§4.3　全概率公式

主题

划分

全概率公式

全概率公式的应用

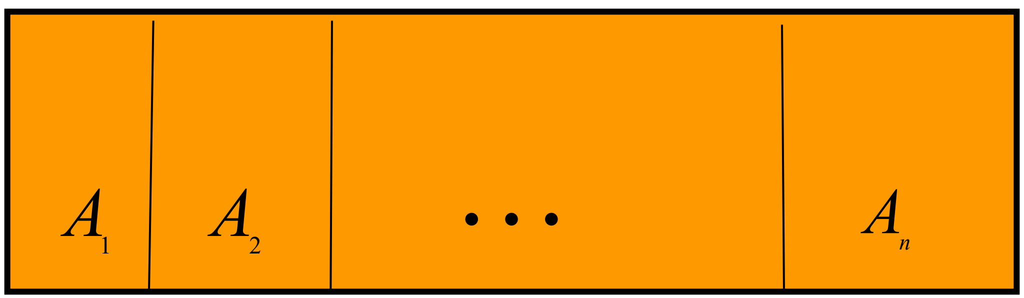
划分

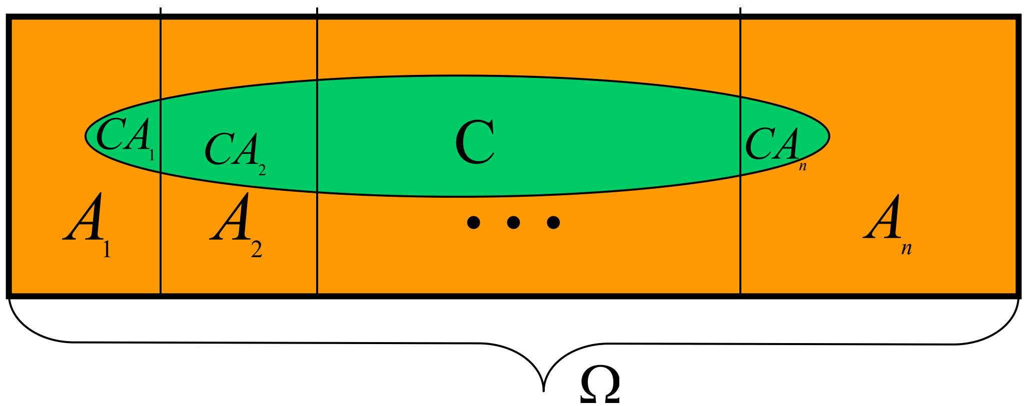
定义　设 Ω 为随机试验 E的样本空间，$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为一组事件，若

