

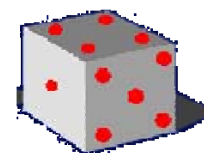
第二章：随机变量及其分布



随机变量

1、有些试验结果本身与数值有关（本身就是一个数）。

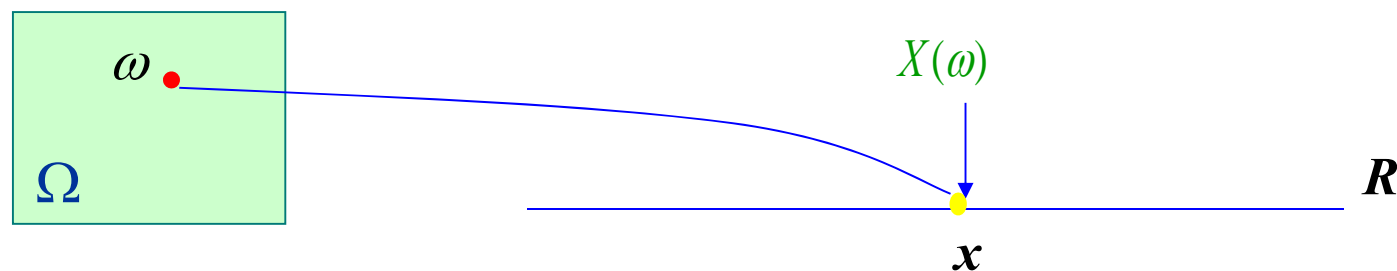
例如，掷一颗骰子面上出现的点数；



2、在有些试验中，试验结果看来与数值无关

例如，掷硬币观察正反面和摸球观察颜色的试验；

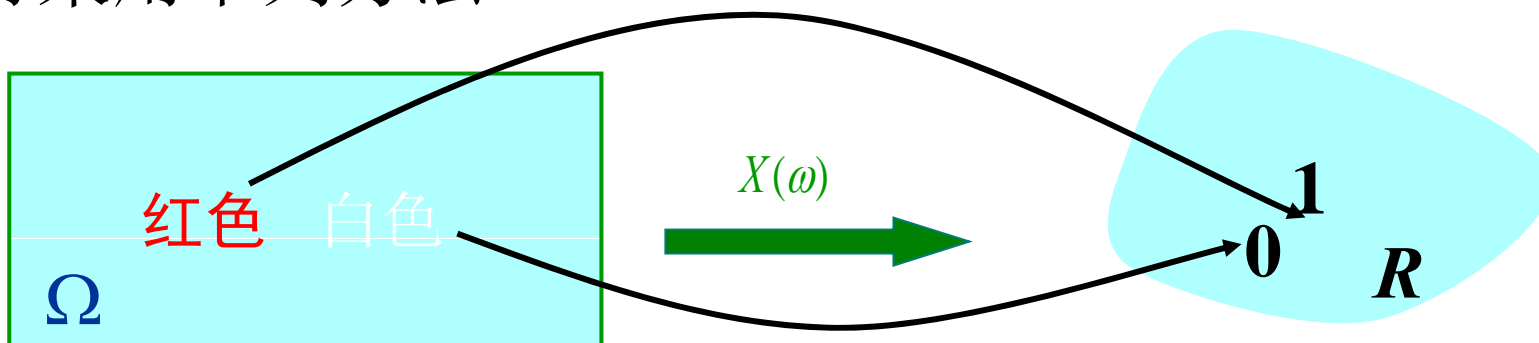
为了把试验结果数量化，我们可以引进一个函数。



例 在一装有红球、白球的袋中任摸一个球，
观察摸出球的颜色。

$\Omega = \{\text{红色、白色}\}$ $\xrightarrow{?}$ 将 Ω 数量化
非数量

可采用下列方法



即有 $X(\text{红色})=1$, $X(\text{白色})=0$.

$$X(\omega)=\begin{cases} 1, & \omega=\text{红色} \\ 0, & \omega=\text{白色} \end{cases}$$

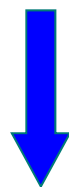
这样便将非数量的 $\Omega=\{\text{红色}, \text{白色}\}$ 数量化了.

