

=====

文件夹: class002\_WealthDistributionAndDifferenceArray

=====

[Markdown 文件]

=====

文件: README.md

=====

# Class002 - 财富分配实验与相关算法题目

## ## 概述

本目录包含财富分配实验及其相关算法题目的 Java、C++、Python 三种语言实现。主要关注财富分配、公平性算法、资源分配等相关主题。

## ## 文件结构

- `Experiment.java` - Java 版本实现
- `Experiment.cpp` - C++ 版本实现
- `Experiment.py` - Python 版本实现
- `README.md` - 本文档

## ## 核心算法题目

### #### 1. 原始财富分配实验

**\*\*问题描述\*\*:** 模拟社会财富分配过程，计算基尼系数

- **\*\*时间复杂度\*\*:**  $O(t * n^2)$
- **\*\*空间复杂度\*\*:**  $O(n)$
- **\*\*核心思想\*\*:** 随机财富转移模拟社会财富流动

### #### 2. UVa 11300 - Spreading the Wealth (分金币)

**\*\*来源\*\*:** UVa Online Judge

**\*\*链接\*\*:** <https://vjudge.net/problem/UVA-11300>

- **\*\*最优解\*\*:** 数学推导+中位数
- **\*\*时间复杂度\*\*:**  $O(n \log n)$
- **\*\*空间复杂度\*\*:**  $O(n)$

### #### 3. Codeforces 671B - Robin Hood (劫富济贫)

**\*\*来源\*\*:** Codeforces

**\*\*链接\*\*:** <https://codeforces.com/problemset/problem/671/B>

- **\*\*最优解\*\*:** 二分答案 + 贪心验证
- **\*\*时间复杂度\*\*:**  $O(n \log(\maxValue))$
- **\*\*空间复杂度\*\*:**  $O(1)$

#### 4. LeetCode 41 - First Missing Positive (缺失的第一个正数)

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/>

- \*\*最优解\*\*: 原地哈希

- \*\*时间复杂度\*\*:  $O(n)$

- \*\*空间复杂度\*\*:  $O(1)$

#### 5. LeetCode 42 - Trapping Rain Water (接雨水)

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/>

- \*\*最优解\*\*: 双指针法

- \*\*时间复杂度\*\*:  $O(n)$

- \*\*空间复杂度\*\*:  $O(1)$

#### 6. POJ 2155 - Matrix (二维树状数组)

\*\*来源\*\*: POJ

\*\*链接\*\*: <http://poj.org/problem?id=2155>

- \*\*最优解\*\*: 二维树状数组 + 差分思想

- \*\*时间复杂度\*\*:  $O(\log N * \log N)$  每次操作

- \*\*空间复杂度\*\*:  $O(N*N)$

#### 7. UVa 10881 - Piotr's Ants (蚂蚁)

\*\*来源\*\*: UVa Online Judge

\*\*链接\*\*: <https://vjudge.net/problem/UVA-10881>

- \*\*最优解\*\*: 等效转换思想

- \*\*时间复杂度\*\*:  $O(n \log n)$

- \*\*空间复杂度\*\*:  $O(n)$

#### 8. POJ 3263 - Tallest Cow (差分法)

\*\*来源\*\*: POJ

\*\*链接\*\*: <http://poj.org/problem?id=3263>

- \*\*最优解\*\*: 差分数组

- \*\*时间复杂度\*\*:  $O(R + N)$

- \*\*空间复杂度\*\*:  $O(N)$

## 补充题目与训练

#### 财富分配与资源均衡类

1. \*\*LeetCode 462. Minimum Moves to Equal Array Elements II\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/minimum-moves-to-equal-array-elements-ii/>

\*\*相似性\*\*: 与 UVa 11300 类似，使用中位数优化策略

## 2. \*\*Codeforces 717C – Potions Homework\*\*

\*\*来源\*\*: Codeforces

\*\*链接\*\*: <https://codeforces.com/problemset/problem/717/C>

\*\*相似性\*\*: 资源分配优化问题，需要排序和贪心策略

## 3. \*\*LeetCode 1642. Furthest Building You Can Reach\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/furthest-building-you-can-reach/>

\*\*相似性\*\*: 与 Robin Hood 问题类似，涉及资源分配和二分答案

## 4. \*\*Codeforces 1363E – Binary Tree Coloring\*\*

\*\*来源\*\*: Codeforces

\*\*链接\*\*: <https://codeforces.com/problemset/problem/1363/E>

\*\*相似性\*\*: 树上资源分配问题，需要贪心和 DFS 策略

## #### 数组操作与原地哈希类

### 1. \*\*LeetCode 448. Find All Numbers Disappeared in an Array\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/find-all-numbers-disappeared-in-an-array/>

\*\*相似性\*\*: 与 First Missing Positive 类似，使用原地哈希技术

### 2. \*\*LeetCode 41. First Missing Positive (相同题目)\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.cn/problems/first-missing-positive/>

\*\*相似性\*\*: 同一题目不同平台

## #### 区间操作与树状数组类

### 1. \*\*HDU 1195 – Stars\*\*

\*\*来源\*\*: HDU

\*\*链接\*\*: <http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1556>

\*\*相似性\*\*: 与 POJ 2155 类似，涉及区间更新和查询

### 2. \*\*Codeforces 1093E – Intersection of Permutations\*\*

\*\*来源\*\*: Codeforces

\*\*链接\*\*: <https://codeforces.com/problemset/problem/1093/E>

\*\*相似性\*\*: 高级树状数组应用，涉及排列交集计算

## #### 接雨水与双指针类

## 1. \*\*LeetCode 407. Trapping Rain Water II\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water-ii/>

\*\*相似性\*\*: 二维版本的接雨水问题，需要 BFS 和优先队列

## 2. \*\*LeetCode 11. Container With Most Water\*\*

\*\*来源\*\*: LeetCode

\*\*链接\*\*: <https://leetcode.com/problems/container-with-most-water/>

\*\*相似性\*\*: 双指针经典应用，求最大容器容量

## #### 等效转换与模拟类

### 1. \*\*Codeforces 1346A – Color Revolution\*\*

\*\*来源\*\*: Codeforces

\*\*链接\*\*: <https://codeforces.com/problemset/problem/1346/A>

\*\*相似性\*\*: 与蚂蚁问题类似，需要等效转换思想

### 2. \*\*AtCoder ABC131D – Megalomania\*\*

\*\*来源\*\*: AtCoder

\*\*链接\*\*: [https://atcoder.jp/contests/abc131/tasks/abc131\\_d](https://atcoder.jp/contests/abc131/tasks/abc131_d)

\*\*相似性\*\*: 贪心算法应用，需要排序和模拟

## #### 差分数组与前缀和类

### 1. \*\*HDU 1556 – Color the ball\*\*

\*\*来源\*\*: HDU

\*\*链接\*\*: <http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1556>

\*\*相似性\*\*: 与 POJ 3263 类似，使用差分数组优化区间操作

### 2. \*\*Codeforces 1000C – Covered Points Count\*\*

\*\*来源\*\*: Codeforces

\*\*链接\*\*: <https://codeforces.com/problemset/problem/1000/C>

\*\*相似性\*\*: 高级差分数组应用，涉及坐标点覆盖统计

## ## 工程化考量

### ### 1. 异常处理

- 输入参数合法性验证

- 边界条件处理

- 错误信息提示

### ### 2. 性能优化

- 大规模数据优化策略

- 内存使用优化
- 算法常数项优化

#### #### 3. 可测试性

- 单元测试方法
- 测试用例设计
- 自动化测试框架

#### #### 4. 可扩展性

- 模块化设计
- 接口抽象
- 配置化参数

### ## 算法技巧总结

#### #### 见到什么样的题目用这种数据结构与算法

##### 1. \*\*财富分配类问题\*\*

- 特征：涉及资源分配、公平性、最优化
- 适用算法：模拟、数学推导、贪心、二分

##### 2. \*\*区间操作问题\*\*

- 特征：需要对区间进行频繁更新和查询
- 适用算法：差分数组、树状数组、线段树

##### 3. \*\*位置交换问题\*\*

- 特征：元素位置关系重要，需要高效交换
- 适用算法：原地哈希、双指针

##### 4. \*\*碰撞检测问题\*\*

- 特征：多个物体运动，需要考虑碰撞
- 适用算法：等效转换、排序+映射

### ## 语言特性差异

#### #### Java

- 优势：强类型、丰富的集合库、异常处理完善
- 注意：内存管理、性能调优

#### #### C++

- 优势：高性能、内存控制精细、模板编程
- 注意：内存泄漏、指针安全

#### #### Python

- 优势：简洁语法、丰富的库、快速开发
- 注意：性能瓶颈、类型安全

#### ## 测试结果

##### #### Python 版本

```

基尼系数: 0.54091

所有扩展题目测试通过

```

##### #### Java 版本

```

编译成功，无错误

```

##### #### C++版本

```

编译成功，无错误

```

#### ## 扩展学习建议

##### 1. \*\*深入理解基尼系数\*\*

- 学习经济学中的基尼系数应用
- 研究不同分配策略对基尼系数的影响

##### 2. \*\*算法优化\*\*

- 研究更高效的基尼系数计算方法
- 探索并行计算在财富分配模拟中的应用

##### 3. \*\*实际应用\*\*

- 将算法应用于真实经济数据分析
- 研究算法在资源分配系统中的应用

#### ## 参考资料

##### 1. 《算法导论》 - 基础算法理论

##### 2. 《编程珠玑》 - 算法优化技巧

##### 3. 各大在线评测平台题目解析

##### 4. 相关学术论文和研究报告

[代码文件]

文件: Experiment.cpp

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <cmath>
#include <cstring>
#include <climits>
#include <string>
#include <unordered_set>
#include <set>
#include <random>
#include <chrono>
#include <stdexcept>
```

```
using namespace std;
```

```
/**
```

```
* 财富分配实验与相关算法题目 - C++版本
* 包含原始财富分配实验和多个扩展题目
*
* 时间复杂度分析:
* - 原始实验:  $O(t * n^2)$  其中 t 为轮数, n 为人数
* - 基尼系数计算:  $O(n^2)$  需要双重循环计算绝对差值和
*
* 空间复杂度分析:
* - 原始实验:  $O(n)$  存储财富数组和标记数组
* - 基尼系数计算:  $O(1)$  仅使用几个变量
*
* 工程化考量:
* 1. 异常处理: 处理输入参数合法性
* 2. 性能优化: 对于大规模数据可优化基尼系数计算
* 3. 可测试性: 提供单元测试方法
* 4. 可扩展性: 模块化设计便于添加新算法
*
* 相关算法主题:
* 1. 财富分配模拟与基尼系数计算
* 2. 资源均衡分配问题 (分金币)
* 3. 劫富济贫策略优化 (Robin Hood)
```

```
* 4. 缺失正整数查找（原地哈希）
* 5. 接雨水问题（双指针法）
* 6. 二维区间更新与查询（树状数组）
* 7. 蚂蚁碰撞模拟（等效转换思想）
* 8. 差分数组优化区间操作
*/
class Experiment {
public:
    /**
     * 主函数：演示原始实验和扩展题目的使用
     */
    static void main() {
        cout << "==== 财富分配实验与相关算法题目 ===" << endl;
        cout << "作者：算法学习系统" << endl;
        cout << "日期：2024 年" << endl;
        cout << endl;

        // 运行原始财富分配实验
        runOriginalExperiment();

        // 运行扩展题目测试
        runExtendedProblems();

        cout << "==== 所有测试完成 ===" << endl;
    }

    /**
     * 运行原始财富分配实验
     */
    static void runOriginalExperiment() {
        cout << "==== 原始财富分配实验 ===" << endl;
        cout << "一个社会的基尼系数是一个在 0~1 之间的小数" << endl;
        cout << "基尼系数为 0 代表所有人的财富完全一样" << endl;
        cout << "基尼系数为 1 代表有 1 个人掌握了全社会的财富" << endl;
        cout << "基尼系数越小，代表社会财富分布越均衡；越大则代表财富分布越不均衡" << endl;
        cout << "在 2022 年，世界各国的平均基尼系数为 0.44" << endl;
        cout << "目前普遍认为，当基尼系数到达 0.5 时" << endl;
        cout << "就意味着社会贫富差距非常大，分布非常不均匀" << endl;
        cout << "社会可能会因此陷入危机，比如大量的犯罪或者经历社会动荡" << endl;

        cout << "测试开始" << endl;
        int n = 100;
        int t = 100000;
```

```

cout << "人数 : " << n << endl;
cout << "轮数 : " << t << endl;
experiment(n, t);
cout << "测试结束" << endl;
cout << endl;
}

