第 15 章 光的衍射

一、选择题

1．D　2．B　3．C　4．C　5．C
6．B　7．B　8．D　9．B　10．D
11．B　12．D　13．B　14．D　15．B
16．D　17．D　18．C　19．B

二、计算题

1．解：（1）根据单缝的夫琅禾费衍射中衍射角、缝宽和波长之间的关系

$$a\sin\theta=\pm k\lambda \ (k=1,2,3,\ \ldots\ldots)\text{，}k \text{ 为暗纹级数}$$

可得：　$a=\dfrac{k\lambda}{\sin\theta}$

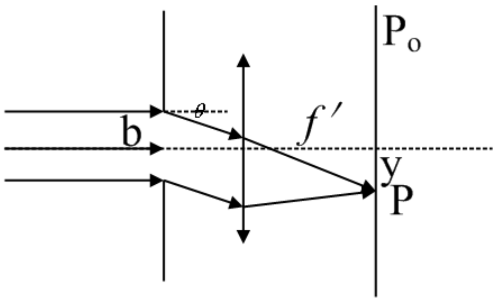
根据题意，代入数据，有：

$$a=\frac{500\ \text{nm}}{\sin 30^\circ}=1000\ \text{nm}$$

（2）$\Delta x_{\text{中央明纹}}=2f\theta_0=2f\dfrac{\lambda}{a}=2\times10^{-3}\ \text{m}$

$\Delta x_{\text{第一级明纹}}=f\dfrac{\lambda}{a}=1\times10^{-3}\ \text{m}$

2．解：根据题意，作图如下：



根据单缝衍射中各要素之间的关系，衍射角可以表示为：

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}b\sin\theta\approx\frac{2\pi}{\lambda}b\tan\theta=\frac{2\pi}{\lambda}b\frac{y}{f'}$$

将上式变形，可得

$$y=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi$$

代入数据，可得两种情况下（缝的两边到 P 点的相位差为 $\dfrac{\pi}{2}$ 和 $\dfrac{\pi}{6}$），P 点离焦点的距离 P_1、P_2 分别为

$$P_1=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi_1=\frac{480\times10^{-9}\times60\times10^{-2}}{2\pi\times0.4\times10^{-3}}\times\frac{\pi}{2}=0.18\,\text{mm}$$

$$P_2=\frac{\lambda f'}{2\pi b}\Delta\varphi_1=\frac{480\times10^{-9}\times60\times10^{-2}}{2\pi\times0.4\times10^{-3}}\times\frac{\pi}{6}=0.06\,\text{mm}$$

3．解：单缝衍射次最大的位置为

$$\sin\theta_{k0}\approx\pm\left(k_0+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{b}$$

第三个次最大可以表示为

$$\sin\theta_{30}\approx\pm(3+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{b}=\pm\frac{7}{2}\frac{\lambda_1}{b}$$

第二个次最大可以表示为

$$\sin\theta_{20}\approx\pm(2+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{b}=\pm\frac{5}{2}\frac{\lambda_2}{b}$$

据题意有

$$\pm\frac{7}{2}\frac{\lambda_1}{b}=\pm\frac{5}{2}\frac{\lambda_2}{b}$$

从而得

$$\lambda_1=\frac{5}{7}\lambda_2=\frac{5}{7}\times6000\approx428.6\,\text{nm}$$

4．解：光栅方程为

$$d\sin\theta_k=j\lambda \quad (j=0，\pm1\ 、\pm2、\pm3\dots\ )$$

由题意可知光栅常数 $d=\frac{1}{N}=\frac{1\times10^{-3}}{50}=2\times10^{-5}\,\text{m}$

对于白光，第一级的末端为红光，对应波长为 760 nm

$$\sin\theta_1=j\frac{\lambda}{d}=1\times\frac{760\times10^{-9}}{2\times10^{-5}}=3.8\times10^{-2}$$

第二级的始端为紫光，对应波长为 400 nm

$$\sin\theta_2=j\frac{\lambda}{d}=2\times\frac{400\times10^{-9}}{2\times10^{-5}}=4.0\times10^{-2}$$

所以衍射角之差为

$$\Delta\theta=\arcsin(4.0\times10^{-2})-\arcsin(3.8\times10^{-2})\approx0.2\times10^{-2}\text{rad}=0.2\times10^{-2}\times\frac{180°}{\pi}=7'$$

