

```
=====
文件夹: class153_TreeDifference
=====
```

```
[Markdown 文件]
=====
```

```
文件: README_CF519E.md
=====
```

```
# Codeforces 519E. A and B and Lecture Rooms
```

题目描述

给定一棵有 n 个节点的树（节点编号从 1 到 n ），树由 `edges` 数组表示。有多个查询，每个查询给出两个节点 `u` 和 `v`，要求找到树上到 `u` 和 `v` 距离相等的节点数量。

算法思路

核心思想

1. **LCA 计算**: 使用倍增法快速计算两个节点的最近公共祖先
2. **距离计算**: 通过深度计算节点间距离
3. **中点分析**: 根据距离的奇偶性判断是否存在满足条件的节点
4. **子树大小统计**: 利用子树大小计算满足条件的节点数量

具体步骤

1. **预处理阶段**:
 - 构建树的邻接表表示
 - 使用 DFS 预处理每个节点的深度、父节点和子树大小
 - 使用倍增法预处理父节点数组，用于快速计算 LCA
2. **查询处理**:
 - 如果 `u == v`，所有节点都满足条件，返回 `n`
 - 计算 `u` 和 `v` 之间的距离 `dist = depth[u] + depth[v] - 2 * depth[lca]`
 - 如果距离为奇数，没有满足条件的节点，返回 `0`
 - 如果距离为偶数:
 - 当 `u` 和 `v` 在同一深度时，中点在 LCA 处
 - 当 `u` 和 `v` 在不同深度时，找到路径的中点

时间复杂度

- 预处理: $O(n \log n)$
- 每个查询: $O(\log n)$
- 总复杂度: $O(n \log n + q \log n)$ ，其中 q 是查询数量

空间复杂度

- $O(n \log n)$ 用于存储倍增数组
- $O(n)$ 用于存储深度和子树大小信息

关键点分析

1. ****距离计算****: 树上两点距离 = $\text{depth}[u] + \text{depth}[v] - 2 * \text{depth}[\text{lca}]$
2. ****中点位置****:
 - 当深度相同时, 中点在 LCA 处
 - 当深度不同时, 中点位于较深节点向上移动 $\text{dist}/2$ 步的位置
3. ****节点计数****:
 - 深度相同时: $n - \text{size}[u_{\text{Mid}}] - \text{size}[v_{\text{Mid}}]$
 - 深度不同时: $\text{size}[\text{mid}] - \text{size}[\text{prev}]$

代码实现

提供了三种语言的实现:

- ****Java****: 使用邻接表和倍增法
- ****C++****: 使用 `vector` 和数学函数
- ****Python****: 使用列表和数学模块

测试用例

```

输入:

`n = 4`

`edges = [[1,2], [1,3], [2,4]]`

`queries = [[1,2], [2,3], [3,4], [2,4]]`

输出: `[2, 1, 1, 1]`

```

解释:

- 查询 (1,2): 节点 3 和 4 到 1 和 2 的距离相等
- 查询 (2,3): 只有节点 1 满足条件
- 查询 (3,4): 只有节点 1 满足条件
- 查询 (2,4): 只有节点 1 满足条件

应用场景

- 网络拓扑分析
- 社交网络距离计算
- 路径规划中的等距点查找

=====
文件: README_CF739B.md
=====

Codeforces 739B Alyona and a tree

题目描述

给定一棵有根树，根节点为 1，每个节点都有一个权值 $a[i]$ ，每条边也有权值。对于每个节点 v ，找到有多少个祖先 u ，满足 $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$ 。其中 $\text{dist}(u, v)$ 表示从 u 到 v 路径上所有边权值的和。

题目链接

[Codeforces 739B Alyona and a tree](https://codeforces.com/contest/739/problem/B)

输入格式

- 第一行包含一个整数 n ，表示节点的数量。
- 第二行包含 n 个整数 $a[1], a[2], \dots, a[n]$ ，表示每个节点的权值。
- 接下来 $n-1$ 行，每行包含两个整数 $p[i]$ 和 $w[i]$ ，表示节点 i 的父节点是 $p[i]$ ，连接它们的边权值为 $w[i]$ 。

输出格式

输出 n 个整数，第 i 个整数表示节点 i 有多少个满足条件的祖先。

样例输入

...

```
5
1 2 3 4 5
1 1
2 1
3 1
4 1
...
```

样例输出

...

```
0 1 2 3 4
...
```

数据范围

- $1 \leq n \leq 200000$
- $1 \leq a[i] \leq 10^9$
- $1 \leq w[i] \leq 10^9$

解题思路

这是一道结合了二分查找和树上差分思想的题目。我们需要对每个节点找到满足条件的祖先数量。

算法分析

1. **问题转化**:

- 对于每个节点 v ，我们需要找到所有祖先 u ，满足 $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$ 。
- 由于树的性质，祖先节点到当前节点的距离是单调的，可以使用二分查找。

2. **倍增法优化**:

- 使用倍增法预处理祖先信息，可以在 $O(\log n)$ 时间内找到满足条件的最远祖先。
- 预处理时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

3. **树上差分**:

- 找到每个节点的最远满足条件的祖先后，对路径进行差分标记。
- 最后通过一次 DFS 计算差分数组的前缀和，得到最终结果。

4. **实现要点**:

- 使用 DFS 序对节点进行处理
- 使用倍增数组预处理祖先信息
- 使用差分数组统计答案

时间复杂度

- 预处理阶段: $O(N \log N)$ (倍增法预处理)
- 查询阶段: $O(N \log N)$ (每个节点二分查找)
- 计算结果: $O(N)$ (DFS 遍历)
- 总体复杂度: $O(N \log N)$

空间复杂度

- 树存储: $O(N)$
- 倍增数组: $O(N \log N)$
- 差分数组: $O(N)$
- 总体复杂度: $O(N \log N)$

代码实现

Java 版本

```
``` java
// 详细实现见 Code10_AlyonaAndTree.java
```
```

C++版本

```
``` cpp
// 详细实现见 Code10_AlyonaAndTree.cpp
```
```

Python 版本

```
``` python
详细实现见 Code10_AlyonaAndTree.py
```
```

算法要点

1. **倍增法**:
 - 预处理祖先信息, $stjump[u][p]$ 表示节点 u 的第 2^p 个祖先
 - $stsum[u][p]$ 表示节点 u 到其第 2^p 个祖先路径上的边权和
2. **二分查找**:
 - 利用距离的单调性, 使用倍增法进行二分查找
 - 找到满足条件的最远祖先节点
3. **树上差分**:
 - 对于每个节点 v , 找到最远满足条件的祖先 u
 - 在差分数组上标记: $diff[u]--$, $diff[v]++$
 - 最后通过 DFS 计算前缀和得到答案

常见错误与注意事项

1. **倍增数组初始化错误**:
 - $stjump[u][0]$ 应为节点 u 的父节点
 - $stsum[u][0]$ 应为节点 u 到其父节点的边权
2. **二分查找错误**:
 - 边界条件处理错误
 - 距离计算错误

3. ****差分标记错误****:
 - 标记位置错误
 - 忘记处理根节点的特殊情况
4. ****数据类型溢出****:
 - 距离可能超过 int 范围，应使用 long long

扩展应用

1. ****树上路径查询****:
 - 处理树上路径权值和查询问题
 - 结合树链剖分或点分治
2. ****动态树问题****:
 - 处理动态加点/删点的树上问题
 - 结合 LCT 或 ETT 等数据结构
3. ****树上统计问题****:
 - 统计满足特定条件的节点对数量
 - 结合莫队算法或虚树技术

相关题目

1. ****Codeforces 191C Fools and Roads**** - 树上差分
2. ****洛谷 P3128 [USACO15DEC] Max Flow P**** - 树上点差分
3. ****LOJ 10131 暗的连锁**** - 树上边差分
4. ****AtCoder ABC187 E - Through Path**** - 树上差分

总结

Alyona and a tree 是一道经典的树上算法题，结合了倍增法、二分查找和树上差分等多个知识点。通过这道题目，可以深入理解：

1. 倍增法在树上问题中的应用
2. 如何利用单调性进行二分查找优化
3. 树上差分思想在统计问题中的应用
4. 如何处理树上路径权值和查询问题

掌握这些知识点对于解决更复杂的树上问题具有重要意义。

=====

文件: README_LeetCode2096.md

=====

LeetCode 2096. 从二叉树一个节点到另一个节点的方向

题目描述

给定一棵二叉树的根节点 `root`，以及两个整数 `startValue` 和 `destValue`。找到从值为 `startValue` 的节点到值为 `destValue` 的节点的最短路径方向。

路径方向由字符组成：

- `'U'`：向上移动到父节点
- `'L'`：向左移动到左子节点
- `'R'`：向右移动到右子节点

算法思路

核心思想

1. ****LCA 计算****：找到起点和目标节点的最近公共祖先
2. ****路径重建****：分别构建从起点到 LCA 和从 LCA 到目标的路径
3. ****方向转换****：将起点到 LCA 的路径转换为 `'U'` 方向

具体步骤

1. ****寻找 LCA****：
 - 使用递归方法找到起点和目标节点的最近公共祖先
 - 如果当前节点是起点或目标节点，或者左右子树分别包含起点和目标节点，则当前节点是 LCA
2. ****构建路径****：
 - 从 LCA 到起点：记录路径方向（L 或 R）
 - 从 LCA 到目标：记录路径方向（L 或 R）
3. ****方向转换****：
 - 起点到 LCA 的路径全部转换为 `'U'` 方向
 - LCA 到目标的路径保持原方向
 - 拼接两部分路径得到最终结果