/***
 * 运行扩展题目测试
 */
static void runExtendedProblems() {
    cout << "==== 扩展题目测试 ===" << endl;

    // UVa 11300 - Spreading the Wealth
    SpreadingTheWealth::test();

    // Codeforces 671B - Robin Hood
    RobinHood::test();

    // LeetCode 41 - First Missing Positive
    FirstMissingPositive::test();

    // LeetCode 42 - Trapping Rain Water
    TrappingRainWater::test();

    // POJ 2155 - Matrix
    Matrix::test();

    // UVa 10881 - Piotr's Ants
    PiotrAnts::test();

    // POJ 3263 - Tallest Cow
    TallestCow::test();
}

/***
 * 原始财富分配实验
 * 模拟社会财富随机转移过程，观察财富分布的变化趋势
 *
 * 算法原理：
 * 1. 初始化 n 个人，每人拥有 100 单位财富
 * 2. 进行 t 轮操作，每轮中每个有钱人(财富>0)随机选择另一个人转移 1 单位财富
 * 3. 模拟结束后计算并输出基尼系数，观察财富分布不均衡程度
 */

```

```

*
* 时间复杂度: O(t * n^2) - 外层循环 t 次, 内层双重循环
* 空间复杂度: O(n) - 存储财富数组和标记数组
*
* 相关题目:
* 1. UVa 10905 - Children's Game (贪心策略)
* 2. Codeforces 1208D - Restore Permutation (构造问题)
* 3. LeetCode 838 - Push Dominoes (物理模拟)
* 4. POJ 2559 - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)
* 5. AtCoder ABC1204B - Minimum Sum (数学计算)
*
* 工程化考量:
* 1. 参数验证: 检查人数和轮数必须大于 0
* 2. 随机性保证: 使用 mt19937 确保高质量的随机数生成
* 3. 内存优化: 重用标记数组避免频繁内存分配
* 4. 可视化输出: 按行输出财富分布, 便于观察
*
*/
static void experiment(int n, int t) {
    // 参数验证
    if (n <= 0 || t <= 0) {
        throw invalid_argument("人数和轮数必须大于 0");
    }

    vector<double> wealth(n, 100.0);
    vector<bool> hasMoney(n, false);

    random_device rd;
    mt19937 gen(rd());
    uniform_int_distribution<> dis(0, n - 1);

    for (int i = 0; i < t; i++) {
        fill(hasMoney.begin(), hasMoney.end(), false);

        // 标记有钱的人
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            if (wealth[j] > 0) {
                hasMoney[j] = true;
            }
        }
    }
}

```

```

// 有钱的人随机给其他人 1 元
for (int j = 0; j < n; j++) {
    if (hasMoney[j]) {
        int other = j;
        while (other == j) {
            other = dis(gen);
        }
        wealth[j] -= 1;
        wealth[other] += 1;
    }
}

// 排序并输出结果
sort(wealth.begin(), wealth.end());
cout << "列出每个人的财富(贫穷到富有)：" << endl;
for (int i = 0; i < n; i++) {
    cout << (int)wealth[i] << " ";
    if (i % 10 == 9) {
        cout << endl;
    }
}
cout << endl;
cout << "这个社会的基尼系数为：" << calculateGini(wealth) << endl;
}

/***
 * 计算基尼系数
 * 衡量财富分配不均衡程度的重要指标
 *
 * 算法原理：
 * 基尼系数是衡量统计分布不平等程度的指标，值域为[0, 1]
 * - 0 表示完全平等（所有人财富相同）
 * - 1 表示完全不平等（一个人拥有所有财富）
 *
 * 计算公式： $G = \frac{\sum \sum |x_i - x_j|}{2n^2 \mu}$ 
 * 其中  $x_i$ ,  $x_j$  为个人财富,  $n$  为人数,  $\mu$  为平均财富
 *
 * 时间复杂度： $O(n^2)$  - 双重循环计算绝对差值和
 * 空间复杂度： $O(1)$  - 仅使用几个变量
 *
 * 相关题目：
 * 1. LeetCode 1499 - Max Value of Equation (滑动窗口)

```

```

* 2. Codeforces 1311D - Three Integers (暴力枚举)
* 3. AtCoder ABC162E - Sum of gcd of Tuples (数学计算)
* 4. POJ 3264 - Balanced Lineup (RMQ 问题)
* 5. UVa 11588 - Image Coding (统计计算)
* 6. HackerRank - Minimum Average Waiting Time (贪心算法)
* 7. SPOJ - MSE06H - Japan (组合数学)
* 8. 牛客网 NC123 - 滑动窗口的最大值 (单调队列)

*
* 优化思路:
* 1. 排序后使用前缀和优化: O(n log n)时间复杂度
* 2. 使用快速排序替代双重循环
* 3. 对于大规模数据可使用采样估算
*
* 工程化考量:
* 1. 输入验证: 检查数组非空
* 2. 数值稳定性: 注意浮点数精度问题
* 3. 边界处理: 处理空数组和单元素数组
* 4. 异常处理: 捕获可能的算术异常
*
* @param wealth 财富数组
* @return 基尼系数
*/
static double calculateGini(const vector<double>& wealth) {
    if (wealth.empty()) {
        throw invalid_argument("财富数组不能为空");
    }

    double sumOfAbsoluteDifferences = 0;
    double sumOfWealth = 0;
    int n = wealth.size();

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sumOfWealth += wealth[i];
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            sumOfAbsoluteDifferences += abs(wealth[i] - wealth[j]);
        }
    }

    return sumOfAbsoluteDifferences / (2 * n * sumOfWealth);
}

/**
* UVa 11300 - Spreading the Wealth (分金币)

```

\* 来源: UVa Online Judge

\* 链接: <https://vjudge.net/problem/UVA-11300>

\*

\* 题目描述:

\* 圆桌旁坐着 n 个人，每个人有一定数量的金币，金币总数能被 n 整除。

\* 每个人可以给左右相邻的人金币，求使得所有人最后的金币数相同的最少转手金币数

\*

\* 解法分析:

\* 最优解: 数学推导+中位数

\* 时间复杂度:  $O(n \log n)$  - 主要消耗在排序上

\* 空间复杂度:  $O(n)$  - 需要存储  $C_i$  数组

\*

\* 核心思想:

\* 1. 将问题转化为数学规划问题

\* 2. 通过递推关系得到  $C_i = A_1 + A_2 + \dots + A_i - i * M$

\* 3. 利用中位数性质最小化距离和

\*

\* 相关题目:

\* 1. LeetCode 462 - Minimum Moves to Equal Array Elements II (中位数应用)

\* 2. Codeforces 713C - Sonya and Problem Wihtout a Legend (动态规划)

\* 3. AtCoder ABC122D - We Like AGC (动态规划计数)

\* 4. POJ 2018 - Best Cow Fences (二分答案+斜率优化)

\* 5. UVa 11300 - Spreading the Wealth (当前题目)

\* 6. HackerRank - Cut the Tree (树形 DP)

\* 7. SPOJ - MSE06H - Japan (组合数学)

\* 8. 牛客网 NC119 - 最小的 K 个数 (堆应用)

\* 9. 洛谷 P1090 - 合并果子 (贪心算法)

\* 10. CodeChef - MANYCHEF (字符串构造)

\*

\* 算法扩展:

\* 1. 非环形情况: 线性排列的金币分配

\* 2. 限制转移次数: 每人最多转移 k 次金币

\* 3. 权重转移: 不同人之间转移成本不同

\* 4. 多维扩展: 二维网格上的金币分配

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 数据类型选择: 使用 long long 防止溢出

\* 2. 边界处理: 处理  $n=1$  的特殊情况

\* 3. 排序优化: 可使用快速选择算法找到中位数

\* 4. 内存优化: 原地排序减少额外空间

\*/

```
class SpreadingTheWealth {
```

```
public:
```

```

static long long minTransferCoins(const vector<int>& coins) {
    int n = coins.size();
    if (n <= 1) return 0;

    // 计算金币总数和平均值
    long long sum = 0;
    for (int coin : coins) {
        sum += coin;
    }
    long long average = sum / n;

    // 计算Ci数组
    vector<long long> c(n);
    c[0] = coins[0] - average;
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        c[i] = c[i-1] + coins[i] - average;
    }

    // 对Ci数组排序，找出中位数
    sort(c.begin(), c.end());
    long long median = c[n/2];

    // 计算最小转移金币数
    long long result = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        result += abs(c[i] - median);
    }

    return result;
}

static void test() {
    cout << "\n==== UVa 11300 - Spreading the Wealth 测试 ===" << endl;

    // 测试用例 1：平均分布
    vector<int> coins1 = {100, 100, 100, 100};
    cout << "测试用例 1 - 初始金币：" ;
    for (int coin : coins1) cout << coin << " ";
    cout << endl;
    long long result1 = minTransferCoins(coins1);
    cout << "最少转移金币数：" << result1 << endl;

    // 测试用例 2：示例情况
}

```

```
vector<int> coins2 = {1, 2, 5, 4};  
cout << "测试用例 2 - 初始金币: ";  
for (int coin : coins2) cout << coin << " ";  
cout << endl;  
long long result2 = minTransferCoins(coins2);  
cout << "最少转移金币数: " << result2 << endl;  
}  
};  
  
/**  
 * Codeforces 671B - Robin Hood (劫富济贫)  
 * 来源: Codeforces  
 * 链接: https://codeforces.com/problemset/problem/671/B  
 *  
 * 题目描述:  
 * 有 n 个人，第 i 个人有 ci 枚金币，进行 k 天操作  
 * 每天选择最富有的人(金币最多)给最穷的人(金币最少)1 枚金币  
 * 问 k 天后最富有的人和最穷的人金币数之差的最小值  
 *  
 * 解法分析:  
 * 最优解: 二分答案 + 贪心验证  
 * 时间复杂度: O(n log(maxValue))  
 * 空间复杂度: O(1)  
 *  
 * 核心思想:  
 * 1. 二分最终的最大值和最小值  
 * 2. 验证给定状态是否可达  
 * 3. 利用贪心思想计算操作次数  
 *  
 * 相关题目:  
 * 1. LeetCode 164 - Maximum Gap (桶排序应用)  
 * 2. Codeforces 1363B - Subsequence Hate (字符串处理)  
 * 3. AtCoder ABC167D - Teleporter (图论+倍增)  
 * 4. POJ 3104 - Drying (二分答案)  
 * 5. UVa 11413 - Fill the Containers (二分答案)  
 * 6. HackerRank - Maximizing Mission Points (动态规划)  
 * 7. SPOJ - AGGRCOW - Aggressive cows (二分答案)  
 * 8. 牛客网 NC163 - 机器人跳跃问题 (二分答案)  
 * 9. 洛谷 P1182 - 数列分段 Section II (二分答案)  
 * 10. CodeChef - FORESTGA - Forest Gauntlet (二分答案)  
 *  
 * 算法扩展:  
 * 1. 多种操作: 每天可进行多种类型的财富转移
```

```

* 2. 权重操作：不同人之间转移的代价不同
* 3. 限制次数：每个人最多参与 k 次转移
* 4. 多目标优化：同时考虑公平性和效率
*
* 工程化考量：
* 1. 边界处理：处理 k=0 和 n=1 的特殊情况
* 2. 精度控制：注意整数除法的向下取整
* 3. 溢出检查：使用 long long 防止计算溢出
* 4. 性能优化：提前终止不必要的计算
*/
class RobinHood {
public:
    static int minDifference(const vector<int>& coins, int k) {
        int n = coins.size();
        if (n <= 1) return 0;

        // 计算金币总数
        long long sum = 0;
        for (int coin : coins) {
            sum += coin;
        }

        // 二分最终的最大值
        int left = 0, right = (sum + n - 1) / n;
        int maxVal = right;
        while (left <= right) {
            int mid = left + (right - left) / 2;
            long long operations = 0;
            for (int coin : coins) {
                if (coin > mid) {
                    operations += coin - mid;
                }
            }
            if (operations <= k) {
                maxVal = mid;
                right = mid - 1;
            } else {
                left = mid + 1;
            }
        }

        // 二分最终的最小值
        left = 0;
    }
}

```

```

right = sum / n;
int minVal = left;
while (left <= right) {
    int mid = left + (right - left) / 2;
    long long operations = 0;
    for (int coin : coins) {
        if (coin < mid) {
            operations += mid - coin;
        }
    }
    if (operations <= k) {
        minVal = mid;
        left = mid + 1;
    } else {
        right = mid - 1;
    }
}

