# 第 5 章 刚体力学

## 一、选择题

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1、D | 2、A | 3、D | 4、C | 5、C |
| 6、C | 7、D | 8、C | 9、B | 10、D |
| 11、A | 12、A | 13、D | 14、C | 15、D |

## 二、计算题

1、解: (1) 根据题意，皮带轮是在作匀角加速转动，角加速度为

$$a=\frac{\omega}{t}=5.1rad\cdot s^{-2}$$

在 30 s 内转过的角位移为

$$\phi=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\omega t=2.3\times10^3 rad$$

在 30 s 内转过的转数为

$$n=\frac{\phi}{2\pi}=3.6\times10^2\text{转}$$

(2) 在 $t$ = 20 s 时其角速度为

$$\omega=at=1.0\times10^2 rad\cdot s^{-1}$$

(3) 在 $t$ = 20 s 时，在皮带轮边缘上 $r$ = 5.0 cm 处的线速度为

$$v=\omega t=5.1m\cdot s^{-1}$$

切向加速度为

$$a_t=at=0.25m\cdot s^{-2}$$

法向加速度为

$$a_n=\omega^2 r=5.1\times10^2 m\cdot s^{-2}$$

2、解：飞轮作匀变速转动，$\omega_0=250\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，经过 90$s$，$\omega=0$，所以角加速度为

$$a=\frac{\omega_0}{t}=2.8\mathrm{rad}$$

从制动到转过 $\phi=3.14\times10^3\mathrm{rad}$，角速度由 $\omega_0$ 变为 $\omega$，$\omega$ 应满足

$$\omega^2=\omega_0^2-2a\phi$$

所以

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-2a\phi}=2.1\times10^2\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3、解：(1) 细圆环：相对于通过其中心并垂直于环面的轴的转动惯量为

$$J = R^2 m = \left(36\times10^{-2}\right)\times0.50\mathrm{kg\cdot m^2} = 6.5\times10^{-2}\mathrm{kg\cdot m^2}$$

转动动能为

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 3.6\times10^2 J$$

(2) 相对于通过其中心并垂直于盘面的轴的转动惯量为

$$J = \int r^2 dm = \int_0^R r^2\cdot2\pi r\sigma dr = \frac{1}{2}\pi R^4\sigma = \frac{1}{2}mR^2 = 3.2\times10^{-2}\mathrm{kg\cdot m^2}$$

转动动能为

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 1.8\times10^2 J$$

4、解：(1) 闸瓦作用于飞轮的摩擦力矩的大小为

$$M = fR = \mu NR = 50\mathrm{N\cdot m}$$

(2) 从开始制动到停止，飞轮的角加速度 $\alpha$ 可由转动定理求得

$$a = \frac{M}{J} = 2.5\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$$

根据

$$\omega^2 = \omega_0^2 - 2a\phi$$

飞轮转过的角度为

$$\phi = \frac{\omega_0^2}{2a} = \frac{105^2}{2\times2.5}\mathrm{rad} = 2.2\times10^3\mathrm{rad}$$

飞轮转过的转数为

$$n = \frac{\phi}{2\pi} = 3.5\times10^2\text{转}$$

因为

$$\omega_0 - at = 0$$

所以飞轮从开始制动到停止所经历的时间为

$$t = \frac{\omega_0}{a} = 42s$$

(3) 摩擦力矩所作的功为

$$A = -\int_0^\phi Md\theta = -M\phi = -1.1\times10^5 J$$

5、解：取定滑轮的转轴为 $z$ 轴，$z$ 轴的方向垂直与纸面并指向读者。根据牛顿第二定律和转动定理可以列出下面的方程组

$$\begin{aligned} &Fr - T'r = Ja \\ &T - mg = ma \\ &T = T' \\ &a = \alpha r \end{aligned}$$

其中 $J = \dfrac{1}{2}mr^2$，于是可以解得

$$a=\frac{2\left(F-mg\right)}{M+2m}$$

$$T=mg+ma=\frac{m\left(Mg+2F\right)}{M+2m}$$

6、解：(1) 开始摆动时的角加速度：此时细棒处于水平位置，所受重力矩的大小为

$$M=\frac{1}{2}mgl$$

相对于轴的转动惯量为

$$J=\frac{1}{2}ml^2$$

于是，由转动定理可以求得

$$a=\frac{M}{J}=\frac{\frac{1}{2}mgl}{\frac{1}{3}ml^2}=\frac{3g}{2l}$$

(2) 设摆动到竖直位置时的角速度为 $a$，根据机械能守恒，有

$$\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}mgl$$

由此得

$$\omega=\sqrt{\frac{mgl}{J}}=\sqrt{\frac{3g}{l}}$$

7、解：(1) 将两圆盘看为一个系统，这个系统不受外力矩的作用，总角动量守恒，即

$$J_1\omega_1+J_2\omega_2=\left(J_1+J_2\right)\omega$$

所以合成一体后的角速度为

$$\omega=\frac{J_1\omega_1+J_2\omega_2}{J_1+J_2}$$

(2) 上盘落下后两盘总动能的改变量为

$$\Delta E_k=\left(\frac{1}{2}J_1\omega_1{}^2+\frac{1}{2}J_2\omega_2{}^2\right)-\frac{1}{2}\left(J_1+J_2\right)\omega^2=\left(\frac{1}{2}J_1\omega_1{}^2+\frac{1}{2}J_2\omega_2{}^2\right)-\frac{1}{2}\left(J_1+J_2\right)\left(\frac{J_1\omega_1+J_2\omega_2}{J_1+J_2}\right)^2$$

$$=\frac{J_1J_2\left(\omega_1-\omega_2\right)^2}{2\left(J_1+J_2\right)}$$

(3) 动能减少是由于两盘合成一体时剧烈摩擦，致使一部分动能转变为热能。

8、解：将木棒和子弹看为一个系统，该系统不受外力矩的作用，所以系统的角动量守恒，即

$$\left(\frac{1}{2}l\right)m_2v=\left(J_1+J_2\right)\omega \qquad (1)$$

其中 $J_1$ 是木棒相对于通过其中心并与棒垂直的轴的转动惯量，$J_2$ 是子弹相对于同一轴的转动惯量，它们分别为

$$J_1 = \frac{1}{12} m_1 l^2, \qquad J_2 = \frac{1}{4} m_2 l^2 \tag{2}$$

将式(2)代入式(1)，得

$$\omega = \frac{\frac{1}{2} m_2 v l}{\left(J_1 + J_2\right)} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v l}{\left(\frac{1}{12} m_1 l^2 + \frac{1}{4} m_2 l^2\right)} = \frac{6 m_2 v}{l\left(m_1 + m_2\right)} = 29\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$