时间复杂度

- 寻找 LCA: $O(n)$
- 构建路径: $O(n)$
- 总复杂度: $O(n)$

空间复杂度

- $O(h)$ 用于递归栈，其中 h 是树的高度

- $O(n)$ 在最坏情况下（树退化为链表）

关键点分析

1. ****LCA 的重要性****: 通过 LCA 可以避免重复遍历路径
2. ****路径方向****: 从子节点到父节点的方向都是 'U'
3. ****路径拼接****: 起点 \rightarrow LCA \rightarrow 目标的路径是最短路径

代码实现

提供了三种语言的实现:

- ****Java****: 使用递归和 StringBuilder
- ****C++****: 使用递归和字符串操作
- ****Python****: 使用递归和列表操作

测试用例

测试用例 1

```

树结构:

```
 5
 /\
 1 2
 /\ /\
 3 6 4
```

startValue = 3, destValue = 6

输出: "UURL"

```

路径解释:

- 从 3 向上到 1: U
- 从 1 向上到 5: U
- 从 5 向右到 2: R
- 从 2 向左到 6: L

测试用例 2

```

树结构:

```
 2
 /
 1
```



```
startValue = 2, destValue = 1
```

```
输出: "L"
```

```
...
```

### ## 应用场景

- 二叉树导航系统
- 文件系统路径查找
- 游戏中的角色移动路径规划

```
=====
```

```
文件: README_LeetCode2646.md
```

```
=====
```

```
LeetCode 2646. 最小化旅行的价格
```

### ## 题目描述

给定一棵有  $n$  个节点的树（节点编号从 0 到  $n-1$ ），每个节点有一个价格  $price[i]$ 。树由  $edges$  数组表示，其中  $edges[i] = [u, v]$  表示节点  $u$  和  $v$  之间有一条边。

有  $m$  个旅行路径，每个路径由  $trips[i] = [u, v]$  表示，表示从节点  $u$  旅行到节点  $v$ 。

你可以选择将某些节点的价格减半（即价格变为原来的一半，向下取整）。要求最小化所有旅行路径的总价格。

### ## 算法思路

#### ### 核心思想

1. **树上差分统计**：使用树上差分算法统计每条边被经过的次数
2. **树形 DP 决策**：使用树形动态规划决定哪些节点应该减半

#### ### 具体步骤

1. **构建图结构**：根据  $edges$  构建邻接表表示的树
2. **预处理 LCA**：使用倍增法预处理每个节点的父节点信息，用于快速计算 LCA
3. **树上差分统计**：
  - 对于每个旅行路径  $(u, v)$ ，找到它们的最近公共祖先（LCA）
  - 在  $u$  和  $v$  处加 1，在 LCA 处减 2
  - 通过 DFS 统计每个节点被经过的总次数
4. **树形 DP 决策**：
  - $dp[u][0]$ ：节点  $u$  不减半的最小总价格
  - $dp[u][1]$ ：节点  $u$  减半的最小总价格
  - 状态转移：
    - 如果当前节点不减半，子节点可以减半或不减半

- 如果当前节点减半，子节点不能减半

### ## 时间复杂度

- 预处理 LCA:  $O(n \log n)$
- 树上差分:  $O(m \log n)$
- 树形 DP:  $O(n)$
- 总复杂度:  $O((n + m) \log n)$

### ## 空间复杂度

- $O(n \log n)$  用于存储倍增数组
- $O(n)$  用于存储差分数组和 DP 数组

### ## 代码实现

提供了三种语言的实现：

- **\*\*Java\*\***: 使用邻接表和倍增法
- **\*\*C++\*\***: 使用 `vector` 和队列
- **\*\*Python\*\***: 使用列表和双端队列

### ## 测试用例

#### ### 测试用例 1

```

```
n = 4
edges = [[0, 1], [1, 2], [1, 3]]
price = [2, 2, 10, 6]
trips = [[0, 3], [2, 1], [2, 3]]
输出: 23
```
```

#### ### 测试用例 2

```

```
n = 2
edges = [[0, 1]]
price = [2, 2]
trips = [[0, 0]]
输出: 1
```
```

### ## 关键点

1. 树上差分是统计路径覆盖次数的有效方法
2. 树形 DP 需要考虑相邻节点的约束关系
3. 减半操作只能进行一次，且相邻节点不能同时减半

## 4. 使用倍增法可以高效计算 LCA

### ## 应用场景

- 网络流量优化
- 资源分配问题
- 路径规划优化

=====  
文件: README\_LOJ10131.md  
=====

### # LOJ 10131 暗的连锁 题目解析

### ## 题目描述

给定一棵包含  $N$  个节点的树 ( $N-1$  条边)，以及  $M$  条额外的边 (非树边)。每条非树边连接两个节点，与树边一起构成一个连通图。求有多少种方案，通过切断一条树边和一条非树边，使得图变得不连通。

### ## 算法思路

这是一道典型的树上边差分问题。解题的关键在于理解什么样的边组合被切断后会使得图不连通：

#### 1. \*\*问题分析\*\*:

- 初始状态是一棵树，加上  $M$  条非树边后形成一个连通图
- 要使图不连通，需要切断一条树边和一条非树边
- 切断树边后，图分为两个连通分量
- 如果切断的非树边连接这两个连通分量，则图重新连通
- 因此，只有当非树边不连接这两个连通分量时，图才真正不连通

#### 2. \*\*核心思想\*\*:

- 对于每条树边，统计有多少条非树边跨越了这条树边连接的两个连通分量
- 如果有 0 条非树边跨越，则切断该树边后，任意一条非树边都可以与其配对使图不连通 ( $m$  种方案)
- 如果有 1 条非树边跨越，则只有切断该非树边才能使图不连通 (1 种方案)
- 如果有 2 条或以上非树边跨越，则无论切断哪条非树边，图都仍然连通 (0 种方案)

#### 3. \*\*技术实现\*\*:

- 使用树上边差分统计每条树边被非树边跨越的次数
- 对于每条连接  $u$  和  $v$  的非树边，会在树上形成一条  $u$  到  $v$  的路径
- 这条路径上的所有树边都被该非树边跨越
- 使用边差分技术：对  $u$  和  $v$  节点分别+1，对它们的 LCA 节点-2
- 最后通过 DFS 计算每条边的覆盖次数

### ## 复杂度分析

#### ### 时间复杂度

##### 1. \*\*预处理阶段\*\*:

- 构建树结构:  $O(N)$
- DFS 预处理深度和跳跃数组:  $O(N * \log N)$

##### 2. \*\*处理非树边\*\*:

- 对每条非树边求 LCA:  $O(M * \log N)$

##### 3. \*\*统计答案\*\*:

- DFS 计算边覆盖次数并统计答案:  $O(N)$

**\*\*总时间复杂度\*\*:**  $O(N * \log N + M * \log N)$

#### ### 空间复杂度

- 存储树结构:  $O(N)$
- 存储深度和跳跃数组:  $O(N * \log N)$
- 其他辅助数组:  $O(N)$

**\*\*总空间复杂度\*\*:**  $O(N * \log N)$

### ## 解题技巧

#### ### 1. 树上边差分

树上边差分是解决此类问题的关键技术:

...

对于连接  $u$  和  $v$  的路径, 在  $u$  和  $v$  处+1, 在  $LCA(u, v)$  处-2

通过 DFS 累加子树和, 可得到每条边的覆盖次数

...

#### ### 2. 倍增法求 LCA

使用倍增法预处理节点的跳跃数组, 可以在  $O(\log N)$  时间内求出任意两点的 LCA:

```java

// 预处理

stjump[u][0] = father[u] // 直接父节点

stjump[u][i] = stjump[stjump[u][i-1]][i-1] // 第 2^i 个祖先

// 查询 LCA

int lca(int a, int b) {

// 调整深度

if (deep[a] < deep[b]) swap(a, b);

// 将 a 调整到与 b 同一深度

for (int i = power; i >= 0; i--) {

```

        if (deep[stjump[a][i]] >= deep[b]) {
            a = stjump[a][i];
        }
    }
    // 特殊情况：一个节点是另一个的祖先
    if (a == b) return a;
    // 同时向上跳
    for (int i = power; i >= 0; i--) {
        if (stjump[a][i] != stjump[b][i]) {
            a = stjump[a][i];
            b = stjump[b][i];
        }
    }
    return stjump[a][0]; // 返回父节点
}
```

```

### ### 3. 链式前向星建图

使用链式前向星存储树结构，节省空间且效率高：

