一、填空题 (每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 A,B 为两个随机事件，$P(\overline{A})=0.3$，$P(B)=0.6$，$P(A|B)=0.2$，则 $P(A-B)=$____________。

2. 已知随机变量 X 与 Y 都服从泊松分布 $\pi(1)$ 且相互独立，则 $P\{\max(X,Y)\ge 1\}=$____________。

3. 设随机变量 $X\sim N(0,4)$，$Y\sim N(1,9)$，$\rho_{XY}=0.2$，则 $Cov(X,Y)=$__________________。

4. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 在区间 $(0,1)$ 独立地随机取值，则 $\sum_{i=1}^{100}X_i$ 近似地服从__________________。

5. 在假设检验中，如果增加样本量，其他条件不变，则犯第一类错误的概率__________（填：变大、变小、不变）。

二、选择题 (每小题 3 分，共 15 分)

1. 某小组有 4 位男生和 2 位女生，从中抽 2 人，则 2 位都是男生的概率是(　　)。

（A）0.6　　（B）0.4　　（C）0.2　　（D）0.8

2. 已知二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，边缘分布函数分别为 $F_X(x)$、$F_Y(y)$，则 $M=\max\{X,Y\}$ 的分布函数是(　　)。

（A）$F_X(z)F_Y(z)$　（B）$F_X(x)F_Y(y)$　（C）$F(z,z)$　（D）$1-[1-F_X(z)][1-F_Y(z)]$

3. 设随机变量 X,Y 独立同分布，分布律如下：

X	-1	1
$P\{X=k\}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Y	-1	1
$P\{Y=k\}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

则下列结论正确的是(　　)。

（A）$X=Y$　（B）$P\{X=Y\}=1$　（C）$P\{X=Y\}=\frac{5}{9}$　（D）$P\{X=Y\}=\frac{4}{9}$

4. 设 $E(X)=0$，$D(X)=5$，则由切比雪夫不等式，得 $P\{-5<X<5\}\ge$(　　)。

（A）1/25　　（B）24/25　　（C）1/5　　（D）4/5

5. 在单个正态总体方差的假设检验中，显著性水平为 α，样本方差为 S^2，样本容量为 n，$H_0:\sigma^2\le\sigma_0^2$，$H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$，则拒绝域为(　　)。

（A）$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\le\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$　　（B）$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\le\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$

（C）$\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_{1-\alpha}^2(n-1)$　　　　（D）$\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \ge \chi_{\alpha}^2(n-1)$

三、计算题 (共 70 分)

1.（本题 10 分） 在某项医疗保险业务中，把被保人投保时的健康水平分为：“一级”、“二级”、“三级”。已知这三类被保人占比分别是 0.15、0.60、0.25，据统计，他们产生 2000 元以上医疗费用的概率分别是 0.05、0.10、0.30。

(1) 任选一位被保人，求他(她)产生 2000 元以上医疗费用的概率；

(2) 若某一位被保人产生了 2000 元以上医疗费用，求该被保人在投保时健康水平为“二级”的概率。

2.（本题 10 分） 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的分布律如下

$Y \backslash X$	0	1	2
0	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{3}$

求：(1) $X+Y$ 的分布律；(2) $E(X+3Y-5)$；(3) $D(-2Y)$。

3.（本题 10 分） 已知 X_1, X_2, X_3 为来自总体 $X \sim N(0,1)$ 的简单随机样本，记 $Y_i = X_i - \bar{X}$，$\bar{X}$ 为样本均值，$i=1,2,3$，求：(1) $D(Y_1)$；(2) $Cov(Y_2, Y_3)$。

4.（本题 15 分） 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} 6y, & 0<x<1, 0<y<x, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

(1) 判断 X,Y 是否相互独立，并说明理由；(2) 求概率 $P\{Y \le 1-X\}$；(3) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

5.（本题 15 分） 已知 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $X \sim f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{4a}, & 0 \le x \le 4a, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 的简单随机样本，其中 $a>0$ 为未知参数，求：(1) a 的矩估计量；(2) a 的最大似然估计量；(3) 判断 a 的矩估计量是否为无偏估计量，并说明理由。

6.（本题 10 分） 设某一年我国各地数字普惠金融总指数 $X \sim N(300,10000)$，五年后，随机抽取了 25 个地区的数字普惠金融总指数，其平均值为 365。设 5 年后数字普惠金融总指数仍服从正态分布，且方差不变。问：在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，数字普惠金融总指数是否发生了显著变化？

（$z_{0.025}=1.96$，$z_{0.05}=1.645$，$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.05}(25)=1.7081$）