23—24 学年 第 1 学期 大学物理 II(2) 月考 1 试卷
参考答案及评分标准

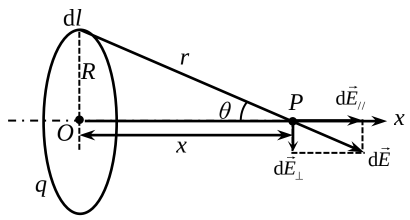
一、选择题 （每小题 3 分，共 30 分）

（注：请将选择题答案填入下表中）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	B	A	D	D	D	C	C	A

二、计算题（14 分）

解 如图所示，把圆环分割成一系列电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l$（其中 $\lambda=\dfrac{q}{2\pi R}$ 为电荷线密度），$\mathrm{d}q$ 部分在 P 点产生的电场强度为 $\mathrm{d}E=\dfrac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\dfrac{\lambda\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)}$。（4 分）

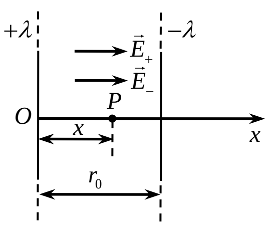


将 $\mathrm{d}\vec{E}$ 正交分解，得 $\mathrm{d}E_{//}=\mathrm{d}E\cos\theta=\dfrac{\lambda x\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$，积分得：

$$E_{//}=\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda x\mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{(\lambda\cdot 2\pi R)x}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}。$$

根据对称性可知 $E_\perp=0$，所以 $\vec{E}=E_{//}\hat{i}=\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0\left(x^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\hat{i}$。（10 分）

三、计算题（14 分）



解 （1）如图所示，设两根导线在 P 点产生的电场分别用 $\vec{E}_+$ 和 $\vec{E}_-$ 表示，其中

$$\vec{E}_+=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\hat{i}，\quad \vec{E}_-=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\left(r_0-x\right)}\hat{i}。\qquad（4 分）$$

由场强叠加原理得 P 点的场强为：

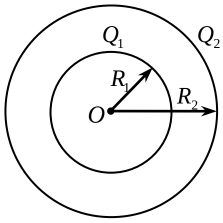
$$\vec{E}_P=\vec{E}_++\vec{E}_-=\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\left(r_0-x\right)}\right)\hat{i}=\frac{\lambda r_0}{2\pi\varepsilon_0 x\left(r_0-x\right)}\hat{i}。\qquad（4 分）$$

（2）设 $\vec{F}_+$ 和 $\vec{F}_-$ 分别表示正、负带电导线上单位长度所受的电场力，则有

$$\vec{F}_+=\lambda\vec{E}_-\left(x=0\right)=\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\hat{i}，\ \vec{F}_-=-\lambda\vec{E}_+\left(x=r_0\right)=-\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 r_0}\hat{i}。\qquad（4分）$$

由此可知 $\vec{F}_+=-\vec{F}_-$，二力大小相等、方向相反，这一对导线相互吸引。

四、计算题（14分）



解 （1）由电势叠加原理得各区域电势分布为：

$$\begin{cases} U_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1}{R_1}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right) & \left(r\leqslant R_1\right) \\ U_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Q_1}{r}+\dfrac{Q_2}{R_2}\right) & \left(R_1\leqslant r\leqslant R_2\right) \\ U_3=\dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} & \left(r\geqslant R_2\right) \end{cases}。\qquad（8分）$$

（2）两球面间的电势差为：

$$U_{12}=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)。\qquad（6分）$$

五、计算题（14分）

解 （1）以圆柱体的中心轴作半径为 r、轴向长度为 h 的同轴高斯圆柱面，当 $r\leqslant R$ 时，由对称性和高斯定理得：

$$\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=2\pi rhE_1=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内}q_i=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho\pi r^2h，\ E_1=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}，方向沿径向向外。\qquad（4分）$$

当 $r\geqslant R$ 时，由对称性和高斯定理得：

$$\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=2\pi rhE_2=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内}q_i=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho\pi R^2h，\ E_2=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}，方向沿径向向外。\qquad（4分）$$

（2）取圆柱体表面电势为0。

当 $r\leqslant R$ 时，$U=\int_r^R\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^R\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}r=\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(R^2-r^2\right)$；（3分）

当 $r\geqslant R$ 时，$U=\int_r^R\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_r^R\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r}$。（3分）

六、计算题（14分）

解 元电荷为 $\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V=\rho\cdot4\pi r^2\mathrm{d}r$。

1）当 $r\geqslant R$ 时，由高斯定理 $\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内}q_i$ 有：（2分）

$$E_{外}\oiint_S \mathrm{d}S = E_{外}\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \rho \mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\mathrm{A}}{r}\cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{2\pi \mathrm{A}R^2}{\varepsilon_0},$$

化简得 $E_{外} = \dfrac{\mathrm{A}R^2}{2\varepsilon_0 r^2}$。（6 分）

2）当 $r \leqslant R$ 时，由高斯定理 $\oiint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum\limits_{S内} q_i$ 有：

$$E_{内}\oiint_S \mathrm{d}S = E_{内}\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho \mathrm{d}V = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{\mathrm{A}}{r}\cdot 4\pi r^2 \mathrm{d}r = \frac{2\pi \mathrm{A}r^2}{\varepsilon_0},$$

化简得 $E_{内} = \dfrac{\mathrm{A}}{2\varepsilon_0}$。（6 分）