```

```java
int head[MAXN], next[MAXN<<1], to[MAXN<<1], cnt = 1;
void addEdge(int u, int v) {
    next[cnt] = head[u];
    to[cnt] = v;
    head[u] = cnt++;
}
```

```

### ## 代码实现要点

#### ### Java 实现要点

1. 使用 `BufferedReader` 和 `StreamTokenizer` 提高输入效率
2. 使用 `Arrays.fill` 初始化数组
3. 使用链式前向星存储图结构

#### ### C++实现要点

1. 使用 `scanf/printf` 提高输入输出效率
2. 使用 `memset` 初始化数组
3. 使用链式前向星存储图结构

#### ### Python 实现要点

1. 使用 `sys.stdin.readline()` 提高输入效率
2. 使用列表推导式初始化二维数组

### 3. 使用非局部变量(nonlocal)在嵌套函数中修改外层变量

## ## 边界条件和异常处理

1. **\*\*空树情况\*\***: 题目保证  $N \geq 1$ , 无需特殊处理
2. **\*\*无非树边\*\***:  $M=0$  时, 所有方案数为 0
3. **\*\*极端数据规模\*\***:  $N$  和  $M$  可达  $10^5$ , 需要考虑时间和空间复杂度
4. **\*\*重边和自环\*\***: 题目未明确说明, 但通常不考虑

## ## 工程化考量

1. **\*\*输入输出优化\*\***:
  - Java 使用 `BufferedReader` 和 `StreamTokenizer`
  - C++ 使用 `scanf/printf` 而非 `cin/cout`
  - Python 使用 `sys.stdin.readline()`
2. **\*\*内存管理\*\***:
  - 合理设置数组大小, 避免浪费空间
  - 及时释放不需要的资源
3. **\*\*可读性和维护性\*\***:
  - 添加详细注释说明算法思路
  - 使用有意义的变量名
  - 模块化设计, 分离不同功能

## ## 相关题目和扩展

1. **\*\*类似题目\*\***:
  - POJ 3417 Network (几乎相同的题目)
  - 洛谷 P3128 [USACO15DEC]Max Flow P (树上点差分)
  - 洛谷 P3258 [JLOI2014]松鼠的新家 (树上点差分)
2. **\*\*扩展应用\*\***:
  - 树上点差分: 对节点进行差分操作
  - 树链剖分: 处理更复杂的树上路径问题
  - 树上启发式合并: 处理子树信息合并问题

## ## 总结

LOJ 10131 暗的连锁是一道经典的树上边差分题目, 考察了以下知识点:

1. 树的基本遍历和存储
2. 最近公共祖先(LCA)的倍增法实现
3. 树上差分(边差分)的原理和应用

- 4. 链式前向星建图技巧
- 5. 算法复杂度分析

通过这道题目，可以深入理解树上差分的思想，掌握处理树上路径问题的一般方法，为解决更复杂的树上问题打下基础。

=====

文件: README\_LOJ10132.md

=====

# LOJ 10132 异象石

## 题目描述

在一个圆上有  $n$  个点，按顺时针编号为  $0$  到  $n-1$ 。有  $m$  次操作，每次操作会在两个点之间连一条弦。每次操作后，求所有弦将圆分割成多少个区域。

## 题目链接

[LOJ 10132 异象石](https://loj.ac/problem/10132)

## 输入格式

- 第一行包含一个整数  $N$ ，表示节点的数量。
- 接下来  $N-1$  行，每行包含两个整数  $u$  和  $v$ ，表示节点  $u$  和节点  $v$  之间有一条边。
- 接下来一行包含一个整数  $M$ ，表示操作的数量。
- 接下来  $M$  行，每行包含一个操作：
  - "+  $x$ " 表示选中节点  $x$
  - "-  $x$ " 表示取消选中节点  $x$
  - "?" 表示查询当前选中节点在圆上的最小生成树的边权和

## 输出格式

对于每个 "?" 操作，输出一行一个整数，表示当前选中节点在圆上的最小生成树的边权和。

## 样例输入

...

6  
1 2  
1 3  
1 4  
2 5

2 6  
7  
+ 1  
+ 2  
+ 3  
+ 5  
?  
- 2  
?  
...

### ## 样例输出

...  
4  
3  
...

### ## 数据范围

-  $1 \leq N \leq 100000$   
-  $1 \leq M \leq 100000$

### ## 解题思路

这是一道结合了虚树和树上差分思想的题目。我们需要维护圆上选中点的最小生成树边权和。

### ### 算法分析

1. **圆上的距离**:
  - 圆上两点间的距离是两点间顺时针和逆时针距离的较小值。
  - 可以通过将圆上的点按照顺时针顺序排列，构建一棵树来处理。
2. **虚树**:
  - 当选中的点数较多时，直接计算最小生成树会超时。
  - 使用虚树技术，只保留关键点构建一棵树，可以大大减少计算量。
3. **最小生成树**:
  - 在圆上，选中点的最小生成树可以通过按照顺时针顺序排序后，连接相邻点来构造。
  - 边权和等于相邻点间距离之和。
4. **实现要点**:
  - 使用 DFS 序对节点排序



- 使用单调栈构建虚树
- 计算虚树上边的权值和

#### ### 时间复杂度

- 预处理阶段:  $O(N \log N)$  (倍增法求 LCA)
- 每次操作:  $O(k \log k)$  ( $k$  为选中点数)
- 总体复杂度:  $O(N \log N + M k \log k)$

#### ### 空间复杂度

- 树存储:  $O(N)$
- LCA 相关数组:  $O(N \log N)$
- 虚树相关:  $O(k)$
- 总体复杂度:  $O(N \log N)$

#### ## 代码实现

##### ### Java 版本

```
``` java
// 详细实现见 Code09_AlienStone.java
```
```

##### ### C++版本

```
``` cpp
// 详细实现见 Code09_AlienStone.cpp
```
```

##### ### Python 版本

```
``` python
# 详细实现见 Code09_AlienStone.py
```
```

#### ## 算法要点

##### 1. \*\*虚树构建\*\*:

- 按 DFS 序对选中点排序
- 使用单调栈构建虚树
- 虚树节点数不超过  $2k$  ( $k$  为选中点数)

## 2. **LCA 算法**:

- 使用倍增法预处理 LCA，预处理时间复杂度  $O(N \log N)$ ，查询时间复杂度  $O(\log N)$ 。

## 3. **圆上距离计算**:

- 圆上两点间距离 =  $\min(|a-b|, n-|a-b|)$

## ## 常见错误与注意事项

### 1. **虚树构建错误**:

- 节点排序错误
- 单调栈维护错误
- LCA 计算错误

### 2. **边界处理错误**:

- 选中点数为 0 或 1 的特殊情况
- 根节点的特殊处理
- 数组越界

### 3. **精度问题**:

- 注意整数溢出
- 使用 long long 类型存储结果

## ## 扩展应用

### 1. **树上差分**:

- 处理树上路径修改问题
- 点差分和边差分的应用

### 2. **虚树应用**:

- 处理树上多点查询问题
- 减少计算复杂度

### 3. **动态最小生成树**:

- 处理动态加点/删点的最小生成树问题
- 结合数据结构优化

## ## 相关题目

1. **L0J 10131 暗的连锁** - 树上边差分
2. **洛谷 P3258 [JLOI2014] 松鼠的新家** - 树上点差分
3. **Codeforces 1017G The Tree** - 树链剖分线段树
4. **LibreOJ 10134 Dis** - 差分

### ## 总结

异象石是一道综合性的题目，结合了虚树、LCA、最小生成树等多个算法知识点。通过这道题目，可以深入理解：

1. 虚树的构建方法和应用场景
2. LCA 算法在树上问题中的应用
3. 如何处理动态点集的最小生成树问题
4. 树上差分思想的扩展应用

掌握这些知识点对于解决更复杂的树上问题具有重要意义。

=====  
文件：README\_P3258.md  
=====

# 洛谷 P3258 [JLOI2014] 松鼠的新家

### ## 题目描述

松鼠家族的成员需要在树上移动，从一个节点到另一个节点。给定一棵包含  $N$  个节点的树，以及  $N-1$  次移动操作。每次移动操作表示从节点  $a$  移动到节点  $b$ ，经过的路径上的所有节点（包括起点和终点）都会被访问一次。求每个节点被访问的次数。

### ## 题目链接

[洛谷 P3258 [JLOI2014] 松鼠的新家](https://www.luogu.com.cn/problem/P3258)

### ## 输入格式

- 第一行包含一个整数  $N$ ，表示节点的数量。
- 第二行包含  $N$  个整数，表示访问节点的顺序。
- 接下来  $N-1$  行，每行包含两个整数  $u$  和  $v$ ，表示节点  $u$  和节点  $v$  之间有一条边。

### ## 输出格式

输出  $N$  行，第  $i$  行表示节点  $i$  被访问的次数。

### ## 样例输入

...  
5  
1 2 3 4 5

```
1 2
2 3
2 4
4 5
...
```

## 样例输出

```
...
1
2
1
2
1
...
```

## 数据范围

-  $1 \leq N \leq 300000$

## 解题思路

这是一道典型的树上点差分问题。我们需要统计树上每条路径经过的节点次数。

### 算法分析

1. **树上点差分**:

- 对于树上从节点  $u$  到节点  $v$  的路径，我们需要将路径上所有节点的访问次数加 1。
- 使用树上点差分技术，我们可以在  $O(1)$  时间内完成这个操作：
  - $\text{diff}[u] += 1$
  - $\text{diff}[v] += 1$
  - $\text{diff}[\text{lca}(u, v)] -= 1$
  - $\text{diff}[\text{parent}[\text{lca}(u, v)]] -= 1$
- 最后通过一次 DFS 遍历，计算每个节点的子树和，得到最终结果。

2. **LCA 计算**:

- 使用倍增法预处理 LCA，时间复杂度为  $O(N \log N)$  预处理， $O(\log N)$  查询。

3. **特殊处理**:

- 注意每次移动的终点也是下一次移动的起点，除了最后一次移动，所以需要对除最后一个节点外的所有节点的访问次数减 1。

### 时间复杂度

- 预处理阶段:  $O(N \log N)$  (倍增法求 LCA)
- 修改操作:  $O(1)$  每次
- 查询结果:  $O(N)$  (DFS 遍历)
- 总体复杂度:  $O(N \log N)$

#### ### 空间复杂度

- 树存储:  $O(N)$
- LCA 相关数组:  $O(N \log N)$
- 差分数组:  $O(N)$
- 总体复杂度:  $O(N \log N)$

#### ## 代码实现

##### ### Java 版本

```
``` java
// 详细实现见 Code08_SquirrelNewHome.java
```
```

##### ### C++版本

```
``` cpp
// 详细实现见 Code08_SquirrelNewHome.cpp
```
```

##### ### Python 版本

```
``` python
# 详细实现见 Code08_SquirrelNewHome.py
```
```

#### ## 算法要点

##### 1. \*\*树上点差分\*\*:

- 点差分用于处理对路径上所有点的修改操作。
- 对于路径  $u$  到  $v$ :

```
```
diff[u] += d
diff[v] += d
diff[lca(u, v)] -= d
diff[father[lca(u, v)]] -= d
```
```

...

## 2. **LCA 算法**:

- 使用倍增法预处理 LCA，预处理时间复杂度  $O(N \log N)$ ，查询时间复杂度  $O(\log N)$ 。

## 3. **DFS 遍历**:

- 通过 DFS 遍历计算子树和，得到最终结果。

## ## 常见错误与注意事项

### 1. **LCA 计算错误**:

- 倍增数组初始化错误
- 深度比较错误
- 跳跃过程错误

### 2. **差分标记错误**:

- 点差分 and 边差分混淆
- 标记位置错误
- 系数错误

### 3. **边界处理错误**:

- 根节点的特殊处理
- LCA 为端点的特殊情况未考虑
- 数组越界

### 4. **特殊处理**:

- 每次移动的终点也是下一次移动的起点，需要特殊处理

## ## 扩展应用

### 1. **树上边差分**:

- 处理对路径上所有边的修改操作。
- 对于路径  $u$  到  $v$ :

...