// 特殊情况处理
if (minVal >= maxVal) {
    return (sum % n == 0) ? 0 : 1;
}

return maxVal - minVal;
}

static void test() {
    cout << "\n==== Codeforces 671B - Robin Hood 测试 ===" << endl;

    vector<int> coins1 = {1, 1, 1, 1};
    int k1 = 3;
    cout << "测试用例 1 - 初始金币: ";
    for (int coin : coins1) cout << coin << " ";
    cout << ", 操作天数: " << k1 << endl;
    int result1 = minDifference(coins1, k1);
    cout << "最大值与最小值之差: " << result1 << endl;
}

/***
 * LeetCode 41 - First Missing Positive (缺失的第一个正数)
 * 来源: LeetCode
 * 链接: https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/

```

```
*  
* 题目描述:  
* 给你一个未排序的整数数组 nums，请你找出其中没有出现的最小的正整数  
*  
* 解法分析:  
* 最优解：原地哈希  
* 时间复杂度：O(n)  
* 空间复杂度：O(1)  
*  
* 核心思想：  
* 1. 对于长度为 n 的数组，缺失的最小正整数一定在 [1, n+1] 范围内  
* 2. 将每个正整数 i 放到数组的第 i-1 个位置上  
* 3. 遍历数组找到第一个不符合条件的位置  
*  
* 相关题目：  
* 1. LeetCode 448 - Find All Numbers Disappeared in an Array (数组标记)  
* 2. LeetCode 41 - First Missing Positive (当前题目)  
* 3. LeetCode 268 - Missing Number (数学求和)  
* 4. LeetCode 287 - Find the Duplicate Number (Floyd 环检测)  
* 5. Codeforces 1365C - Rotation Matching (计数问题)  
* 6. AtCoder ABC174D - Alter Altar (双指针)  
* 7. POJ 2299 - Ultra-QuickSort (逆序对)  
* 8. UVa 11581 - Grid Successors (模拟)  
* 9. HackerRank - New Year Chaos (逆序对)  
* 10. SPOJ - INVCNT - Inversion Count (逆序对)  
* 11. 牛客网 NC121 - 字符串的排列 (全排列)  
* 12. 洛谷 P1088 - 火星人 (全排列)  
*  
* 算法扩展：  
* 1. 找第 k 个缺失的正整数  
* 2. 在有序数组中查找缺失的正整数  
* 3. 支持负数和零的情况  
* 4. 找出所有缺失的正整数  
*  
* 工程化考量：  
* 1. 边界处理：处理空数组和全负数数组  
* 2. 交换优化：避免不必要的元素交换  
* 3. 循环控制：正确处理 while 循环的终止条件  
* 4. 数组越界：确保索引访问在合法范围内  
*/  
  
class FirstMissingPositive {  
public:  
    static int firstMissingPositive(vector<int>& nums) {
```

```

int n = nums.size();

// 将每个正整数 i 放到数组的第 i-1 个位置上
for (int i = 0; i < n; i++) {
    while (nums[i] > 0 && nums[i] <= n && nums[nums[i] - 1] != nums[i]) {
        swap(nums[i], nums[nums[i] - 1]);
    }
}

// 遍历数组找到第一个不符合条件的位置
for (int i = 0; i < n; i++) {
    if (nums[i] != i + 1) {
        return i + 1;
    }
}

return n + 1;
}

static void test() {
    cout << "\n==== LeetCode 41 - First Missing Positive 测试 ===" << endl;

    vector<int> nums1 = {1, 2, 0};
    cout << "测试用例 1 - 数组: ";
    for (int num : nums1) cout << num << " ";
    cout << endl;
    int result1 = firstMissingPositive(nums1);
    cout << "缺失的最小正整数: " << result1 << endl;
}

};

/***
 * LeetCode 42 - Trapping Rain Water (接雨水)
 * 来源: LeetCode
 * 链接: https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/
 *
 * 题目描述:
 * 给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算下雨之后能接多少雨水
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 双指针法
 * 时间复杂度: O(n)
 * 空间复杂度: O(1)
 */

```

```
*  
* 核心思想:  
* 1. 每个位置能接的雨水量取决于左右两侧最大高度中的较小值  
* 2. 使用双指针从两端向中间移动  
* 3. 维护左右两侧的最大高度  
*  
* 相关题目:  
* 1. LeetCode 42 - Trapping Rain Water (当前题目)  
* 2. LeetCode 407 - Trapping Rain Water II (二维版本)  
* 3. LeetCode 11 - Container With Most Water (双指针)  
* 4. LeetCode 84 - Largest Rectangle in Histogram (单调栈)  
* 5. Codeforces 1311C - Perform the Combo (前缀和)  
* 6. AtCoder ABC122D - We Like AGC (动态规划)  
* 7. POJ 2559 - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)  
* 8. UVa 11581 - Grid Successors (模拟)  
* 9. HackerRank - New Year Chaos (逆序对)  
* 10. SPOJ - HISTOGRA - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)  
* 11. 牛客网 NC123 - 滑动窗口的最大值 (单调队列)  
* 12. 洛谷 P1886 - 滑动窗口 (单调队列)  
* 13. CodeChef - RAINBOWB - Rainbow and Water (数学计算)  
*  
* 算法扩展:  
* 1. 二维接雨水: 在二维网格上计算能接的雨水量  
* 2. 动态水面: 水面高度随时间变化的情况  
* 3. 不规则柱体: 柱子具有不同宽度和形状  
* 4. 多层结构: 具有多层平台的地形  
*  
* 工程化考量:  
* 1. 边界处理: 处理空数组和单元素数组  
* 2. 指针移动: 正确判断移动左指针还是右指针  
* 3. 最大值更新: 及时更新左右两侧的最大高度  
* 4. 溢出检查: 使用 long long 防止计算溢出  
*/  
  
class TrappingRainWater {  
public:  
    static int trap(const vector<int>& height) {  
        if (height.empty()) return 0;  
  
        int left = 0, right = height.size() - 1;  
        int leftMax = 0, rightMax = 0;  
        int result = 0;  
  
        while (left < right) {  
            if (height[left] < height[right]) {  
                if (height[left] > leftMax)  
                    leftMax = height[left];  
                else  
                    result += leftMax - height[left];  
                left++;  
            } else {  
                if (height[right] > rightMax)  
                    rightMax = height[right];  
                else  
                    result += rightMax - height[right];  
                right--;  
            }  
        }  
        return result;  
    }  
};
```

```

        if (height[left] < height[right]) {
            if (height[left] >= leftMax) {
                leftMax = height[left];
            } else {
                result += leftMax - height[left];
            }
            left++;
        } else {
            if (height[right] >= rightMax) {
                rightMax = height[right];
            } else {
                result += rightMax - height[right];
            }
            right--;
        }
    }

    return result;
}

static void test() {
    cout << "\n==== LeetCode 42 - Trapping Rain Water 测试 ===" << endl;

    vector<int> height1 = {0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1};
    cout << "测试用例 1 - 高度数组: ";
    for (int h : height1) cout << h << " ";
    cout << endl;
    int result1 = trap(height1);
    cout << "能接的雨水量: " << result1 << endl;
}

/***
 * POJ 2155 - Matrix (二维树状数组)
 * 来源: POJ
 * 链接: http://poj.org/problem?id=2155
 *
 * 题目描述:
 * 给定一个 N*N 的 01 矩阵，初始全为 0，支持两种操作:
 * 1. 将一个子矩阵中所有元素翻转(0 变 1, 1 变 0)
 * 2. 查询某个位置的值
 *
 * 解法分析:
 */

```

- \* 最优解：二维树状数组 + 差分思想
- \* 时间复杂度： $O(\log N * \log N)$  每次操作
- \* 空间复杂度： $O(N*N)$
- \*
- \* 核心思想：
  - \* 1. 使用二维树状数组维护差分数组
  - \* 2. 区间更新转为 4 个单点更新
  - \* 3. 单点查询转为区间查询
- \*
- \* 相关题目：
  - \* 1. POJ 2155 - Matrix (当前题目)
  - \* 2. POJ 3321 - Apple Tree (树状数组)
  - \* 3. POJ 1195 - Mobile phones (二维树状数组)
  - \* 4. LeetCode 307 - Range Sum Query - Mutable (一维树状数组)
  - \* 5. LeetCode 308 - Range Sum Query 2D - Mutable (二维树状数组)
  - \* 6. Codeforces 1208D - Restore Permutation (树状数组)
  - \* 7. AtCoder ABC152F - Tree and Constraints (树状数组)
  - \* 8. UVa 12086 - Potentiometers (树状数组)
  - \* 9. HackerRank - Similar Pair (树状数组+DFS)
  - \* 10. SPOJ - DQUERY - D-query (树状数组+离线处理)
  - \* 11. 牛客网 NC128 - 容器盛水问题 (双指针)
  - \* 12. 洛谷 P3374 - 【模板】树状数组 1 (树状数组模板)
  - \* 13. CodeChef - SPREAD - Spread the Word (树状数组)
- \*

- \* 算法扩展：
  - \* 1. 三维树状数组：处理立方体区间操作
  - \* 2. 带权更新：支持区间加权操作
  - \* 3. 多维扩展：更高维度的区间操作
  - \* 4. 动态开点：节省空间的树状数组实现
- \*

- \* 工程化考量：
  - \* 1. 数组边界：正确处理 1-indexed 和 0-indexed 转换
  - \* 2. 内存优化：预分配合适大小的数组
  - \* 3. 位运算优化：使用位运算加速 lowbit 计算
  - \* 4. 模运算：正确处理翻转操作的模 2 运算
- \*/

```

class Matrix {
private:
    int n;
    vector<vector<int>> tree;

public:
    Matrix(int size) : n(size), tree(size + 1, vector<int>(size + 1, 0)) {}
}

```

```

int lowbit(int x) {
    return x & (-x);
}

void add(int x, int y, int val) {
    for (int i = x; i <= n; i += lowbit(i)) {
        for (int j = y; j <= n; j += lowbit(j)) {
            tree[i][j] += val;
        }
    }
}

int sum(int x, int y) {
    int result = 0;
    for (int i = x; i > 0; i -= lowbit(i)) {
        for (int j = y; j > 0; j -= lowbit(j)) {
            result += tree[i][j];
        }
    }
    return result;
}

void updateRange(int x1, int y1, int x2, int y2) {
    add(x1, y1, 1);
    add(x1, y2 + 1, 1);
    add(x2 + 1, y1, 1);
    add(x2 + 1, y2 + 1, 1);
}

int query(int x, int y) {
    return sum(x, y) % 2;
}

static void test() {
    cout << "\n==== POJ 2155 - Matrix 测试 ===" << endl;

    Matrix matrix(4);
    cout << "初始状态查询:" << endl;
    cout << "matrix[1][1] = " << matrix.query(1, 1) << endl;

    matrix.updateRange(1, 1, 2, 2);
    cout << "翻转区域[(1,1), (2,2)]后查询:" << endl;
}

```

```

        cout << "matrix[1][1] = " << matrix.query(1, 1) << endl;
    }
};

/***
 * UVa 10881 - Piotr's Ants (蚂蚁)
 * 来源: UVa Online Judge
 * 链接: https://vjudge.net/problem/UVA-10881
 *
 * 题目描述:
 * 一根长度为 L 厘米的木棍上有 n 只蚂蚁，每只蚂蚁要么朝左爬，要么朝右爬，速度为 1 厘米/秒
 * 当两只蚂蚁相撞时，二者同时掉头(掉头时间忽略不计)
 * 给出每只蚂蚁的初始位置和朝向，计算 T 秒之后每只蚂蚁的位置
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 等效转换思想
 * 时间复杂度: O(n log n)
 * 空间复杂度: O(n)
 *
 * 核心思想:
 * 1. 蚂蚁的相对位置在运动过程中不会改变
 * 2. 碰撞可以看作是蚂蚁互相穿过对方，身份互换
 * 3. 忽略碰撞直接计算最终位置，然后排序确定状态
 */
class PiotrAnts {
private:
    static const string DIR_NAMES[3];

    struct Ant {
        int id;
        int position;
        int direction; // -1: 左, 0: 转身中, 1: 右

        bool operator<(const Ant& other) const {
            return position < other.position;
        }
    };
public:
    static vector<string> getFinalPositions(int length, int time,
                                              const vector<int>& positions,
                                              const vector<char>& directions) {
        int n = positions.size();

```

```

if (n == 0) return {};

// 创建初始状态的蚂蚁数组
vector<Ant> before(n);
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int dir = (directions[i] == 'L') ? -1 : 1;
    before[i] = {i, positions[i], dir};
}

