$$（由对称性也可得到$F_y = 0$）

故圆电流所受磁力为：$f = F_x = \mu_0 I_1 I_2\left(1-\dfrac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}\right)$，方向沿$x$轴正向。

16．解：在载流导线$I_2$上取电流元$I_2\mathrm{d}x$；无限长载流直导线$I_1$在此电流元处产生的磁场磁感应强度为：$B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$，方向垂直纸面向里；

电流元$I_2\mathrm{d}x$受到的安培力大小为：$d\vec{F} = I_2\mathrm{d}\vec{x}\times\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}x(\vec{k})$，$\vec{k}$ 表示方向在纸面内竖直向上；

故导线$I_2$所受到总的安培力为：$\vec{F} = \mathrm{d}\vec{F} = \displaystyle\int_a^L \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi x}\mathrm{d}x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}(\vec{k})$，方向：在纸面内竖直向上。

17．解：（1）长直导线周围产生的磁感应强度为：$B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$

由安培力的计算公式：$\vec{F} = \displaystyle\int_L I_2\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

$CD$ 段所受安培力：

$$F_{CD}=I_2B\int_L \mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi d}=8.0\times10^{-4}\ \mathrm{N}$$，方向垂直 $CD$ 向左；

$EF$ 段所受安培力：

$$F_{EF}=I_2B\int_L \mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi(d+a)}=8.0\times10^{-5}\ \mathrm{N}$$，方向垂直 $EF$ 向右；

$CF$ 段所受安培力：

$$F_{CF}=\int_L I_2B\mathrm{d}l=\int_d^{d+a}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\left(\frac{d+a}{a}\right)=9.2\times10^{-5}\ \mathrm{N}$$，方向垂直 $CF$ 向上；

同理，可得 $DE$ 段所受安培力：

$$F_{DE}=F_{CF}=9.2\times10^{-5}\ \mathrm{N}$$，方向垂直 $DE$ 向下；

（2）矩形线圈所受合力：$\vec{F}=\vec{F}_{CD}+\vec{F}_{DE}+\vec{F}_{EF}+\vec{F}_{CF}$，大小为 $F=7.2\times10^{-4}\ \mathrm{N}$，方向向左。

矩形线圈所受合力矩 $\vec{M}=\vec{P}_{\mathrm{m}}\times\vec{B}$

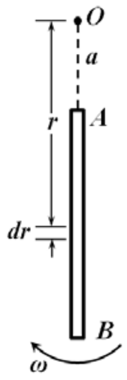
∵ 线圈与导线共面

∴ $$\vec{P}_{\mathrm{m}}//\vec{B}$$

故矩形线圈所受合力矩：$\vec{M}=0$。

18．解：（1）由于绕 $O$ 点转动，带电线段 $AB$ 上不同位置具有不的线速度，在 $AB$ 上任取一线段元 d$r$，其上带电量为 d$q$=$\lambda$d$r$，它所形成电流的电流强度为：

$$\mathrm{d}I=f\mathrm{d}q=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q=\frac{\lambda\omega}{2\pi}\mathrm{d}r$$




根据电流环在圆心产生的磁感应强度的值为 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$，其中 $I$ 为圆电流，$R$ 为圆电流的半径。因此，此电流元 $O$ 点磁感应强度的值为：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}=\frac{\mu_0\lambda\omega\mathrm{d}r}{4\pi r}$$

整个带电刚性细杆在 $O$ 点的磁感应强度的值为：

$$B_O=\int\mathrm{d}B=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu_0\lambda\omega}{4\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

（2）旋转的带电线元 d$r$ 的磁矩为

$$\mathrm{d}P_{\mathrm{m}} = \mathrm{d}I \cdot S = \frac{\lambda\omega}{2\pi}\mathrm{d}r \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2}\lambda\omega r^2 \mathrm{d}r$$

旋转的带电刚性细杆 $AB$ 的总磁矩为

$$P_{\mathrm{m}} = \int \mathrm{d}P_{\mathrm{m}} = \int_a^{a+b} \frac{1}{2}\lambda\omega r^2 \mathrm{d}r = \frac{1}{6}\lambda\omega\left[\left(a+b\right)^3 - a^3\right]$$

19．解：（1）安培力的计算公式：$\vec{F} = \int_L I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

∵ $bc$ 段与 $\vec{B}$ 平行　∴ $\vec{F}_{bc} = I\vec{l} \times \vec{B} = 0$；

$ab$ 段所受安培力：$\vec{F}_{ab} = I\vec{l} \times \vec{B}$

$F_{ab} = IBl\sin 120° = 10\times 1\times 0.1\times 0.866 = 0.866\ \mathrm{N}$，方向⊥纸面向外；

同理 $ac$ 段所受安培力：$\vec{F}_{ca} = I\vec{l} \times \vec{B}$

$F_{ca} = IBl\sin 120° = 10\times 1\times 0.1\times 0.866 = 0.866\ \mathrm{N}$，方向⊥纸面向里；

（2）线圈的磁矩为 $\vec{P}_{\mathrm{m}} = I\vec{S}$，对 $OO'$ 轴的磁力矩 $\vec{M} = \vec{P}_{\mathrm{m}} \times \vec{B}$， 沿 $\overline{OO'}$ 方向，大小为

$$M = ISB = I\frac{\sqrt{3}l^2}{4}B = 4.33\times 10^{-2}\ \mathrm{N\cdot m}$$

（3）从所在位置转到线圈平面与磁场垂直时磁力所作的功：$A = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right)$

∵ $$\Phi_1 = 0\ ,\ \Phi_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2 B$$

∴ $$A = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2 B = 4.33\times 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

## 三、问答题

1．（1）在恒定电流情况下，导体中电荷分布不随时间变化形成恒定电场；

（2）恒定电场与静电场具有相似性质，同样满足高斯定理和环路定理，静电场中可引入电势概念；

（3）恒定电场的存在伴随能量的转换。