```
diff[u] += d
```

```
diff[v] += d
```

```
diff[lca(u, v)] -= 2 * d
```

...

### 2. **树链剖分 + 线段树**:

- 对于更复杂的操作，可以结合树链剖分和线段树：
  - 支持区间修改和区间查询
  - 更灵活的操作支持

- 但代码复杂度较高

### 3. \*\*树上启发式合并\*\*:

- 对于子树信息合并问题:
  - 时间复杂度优化到  $O(N \log N)$
  - 适用于特定类型的树上问题

## ## 相关题目

1. \*\*洛谷 P3128 [USACO15DEC] Max Flow P\*\* - 树上点差分模板题
2. \*\*LOJ 10131 暗的连锁\*\* - 树上边差分
3. \*\*POJ 3417 Network\*\* - 树上边差分
4. \*\*洛谷 P2680 运输计划\*\* - 树上边差分+二分

## ## 总结

树上点差分是处理树上路径修改问题的重要算法技巧，通过将路径修改转化为端点标记，大大优化了时间复杂度。掌握树上点差分需要：

1. 深入理解差分思想
2. 熟练掌握 LCA 算法
3. 灵活应用点差分
4. 注意实现细节和边界条件

通过系统学习和大量练习，可以熟练掌握这一重要算法技巧，为解决更复杂的树上问题打下坚实基础。

文件: README\_POJ3263.md

## # POJ 3263 Tallest Cow 题目解析

### ## 题目描述

有  $N$  头牛站成一行，两头牛能够相互看见，当且仅当它们中间的牛身高都比它们矮。已知最高的牛是第  $P$  头，身高为  $H$ ，还知道  $R$  对关系，每对关系表示两头牛可以相互看见。求每头牛的身高最大可能是多少。

### ## 算法思路

这是一道经典的差分数组应用题，虽然不是树上差分，但体现了差分思想的核心：将区间修改转化为端点标记。

### ### 问题分析

1. 初始时，所有牛的身高都可以设为最高身高  $H$ （题目要求最大可能身高）
2. 对于每对可以相互看见的牛  $(a, b)$ ，它们之间的牛都必须比它们矮
3. 因此，区间  $(\min(a, b)+1, \max(a, b)-1)$  内的牛身高都要减 1
4. 最终每头牛的身高 =  $H$  + 相对身高变化值

#### #### 核心思想

使用差分数组优化区间修改操作：

- 对于区间  $[l, r]$  内的元素都减去  $d$ ，可以在差分数组中：
  - $\text{diff}[l] -= d$
  - $\text{diff}[r+1] += d$
- 最后通过前缀和还原原数组

在本题中：

- 对于每对关系  $(a, b)$ ，在区间  $(a+1, b-1)$  内的牛身高减 1
- 即在差分数组中：
  - $\text{diff}[a+1] -= 1$
  - $\text{diff}[b] += 1$

#### #### 特殊处理

1. **\*\*去重处理\*\***：可能存在重复的关系，需要避免重复处理
2. **\*\*边界处理\*\***：确保  $a < b$ ，便于统一处理
3. **\*\*区间有效性\*\***：只有当  $|a-b| > 1$  时，中间才有牛需要处理

#### ## 复杂度分析

##### #### 时间复杂度

1. **\*\*输入处理\*\***： $O(R)$ ，需要处理  $R$  对关系
2. **\*\*差分操作\*\***： $O(1)$  每次，总共  $O(R)$
3. **\*\*前缀和计算\*\***： $O(N)$ ，计算每头牛的最终身高
4. **\*\*去重检查\*\***： $O(\log R)$  每次（使用 `set`），总共  $O(R \log R)$

**\*\*总时间复杂度\*\***： $O(R \log R + N)$

##### #### 空间复杂度

- 差分数组： $O(N)$
- 去重集合： $O(R)$
- 其他辅助变量： $O(1)$

**\*\*总空间复杂度\*\***： $O(N + R)$



## ## 解题技巧

### ### 1. 差分数组应用

差分数组是处理区间修改的经典技巧：

```
```java
// 区间[l,r]都加上 d
diff[l] += d;
diff[r+1] -= d;

// 还原原数组（前缀和）
int value = 0;
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    value += diff[i];
    result[i] = value;
}
```
```

### ### 2. 去重技巧

使用 set 或者哈希表避免重复处理相同关系：

```
```java
// Java 中使用 Set<Long>存储配对关系
long pair = (long) Math.min(a, b) * (n + 1) + Math.max(a, b);
if (seen.contains(pair)) continue;
seen.add(pair);

// Python 中使用 set 存储元组
pair = (min(a, b), max(a, b))
if pair in seen: continue
seen.add(pair)
```
```

### ### 3. 边界处理

统一处理方式，确保  $a < b$ ：

```
```java
if (a > b) {
    int temp = a;
    a = b;
    b = temp;
}
```
```

## ## 代码实现要点

#### ### Java 实现要点

1. 使用 `BufferedReader` 和 `StreamTokenizer` 提高输入效率
2. 使用 `HashSet` 去重
3. 使用 `long` 类型避免配对哈希冲突

#### ### C++实现要点

1. 使用 `scanf/printf` 提高输入输出效率
2. 使用 `set` 去重
3. 注意 `long long` 类型的使用

#### ### Python 实现要点

1. 使用 `sys.stdin.readline()` 提高输入效率
2. 使用 `set` 存储元组实现去重
3. 利用 Python 的多元赋值简化交换操作

#### ## 边界条件和异常处理

1. **\*\*空关系\*\***:  $R=0$  时, 所有牛身高都为  $H$
2. **\*\*相邻牛\*\***:  $|a-b|=1$  时, 中间没有牛需要处理
3. **\*\*重复关系\*\***: 需要去重处理
4. **\*\*相同牛\*\***:  $a=b$  时, 属于无效输入, 但题目保证不会出现

#### ## 工程化考量

1. **\*\*输入输出优化\*\***:
  - Java 使用 `BufferedReader` 和 `StreamTokenizer`
  - C++使用 `scanf/printf` 而非 `cin/cout`
  - Python 使用 `sys.stdin.readline()`
2. **\*\*内存管理\*\***:
  - 合理设置数组大小, 避免浪费空间
  - 及时释放不需要的资源
3. **\*\*可读性和维护性\*\***:
  - 添加详细注释说明算法思路
  - 使用有意义的变量名
  - 模块化设计, 分离不同功能

#### ## 相关题目和扩展

1. **\*\*类似题目\*\***:
  - 洛谷 P2879 [USACO07JAN]区间统计 Tallest Cow (同一题目)
  - 一维差分数组模板题

- 二维差分数组应用题

## 2. \*\*扩展应用\*\*:

- 树上差分: 将差分思想应用到树结构上
- 二维差分: 处理矩阵区间修改问题
- 离散化+差分: 处理值域较大的区间修改问题

## ### 总结

POJ 3263 Tallest Cow 是一道经典的差分数组应用题, 虽然不涉及树结构, 但体现了差分思想的核心: 将区间修改转化为端点标记, 从而将  $O(N)$  的区间操作优化为  $O(1)$  的端点操作。

通过这道题目, 可以掌握以下知识点:

1. 差分数组的基本原理和应用
2. 区间修改问题的优化方法
3. 去重处理技巧
4. 输入输出优化方法

这为学习更复杂的树上差分奠定了基础。

=====

文件: SUMMARY.md

=====

## # 树上差分算法学习总结

### ## 概述

树上差分是一种在树结构上应用差分思想的算法技巧, 用于高效处理树上路径的区间修改问题。它是普通差分数组在树结构上的扩展应用, 可以将  $O(N)$  的路径修改操作优化为  $O(1)$  的端点操作。

### ## 核心思想

#### #### 差分思想回顾

普通差分数组通过在区间端点打标记的方式, 将区间修改操作转化为端点操作:

- 对区间  $[l, r]$  都加上  $d$ :  $\text{diff}[l] += d, \text{diff}[r+1] -= d$
- 通过前缀和还原原数组

#### #### 树上差分扩展

在树上, 路径修改操作也可以通过类似的思想优化:

- 对树上从  $u$  到  $v$  的路径进行操作
- 在  $u$  和  $v$  处打标记, 在  $\text{LCA}(u, v)$  处消除影响
- 通过 DFS 遍历计算子树和得到最终结果

## ## 分类与应用

### ### 1. 树上点差分

处理对路径上所有点的修改操作。

#### **\*\*操作方法\*\*:**

对于路径  $u$  到  $v$ :

```

$\text{diff}[u] += d$

$\text{diff}[v] += d$

$\text{diff}[\text{lca}(u, v)] -= d$

$\text{diff}[\text{father}[\text{lca}(u, v)]] -= d$

```

#### **\*\*应用场景\*\*:**

- 松鼠的新家（洛谷 P3258）
- 运输计划（洛谷 P2680）

### ### 2. 树上边差分

处理对路径上所有边的修改操作。

#### **\*\*操作方法\*\*:**

对于路径  $u$  到  $v$ :