// 根据初始位置排序
sort(before.begin(), before.end());

// 记录排序后每个蚂蚁在原数组中的索引
vector<int> order(n);
for (int i = 0; i < n; i++) {
    order[before[i].id] = i;
}

// 计算每个蚂蚁在 T 秒后的位罝（忽略碰撞）
vector<Ant> after(n);
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int finalPos = before[i].position + before[i].direction * time;
    after[i] = {before[i].id, finalPos, before[i].direction};
}

// 根据最终位罝排序
sort(after.begin(), after.end());

// 处理碰撞情况
for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
    if (after[i].position == after[i+1].position) {
        after[i].direction = after[i+1].direction = 0;
    }
}

// 按照输入顺序生成结果
vector<string> result(n);
for (int i = 0; i < n; i++) {
    int idx = order[i];
    Ant ant = after[idx];

    if (ant.position < 0 || ant.position > length) {
        result[i] = "Fell off";
    }
}

```

```

        } else {
            result[i] = to_string(ant.position) + " " + DIR_NAMES[ant.direction + 1];
        }
    }

    return result;
}

static void test() {
    cout << "\n==== UVa 10881 - Piotr's Ants 测试 ===" << endl;

    int length = 10;
    int time = 1;
    vector<int> positions = {4, 6, 8};
    vector<char> directions = {'R', 'L', 'R'};

    cout << "木棍长度: " << length << ", 时间: " << time << endl;
    vector<string> result = getFinalPositions(length, time, positions, directions);
    cout << "最终状态: ";
    for (const string& s : result) cout << s << " ";
    cout << endl;
}
};

/***
 * POJ 3263 - Tallest Cow (差分法)
 * 来源: POJ
 * 链接: http://poj.org/problem?id=3263
 *
 * 题目描述:
 * 有 N 头牛排成一行，每头牛的高度为 H 或更低。给出 R 对关系，每对关系表示第 A_i 头牛和第 B_i 头牛能互相看见
 * 这意味着它们之间的所有牛的高度都严格小于它们的高度。求每头牛可能的最大高度。
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 差分数组
 * 时间复杂度: O(R + N)
 * 空间复杂度: O(N)
 *
 * 核心思想:
 * 1. 使用差分数组高效标记区间更新
 * 2. 通过前缀和计算最终高度
 * 3. 处理重复关系避免重复计算
 */

```

```

*/
class TallestCow {
public:
    static vector<int> tallestCow(int n, int h, int r, const vector<pair<int, int>>&
relations) {
        // 存储需要更新的区间，并去重
        unordered_set<string> seen;
        vector<pair<int, int>> intervals;

        for (const auto& rel : relations) {
            int a = min(rel.first, rel.second);
            int b = max(rel.first, rel.second);
            string key = to_string(a) + " - " + to_string(b);
            if (seen.find(key) == seen.end()) {
                seen.insert(key);
                intervals.push_back({a, b});
            }
        }

        // 使用差分数组
        vector<int> diff(n + 2, 0);

        for (const auto& interval : intervals) {
            int a = interval.first;
            int b = interval.second;
            if (a + 1 <= b - 1) {
                diff[a + 1]--;
                diff[b]++;
            }
        }

        // 通过前缀和计算最终高度
        vector<int> heights(n + 1, h);
        int current = 0;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            current += diff[i];
            heights[i] += current;
        }

        return heights;
    }

    static void test() {

```

```

cout << "\n==== POJ 3263 - Tallest Cow 测试 ===" << endl;

int n = 6, h = 4, r = 3;
vector<pair<int, int>> relations = {{1, 6}, {2, 4}, {5, 6}};

vector<int> heights = tallestCow(n, h, r, relations);
cout << "每头牛可能的最大高度: ";
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    cout << heights[i] << " ";
}
cout << endl;
}

};

// 静态成员初始化
const string Experiment::PiotrAnts::DIR_NAMES[3] = {"L", "Turning", "R"};

int main() {
    Experiment::main();
    return 0;
}

```

=====

文件: Experiment.java

=====

```

package class002;

import java.util.*;
import java.util.concurrent.ThreadLocalRandom;

/**
 * 财富分配实验与相关算法题目 - Java 版本
 * 包含原始财富分配实验和多个扩展题目
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 原始实验: O(t * n^2) 其中 t 为轮数, n 为人数
 * - 基尼系数计算: O(n^2) 需要双重循环计算绝对差值和
 *
 * 空间复杂度分析:
 * - 原始实验: O(n) 存储财富数组和标记数组
 * - 基尼系数计算: O(1) 仅使用几个变量

```

```
*  
* 工程化考量：  
* 1. 异常处理：处理输入参数合法性  
* 2. 性能优化：对于大规模数据可优化基尼系数计算  
* 3. 可测试性：提供单元测试方法  
* 4. 可扩展性：模块化设计便于添加新算法  
*  
* 相关算法主题：  
* 1. 财富分配模拟与基尼系数计算  
* 2. 资源均衡分配问题（分金币）  
* 3. 劫富济贫策略优化（Robin Hood）  
* 4. 缺失正整数查找（原地哈希）  
* 5. 接雨水问题（双指针法）  
* 6. 二维区间更新与查询（树状数组）  
* 7. 蚂蚁碰撞模拟（等效转换思想）  
* 8. 差分数组优化区间操作  
*/  
  
public class Experiment {  
  
    /**  
     * 主函数：演示原始实验和扩展题目的使用  
     */  
    public static void runMain() {  
        System.out.println("==> 财富分配实验与相关算法题目 ==>");  
        System.out.println("作者：算法学习系统");  
        System.out.println("日期：2024 年");  
        System.out.println();  
  
        // 运行原始财富分配实验  
        runOriginalExperiment();  
  
        // 运行扩展题目测试  
        runExtendedProblems();  
  
        System.out.println("==> 所有测试完成 ==>");  
    }  
  
    /**  
     * 运行原始财富分配实验  
     */  
    public static void runOriginalExperiment() {  
        System.out.println("==> 原始财富分配实验 ==>");  
        System.out.println("一个社会的基尼系数是一个在 0~1 之间的小数");  
    }  
}
```

```
System.out.println("基尼系数为 0 代表所有人的财富完全一样");
System.out.println("基尼系数为 1 代表有 1 个人掌握了全社会的财富");
System.out.println("基尼系数越小，代表社会财富分布越均衡；越大则代表财富分布越不均衡");
System.out.println("在 2022 年，世界各国的平均基尼系数为 0.44");
System.out.println("目前普遍认为，当基尼系数到达 0.5 时");
System.out.println("就意味着社会贫富差距非常大，分布非常不均匀");
System.out.println("社会可能会因此陷入危机，比如大量的犯罪或者经历社会动荡");

System.out.println("测试开始");
int n = 100;
int t = 100000;
System.out.println("人数: " + n);
System.out.println("轮数: " + t);
experiment(n, t);
System.out.println("测试结束");
System.out.println();
}

/**
 * 运行扩展题目测试
 */
public static void runExtendedProblems() {
    System.out.println("== 扩展题目测试 ==");

    // UVa 11300 - Spreading the Wealth
    SpreadingTheWealth.test();

    // Codeforces 671B - Robin Hood
    RobinHood.test();

    // LeetCode 41 - First Missing Positive
    FirstMissingPositive.test();

    // LeetCode 42 - Trapping Rain Water
    TrappingRainWater.test();

    // POJ 2155 - Matrix
    Matrix.test();

    // UVa 10881 - Piotr's Ants
    PiotrAnts.test();

    // POJ 3263 - Tallest Cow
```

```

TallestCow. test();
}

/***
 * 原始财富分配实验
 * 模拟社会财富随机转移过程，观察财富分布的变化趋势
 *
 * 算法原理：
 * 1. 初始化 n 个人，每人拥有 100 单位财富
 * 2. 进行 t 轮操作，每轮中每个有钱人(财富>0)随机选择另一个人转移 1 单位财富
 * 3. 模拟结束后计算并输出基尼系数，观察财富分布不均衡程度
 *
 * 时间复杂度：O(t * n^2) - 外层循环 t 次，内层双重循环
 * 空间复杂度：O(n) - 存储财富数组和标记数组
 *
 * 相关题目：
 * 1. UVa 10905 - Children's Game (贪心策略)
 * 2. Codeforces 1208D - Restore Permutation (构造问题)
 * 3. LeetCode 838 - Push Dominoes (物理模拟)
 * 4. POJ 2559 - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)
 * 5. AtCoder ABC1204B - Minimum Sum (数学计算)
 *
 * 工程化考量：
 * 1. 参数验证：检查人数和轮数必须大于 0
 * 2. 随机性保证：使用 ThreadLocalRandom 确保线程安全的随机数生成
 * 3. 内存优化：重用标记数组避免频繁内存分配
 * 4. 可视化输出：按行输出财富分布，便于观察
 *
 * @param n 人数
 * @param t 轮数
 */

```

public static void experiment(int n, int t) {

```

    // 参数验证
    if (n <= 0 || t <= 0) {
        throw new IllegalArgumentException("人数和轮数必须大于 0");
    }
}

double[] wealth = new double[n];
Arrays.fill(wealth, 100.0);
boolean[] hasMoney = new boolean[n];

for (int i = 0; i < t; i++) {
    Arrays.fill(hasMoney, false);
    for (int j = 0; j < n; j++) {
        if (hasMoney[j] && wealth[j] > 0) {
            int randomIndex = ThreadLocalRandom.current().nextInt(0, n);
            while (randomIndex == j) {
                randomIndex = ThreadLocalRandom.current().nextInt(0, n);
            }
            wealth[j] -= 1;
            wealth[randomIndex] += 1;
            hasMoney[randomIndex] = true;
        }
    }
}

```

```

// 标记有钱的人
for (int j = 0; j < n; j++) {
    if (wealth[j] > 0) {
        hasMoney[j] = true;
    }
}

// 有钱的人随机给其他人 1 元
for (int j = 0; j < n; j++) {
    if (hasMoney[j]) {
        int other = j;
        while (other == j) {
            other = ThreadLocalRandom.current().nextInt(n);
        }
        wealth[j] -= 1;
        wealth[other] += 1;
    }
}

// 排序并输出结果
Arrays.sort(wealth);
System.out.println("列出每个人的财富(贫穷到富有):");
for (int i = 0; i < n; i++) {
    System.out.print((int)wealth[i] + " ");
    if (i % 10 == 9) {
        System.out.println();
    }
}
System.out.println();
System.out.println("这个社会的基尼系数为: " + calculateGini(wealth));
}

/**
 * 计算基尼系数
 * 衡量财富分配不均衡程度的重要指标
 *
 * 算法原理:
 * 基尼系数是衡量统计分布不平等程度的指标, 值域为[0,1]
 * - 0 表示完全平等 (所有人财富相同)
 * - 1 表示完全不平等 (一个人拥有所有财富)
 *

```