例 掷均匀的骰子, 观察出现的点数.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

样本点本身就是数量

$$X(\omega) = \omega$$



恒等变换

$$X(1) = 1, X(2) = 2, X(3) = 3, X(4) = 4, X(5) = 5,$$

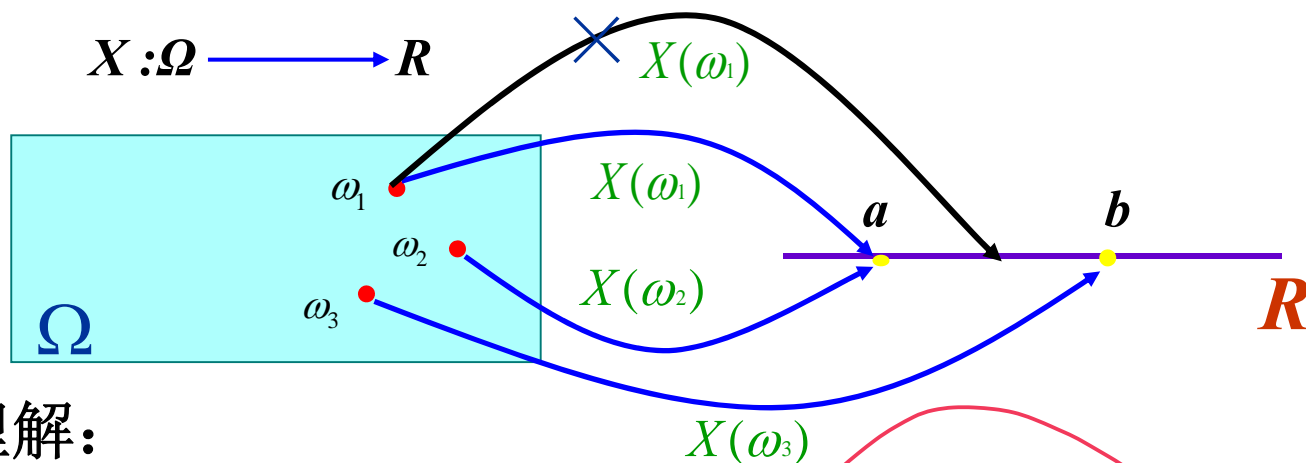
$$X(6) = 6, \text{ 且有 } P\{X = i\} = \frac{1}{6}, \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6).$$

一. 随机变量 (random variable, 简写r.v.) 的定义:

定义在样本空间 Ω 上的实值函数 $X = X(\omega)$, 称此函数 $X(\omega)$ 为随机变量, 简写为 X .

通常用大写字母 X, Y, Z 等表示.

是样本空间 Ω 到 R 上的映射



二. 理解:

(1) 以一定的概率取某一可能取值, 具有随机性;

$$y = f(x) \quad x = X(\omega)$$

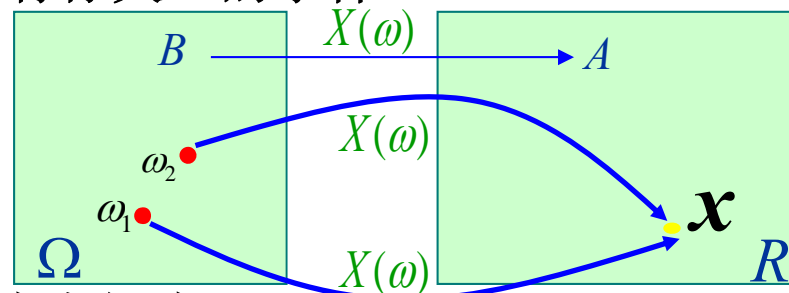
(2) 虽然是函数, 不能定义极限, 所以没有连续性等。

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} X(\omega) \quad \text{无意义}$$

(3) 随机变量的取值范围能够表示出所有你关心的事件

$$\{X = x\} = \{\omega \mid X(\omega) = x\}$$

$$\{X \in A\} = \{\omega \mid X(\omega) \in A\} = B$$



例如:将一枚均匀的硬币抛掷3次, 样本空间为

$\Omega = \{\text{正正正}, \text{正正反}, \text{正反正}, \text{正反反}, \text{反正正}, \text{反正反}, \text{反反正}, \text{反反反}\}$

若 X 表示3次中出现正面的次数, 则

随机事件 $A = \{\text{正面出现了一次}\} = \{\text{正反反}, \text{反正反}, \text{反反正}\}$

$$= \{\omega \mid X(\omega) = 1\} = \{X = 1\}$$

随机事件 $B = \{\text{3次出现的情况相同}\} = \{\text{正正正}, \text{反反反}\} = \{X = 0 \text{ 或 } 3\}$

随机事件 $C = \{\text{正面至少出现了一次}\} = \{X \geq 1\}$

(4) 随机变量具有明确的几何意义

小结