```

$\text{diff}[u] += d$

$\text{diff}[v] += d$

$\text{diff}[\text{lca}(u, v)] -= 2 * d$

```

#### **\*\*应用场景\*\*:**

- Max Flow（洛谷 P3128）
- 暗的连锁（LOJ 10131）
- Network（POJ 3417）

## ## 关键技术

### ### 1. 最近公共祖先 (LCA)

树上差分通常需要配合 LCA 算法使用，用于找到路径的转折点。

#### **\*\*常用实现方法\*\*:**

- 倍增法：预处理  $O(N \log N)$ ，查询  $O(\log N)$
- Tarjan 离线算法：预处理  $O(N + M)$ ，查询  $O(1)$

- 树链剖分：预处理  $O(N)$ ，查询  $O(\log N)$

#### ### 2. 树的存储结构

通常使用链式前向星存储树结构，便于遍历。

#### ### 3. DFS 遍历

通过 DFS 遍历计算子树和，得到最终结果。

### ## 算法复杂度

#### ### 时间复杂度

- 预处理阶段： $O(N \log N)$ （倍增法求 LCA）
- 修改操作： $O(1)$  每次
- 查询结果： $O(N)$ （DFS 遍历）
- 总体复杂度： $O(N \log N + M \log N + N) = O((N + M) \log N)$

#### ### 空间复杂度

- 树存储： $O(N)$
- LCA 相关数组： $O(N \log N)$
- 差分数组： $O(N)$
- 总体复杂度： $O(N \log N)$

### ## 实现要点

#### ### 1. 数据结构选择

- 使用链式前向星存储树结构
- 使用二维数组存储倍增信息
- 使用一维数组存储差分值

#### ### 2. 边界条件处理

- 根节点的特殊处理
- LCA 为端点的特殊情况
- 重边和自环的处理

#### ### 3. 输入输出优化

- 对于大数据量，使用快速输入输出
- Java 使用 `BufferedReader` 和 `StreamTokenizer`
- C++ 使用 `scanf/printf`
- Python 使用 `sys.stdin.readline()`

### ## 经典题目分析

#### ### 1. LOJ 10131 暗的连锁

**\*\*题目类型\*\*:** 树上边差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计每条树边被非树边跨越的次数

**\*\*解题技巧\*\*:** 边差分 + LCA + DFS 统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code06\_DarkLock1.java, Code06\_DarkLock1.cpp, Code06\_DarkLock1.py

#### #### 2. POJ 3263 Tallest Cow

**\*\*题目类型\*\*:** 线性差分（非树上差分）

**\*\*核心思想\*\*:** 区间修改优化

**\*\*解题技巧\*\*:** 差分数组 + 去重处理

**\*\*相关文件\*\*:** Code07\_TallestCow.java, Code07\_TallestCow.cpp, Code07\_TallestCow.py,  
README\_POJ3263.md

#### #### 3. 洛谷 P3128 Max Flow

**\*\*题目类型\*\*:** 树上点差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计路径经过次数

**\*\*解题技巧\*\*:** 点差分 + LCA + DFS 统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code01\_MaxFlow1.java, Code01\_MaxFlow2.java

#### #### 4. 洛谷 P3258 松鼠的新家

**\*\*题目类型\*\*:** 树上点差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计路径经过次数

**\*\*解题技巧\*\*:** 点差分 + LCA + DFS 统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code08\_SquirrelNewHome.java, Code08\_SquirrelNewHome.cpp, Code08\_SquirrelNewHome.py,  
README\_P3258.md

#### #### 5. LOJ 10132 异象石

**\*\*题目类型\*\*:** 虚树 + 树上差分

**\*\*核心思想\*\*:** 动态维护圆上点集的最小生成树

**\*\*解题技巧\*\*:** 虚树构建 + LCA + 差分统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code09\_AlienStone.java, Code09\_AlienStone.cpp, Code09\_AlienStone.py,  
README\_LOJ10132.md

#### #### 6. Codeforces 739B Alyona and a tree

**\*\*题目类型\*\*:** 二分查找 + 树上差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计满足距离条件的祖先节点数量

**\*\*解题技巧\*\*:** 倍增法 + 二分查找 + 差分统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code10\_AlyonaAndTree.java, Code10\_AlyonaAndTree.cpp, Code10\_AlyonaAndTree.py,  
README\_CF739B.md

#### #### 7. 洛谷 P2680 运输计划

**\*\*题目类型\*\*:** 树上边差分 + 二分答案

**\*\*核心思想\*\*:** 通过二分最长路径，使用边差分统计需要修改的边数

**\*\*解题技巧\*\*:** 边差分 + 二分答案 + LCA

**\*\*相关文件\*\*:** Code05\_TransportPlan1.java, Code05\_TransportPlan2.java, Code05\_TransportPlan3.java

#### #### 8. POJ 3417 Network

**\*\*题目类型\*\*:** 树上边差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计每条树边被非树边覆盖的次数

**\*\*解题技巧\*\*:** 边差分 + LCA + DFS 统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code04\_Network.java

#### #### 9. AtCoder ABC187E. Through Path

**\*\*题目类型\*\*:** 树上点差分 + DFS

**\*\*核心思想\*\*:** 处理树上路径修改操作

**\*\*解题技巧\*\*:** 点差分 + DFS 遍历统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code11\_AtCoderABC187E.java, Code11\_AtCoderABC187E.cpp, Code11\_AtCoderABC187E.py

#### #### 10. Codeforces 191C. Fools and Roads

**\*\*题目类型\*\*:** 树上边差分

**\*\*核心思想\*\*:** 统计每条边被经过的次数

**\*\*解题技巧\*\*:** 边差分 + LCA + DFS 统计

**\*\*相关文件\*\*:** Code12\_Codeforces191C.java, Code12\_Codeforces191C.cpp, Code12\_Codeforces191C.py

#### #### 11. LeetCode 1483. 树节点的第 K 个祖先

**\*\*题目类型\*\*:** 树上倍增法应用

**\*\*核心思想\*\*:** 预处理每个节点的  $2^k$  级祖先

**\*\*解题技巧\*\*:** 倍增数组预处理 + 二进制拆分

**\*\*相关文件\*\*:** Code13\_LeetCode1483.java, Code13\_LeetCode1483.cpp, Code13\_LeetCode1483.py

#### #### 12. LeetCode 235. 二叉搜索树的最近公共祖先

**\*\*题目类型\*\*:** LCA 基础应用

**\*\*核心思想\*\*:** 利用二叉搜索树的性质快速找到 LCA

**\*\*解题技巧\*\*:** 根据值的大小关系遍历树

**\*\*相关文件\*\*:** Code14\_LeetCode235.java, Code14\_LeetCode235.cpp, Code14\_LeetCode235.py

#### #### 13. LeetCode 2646. 最小化旅行的价格

**\*\*题目类型\*\*:** 树上差分 + 树形 DP

**\*\*核心思想\*\*:** 统计路径覆盖次数并决策节点减半

**\*\*解题技巧\*\*:** 树上差分 + LCA + 树形 DP

**\*\*相关文件\*\*:** Code15\_LeetCode2646.java, Code15\_LeetCode2646.cpp, Code15\_LeetCode2646.py, README\_LeetCode2646.md

#### #### 14. Codeforces 519E. A and B and Lecture Rooms

**\*\*题目类型\*\*:** LCA + 树上距离分析

**\*\*核心思想\*\*:** 找到到两个节点距离相等的节点数量

**\*\*解题技巧\*\*:** LCA + 距离计算 + 子树大小统计

**\*\*相关文件\*\***: Code16\_Codeforces519E.java, Code16\_Codeforces519E.cpp, Code16\_Codeforces519E.py, README\_CF519E.md

#### #### 15. LeetCode 2096. 从二叉树一个节点到另一个节点的方向

**\*\*题目类型\*\***: 二叉树路径方向

**\*\*核心思想\*\***: 找到最短路径并转换为方向字符串

**\*\*解题技巧\*\***: LCA + 路径重建 + 方向转换

**\*\*相关文件\*\***: Code17\_LeetCode2096.java, Code17\_LeetCode2096.cpp, Code17\_LeetCode2096.py, README\_LeetCode2096.md

#### #### 16. 洛谷 P3379 最近公共祖先

**\*\*题目类型\*\***: LCA 模板题

**\*\*核心思想\*\***: 倍增法求最近公共祖先

**\*\*解题技巧\*\***: 深度优先搜索预处理 + 倍增跳跃

#### #### 17. HDU 2874 Connections between cities

**\*\*题目类型\*\***: 树上路径查询

**\*\*核心思想\*\***: 利用 LCA 计算两点间距离

**\*\*解题技巧\*\***: 深度数组 + 距离数组 + LCA

### ## 扩展应用

#### #### 1. 树链剖分 + 线段树

对于更复杂的操作，可以结合树链剖分和线段树：

- 支持区间修改和区间查询
- 更灵活的操作支持
- 但代码复杂度较高

#### #### 2. 树上启发式合并

对于子树信息合并问题：

- 时间复杂度优化到  $O(N \log N)$
- 适用于特定类型的树上问题

#### #### 3. 点分治

对于树上路径统计问题：

- 通过点分治将树上问题转化为序列问题
- 结合容斥原理处理

#### #### 4. 动态树 (Link-Cut Tree)

对于动态树问题：

- 支持动态连接和断开边
- 维护树的连通性和路径信息
- 时间复杂度  $O(\log N)$  per operation



#### #### 5. 虚树

对于树上的关键点处理：

- 只保留必要的节点构建虚树
- 大幅降低问题规模
- 与树上差分结合处理大规模数据

#### #### 6. 与机器学习的结合

- 树结构在图神经网络中的应用
- 差分思想在梯度下降中的体现
- 树模型（决策树、随机森林）中的路径分析

### ## 学习建议

#### #### 1. 掌握基础

- 先掌握差分数组的基本概念和线性应用
- 理解树的遍历方式（DFS、BFS）及其特性
- 学习 LCA 算法的多种实现（倍增法、Tarjan 离线算法等）
- 熟悉链式前向星等树的存储结构

#### #### 2. 循序渐进

- 从简单的树上差分问题开始（如洛谷 P3128）
- 学习点差分与边差分的区别与应用场景
- 尝试结合其他算法的复杂问题（如二分答案、虚树等）

#### #### 3. 实战练习

- 多做相关题目巩固理解，跨平台练习
- 尝试用不同语言实现同一算法，理解语言特性差异
- 对经典题目进行变形思考，提升应变能力

#### #### 4. 深入理解

- 分析算法的时间和空间复杂度
- 思考算法的优化空间
- 理解为什么这个算法是最优解

### ## 常见错误与注意事项

#### #### 1. LCA 计算错误

- 倍增数组初始化错误（特别是根节点的处理）
- 跳跃过程中的逻辑错误（未正确处理节点深度）
- 边界情况处理不当（如节点是另一个节点的祖先）

#### #### 2. 差分标记错误

- 点差分与边差分的标记方式混淆
- 忘记处理 LCA 节点或 LCA 的父节点
- 标记后未正确传播（DFS 回溯时未累加子节点信息）

#### #### 3. 边界条件处理错误

- 根节点的处理（父节点不存在）
- 空树或单节点树的特殊情况
- 大数据规模下的栈溢出问题（递归深度过深）

#### #### 4. 输入输出效率问题

- 对于大规模数据，未使用快速 IO
- 数据读取顺序错误导致树的构建失败

#### #### 5. 内存管理问题

- 数组大小不足导致越界
- 重复内存分配导致性能下降

### ## 工程化考量

#### #### 1. 代码健壮性

- 输入验证：检查输入数据的合法性
- 异常处理：妥善处理各种边界情况
- 防御性编程：避免空指针、数组越界等问题

#### #### 2. 性能优化

- 输入输出优化：使用 `BufferedReader/Scanner` 等高效 IO
- 递归深度控制：对于深树考虑使用非递归 DFS
- 内存复用：避免频繁的内存分配和释放

#### #### 3. 代码可读性与可维护性

- 变量命名规范：使用有意义的变量名
- 代码模块化：将不同功能拆分为独立函数
- 详细注释：说明算法原理、实现细节和优化点

#### #### 4. 跨语言实现考量

- 语言特性差异：递归深度限制、栈大小等
- 数据类型选择：根据数据规模选择合适的整数类型
- 内存管理差异：手动管理 vs 自动垃圾回收

### ## 与其他领域的联系

#### #### 1. 与机器学习的结合

- 树结构在图神经网络中的应用

- 差分思想在梯度下降中的体现
- 树模型中的路径分析和特征提取

#### ### 2. 与大数据处理的结合

- 在大规模树结构中进行高效的路径查询
- 分布式环境下的树上算法实现
- 流处理中的增量树更新

#### ### 3. 与软件工程的联系

- 版本控制系统中的差异比较（类似差分思想）
- 树结构在软件工程中的应用（DOM 树、依赖树等）
- 性能监控中的增量分析

### ## 总结

树上差分是一种高效的树上路径修改与查询算法，通过将路径操作转化为点标记操作，大幅提升算法效率。它在解决树上路径覆盖、统计等问题上具有显著优势，时间复杂度通常为  $O(N \log N)$ ，空间复杂度为  $O(N \log N)$ ，是处理树上问题的重要工具。

掌握树上差分算法需要深入理解其核心思想、实现细节和应用场景，并能够灵活运用到各种复杂问题中。同时，还需要关注算法的工程化实现，包括代码健壮性、性能优化、可读性和可维护性等方面。

在实际应用中，树上差分常与 LCA、二分答案、虚树等技术结合使用，可以解决众多复杂的树上问题，是算法竞赛和软件工程中的重要工具。

[代码文件]

文件: Code01\_MaxFlow1.java