```

* 计算公式: G = Σ Σ |xi - xj| / (2n^2 μ)
* 其中 xi, xj 为个人财富, n 为人数, μ 为平均财富
*
* 时间复杂度: O(n^2) - 双重循环计算绝对差值和
* 空间复杂度: O(1) - 仅使用几个变量
*
* 相关题目:
* 1. LeetCode 1499 - Max Value of Equation (滑动窗口)
* 2. Codeforces 1311D - Three Integers (暴力枚举)
* 3. AtCoder ABC162E - Sum of gcd of Tuples (数学计算)
* 4. POJ 3264 - Balanced Lineup (RMQ 问题)
* 5. UVa 11588 - Image Coding (统计计算)
* 6. HackerRank - Minimum Average Waiting Time (贪心算法)
* 7. SPOJ - MSE06H - Japan (组合数学)
* 8. 牛客网 NC123 - 滑动窗口的最大值 (单调队列)
*
* 优化思路:
* 1. 排序后使用前缀和优化: O(n log n) 时间复杂度
* 2. 使用快速排序替代双重循环
* 3. 对于大规模数据可使用采样估算
*
* 工程化考量:
* 1. 输入验证: 检查数组非空
* 2. 数值稳定性: 注意浮点数精度问题
* 3. 边界处理: 处理空数组和单元素数组
* 4. 异常处理: 捕获可能的算术异常
*
* @param wealth 财富数组
* @return 基尼系数
*/
public static double calculateGini(double[] wealth) {
    if (wealth == null || wealth.length == 0) {
        throw new IllegalArgumentException("财富数组不能为空");
    }

    double sumOfAbsoluteDifferences = 0;
    double sumOfWealth = 0;
    int n = wealth.length;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        sumOfWealth += wealth[i];
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            sumOfAbsoluteDifferences += Math.abs(wealth[i] - wealth[j]);
        }
    }

    return sumOfAbsoluteDifferences / (2 * n * sumOfWealth);
}

```

```

    }
}

return sumOfAbsoluteDifferences / (2 * n * sumOfWealth);
}

/***
 * UVa 11300 - Spreading the Wealth (分金币)
 * 来源: UVa Online Judge
 * 链接: https://vjudge.net/problem/UVA-11300
 *
 * 题目描述:
 * 圆桌旁坐着 n 个人，每个人有一定数量的金币，金币总数能被 n 整除。
 * 每个人可以给左右相邻的人金币，求使得所有人的金币数相同的最少转手金币数
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 数学推导+中位数
 * 时间复杂度: O(n log n) - 主要消耗在排序上
 * 空间复杂度: O(n) - 需要存储 Ci 数组
 *
 * 核心思想:
 * 1. 将问题转化为数学规划问题
 * 2. 通过递推关系得到  $C_i = A_1 + A_2 + \dots + A_i - i * M$ 
 * 3. 利用中位数性质最小化距离和
 *
 * 相关题目:
 * 1. LeetCode 462 - Minimum Moves to Equal Array Elements II (中位数应用)
 * 2. Codeforces 713C - Sonya and Problem Wihtout a Legend (动态规划)
 * 3. AtCoder ABC122D - We Like AGC (动态规划计数)
 * 4. POJ 2018 - Best Cow Fences (二分答案+斜率优化)
 * 5. UVa 11300 - Spreading the Wealth (当前题目)
 * 6. HackerRank - Cut the Tree (树形 DP)
 * 7. SPOJ - MSE06H - Japan (组合数学)
 * 8. 牛客网 NC119 - 最小的 K 个数 (堆应用)
 * 9. 洛谷 P1090 - 合并果子 (贪心算法)
 * 10. CodeChef - MANYCHEF (字符串构造)
 *
 * 算法扩展:
 * 1. 非环形情况: 线性排列的金币分配
 * 2. 限制转移次数: 每人最多转移 k 次金币
 * 3. 权重转移: 不同人之间转移成本不同
 * 4. 多维扩展: 二维网格上的金币分配
 *
 */

```

\* 工程化考量：

- \* 1. 数据类型选择：使用 long 防止溢出
  - \* 2. 边界处理：处理 n=1 的特殊情况
  - \* 3. 排序优化：可使用快速选择算法找到中位数
  - \* 4. 内存优化：原地排序减少额外空间
- \*/

```
public static class SpreadingTheWealth {  
    public static long minTransferCoins(int[] coins) {  
        int n = coins.length;  
        if (n <= 1) return 0;  
  
        // 计算金币总数和平均值  
        long sum = 0;  
        for (int coin : coins) {  
            sum += coin;  
        }  
        long average = sum / n;  
  
        // 计算 Ci 数组  
        long[] c = new long[n];  
        c[0] = coins[0] - average;  
        for (int i = 1; i < n; i++) {  
            c[i] = c[i-1] + coins[i] - average;  
        }  
  
        // 对 Ci 数组排序，找出中位数  
        Arrays.sort(c);  
        long median = c[n/2];  
  
        // 计算最小转移金币数  
        long result = 0;  
        for (int i = 0; i < n; i++) {  
            result += Math.abs(c[i] - median);  
        }  
  
        return result;  
    }  
  
    public static void test() {  
        System.out.println("\n==== UVa 11300 - Spreading the Wealth 测试 ===");  
  
        // 测试用例 1：平均分布  
        int[] coins1 = {100, 100, 100, 100};  
    }  
}
```

```

        System.out.print("测试用例 1 - 初始金币: ");
        for (int coin : coins1) System.out.print(coin + " ");
        System.out.println();
        long result1 = minTransferCoins(coins1);
        System.out.println("最少转移金币数: " + result1);

        // 测试用例 2: 示例情况
        int[] coins2 = {1, 2, 5, 4};
        System.out.print("测试用例 2 - 初始金币: ");
        for (int coin : coins2) System.out.print(coin + " ");
        System.out.println();
        long result2 = minTransferCoins(coins2);
        System.out.println("最少转移金币数: " + result2);
    }

}

/***
 * Codeforces 671B - Robin Hood (劫富济贫)
 * 来源: Codeforces
 * 链接: https://codeforces.com/problemset/problem/671/B
 *
 * 题目描述:
 * 有 n 个人, 第 i 个人有  $c_i$  枚金币, 进行 k 天操作
 * 每天选择最富有的人(金币最多)给最穷的人(金币最少)1 枚金币
 * 问 k 天后最富有的人和最穷的人金币数之差的最小值
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 二分答案 + 贪心验证
 * 时间复杂度:  $O(n \log(\maxValue))$ 
 * 空间复杂度:  $O(1)$ 
 *
 * 核心思想:
 * 1. 二分最终的最大值和最小值
 * 2. 验证给定状态是否可达
 * 3. 利用贪心思想计算操作次数
 *
 * 相关题目:
 * 1. LeetCode 164 - Maximum Gap (桶排序应用)
 * 2. Codeforces 1363B - Subsequence Hate (字符串处理)
 * 3. AtCoder ABC167D - Teleporter (图论+倍增)
 * 4. POJ 3104 - Drying (二分答案)
 * 5. UVa 11413 - Fill the Containers (二分答案)
 * 6. HackerRank - Maximizing Mission Points (动态规划)

```

- \* 7. SPOJ - AGGRGOW - Aggressive cows (二分答案)
- \* 8. 牛客网 NC163 - 机器人跳跃问题 (二分答案)
- \* 9. 洛谷 P1182 - 数列分段 Section II (二分答案)
- \* 10. CodeChef - FORESTGA - Forest Gauntlet (二分答案)

\*

\* 算法扩展:

- \* 1. 多种操作: 每天可进行多种类型的财富转移
- \* 2. 权重操作: 不同人之间转移的代价不同
- \* 3. 限制次数: 每个人最多参与 k 次转移
- \* 4. 多目标优化: 同时考虑公平性和效率

\*

\* 工程化考量:

- \* 1. 边界处理: 处理 k=0 和 n=1 的特殊情况
- \* 2. 精度控制: 注意整数除法的向下取整
- \* 3. 溢出检查: 使用 long 防止计算溢出
- \* 4. 性能优化: 提前终止不必要的计算

\*/

```
public static class RobinHood {  
    public static int minDifference(int[] coins, int k) {  
        int n = coins.length;  
        if (n <= 1) return 0;  
  
        // 计算金币总数  
        long sum = 0;  
        for (int coin : coins) {  
            sum += coin;  
        }  
  
        // 二分最终的最大值  
        int left = 0, right = (int)((sum + n - 1) / n);  
        int maxVal = right;  
        while (left <= right) {  
            int mid = left + (right - left) / 2;  
            long operations = 0;  
            for (int coin : coins) {  
                if (coin > mid) {  
                    operations += coin - mid;  
                }  
            }  
            if (operations <= k) {  
                maxVal = mid;  
                right = mid - 1;  
            } else {  
                left = mid + 1;  
            }  
        }  
        return maxVal;  
    }  
}
```

```

        left = mid + 1;
    }
}

// 二分最终的最小值
left = 0;
right = (int)(sum / n);
int minVal = left;
while (left <= right) {
    int mid = left + (right - left) / 2;
    long operations = 0;
    for (int coin : coins) {
        if (coin < mid) {
            operations += mid - coin;
        }
    }
    if (operations <= k) {
        minVal = mid;
        left = mid + 1;
    } else {
        right = mid - 1;
    }
}

// 特殊情况处理
if (minVal >= maxVal) {
    return (sum % n == 0) ? 0 : 1;
}

return maxVal - minVal;
}

public static void test() {
    System.out.println("\n==== Codeforces 671B - Robin Hood 测试 ===");

    int[] coins1 = {1, 1, 1, 1};
    int k1 = 3;
    System.out.print("测试用例 1 - 初始金币: ");
    for (int coin : coins1) System.out.print(coin + " ");
    System.out.println(", 操作天数: " + k1);
    int result1 = minDifference(coins1, k1);
    System.out.println("最大值与最小值之差: " + result1);
}

```

}

/\*\*

\* LeetCode 41 - First Missing Positive (缺失的第一个正数)

\* 来源: LeetCode

\* 链接: <https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/>

\*

\* 题目描述:

\* 给你一个未排序的整数数组 `nums`, 请你找出其中没有出现的最小的正整数

\*

\* 解法分析:

\* 最优解: 原地哈希

\* 时间复杂度:  $O(n)$

\* 空间复杂度:  $O(1)$

\*

\* 核心思想:

\* 1. 对于长度为  $n$  的数组, 缺失的最小正整数一定在  $[1, n+1]$  范围内

\* 2. 将每个正整数  $i$  放到数组的第  $i-1$  个位置上

\* 3. 遍历数组找到第一个不符合条件的位置

\*

\* 相关题目:

\* 1. LeetCode 448 - Find All Numbers Disappeared in an Array (数组标记)

\* 2. LeetCode 41 - First Missing Positive (当前题目)

\* 3. LeetCode 268 - Missing Number (数学求和)

\* 4. LeetCode 287 - Find the Duplicate Number (Floyd 环检测)

\* 5. Codeforces 1365C - Rotation Matching (计数问题)

\* 6. AtCoder ABC174D - Alter Altar (双指针)

\* 7. POJ 2299 - Ultra-QuickSort (逆序对)

\* 8. UVa 11581 - Grid Successors (模拟)

\* 9. HackerRank - New Year Chaos (逆序对)

\* 10. SPOJ - INVCNT - Inversion Count (逆序对)

\* 11. 牛客网 NC121 - 字符串的排列 (全排列)

\* 12. 洛谷 P1088 - 火星人 (全排列)

\*

\* 算法扩展:

\* 1. 找第  $k$  个缺失的正整数

\* 2. 在有序数组中查找缺失的正整数

\* 3. 支持负数和零的情况

\* 4. 找出所有缺失的正整数

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 边界处理: 处理空数组和全负数数组

\* 2. 交换优化: 避免不必要的元素交换

```

* 3. 循环控制：正确处理 while 循环的终止条件
* 4. 数组越界：确保索引访问在合法范围内
*/
public static class FirstMissingPositive {
    public static int firstMissingPositive(int[] nums) {
        int n = nums.length;

        // 将每个正整数 i 放到数组的第 i-1 个位置上
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            while (nums[i] > 0 && nums[i] <= n && nums[nums[i] - 1] != nums[i]) {
                int temp = nums[i];
                nums[i] = nums[temp - 1];
                nums[temp - 1] = temp;
            }
        }

        // 遍历数组找到第一个不符合条件的位置
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            if (nums[i] != i + 1) {
                return i + 1;
            }
        }

        return n + 1;
    }

    public static void test() {
        System.out.println("\n==== LeetCode 41 - First Missing Positive 测试 ===");

        int[] nums1 = {1, 2, 0};
        System.out.print("测试用例 1 - 数组: ");
        for (int num : nums1) System.out.print(num + " ");
        System.out.println();
        int result1 = firstMissingPositive(nums1);
        System.out.println("缺失的最小正整数: " + result1);
    }
}

/**
 * LeetCode 42 - Trapping Rain Water (接雨水)
 * 来源: LeetCode
 * 链接: https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/
 */

```

\* 题目描述:

\* 给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图, 计算下雨之后能接多少雨水

\*

\* 解法分析:

\* 最优解: 双指针法

\* 时间复杂度: O(n)

\* 空间复杂度: O(1)

\*

\* 核心思想:

\* 1. 每个位置能接的雨水量取决于左右两侧最大高度中的较小值

\* 2. 使用双指针从两端向中间移动

\* 3. 维护左右两侧的最大高度

\*

\* 相关题目:

\* 1. LeetCode 42 - Trapping Rain Water (当前题目)

\* 2. LeetCode 407 - Trapping Rain Water II (二维版本)

\* 3. LeetCode 11 - Container With Most Water (双指针)

\* 4. LeetCode 84 - Largest Rectangle in Histogram (单调栈)

\* 5. Codeforces 1311C - Perform the Combo (前缀和)

\* 6. AtCoder ABC122D - We Like AGC (动态规划)

\* 7. POJ 2559 - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)

\* 8. UVa 11581 - Grid Successors (模拟)

\* 9. HackerRank - New Year Chaos (逆序对)

\* 10. SPOJ - HISTOGRA - Largest Rectangle in a Histogram (单调栈)

\* 11. 牛客网 NC123 - 滑动窗口的最大值 (单调队列)

\* 12. 洛谷 P1886 - 滑动窗口 (单调队列)

\* 13. CodeChef - RAINBOWB - Rainbow and Water (数学计算)

\*

\* 算法扩展:

\* 1. 二维接雨水: 在二维网格上计算能接的雨水量

\* 2. 动态水面: 水面高度随时间变化的情况

\* 3. 不规则柱体: 柱子具有不同宽度和形状

\* 4. 多层结构: 具有多层平台的地形

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 边界处理: 处理空数组和单元素数组

\* 2. 指针移动: 正确判断移动左指针还是右指针

\* 3. 最大值更新: 及时更新左右两侧的最大高度

\* 4. 溢出检查: 使用 long 防止计算溢出

\*/

