南京信息工程大学试卷

_2021_ － _2022_ 学年 第_2_学期 _离散数学_ 程试卷(_A_卷)

本试卷共_3_页；考试时间_120_分钟；任课教师:离散数学课程组；出卷时间:2022年_6_月

______________学院_______________专业 _____年级 ____ 班

学号_______________ 姓名______________ **得分**__________

注意：所有试题答案均写在答题册上。

一、单项选择题（每题 2 分，共 20 分）

1．下列语句是命题的有（ ）。

A. 请你把书递过来　　B. X+Y>0

C. X*Y>0 (*为普通乘法) 当且仅当 X 和 Y 都大于 0　　D. 我正在说谎

2. 一个命题公式在等价意义下，它的（ ）是唯一的。

A. 析取范式　　B. 合取范式

C. 真值表　　D. 以上答案都对

3. 设集合 Q = {1, 2, 3}，分析 Q 上的关系 S = {<1, 2>, <2, 1>, <1, 3>}具有（ ）。

A. 自反性　　B. 反自反性

C. 对称性　　D. 反对称性

4. 设 A＝{a, b, c, d}, 给定$\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4$如下：

π_1= { {a, b, c}, {d} }　　π_2= { $\varnothing$, {a, b}, {c, d} }

π_3= { {a}, {a, b, c, d} }　　π_4= { {a, b}, {c} }

其中，能表示 ***A*** 的一种划分的是（ ）。

A. π_1　　B. π_2

C. π_3　　D. π_4

5. 包含 n（n>1）个顶点，没有边的图称为（ ）。

A. 零图　　B. 平凡图

C. 补图　　D. 子图

6. 如图 1 所示，以下说法正确的是（ ）。

A. e 是割点　　B. {a, e}是点割集

C. {b, e}是点割集　　D. {d}是点割集

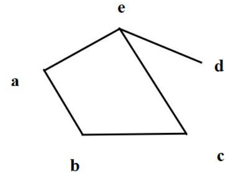

图 1

7. 设图 G 的邻接矩阵为$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，则 G 中长度为 2 的回路总数为（　　）。

A. 1　　　　B. 2

C. 3　　　　D. 4

8. 若图 G 有一条路径经过图中每条边一次且仅一次，则 G（　　）。

A. 有一条欧拉路径　　　　B. 是欧拉图

C. 有一条哈密顿路　　　　D. 是哈密顿图

9．V=<{a, b, c}，*>，*的运算表如下：

*	***a***	***b***	***c***
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

则，*运算满足（　　）。

A．交换律　　　　B．结合律、幂等律

C．交换律、幂等律　　　　D．交换律、结合律

10．设 V=<R*，。>，其中 R^*为非零实数集，运算。定义为：$\forall a, b \in R^*, a \circ b = \frac{1}{2}(a+b)$，

则代数系统 V 是（　　）。

A．群　　　　B．半群但不是含幺半群

C．含幺半群但不是群　　　　D．都不是

二、填空题(每空 2 分，共 20 分)

1. 一个命题公式 A(p, q, r)的成真赋值为：000, 001, 010, 100, 110，则其主合取范式为 __(1)__。

2. 命题公式$P \rightarrow Q \vee R$为 __(2)__（请回答公式类型）。

3. 设 A={1, 2, {1, 2}}，B={1, 2}，则 A⊕A = __(3)__，A⊕B = __(4)__。(⊕为对称差运算)

4. 设集合 A={0, 1, 2}，集合 B={a, b}，则$|B^A|$ = __(5)__。

5. 设 A = {1, 2, 3}，R = {<x, y> | x, y∈A 且 x+2y ≤ 6 }，$t(R)$ = __(6)__。

6. 设无向图 G 有 18 条边且每个顶点的度数都是 3，则无向图 G 有 __(7)__ 个顶点。

7. 具有 16 个结点的无向完全图，其边数为 __(8)__ 条。

8. 已知代数系统<Z_5, ⊙>，其中 Z_5={0, 1, 2, 3, 4 }，$\forall x, y \in Z_5$, x⊙y=(xy) mod 5，则代数系统的幺元是 __（9）__，零元 __（10）__。(⊙为模 n 加法运算)

三、计算题（第 1 小题 8 分，第 2 小题和第 3 小题每题 9 分，共 26 分）

1. 求公式（P∨¬Q）∧（P→R）的主析取范式和主合取范式（请采用等值演算法）。

2. 设集合 A＝{a, b, c, d}，A 上的二元关系 R＝{<a, a>, <a, b>, <b, c>, <c, d>}，求：

(1) R 的幂集；(2) $R\circ R$；(3) $R\circ R^{-1}$。（9 分）

3. 对于偏序集<{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12}，|>，其中|表示整除，请：

   (1) 画出其哈斯图。

   (2) 在子集{2, 5, 6}中，找出最大元，最小元，极大元，极小元。

   (3) 找出子集{1, 2, 3, 6}的上确界和下确界。

四、证明题(共 10 分)

设 V=<**Z**, *>为代数系统，其中，**Z** 为整数集合，*是在 **Z** 上定义的二元运算，$\forall x, y \in \mathbf{Z}$, 有$x * y = x + y - 6$。证明 V 为**阿贝尔群（交换群）**。

五、 应用题（每题 8 分，共 24 分）

1. 符号化下列论断（采用 P, Q, R 表示原子命题），并依据推理规则说明下列前提下结论是否有效？给出前提、结论以及证明过程。

   如果我出差去南京, 我就去看望导师。如果我没有紧急事务, 则去南京出差。 我没有去看望导师。所以我有紧急事务。

2. 调查 73 名某大学一年级艺体生，获得如下数据：52 人会弹钢琴，25 人会拉小提琴，20 人会吹笛子，17 人同时会弹钢琴和拉小提琴，12 人同时会弹钢琴和吹笛子，7 人同时会拉小提琴和吹笛子，仅有 1 人同时会三种乐器。问（请采用容斥原理）：

   ① 调查结果中三种乐器都不会的学生有多少？

   ② 调查结果中只会拉小提琴的学生有多少？

3. 设旋转磁鼓（如图 2 所示）分成 8 个扇区, 每个扇区标记一个 0 或 1, 有 3 个探测器能够读出连续的 3 个扇区的标记. 如何赋给扇区标记, 使得能够根据探测器的读数确定磁鼓的位置. 为了能够根据读数确定磁鼓的位置, 必须构造一个由 8 个 0 和 1 组成的圆环, 使得圆环上连续 3 个数字的序列都不相同。（请使用图论相关知识点解决该问题）

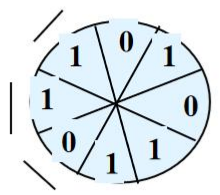

图 2