```
package class122;
```

```
/**
```

```
 * 树上点差分模版(递归版)
```

```
 *
```

```
 * 题目来源: 洛谷 P3128 [USACO15DEC] Max Flow P
```

```
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P3128
```

```
 *
```

```
 * 题目描述:
```

```
 * 给定一棵包含 N 个节点的树，以及 K 次操作。每次操作需要将一条路径上的所有点的点权加 1。
```

```
 * 所有操作完成后，返回树上点权的最大值。
```

```
 *
```

- \* 算法原理：树上点差分
- \* 树上点差分是普通差分数组在树结构上的扩展应用，用于高效处理树上路径的区间修改问题。
- \* 对于每次路径 u 到 v 的操作：
  - \* 1. `diff[u] += 1`
  - \* 2. `diff[v] += 1`
  - \* 3. `diff[lca(u, v)] -= 1`
  - \* 4. `diff[father[lca(u, v)]] -= 1`
- \* 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记，得到每个节点的最终点权。
- \*
- \* 时间复杂度分析：
  - \* - 预处理 LCA:  $O(N \log N)$
  - \* - 差分标记:  $O(K \log N)$ ，其中 K 是操作次数，每次需要计算 LCA
  - \* - DFS 回溯统计:  $O(N)$
  - \* 总时间复杂度:  $O((N + K) \log N)$
- \*
- \* 空间复杂度分析：
  - \* - 树的存储:  $O(N)$
  - \* - LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$
  - \* - 差分数组:  $O(N)$
  - \* 总空间复杂度:  $O(N \log N)$
- \*
- \* 工程化考量：
  - \* 1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
  - \* 2. 使用 `StreamTokenizer` 进行高效输入，处理大量数据时性能优于 `Scanner`
  - \* 3. 使用 `PrintWriter` 进行高效输出，支持缓冲
  - \* 4. 采用静态成员变量减少对象创建，在算法竞赛中常用此技巧
- \*
- \* 最优解分析：
  - \* 树上点差分是解决此类问题的最优解，通过  $O(1)$  的操作标记每条路径的影响范围，
  - \* 避免了暴力遍历每条路径上的所有节点，时间复杂度比暴力方法的  $O(K*N)$  有极大提升。
- \*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;
```

```
public class Code01_MaxFlow1 {
```

```
 /**
```

```
 * 最大节点数量
```

```

* 题目中节点数量范围：2 <= N <= 50000
*/
public static int MAXN = 50001;

/**
* 倍增数组的层数限制
* $2^{16} = 65536 > 50000$ ，足够处理题目中的最大节点数
*/
public static int LIMIT = 16;

/**
* 最大幂次，根据节点数量动态计算
*/
public static int power;

/**
* 计算 $\log_2(n)$ 的整数部分
*
* @param n 输入整数
* @return $\log_2(n)$ 的整数部分
*/
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
* 差分数组
* num[i]表示节点 i 被路径覆盖的次数的差分值
*/
public static int[] num = new int[MAXN];

/**
* 链式前向星存储树结构
* head[u]：节点 u 的第一个边的索引
* next[e]：边 e 的下一个边的索引
* to[e]：边 e 指向的节点
* cnt：当前可用的边索引
*/
public static int[] head = new int[MAXN];

```

```

public static int[] next = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int cnt;

/**
 * LCA 相关数组
 * deep[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值，准备处理新的测试用例
 *
 * @param n 节点数量
 */
public static void build(int n) {
 power = log2(n);
 // 初始化差分数组，从 1 开始因为节点编号从 1 开始
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 边索引从 1 开始，0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
}

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

/**
 * 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组

```

```

*
* @param u 当前处理的节点
* @param f 当前节点的父节点
*
* 时间复杂度: $O(N \log N)$
* 空间复杂度: $O(\log N)$ - 递归调用栈深度
*/
public static void dfs1(int u, int f) {
 // 设置当前节点的深度, 父节点深度+1
 deep[u] = deep[f] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点 (2^0 级祖先)
 stjump[u][0] = f;

 // 预处理倍增数组
 // 利用动态规划思想: u 的 2^p 级祖先 = u 的 $2^{(p-1)}$ 级祖先的 $2^{(p-1)}$ 级祖先
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 }
 }
}

/**
* 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先
*
* @param a 第一个节点
* @param b 第二个节点
* @return a 和 b 的最近公共祖先
*
* 时间复杂度: $O(\log N)$
* 空间复杂度: $O(1)$
*/
public static int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }
}

```

```

 }

 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 如果此时 a==b, 则找到了 LCA
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 继续向上跳, 直到找到 LCA
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 返回它们的父节点
 return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS, 计算每个节点被覆盖的次数, 并找出最大值
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度: $O(N)$
 * 空间复杂度: $O(\log N)$ - 递归调用栈深度
 *
 * 算法逻辑:
 * 1. 先递归处理所有子节点
 * 2. 累加子节点的覆盖次数到当前节点
 * 3. 当前节点的最终覆盖次数即为答案
 */
public static void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {

```



```

 v = to[e];
 if (v != f) {
 dfs2(v, u);
 }
 }
}

// 将子节点的覆盖次数累加到父节点，完成差分标记的传播
for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
}
}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数和操作数
 in.nextToken();
 int n = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 int m = (int) in.nval;

 // 初始化数据结构
 build(n);

 // 构建树结构，添加 n-1 条树边
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 }
}

```

```

 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
 }

 // 预处理 LCA 所需的数据
 // 以节点 1 为根节点进行 DFS
 dfs1(1, 0);

 // 处理所有操作，执行树上点差分操作
 for (int i = 1, u, v, lca_node, lca_father; i <= m; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 计算 u 和 v 的 LCA
 lca_node = lca(u, v);
 // 计算 LCA 的父节点
 lca_father = stjump[lca_node][0];

 /**
 * 树上点差分核心操作
 * 对于路径(u, v)，它在原树上会形成一条路径
 * 通过点差分，我们标记路径上的所有节点
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-1
 * 4. 在 LCA 的父节点处-1
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca_node]--;
 num[lca_father]--;
 }

 // 计算每个节点的最终覆盖次数
 dfs2(1, 0);

 // 找出最大的覆盖次数
 int max = 0;
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 max = Math.max(max, num[i]);
 }