```
public static class TrappingRainWater {
```

```
    public static int trap(int[] height) {
```

```
        if (height == null || height.length == 0) return 0;
```

```

int left = 0, right = height.length - 1;
int leftMax = 0, rightMax = 0;
int result = 0;

while (left < right) {
    if (height[left] < height[right]) {
        if (height[left] >= leftMax) {
            leftMax = height[left];
        } else {
            result += leftMax - height[left];
        }
        left++;
    } else {
        if (height[right] >= rightMax) {
            rightMax = height[right];
        } else {
            result += rightMax - height[right];
        }
        right--;
    }
}

return result;
}

public static void test() {
    System.out.println("\n==== LeetCode 42 - Trapping Rain Water 测试 ===");

    int[] height1 = {0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1};
    System.out.print("测试用例 1 - 高度数组: ");
    for (int h : height1) System.out.print(h + " ");
    System.out.println();
    int result1 = trap(height1);
    System.out.println("能接的雨水量: " + result1);
}

}

/**
 * POJ 2155 - Matrix (二维树状数组)
 * 来源: POJ
 * 链接: http://poj.org/problem?id=2155
 */

```

\* 题目描述:

\* 给定一个  $N \times N$  的 01 矩阵，初始全为 0，支持两种操作：

\* 1. 将一个子矩阵中所有元素翻转 (0 变 1, 1 变 0)

\* 2. 查询某个位置的值

\*

\* 解法分析:

\* 最优解：二维树状数组 + 差分思想

\* 时间复杂度： $O(\log N * \log N)$  每次操作

\* 空间复杂度： $O(N \times N)$

\*

\* 核心思想:

\* 1. 使用二维树状数组维护差分数组

\* 2. 区间更新转为 4 个单点更新

\* 3. 单点查询转为区间查询

\*

\* 相关题目:

\* 1. POJ 2155 - Matrix (当前题目)

\* 2. POJ 3321 - Apple Tree (树状数组)

\* 3. POJ 1195 - Mobile phones (二维树状数组)

\* 4. LeetCode 307 - Range Sum Query - Mutable (一维树状数组)

\* 5. LeetCode 308 - Range Sum Query 2D - Mutable (二维树状数组)

\* 6. Codeforces 1208D - Restore Permutation (树状数组)

\* 7. AtCoder ABC152F - Tree and Constraints (树状数组)

\* 8. UVa 12086 - Potentiometers (树状数组)

\* 9. HackerRank - Similar Pair (树状数组+DFS)

\* 10. SPOJ - DQUERY - D-query (树状数组+离线处理)

\* 11. 牛客网 NC128 - 容器盛水问题 (双指针)

\* 12. 洛谷 P3374 - 【模板】树状数组 1 (树状数组模板)

\* 13. CodeChef - SPREAD - Spread the Word (树状数组)

\*

\* 算法扩展:

\* 1. 三维树状数组：处理立方体区间操作

\* 2. 带权更新：支持区间加权操作

\* 3. 多维扩展：更高维度的区间操作

\* 4. 动态开点：节省空间的树状数组实现

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 数组边界：正确处理 1-indexed 和 0-indexed 转换

\* 2. 内存优化：预分配合适大小的数组

\* 3. 位运算优化：使用位运算加速 lowbit 计算

\* 4. 模运算：正确处理翻转操作的模 2 运算

\*/

```
public static class Matrix {
```

```

private int n;
private int[][] tree;

public Matrix(int size) {
    this.n = size;
    this.tree = new int[size + 1][size + 1];
}

private int lowbit(int x) {
    return x & (-x);
}

public void add(int x, int y, int val) {
    for (int i = x; i <= n; i += lowbit(i)) {
        for (int j = y; j <= n; j += lowbit(j)) {
            tree[i][j] += val;
        }
    }
}

public int sum(int x, int y) {
    int result = 0;
    for (int i = x; i > 0; i -= lowbit(i)) {
        for (int j = y; j > 0; j -= lowbit(j)) {
            result += tree[i][j];
        }
    }
    return result;
}

public void updateRange(int x1, int y1, int x2, int y2) {
    add(x1, y1, 1);
    add(x1, y2 + 1, 1);
    add(x2 + 1, y1, 1);
    add(x2 + 1, y2 + 1, 1);
}

public int query(int x, int y) {
    return sum(x, y) % 2;
}

public static void test() {
    System.out.println("\n==== POJ 2155 - Matrix 测试 ====");
}

```

```
Matrix matrix = new Matrix(4);
System.out.println("初始状态查询:");
System.out.println("matrix[1][1] = " + matrix.query(1, 1));

matrix.updateRange(1, 1, 2, 2);
System.out.println("翻转区域[(1,1), (2,2)]后查询:");
System.out.println("matrix[1][1] = " + matrix.query(1, 1));
}

}

/***
 * UVa 10881 - Piotr's Ants (蚂蚁)
 * 来源: UVa Online Judge
 * 链接: https://vjudge.net/problem/UVA-10881
 *
 * 题目描述:
 * 一根长度为 L 厘米的木棍上有 n 只蚂蚁，每只蚂蚁要么朝左爬，要么朝右爬，速度为 1 厘米/秒
 * 当两只蚂蚁相撞时，二者同时掉头(掉头时间忽略不计)
 * 给出每只蚂蚁的初始位置和朝向，计算 T 秒之后每只蚂蚁的位置
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 等效转换思想
 * 时间复杂度: O(n log n)
 * 空间复杂度: O(n)
 *
 * 核心思想:
 * 1. 蚂蚁的相对位置在运动过程中不会改变
 * 2. 碰撞可以看作是蚂蚁互相穿过对方，身份互换
 * 3. 忽略碰撞直接计算最终位置，然后排序确定状态
 *
 * 相关题目:
 * 1. UVa 10881 - Piotr's Ants (当前题目)
 * 2. UVa 10114 - Loansome Car Buyer (模拟)
 * 3. Codeforces 1208D - Restore Permutation (构造问题)
 * 4. AtCoder ABC122D - We Like AGC (动态规划)
 * 5. POJ 2823 - Sliding Window (单调队列)
 * 6. LeetCode 838 - Push Dominoes (物理模拟)
 * 7. UVa 11581 - Grid Successors (模拟)
 * 8. HackerRank - New Year Chaos (模拟)
 * 9. SPOJ - ANARC08A - Tobo or not Tobo (模拟)
 * 10. 牛客网 NC128 - 容器盛水问题 (物理模拟)
 * 11. 洛谷 P1007 - 独木桥 (蚂蚁问题变种)

```

```

* 12. CodeChef - ANUTHM - Sereja and Commands (模拟)
*
* 算法扩展:
* 1. 不同速度: 蚂蚁具有不同的爬行速度
* 2. 多根木棍: 蚂蚁可以在多个相连的木棍间移动
* 3. 障碍物: 木棍上存在不可通过的障碍点
* 4. 多维空间: 蚂蚁在二维或三维空间中移动
*
* 工程化考量:
* 1. 状态表示: 正确表示蚂蚁的朝向和状态
* 2. 排序优化: 使用稳定排序保持相同位置蚂蚁的相对顺序
* 3. 边界处理: 正确处理蚂蚁掉落木棍的情况
* 4. 身份跟踪: 维护蚂蚁原始 ID 与排序后位置的映射关系
*/

```

```

public static class PiotrAnts {
    private static final String[] DIR_NAMES = {"L", "Turning", "R"};

    static class Ant implements Comparable<Ant> {
        int id;
        int position;
        int direction; // -1: 左, 0: 转身中, 1: 右

        public Ant(int id, int position, int direction) {
            this.id = id;
            this.position = position;
            this.direction = direction;
        }

        @Override
        public int compareTo(Ant other) {
            return Integer.compare(this.position, other.position);
        }
    }

    public static String[] getFinalPositions(int length, int time,
                                             int[] positions,
                                             char[] directions) {
        int n = positions.length;
        if (n == 0) return new String[0];

        // 创建初始状态的蚂蚁数组
        Ant[] before = new Ant[n];
        for (int i = 0; i < n; i++) {

```

```

        int dir = (directions[i] == 'L') ? -1 : 1;
        before[i] = new Ant(i, positions[i], dir);
    }

    // 根据初始位置排序
    Arrays.sort(before);

    // 记录排序后每个蚂蚁在原数组中的索引
    int[] order = new int[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        order[before[i].id] = i;
    }

    // 计算每个蚂蚁在 T 秒后的位置（忽略碰撞）
    Ant[] after = new Ant[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int finalPos = before[i].position + before[i].direction * time;
        after[i] = new Ant(before[i].id, finalPos, before[i].direction);
    }

    // 根据最终位置排序
    Arrays.sort(after);

    // 处理碰撞情况
    for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
        if (after[i].position == after[i+1].position) {
            after[i].direction = after[i+1].direction = 0;
        }
    }

    // 按照输入顺序生成结果
    String[] result = new String[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int idx = order[i];
        Ant ant = after[idx];

        if (ant.position < 0 || ant.position > length) {
            result[i] = "Fell off";
        } else {
            result[i] = ant.position + " " + DIR_NAMES[ant.direction + 1];
        }
    }
}

```

```

        return result;
    }

    public static void test() {
        System.out.println("\n==== UVa 10881 - Piotr's Ants 测试 ===");

        int length = 10;
        int time = 1;
        int[] positions = {4, 6, 8};
        char[] directions = {'R', 'L', 'R'};

        System.out.println("木棍长度: " + length + ", 时间: " + time);
        String[] result = getFinalPositions(length, time, positions, directions);
        System.out.print("最终状态: ");
        for (String s : result) System.out.print(s + " ");
        System.out.println();
    }
}

/***
 * POJ 3263 - Tallest Cow (差分法)
 * 来源: POJ
 * 链接: http://poj.org/problem?id=3263
 *
 * 题目描述:
 * 有 N 头牛排成一行, 每头牛的高度为 H 或更低。给出 R 对关系, 每对关系表示第 A_i 头牛和第 B_i 头牛
能互相看见
 * 这意味着它们之间的所有牛的高度都严格小于它们的高度。求每头牛可能的最大高度。
 *
 * 解法分析:
 * 最优解: 差分数组
 * 时间复杂度: O(R + N)
 * 空间复杂度: O(N)
 *
 * 核心思想:
 * 1. 使用差分数组高效标记区间更新
 * 2. 通过前缀和计算最终高度
 * 3. 处理重复关系避免重复计算
 *
 * 相关题目:
 * 1. POJ 3263 - Tallest Cow (当前题目)
 * 2. POJ 2599 - Intervals (差分数组)
 * 3. POJ 3368 - Frequent values (RMQ)

```

```

* 4. LeetCode 370 - Range Addition (差分数组)
* 5. LeetCode 1094 - Car Pooling (差分数组)
* 6. Codeforces 1208D - Restore Permutation (差分数组)
* 7. AtCoder ABC152F - Tree and Constraints (差分数组)
* 8. UVa 12086 - Potentiometers (树状数组)
* 9. HackerRank - Array Manipulation (差分数组)
* 10. SPOJ - HORRIBLE - Horrible Queries (线段树)
* 11. 牛客网 NC163 - 机器人跳跃问题 (差分数组)
* 12. 洛谷 P3372 - 【模板】线段树 1 (线段树)
* 13. CodeChef - SPREAD - Spread the Word (差分数组)

*
* 算法扩展:
* 1. 二维差分: 处理矩形区域的更新操作
* 2. 带权差分: 支持不同权重的区间更新
* 3. 动态差分: 支持在线区间更新和查询
* 4. 多维扩展: 更高维度的差分数组应用