5．解：(1) 由题意可得光栅常数

$$d=\frac{1\times10^{-3}}{400}=2.5\times10^{-6}\,\text{m}$$

当光垂直入射时，由光栅方程

$$d\sin\theta_k=j\lambda \quad (j=0，\pm1\ 、\pm2、\pm3\dots\ )$$

代入数据，有

$$2.5\times10^{-6}\times\sin90°=j\times589\times10^{-9}$$

得

$$j=4.24$$

所以最多能看到第 4 级光谱。

（2）当光以 30°入射时，此时对应的光栅方程为

$$d(\sin\theta_0 \pm \sin\theta_k) = j\lambda$$

代入数据，有

$$2.5\times10^{-6}\times(\sin 30° \pm \sin 90°) = j\times 589\times10^{-9}$$

得

$$j = 6.36 \text{ 或 } j = -2.12$$

所以最多能可以看到第 6 级光谱。

6．解：由题意可得光栅常数为

$$d = \frac{1\times10^{-3}}{250} = 4.0\times10^{-6}\,\text{m}$$

当光垂直入射时，光栅方程为

$$d\sin\theta_k = j\lambda \quad (j = 0，\pm1 \text{ 、}\pm2\ldots)$$

当 $j = 1$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 1\times\lambda$ ， $\lambda = 2000\times10^{-9}$ m

当 $j = 2$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 2\times\lambda$ ， $\lambda = 1000\times10^{-9}$ m

当 $j = 3$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 3\times\lambda$ ， $\lambda = 666.7\times10^{-9}$ m

当 $j = 4$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 4\times\lambda$ ， $\lambda = 500\times10^{-9}$ m

当 $j = 5$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 5\times\lambda$ ， $\lambda = 400\times10^{-9}$ m

当 $j = 6$ 时， $4.0\times10^{-6}\times\sin 30° = 6\times\lambda$ ， $\lambda = 333.3\times10^{-9}$ m

可出现的光有紫光 400 nm、绿光 500 nm、红光 666.7 nm

7．解：（1）单缝衍射图样的中央角宽度为

$$2\theta = 2\frac{\lambda}{b} = 2\times\frac{6240\times10^{-7}}{0.012} = 0.104\,\text{rad},$$

（2）由光栅方程 $d\sin\theta_k = j\lambda$ ，中央角半宽为 $\theta \approx \sin\theta$ ，所以

$$j = \frac{d\sin\theta}{\lambda} = \frac{0.041\times\frac{0.104}{2}}{0.012} = 3.42$$

即能看到的 3 级的光谱，0、±1、±2、±3 共 7 条谱线。

（3）谱线的半角宽度由 $\Delta\theta = \dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta}$，当衍射角 θ 很小时， $\cos\theta \approx 1$

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd} = \frac{624\times10^{-9}}{10^3\times0.041\times10^{-3}} = 1.52\times10^{-5}\ \text{rad}$$

8．解：由光栅公式　$(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ ，可得：

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{a+b} = 0.2357k$$

代入数据，计算：

$k = 0$，　　　　$\varphi = 0$

$k = \pm 1$，　　$\varphi_1 = \pm\sin^{-1}0.2357 = \pm 13.6°$

$k = \pm 2$，　　$\varphi_2 = \pm\sin^{-1}0.4714 = \pm 28.1°$

$k = \pm 3$，　　$\varphi_3 = \pm\sin^{-1}0.7071 = \pm 45.0°$

$k = \pm 4$，　　　$\varphi_3 = \pm \sin^{-1} 0.9428 = \pm 70.5°$。

9．解:（1）根据题意有

$$d(\sin\theta_0 + \sin\theta) = \lambda \text{（同侧）}$$

$$d(\sin\theta_0 - \sin\theta') = -\lambda \text{（异侧）}$$

两式相加，可得

$$2\sin\theta_0 = \sin\theta - \sin\theta'$$

$$\theta_0 \approx \frac{1}{2}(\theta - \theta') = \frac{1}{2}(\sin 53^o - \sin 11^o) \approx 17.7^o$$

（2）当一级谱线位于法线两侧时

$$d(\sin\theta_0 - \sin\theta') = -j\lambda$$

$$\sin\theta' = \sin\theta_0 + j\frac{\lambda}{d}$$

对于 $j = 1$ 的谱线，$\frac{\lambda}{\mathrm{d}} = \sin\theta' - \sin\theta_0 = 0.49$

对于 $j = 2$ 的谱线，　$\sin\theta' = \sin\theta_0 + 2\frac{\lambda}{d} = 0.30 + 2\times 0.49 = 1.28 > 1$，所以在法线两侧时，观察不到第二级谱线。

当位于法线同侧时，$d(\sin\theta_0 + \sin\theta) = j\lambda$

当 $j = 2$ 时，　$\sin\theta = 2\frac{\lambda}{d} - \sin\theta_0 = 2\times 0.49\text{-}0.30 = 0.68 < 0$

所以在法线同侧时，能观察到第二谱线。

10．解：（1）由已知条件可知 $a + b = 4a$

$$4a\sin\theta = k\lambda$$

$$a\sin\theta = k'\lambda$$

其中 $k' = 1, k = 4,$ 所以，在中央明纹中只有 0，±1，±2，±3 缺级，共可见 7 条。

（2）$k' = 2, k = 8$,第 8 级缺级。在第一级明纹中，±5，±6，±7 可见，所以，每一级明纹范围内可见 3 条。