```

```

 // 输出结果
 out.println(max);
 out.flush();
 out.close();
 br.close();
 }
}

```

文件: Code01\_MaxFlow2.java

```

package class122;

/**
 * 树上点差分模版(迭代版)
 *
 * 题目来源: 洛谷 P3128 [USACO15DEC] Max Flow P
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P3128
 *
 * 题目描述:
 * 给定一棵包含 N 个节点的树, 以及 K 次操作。每次操作需要将一条路径上的所有点的点权加 1。
 * 所有操作完成后, 返回树上点权的最大值。
 *
 * 算法原理: 树上点差分 (迭代版)
 * 树上点差分是普通差分数组在树结构上的扩展应用, 用于高效处理树上路径的区间修改问题。
 * 对于每次路径 u 到 v 的操作:
 * 1. diff[u] += 1
 * 2. diff[v] += 1
 * 3. diff[lca(u, v)] -= 1
 * 4. diff[father[lca(u, v)]] -= 1
 * 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记, 得到每个节点的最终点权。
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
 * - 差分标记: $O(K \log N)$, 其中 K 是操作次数, 每次需要计算 LCA
 * - DFS 回溯统计: $O(N)$
 * 总时间复杂度: $O((N + K) \log N)$
 *
 * 空间复杂度分析:
 * - 树的存储: $O(N)$
 * - LCA 倍增数组: $O(N \log N)$

```

- \* - 差分数组:  $O(N)$
- \* - 迭代 DFS 栈:  $O(N)$
- \* 总空间复杂度:  $O(N \log N)$
- \*
- \* 工程化考量:
  - \* 1. 使用链式前向星存储树结构, 提高空间效率和遍历速度
  - \* 2. 使用迭代 DFS 替代递归 DFS, 避免在大数据量下栈溢出问题
  - \* 3. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入, 处理大量数据时性能优于 Scanner
  - \* 4. 使用 PrintWriter 进行高效输出, 支持缓冲
  - \* 5. 采用静态成员变量减少对象创建, 在算法竞赛中常用此技巧
- \*
- \* 最优解分析:
  - \* 树上点差分是解决此类问题的最优解, 通过  $O(1)$  的操作标记每条路径的影响范围,
  - \* 避免了暴力遍历每条路径上的所有节点, 时间复杂度比暴力方法的  $O(K*N)$  有极大提升。
  - \* 迭代版相比递归版具有更好的栈安全性, 适合处理大规模数据。

\*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;
```

```
public class Code01_MaxFlow2 {
```

```
 /**
```

- \* 最大节点数量
- \* 题目中节点数量范围:  $2 \leq N \leq 50000$

```
 */
```

```
 public static int MAXN = 50001;
```

```
 /**
```

- \* 倍增数组的层数限制
- \*  $2^{16} = 65536 > 50000$ , 足够处理题目中的最大节点数

```
 */
```

```
 public static int LIMIT = 16;
```

```
 /**
```

- \* 最大幂次, 根据节点数量动态计算

```
 */
```

```
 public static int power;
```

```

/**
 * 计算 log2(n) 的整数部分
 *
 * @param n 输入整数
 * @return log2(n) 的整数部分
 */
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
 * 差分数组
 * num[i] 表示节点 i 被路径覆盖的次数的差分值
 */
public static int[] num = new int[MAXN];

/**
 * 链式前向星存储树结构
 * head[u]: 节点 u 的第一个边的索引
 * next[e]: 边 e 的下一个边的索引
 * to[e]: 边 e 指向的节点
 * cnt: 当前可用的边索引
 */
public static int[] head = new int[MAXN];
public static int[] next = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int cnt;

/**
 * LCA 相关数组
 * deep[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值, 准备处理新的测试用例

```

```

*
* @param n 节点数量
*/
public static void build(int n) {
 power = log2(n);
 // 初始化差分数组, 从 1 开始因为节点编号从 1 开始
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 边索引从 1 开始, 0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
}

```

```

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

```

```

/**
 * 用于迭代 DFS 的栈元素结构
 * ufe[i][0]: 当前节点
 * ufe[i][1]: 当前节点的父节点
 * ufe[i][2]: 当前处理的边索引
 */
public static int[][] ufe = new int[MAXN][3];

```

```

/**
 * 迭代 DFS 的栈大小和当前处理的节点、父节点、边索引
 */
public static int stackSize, u, f, e;

```

```

/**
 * 将节点信息压入栈中
 *
 * @param u 当前节点

```

```

 * @param f 当前节点的父节点
 * @param e 当前处理的边索引
 */
public static void push(int u, int f, int e) {
 ufe[stackSize][0] = u;
 ufe[stackSize][1] = f;
 ufe[stackSize][2] = e;
 stackSize++;
}

/**
 * 从栈中弹出节点信息
 */
public static void pop() {
 --stackSize;
 u = ufe[stackSize][0];
 f = ufe[stackSize][1];
 e = ufe[stackSize][2];
}

/**
 * 第一次 DFS 的迭代版，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
 *
 * @param root 根节点
 *
 * 时间复杂度： $O(N \log N)$
 * 空间复杂度： $O(N)$ - 迭代栈空间
 */
public static void dfs1(int root) {
 // 初始化栈
 stackSize = 0;
 // 将根节点压入栈，e=-1 表示第一次访问该节点
 push(root, 0, -1);

 // 当栈不为空时继续处理
 while (stackSize > 0) {
 // 弹出栈顶元素
 pop();

 // 如果是第一次访问该节点
 if (e == -1) {
 // 设置当前节点的深度，父节点深度+1
 deep[u] = deep[f] + 1;

```

```

// 设置当前节点的直接父节点 (2^0 级祖先)
stjump[u][0] = f;

// 预处理倍增数组
// 利用动态规划思想: u 的 2^p 级祖先 = u 的 $2^{(p-1)}$ 级祖先的 $2^{(p-1)}$ 级祖先
for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
}

// 设置当前节点的第一个邻接边
e = head[u];
} else {
 // 如果不是第一次访问该节点, 处理下一条邻接边
 e = next[e];
}

// 如果还有未处理的邻接边
if (e != 0) {
 // 将当前节点状态重新压入栈
 push(u, f, e);
 // 如果邻接边指向的节点不是父节点
 if (to[e] != f) {
 // 将邻接边指向的节点压入栈, e=-1 表示第一次访问
 push(to[e], u, -1);
 }
}
}
}

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 和 b 的最近公共祖先
 *
 * * 时间复杂度: $O(\log N)$
 * * 空间复杂度: $O(1)$
 */
public static int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;

```



```

 a = b;
 b = tmp;
 }

 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 如果此时 a==b, 则找到了 LCA
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 继续向上跳, 直到找到 LCA
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 返回它们的父节点
 return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS 的迭代版, 计算每个节点被覆盖的次数, 并找出最大值
 *
 * @param root 根节点
 *
 * 时间复杂度: O(N)
 * 空间复杂度: O(N) - 迭代栈空间
 *
 * 算法逻辑:
 * 1. 使用栈模拟递归 DFS 过程
 * 2. 先递归处理所有子节点
 * 3. 累加子节点的覆盖次数到当前节点
 * 4. 当前节点的最终覆盖次数即为答案
 */
public static void dfs2(int root) {

```

```

// 初始化栈
stackSize = 0;
// 将根节点压入栈，e=-1 表示第一次访问该节点
push(root, 0, -1);

// 当栈不为空时继续处理
while (stackSize > 0) {
 // 弹出栈顶元素
 pop();

 // 如果是第一次访问该节点
 if (e == -1) {
 // 设置当前节点的第一个邻接边
 e = head[u];
 } else {
 // 如果不是第一次访问该节点，处理下一条邻接边
 e = next[e];
 }

 // 如果还有未处理的邻接边
 if (e != 0) {
 // 将当前节点状态重新压入栈
 push(u, f, e);
 // 如果邻接边指向的节点不是父节点
 if (to[e] != f) {
 // 将邻接边指向的节点压入栈，e=-1 表示第一次访问
 push(to[e], u, -1);
 }
 } else {
 // 如果所有邻接边都已处理完，累加子节点的覆盖次数
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
 }
}

}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 */

```

```

* @param args 命令行参数
* @throws IOException 输入输出异常
*/
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数和操作数
 in.nextToken();
 int n = (int) in.nval;
 build(n);
 in.nextToken();
 int m = (int) in.nval;

 // 构建树结构，添加 n-1 条树边
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
 }

 // 预处理 LCA 所需的数据
 // 以节点 1 为根节点进行 DFS
 dfs1(1);

 // 处理所有操作，执行树上点差分操作
 for (int i = 1, u, v, lca_node, lca_father; i <= m; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 计算 u 和 v 的 LCA
 lca_node = lca(u, v);
 // 计算 LCA 的父节点
 lca_father = stjump[lca_node][0];

 /**

```

```

 * 树上点差分核心操作
 * 对于路径 (u, v)，它在原树上会形成一条路径
 * 通过点差分，我们标记路径上的所有节点
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-1
 * 4. 在 LCA 的父节点处-1
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca_node]--;
 num[lca_father]--;
 }

 // 计算每个节点的最终覆盖次数
 dfs2(1);

 // 找出最大的覆盖次数
 int max = 0;
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 max = Math.max(max, num[i]);
 }

 // 输出结果
 out.println(max);
 out.flush();
 out.close();
 br.close();
}

}

```

=====  
文件: Code02\_SquirrelHome1.java  
=====

```

package class122;