*
* 工程化考量:
* 1. 去重处理: 使用 Set 避免重复处理相同关系
* 2. 边界检查: 确保区间端点在合法范围内
* 3. 内存优化: 预分配合适大小的数组
* 4. 溢出防护: 使用 long 防止计算溢出
*/
public static class TallestCow {
    public static int[] tallestCow(int n, int h, int r, int[][] relations) {
        // 存储需要更新的区间，并去重
        Set<String> seen = new HashSet<>();
        List<int[]> intervals = new ArrayList<>();

        for (int[] rel : relations) {
            int a = Math.min(rel[0], rel[1]);
            int b = Math.max(rel[0], rel[1]);
            String key = a + "-" + b;
            if (!seen.contains(key)) {
                seen.add(key);
                intervals.add(new int[]{a, b});
            }
        }

        // 使用差分数组
        int[] diff = new int[n + 2];

        for (int[] interval : intervals) {
            diff[interval[0]]++;
            diff[interval[1] + 1]--;
        }

        int max = 0;
        int current = 0;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            current += diff[i];
            if (current > max) {
                max = current;
            }
        }

        return new int[]{max, current};
    }
}

```

```

        int a = interval[0];
        int b = interval[1];
        if (a + 1 <= b - 1) {
            diff[a + 1]--;
            diff[b]++;
        }
    }

// 通过前缀和计算最终高度
int[] heights = new int[n + 1];
Arrays.fill(heights, h);
int current = 0;
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    current += diff[i];
    heights[i] += current;
}

return heights;
}

public static void test() {
    System.out.println("\n==== POJ 3263 - Tallest Cow 测试 ===");

    int n = 6, h = 4, r = 3;
    int[][] relations = {{1, 6}, {2, 4}, {5, 6}};

    int[] heights = tallestCow(n, h, r, relations);
    System.out.print("每头牛可能的最大高度: ");
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        System.out.print(heights[i] + " ");
    }
    System.out.println();
}

public static void main(String[] args) {
    runMain();
}

```

```
=====
```

```
#!/usr/bin/env python3
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
```

财富分配实验与相关算法题目 – Python 版本  
包含原始财富分配实验和多个扩展题目

时间复杂度分析:

- 原始实验:  $O(t * n^2)$  其中  $t$  为轮数,  $n$  为人数
- 基尼系数计算:  $O(n^2)$  需要双重循环计算绝对差值和

空间复杂度分析:

- 原始实验:  $O(n)$  存储财富数组和标记数组
- 基尼系数计算:  $O(1)$  仅使用几个变量

工程化考量:

1. 异常处理: 处理输入参数合法性
2. 性能优化: 对于大规模数据可优化基尼系数计算
3. 可测试性: 提供单元测试方法
4. 可扩展性: 模块化设计便于添加新算法

相关题目链接:

1. UVa 11300 – Spreading the Wealth (分金币)

来源: UVa Online Judge

链接: <https://vjudge.net/problem/UVA-11300>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

2. Codeforces 671B – Robin Hood (劫富济贫)

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/671/B>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

3. LeetCode 41 – First Missing Positive (缺失的第一个正数)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

#### 4. LeetCode 42 – Trapping Rain Water (接雨水)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

#### 5. POJ 2155 – Matrix (二维树状数组)

来源: POJ

链接: <http://poj.org/problem?id=2155>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

#### 6. UVa 10881 – Piotr's Ants (蚂蚁)

来源: UVa Online Judge

链接: <https://vjudge.net/problem/UVA-10881>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

#### 7. POJ 3263 – Tallest Cow (差分法)

来源: POJ

链接: <http://poj.org/problem?id=3263>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
import random
import math
from typing import List, Tuple
import sys
```

```
class Experiment:
```

```
    """
```

财富分配实验主类

相关题目:

##### 1. UVa 11300 – Spreading the Wealth (分金币)

来源: UVa Online Judge

链接: <https://vjudge.net/problem/UVA-11300>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 2. Codeforces 671B – Robin Hood (劫富济贫)

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/671/B>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 3. LeetCode 41 – First Missing Positive (缺失的第一个正数)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 4. LeetCode 42 – Trapping Rain Water (接雨水)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 5. POJ 2155 – Matrix (二维树状数组)

来源: POJ

链接: <http://poj.org/problem?id=2155>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 6. UVa 10881 – Piotr's Ants (蚂蚁)

来源: UVa Online Judge

链接: <https://vjudge.net/problem/UVA-10881>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 7. POJ 3263 – Tallest Cow (差分法)

来源: POJ

链接: <http://poj.org/problem?id=3263>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
@staticmethod
def run_main():
    """主函数: 演示原始实验和扩展题目的使用"""
    print("== 财富分配实验与相关算法题目 ==")
    print("作者: 算法学习系统")
    print("日期: 2024 年")
    print()
```

```
# 运行原始财富分配实验
Experiment.run_original_experiment()
```

```
# 运行扩展题目测试
Experiment.run_extended_problems()
```

```
print("== 所有测试完成 ==")
```

```
@staticmethod
def run_original_experiment():
    """运行原始财富分配实验"""
    print("== 原始财富分配实验 ==")
    print("一个社会的基尼系数是一个在 0~1 之间的小数")
    print("基尼系数为 0 代表所有人的财富完全一样")
    print("基尼系数为 1 代表有 1 个人掌握了全社会的财富")
    print("基尼系数越小, 代表社会财富分布越均衡; 越大则代表财富分布越不均衡")
    print("在 2022 年, 世界各国的平均基尼系数为 0.44")
    print("目前普遍认为, 当基尼系数到达 0.5 时")
    print("就意味着社会贫富差距非常大, 分布非常不均匀")
    print("社会可能会因此陷入危机, 比如大量的犯罪或者经历社会动荡")
```

```
print("测试开始")
n = 100
t = 100000
print(f"人数: {n}")
print(f"轮数: {t}")
Experiment.experiment(n, t)
print("测试结束")
print()
```

```
@staticmethod
def run_extended_problems():
```

```

"""运行扩展题目测试"""
print("== 扩展题目测试 ==")

# UVa 11300 - Spreading the Wealth
SpreadingTheWealth. test()

# Codeforces 671B - Robin Hood
RobinHood. test()

# LeetCode 41 - First Missing Positive
FirstMissingPositive. test()

# LeetCode 42 - Trapping Rain Water
TrappingRainWater. test()

# POJ 2155 - Matrix
Matrix. test()

# UVa 10881 - Piotr's Ants
PiotrAnts. test()

# POJ 3263 - Tallest Cow
TallestCow. test()

@staticmethod
def experiment(n: int, t: int):
    """
    原始财富分配实验
    时间复杂度: O(t * n^2) - 外层循环 t 次, 内层双重循环
    空间复杂度: O(n) - 存储财富数组和标记数组

    Args:
        n: 人数
        t: 轮数
    """
    # 参数验证
    if n <= 0 or t <= 0:
        raise ValueError("人数和轮数必须大于 0")

    wealth = [100.0] * n
    has_money = [False] * n

    for i in range(t):

```

```

# 重置标记数组
has_money = [False] * n

# 标记有钱的人
for j in range(n):
    if wealth[j] > 0:
        has_money[j] = True

# 有钱的人随机给其他人 1 元
for j in range(n):
    if has_money[j]:
        other = j
        while other == j:
            other = random.randint(0, n - 1)
        wealth[j] -= 1
        wealth[other] += 1

# 排序并输出结果
wealth.sort()
print("列出每个人的财富(贫穷到富有):")
for i in range(n):
    print(f"{int(wealth[i])} ", end="")
    if i % 10 == 9:
        print()
print()
print(f"这个社会的基尼系数为: {Experiment.calculate_gini(wealth)}")

```

@staticmethod  
def calculate\_gini(wealth: List[float]) -> float:  
 """

计算基尼系数  
时间复杂度:  $O(n^2)$  - 双重循环计算绝对差值和  
空间复杂度:  $O(1)$  - 仅使用几个变量

基尼系数公式:  $G = \frac{\sum \sum |x_i - x_j|}{2n^2 \mu}$   
其中  $x_i, x_j$  为个人财富,  $n$  为人数,  $\mu$  为平均财富

Args:  
 wealth: 财富数组

Returns:  
 基尼系数

```

if not wealth:
    raise ValueError("财富数组不能为空")

n = len(wealth)
sum_of_absolute_differences = 0.0
sum_of_wealth = sum(wealth)

for i in range(n):
    for j in range(n):
        sum_of_absolute_differences += abs(wealth[i] - wealth[j])

return sum_of_absolute_differences / (2 * n * sum_of_wealth)

class SpreadingTheWealth:
    """
    UVa 11300 - Spreading the Wealth (分金币)
    来源: UVa Online Judge
    链接: https://vjudge.net/problem/UVA-11300
    """

    def spreading_the_wealth(self, wealth):
        n = len(wealth)
        sum_of_wealth = sum(wealth)
        sum_of_absolute_differences = 0.0
        for i in range(n):
            for j in range(n):
                sum_of_absolute_differences += abs(wealth[i] - wealth[j])
        return sum_of_absolute_differences / (2 * n * sum_of_wealth)

```

题目描述:

圆桌旁坐着  $n$  个人，每个人有一定数量的金币，金币总数能被  $n$  整除。

每个人可以给左右相邻的人金币，求使得所有人的金币数相同的最少转手金币数

解法分析:

最优解: 数学推导+中位数

时间复杂度:  $O(n \log n)$  - 主要消耗在排序上

空间复杂度:  $O(n)$  - 需要存储  $C_i$  数组

核心思想:

1. 将问题转化为数学规划问题
2. 通过递推关系得到  $C_i = A_1 + A_2 + \dots + A_i - i * M$
3. 利用中位数性质最小化距离和

相关题目:

1. LeetCode 462. Minimum Moves to Equal Array Elements II

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/minimum-moves-to-equal-array-elements-ii/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++ 实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

2. Codeforces 717C - Potions Homework

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/717/C>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
@staticmethod
```

```
def min_transfer_coins(coins: List[int]) -> int:
```

```
    n = len(coins)
```

```
    if n <= 1:
```

```
        return 0
```

```
# 计算金币总数和平均值
```

```
total = sum(coins)
```

```
average = total // n
```

```
# 计算Ci 数组
```

```
c = [0] * n
```

```
c[0] = coins[0] - average
```

```
for i in range(1, n):
```

```
    c[i] = c[i-1] + coins[i] - average
```

```
# 对 Ci 数组排序，找出中位数
```

```
c.sort()
```

```
median = c[n // 2]
```

```
# 计算最小转移金币数
```

```
result = 0
```

```
for value in c:
```

```
    result += abs(value - median)
```

```
return result
```

```
@staticmethod
```

```
def test():
```

```
    print("\n==== UVa 11300 - Spreading the Wealth 测试 ===")
```

```
# 测试用例 1: 平均分布
```

```
coins1 = [100, 100, 100, 100]
```

```
print(f"测试用例 1 - 初始金币: {coins1}")
```

```
result1 = SpreadingTheWealth.min_transfer_coins(coins1)
```

```
print(f"最少转移金币数: {result1}")
```

```
# 测试用例 2: 示例情况
coins2 = [1, 2, 5, 4]
print(f"测试用例 2 - 初始金币: {coins2}")
result2 = SpreadingTheWealth.min_transfer_coins(coins2)
print(f"最少转移金币数: {result2}")
```

```
class RobinHood:
"""
Codeforces 671B - Robin Hood (劫富济贫)
来源: Codeforces
链接: https://codeforces.com/problemset/problem/671/B
```

题目描述:

有  $n$  个人, 第  $i$  个人有  $c_i$  枚金币, 进行  $k$  天操作

每天选择最富有的人(金币最多)给最穷的人(金币最少)1 枚金币

问  $k$  天后最富有的人和最穷的人金币数之差的最小值

解法分析:

最优解: 二分答案 + 贪心验证

时间复杂度:  $O(n \log(\max\_value))$

空间复杂度:  $O(1)$

核心思想:

1. 二分最终的最大值和最小值

2. 验证给定状态是否可达

3. 利用贪心思想计算操作次数

相关题目:

1. LeetCode 1642. Furthest Building You Can Reach

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/furthest-building-you-can-reach/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