(i)　$A_i A_j = \varnothing, i \neq j,\ i, j = 1, 2, \cdots, n;$

(ii)　$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \Omega.$

则称 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为样本空间 Ω 的一个划分．





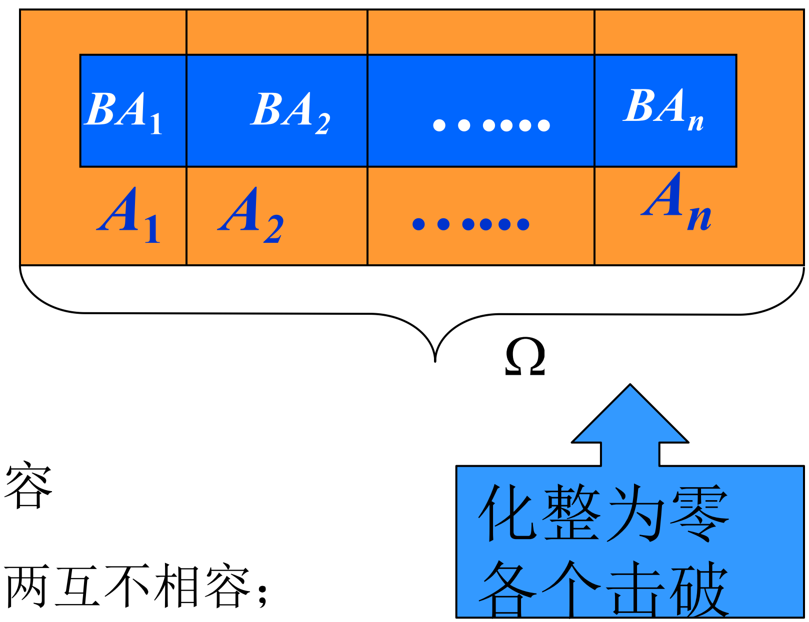
CA_1
CA_2
C
CA_n
A_1
A_2
A_n
Ω

全概率公式

已知 $A_1,A_2,\cdots A_n$ 是样本空间 Ω 的一个**划分**，且 $P(A_i)>0$ ，

对任意事件 B ，

则有 $\boxed{P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)}$



证明：

$$P(B)=P(B\Omega)=P(B(\bigcup_{i=1}^{n}A_i))$$
$$=P(\bigcup_{i=1}^{n}BA_i)$$

由 A_1， A_2， $\cdots$， A_n 两两互不相容

得 A_1B， A_2B， $\cdots$， A_nB 也两两互不相容；

所以由概率的可列可加性，得 $P(B)=\sum_{n=1}^{n}P(A_iB)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$

抽签原理：抽签顺序与中签概率无关

例6 某电子设备制造厂所用的晶体管是由三家元件厂提供的。根据以往的记录有以下的数据

元件制造厂	提供晶体管的份额	次品率
1	0.15	0.02
2	0.80	0.01
3	0.05	0.03

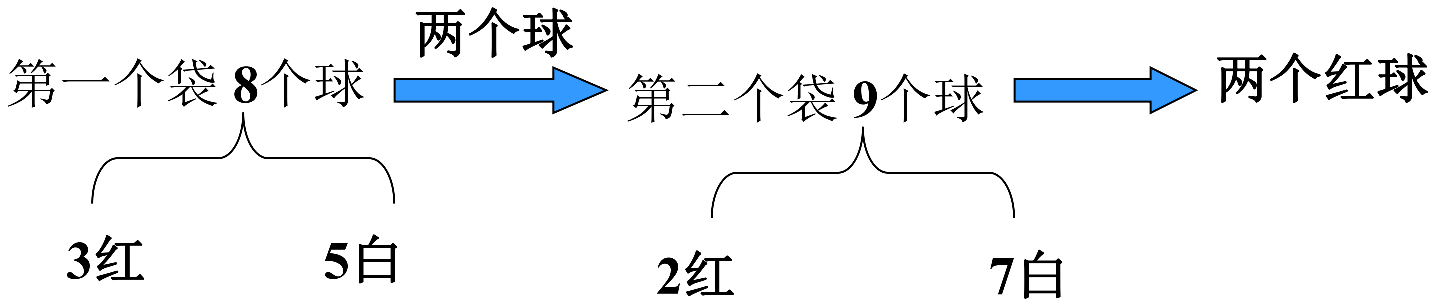
设这三家工厂的产品在仓库中是均匀混合的，且无区别的标志。在仓库中随机的取一只晶体管，求它是次品的概率。

解： 设B={次品}, A_i={产品来自第i制造厂}, i=1,2,3

则 $$P(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)P(B\mid A_i)$$

$$=0.15\times0.02+0.8\times0.01+0.05\times0.03$$

例7 已知第一个袋中装有8个球，其中3红5白，第二个袋中装有 9 个球，其中2红7白，先从第一个袋中取出两个球放入 第二个袋中，再从第二个袋中取出两个球，求两个球都是红球的概率



解： 设A={两球都是红球}， B_i ={第一次取出球中有i个红球}，i=0,1,2

则

$$P(A)=\sum_{i=0}^{2}P(B_i)P(A|B_i)$$

$$P(B_i)=\frac{C_3^iC_5^{2-i}}{C_8^2}\qquad P(A|B_i)=\frac{C_{2+i}^2}{C_{11}^2}$$