2. Codeforces 1363E - Binary Tree Coloring

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/1363/E>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

```
"""
```

```
@staticmethod
def min_difference(coins: List[int], k: int) -> int:
    n = len(coins)
    if n <= 1:
        return 0

    # 计算金币总数
    total = sum(coins)

    # 二分最终的最大值
    left, right = 0, (total + n - 1) // n
    max_val = right
    while left <= right:
        mid = (left + right) // 2
        operations = 0
        for coin in coins:
            if coin > mid:
                operations += coin - mid
        if operations <= k:
            max_val = mid
            right = mid - 1
        else:
            left = mid + 1

    # 二分最终的最小值
    left, right = 0, total // n
    min_val = left
    while left <= right:
        mid = (left + right) // 2
        operations = 0
        for coin in coins:
            if coin < mid:
                operations += mid - coin
        if operations <= k:
            min_val = mid
            left = mid + 1
        else:
            right = mid - 1

    # 特殊情况处理
    if min_val >= max_val:
```

```
    return 0 if total % n == 0 else 1

    return max_val - min_val

@staticmethod
def test():
    print("\n==== Codeforces 671B - Robin Hood 测试 ====")

    coins1 = [1, 1, 1, 1]
    k1 = 3
    print(f"测试用例 1 - 初始金币: {coins1}, 操作天数: {k1}")
    result1 = RobinHood.min_difference(coins1, k1)
    print(f"最大值与最小值之差: {result1}")
```

```
class FirstMissingPositive:
    """
    LeetCode 41 - First Missing Positive (缺失的第一个正数)
    来源: LeetCode
    链接: https://leetcode.com/problems/first-missing-positive/
```

题目描述:

给你一个未排序的整数数组 `nums`, 请你找出其中没有出现的最小的正整数

解法分析:

最优解: 原地哈希

时间复杂度:  $O(n)$

空间复杂度:  $O(1)$

核心思想:

1. 对于长度为  $n$  的数组, 缺失的最小正整数一定在  $[1, n+1]$  范围内
2. 将每个正整数  $i$  放到数组的第  $i-1$  个位置上
3. 遍历数组找到第一个不符合条件的位置

相关题目:

1. LeetCode 448. Find All Numbers Disappeared in an Array

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/find-all-numbers-disappeared-in-an-array/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

2. LeetCode 41. First Missing Positive (相同题目)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.cn/problems/first-missing-positive/>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
@staticmethod
```

```
def first_missing_positive(nums: List[int]) -> int:
```

```
    n = len(nums)
```

```
# 将每个正整数 i 放到数组的第 i-1 个位置上
```

```
    for i in range(n):
```

```
        while 1 <= nums[i] <= n and nums[nums[i] - 1] != nums[i]:
```

```
            # 交换位置
```

```
            temp = nums[i]
```

```
            nums[i] = nums[temp - 1]
```

```
            nums[temp - 1] = temp
```

```
# 遍历数组找到第一个不符合条件的位置
```

```
    for i in range(n):
```

```
        if nums[i] != i + 1:
```

```
            return i + 1
```

```
    return n + 1
```

```
@staticmethod
```

```
def test():
```

```
    print("\n==== LeetCode 41 - First Missing Positive 测试 ===")
```

```
    nums1 = [1, 2, 0]
```

```
    print(f"测试用例 1 - 数组: {nums1}")
```

```
    result1 = FirstMissingPositive.first_missing_positive(nums1)
```

```
    print(f"缺失的最小正整数: {result1}")
```

```
class TrappingRainWater:
```

"""

LeetCode 42 - Trapping Rain Water (接雨水)

来源: LeetCode

链接: <https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water/>

题目描述:

给定  $n$  个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算下雨之后能接多少雨水

解法分析：

最优解：双指针法

时间复杂度： $O(n)$

空间复杂度： $O(1)$

核心思想：

1. 每个位置能接的雨水量取决于左右两侧最大高度中的较小值
2. 使用双指针从两端向中间移动
3. 维护左右两侧的最大高度

相关题目：

1. LeetCode 407. Trapping Rain Water II

来源：LeetCode

链接：<https://leetcode.com/problems/trapping-rain-water-ii/>

Java 实现：[Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现：[Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现：[Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

2. LeetCode 11. Container With Most Water

来源：LeetCode

链接：<https://leetcode.com/problems/container-with-most-water/>

Java 实现：[Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现：[Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现：[Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
@staticmethod
```

```
def trap(height: List[int]) -> int:
```

```
    if not height:
```

```
        return 0
```

```
    left, right = 0, len(height) - 1
```

```
    left_max, right_max = 0, 0
```

```
    result = 0
```

```
    while left < right:
```

```
        if height[left] < height[right]:
```

```
            if height[left] >= left_max:
```

```
                left_max = height[left]
```

```
            else:
```

```
                result += left_max - height[left]
```

```

        left += 1
    else:
        if height[right] >= right_max:
            right_max = height[right]
        else:
            result += right_max - height[right]
        right -= 1

    return result

@staticmethod
def test():
    print("\n==== LeetCode 42 - Trapping Rain Water 测试 ====")

    height1 = [0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1]
    print(f"测试用例 1 - 高度数组: {height1}")
    result1 = TrappingRainWater.trap(height1)
    print(f"能接的雨水量: {result1}")

```

```

class Matrix:
    """
    POJ 2155 - Matrix (二维树状数组)
    来源: POJ
    链接: http://poj.org/problem?id=2155

```

### 题目描述:

给定一个  $N \times N$  的 01 矩阵，初始全为 0，支持两种操作：

1. 将一个子矩阵中所有元素翻转(0 变 1, 1 变 0)
2. 查询某个位置的值

### 解法分析:

最优解：二维树状数组 + 差分思想

时间复杂度： $O(\log N * \log N)$  每次操作

空间复杂度： $O(N^2)$

### 核心思想:

1. 使用二维树状数组维护差分数组
2. 区间更新转为 4 个单点更新
3. 单点查询转为区间查询

### 相关题目:

1. HDU 1195 - Stars

来源: HDU

链接: <http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1556>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 2. Codeforces 1093E – Intersection of Permutations

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/1093/E>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
def __init__(self, size: int):
    self.n = size
    self.tree = [[0] * (size + 1) for _ in range(size + 1)]

def lowbit(self, x: int) -> int:
    return x & (-x)

def add(self, x: int, y: int, val: int):
    i = x
    while i <= self.n:
        j = y
        while j <= self.n:
            self.tree[i][j] += val
            j += self.lowbit(j)
        i += self.lowbit(i)

def sum(self, x: int, y: int) -> int:
    result = 0
    i = x
    while i > 0:
        j = y
        while j > 0:
            result += self.tree[i][j]
            j -= self.lowbit(j)
        i -= self.lowbit(i)
    return result

def update_range(self, x1: int, y1: int, x2: int, y2: int):
    self.add(x1, y1, 1)
```

```

        self.add(x1, y2 + 1, 1)
        self.add(x2 + 1, y1, 1)
        self.add(x2 + 1, y2 + 1, 1)

def query(self, x: int, y: int) -> int:
    return self.sum(x, y) % 2

@staticmethod
def test():
    print("\n==== POJ 2155 - Matrix 测试 ====")

    matrix = Matrix(4)
    print("初始状态查询:")
    print(f"matrix[1][1] = {matrix.query(1, 1)}")

    matrix.update_range(1, 1, 2, 2)
    print("翻转区域[(1,1), (2,2)]后查询:")
    print(f"matrix[1][1] = {matrix.query(1, 1)}")

class PiotrAnts:
    """
    UVa 10881 - Piotr's Ants (蚂蚁)
    来源: UVa Online Judge
    链接: https://vjudge.net/problem/UVA-10881
    """


```

### 题目描述:

一根长度为  $L$  厘米的木棍上有  $n$  只蚂蚁，每只蚂蚁要么朝左爬，要么朝右爬，速度为 1 厘米/秒

当两只蚂蚁相撞时，二者同时掉头(掉头时间忽略不计)

给出每只蚂蚁的初始位置和朝向，计算  $T$  秒之后每只蚂蚁的位置

### 解法分析:

最优解：等效转换思想

时间复杂度： $O(n \log n)$

空间复杂度： $O(n)$

### 核心思想:

1. 蚂蚁的相对位置在运动过程中不会改变
2. 碰撞可以看作是蚂蚁互相穿过对方，身份互换
3. 忽略碰撞直接计算最终位置，然后排序确定状态

### 相关题目:

1. Codeforces 1346A - Color Revolution

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/1346/A>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

## 2. AtCoder ABC131D – Megalomania

来源: AtCoder

链接: [https://atcoder.jp/contests/abc131/tasks/abc131\\_d](https://atcoder.jp/contests/abc131/tasks/abc131_d)

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
DIR_NAMES = ["L", "Turning", "R"]
```

```
class Ant:
```

```
    def __init__(self, ant_id: int, position: int, direction: int):
        self.id = ant_id
        self.position = position
        self.direction = direction # -1: 左, 0: 转身中, 1: 右
```

```
    def __lt__(self, other):
```

```
        return self.position < other.position
```

```
@staticmethod
```

```
def get_final_positions(length: int, time: int,
                        positions: List[int],
                        directions: List[str]) -> List[str]:
```

```
    n = len(positions)
```

```
    if n == 0:
```

```
        return []
```

```
# 创建初始状态的蚂蚁数组
```

```
before = []
```

```
for i in range(n):
```

```
    direction = -1 if directions[i] == 'L' else 1
```

```
    before.append(PiotrAnts.Ant(i, positions[i], direction))
```

```
# 根据初始位置排序
```

```
before.sort()
```

```
# 记录排序后每个蚂蚁在原数组中的索引
```

```

order = [0] * n
for i in range(n):
    order[before[i].id] = i

# 计算每个蚂蚁在 T 秒后的位置（忽略碰撞）
after = []
for i in range(n):
    final_pos = before[i].position + before[i].direction * time
    after.append(PiotrAnts.Ant(before[i].id, final_pos, before[i].direction))

# 根据最终位置排序
after.sort()

# 处理碰撞情况
for i in range(n - 1):
    if after[i].position == after[i+1].position:
        after[i].direction = after[i+1].direction = 0

# 按照输入顺序生成结果
result = [""] * n
for i in range(n):
    idx = order[i]
    ant = after[idx]

    if ant.position < 0 or ant.position > length:
        result[i] = "Fell off"
    else:
        result[i] = f"{ant.position} {PiotrAnts.DIR_NAMES[ant.direction + 1]}"

return result

@staticmethod
def test():
    print("\n==== UVa 10881 - Piotr's Ants 测试 ====")

    length = 10
    time = 1
    positions = [4, 6, 8]
    directions = ['R', 'L', 'R']

    print(f"木棍长度: {length}, 时间: {time}")
    result = PiotrAnts.get_final_positions(length, time, positions, directions)
    print(f"最终状态: {' '.join(result)}")

```

```
class TallestCow:  
    """  
    POJ 3263 - Tallest Cow (差分法)  
    来源: POJ  
    链接: http://poj.org/problem?id=3263
```

### 题目描述:

有 N 头牛排成一行，每头牛的高度为 H 或更低。给出 R 对关系，每对关系表示第 A\_i 头牛和第 B\_i 头牛能互相看见

这意味着它们之间的所有牛的高度都严格小于它们的高度。求每头牛可能的最大高度。

### 解法分析:

最优解: 差分数组

时间复杂度: O(R + N)

空间复杂度: O(N)

### 核心思想:

1. 使用差分数组高效标记区间更新
2. 通过前缀和计算最终高度
3. 处理重复关系避免重复计算

### 相关题目:

#### 1. HDU 1556 – Color the ball

来源: HDU

链接: <http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=1556>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++ 实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

#### 2. Codeforces 1000C – Covered Points Count

来源: Codeforces

链接: <https://codeforces.com/problemset/problem/1000/C>

Java 实现: [Experiment.java] (Experiment.java)

Python 实现: [Experiment.py] (Experiment.py)

C++ 实现: [Experiment.cpp] (Experiment.cpp)

"""

```
@staticmethod  
def tallest_cow(n: int, h: int, r: int,  
                 relations: List[Tuple[int, int]]) -> List[int]:  
    # 存储需要更新的区间，并去重
```

```

seen = set()
intervals = []

for rel in relations:
    a, b = min(rel), max(rel)
    key = f'{a}-{b}'
    if key not in seen:
        seen.add(key)
        intervals.append((a, b))

# 使用差分数组
diff = [0] * (n + 2)

for a, b in intervals:
    if a + 1 <= b - 1:
        diff[a + 1] -= 1
        diff[b] += 1

# 通过前缀和计算最终高度
heights = [h] * (n + 1)
current = 0
for i in range(1, n + 1):
    current += diff[i]
    heights[i] += current

return heights

@staticmethod
def test():
    print("\n== POJ 3263 - Tallest Cow 测试 ==")

    n, h, r = 6, 4, 3
    relations = [(1, 6), (2, 4), (5, 6)]

    heights = TallestCow.tallest_cow(n, h, r, relations)
    print(f"每头牛可能的最大高度: {' '.join(map(str, heights[1:]))}")

def main():
    """程序入口点"""
    Experiment.run_main()

```

```
if __name__ == "__main__":
    main()
=====

```