/**
 * 松鼠的新家(递归版)
 *
 * 题目来源: 洛谷 P3258 [JLOI2014] 松鼠的新家
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P3258

```

\*

\* 题目描述:

\* 松鼠的新家是一棵树，前几天刚刚装修了新家，新家有  $n$  个房间，并且有  $n-1$  根树枝连接，

\* 每个房间都可以相互到达，且两个房间之间的路线都是唯一的。

\* 天哪，他居然真的住在“树”上。

\* 松鼠想邀请他的好友来玩，恰巧他的好友也是一只松鼠，住在森林的深处。

\* 毫无疑问，这只懒惰的松鼠是不愿意亲自到新家的，他要求松鼠从他的家中把糖果送过去。

\* 松鼠的家在节点  $a$ ，好友的家在节点  $b$ ，松鼠必须按照顺序访问节点  $c_1, c_2, \dots, c_m$ 。

\* 为了保证送糖果的效率，他想一次性把所有糖果都送到，即按照顺序访问所有节点。

\* 每次移动到相邻节点时，松鼠必须消耗一个糖果。

\* 为了保证松鼠不会饿着肚子上路，节点  $c_i$  必须提供一个糖果（除了最后一个节点  $c_m$ ）。

\* 给定树的结构和访问顺序，求每个节点最少需要准备多少糖果。

\*

\* 算法原理：树上点差分 + Tarjan 离线 LCA

\* 这是一个树上点差分的典型应用，但与普通的树上点差分不同的是，

\* 这里的路径是按顺序访问的，而不是简单的两点间路径。

\*

\* 解题思路:

\* 1. 对于顺序访问的节点序列  $c_1, c_2, \dots, c_m$ ，我们需要在路径  $c_i \rightarrow c_{i+1}$  上增加 1 的点权

\* 2. 但要注意，除了最后一个节点  $c_m$ ，其他节点都需要消耗一个糖果

\* 3. 使用 Tarjan 算法离线计算所有相邻节点对的 LCA

\* 4. 使用树上点差分标记路径，然后通过 DFS 回溯计算每个节点的最终值

\*

\* 时间复杂度分析:

\* - 建图:  $O(N)$

\* - Tarjan 离线 LCA:  $O(N + M)$ ，其中  $M$  是查询数量

\* - 树上点差分标记:  $O(M)$

\* - DFS 回溯统计:  $O(N)$

\* 总时间复杂度:  $O(N + M)$

\*

\* 空间复杂度分析:

\* - 树的存储:  $O(N)$

\* - 查询存储:  $O(M)$

\* - 并查集:  $O(N)$

\* - 差分数组:  $O(N)$

\* 总空间复杂度:  $O(N + M)$

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 使用链式前向星存储树结构和查询，提高空间效率和遍历速度

\* 2. 使用 Tarjan 离线算法计算 LCA，避免多次在线查询的开销

\* 3. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入，处理大量数据时性能优于 Scanner

\* 4. 使用 PrintWriter 进行高效输出，支持缓冲

\* 5. 采用静态成员变量减少对象创建，在算法竞赛中常用此技巧

```

*
* 最优解分析：
* 本题结合了 Tarjan 离线 LCA 和树上点差分两种技术，是解决此类问题的最优解。
* 相比于在线 LCA 查询的方法，离线算法可以将时间复杂度从 $O(M \log N)$ 优化到 $O(N + M)$ 。
*/

import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;

public class Code02_SquirrelHome1 {

 /**
 * 最大节点数量
 * 题目中节点数量范围： $1 \leq N \leq 300000$
 */
 public static int MAXN = 300001;

 /**
 * 依次去往节点的顺序
 * travel[i]表示第 i 个访问的节点编号
 */
 public static int[] travel = new int[MAXN];

 /**
 * 每个节点需要分配多少糖果
 * num[i]表示节点 i 需要准备的糖果数量
 */
 public static int[] num = new int[MAXN];

 /**
 * 链式前向星建图 - 树边存储
 * headEdge[u]：节点 u 的第一条树边索引
 * edgeNext[e]：边 e 的下一条边索引
 * edgeTo[e]：边 e 指向的节点
 * tcnt：树边计数器
 */
 public static int[] headEdge = new int[MAXN];
 public static int[] edgeNext = new int[MAXN << 1];
 public static int[] edgeTo = new int[MAXN << 1];

```

```

public static int tcnt;

/**
 * 链式前向星建图 - 查询存储
 * headQuery[u]: 节点 u 的第一条查询索引
 * queryNext[e]: 查询 e 的下一条查询索引
 * queryTo[e]: 查询 e 的目标节点
 * queryIndex[e]: 查询 e 在原查询序列中的索引
 * qcnt: 查询计数器
 */
public static int[] headQuery = new int[MAXN];
public static int[] queryNext = new int[MAXN << 1];
public static int[] queryTo = new int[MAXN << 1];
public static int[] queryIndex = new int[MAXN << 1];
public static int qcnt;

/**
 * Tarjan 算法相关数组
 * visited[u]: 节点 u 是否已被访问
 * unionfind[u]: 节点 u 在并查集中的父节点
 * father[u]: 节点 u 在 DFS 过程中的父节点
 * ans[i]: 第 i 次查询的 LCA 结果
 */
public static boolean[] visited = new boolean[MAXN];
public static int[] unionfind = new int[MAXN];
public static int[] father = new int[MAXN];
public static int[] ans = new int[MAXN];

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值, 准备处理新的测试用例
 *
 * @param n 节点数量
 */
public static void build(int n) {
 // 初始化糖果数组
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 初始化边和查询计数器
 tcnt = qcnt = 1;
 // 初始化链式前向星的头数组
 Arrays.fill(headEdge, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(headQuery, 1, n + 1, 0);
 // 初始化访问标记数组

```

```

Arrays.fill(visited, 1, n + 1, false);
// 初始化并查集，每个节点初始时是自己的代表元素
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 unionfind[i] = i;
}
}

```

```

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向树边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
 edgeTo[tcnt] = v;
 headEdge[u] = tcnt++;
}

```

```

/**
 * 向链式前向星中添加一条查询
 *
 * @param u 查询的起始节点
 * @param v 查询的目标节点
 * @param i 查询在原查询序列中的索引
 */
public static void addQuery(int u, int v, int i) {
 // 添加 u 到 v 的查询
 queryNext[qcnt] = headQuery[u];
 queryTo[qcnt] = v;
 queryIndex[qcnt] = i;
 headQuery[u] = qcnt++;
}

```

```

/**
 * 并查集的查找操作（带路径压缩）
 *
 * @param i 要查找的节点
 * @return 节点 i 所在集合的代表元素
 */
public static int find(int i) {
 if (i != unionfind[i]) {

```



```

 // 路径压缩：将查找路径上的所有节点直接连接到根节点
 unionfind[i] = find(unionfind[i]);
 }
 return unionfind[i];
}

/**
 * Tarjan 离线 LCA 算法
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 */
public static void tarjan(int u, int f) {
 // 标记当前节点已被访问
 visited[u] = true;

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 tarjan(v, u);
 }
 }

 // 处理所有与当前节点相关的查询
 for (int e = headQuery[u], v; e != 0; e = queryNext[e]) {
 v = queryTo[e];
 // 如果查询的目标节点已被访问，则可以计算 LCA
 if (visited[v]) {
 // 两个节点的 LCA 就是它们所在集合的代表元素
 ans[queryIndex[e]] = find(v);
 }
 }

 // 将当前节点与父节点合并到同一集合
 unionfind[u] = f;
 // 记录当前节点的父节点
 father[u] = f;
}

/**
 * DFS 回溯计算每个节点的最终糖果数量
 *

```

```

 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 */
public static void dfs(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 dfs(v, u);
 }
 }

 // 将子节点的糖果数量累加到父节点
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数
 in.nextToken();
 int n = (int) in.nval;

 // 初始化数据结构
 build(n);

 // 读取访问顺序
 for (int i = 1; i <= n; i++) {

```

```

 in.nextToken();
 travel[i] = (int) in.nval;
 }

 // 构建树结构
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
 }

 // 添加所有查询（相邻节点对的 LCA 查询）
 for (int i = 1; i < n; i++) {
 // 添加正向查询
 addQuery(travel[i], travel[i + 1], i);
 // 添加反向查询
 addQuery(travel[i + 1], travel[i], i);
 }

 // 执行计算
 compute(n);

 // 输出每个节点需要的糖果数量
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 out.println(num[i]);
 }

 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}

/**
 * 执行核心计算逻辑
 *
 * @param n 节点数量
 */
public static void compute(int n) {

```

```

// 使用 Tarjan 算法计算所有查询的 LCA
tarjan(1, 0);

// 对每一条路径执行树上点差分操作
for (int i = 1, u, v, lca, lcafather; i < n; i++) {
 // 获取路径的两个端点
 u = travel[i];
 v = travel[i + 1];
 // 获取两个端点的 LCA
 lca = ans[i];
 // 获取 LCA 的父节点
 lcafather = father[lca];

 /**
 * 树上点差分核心操作
 * 对于路径 (u, v)，它在原树上会形成一条路径
 * 通过点差分，我们标记路径上的所有节点
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-1
 * 4. 在 LCA 的父节点处-1
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca]--;
 num[lcafather]--;
}

// 通过 DFS 回溯计算每个节点的最终糖果数量
dfs(1, 0);

// 调整除最后一个节点外的所有访问节点的糖果数量
// 因为这些节点在访问时需要消耗一个糖果
for (int i = 2; i <= n; i++) {
 num[travel[i]]--;
}
}
}

```

=====

```
=====
package class122;
```

```
/**
```

```
* 松鼠的新家(迭代版)
```

```
*
```

```
* 题目来源：洛谷 P3258 [JLOI2014] 松鼠的新家
```

```
* 题目链接：https://www.luogu.com.cn/problem/P3258
```

```
*
```

```
* 题目描述：
```

```
* 松鼠的新家是一棵树，前几天刚刚装修了新家，新家有 n 个房间，并且有 $n-1$ 根树枝连接，
```

```
* 每个房间都可以相互到达，且两个房间之间的路线都是唯一的。
```

```
* 天哪，他居然真的住在“树”上。
```

```
* 松鼠想邀请他的好友来玩，恰巧他的好友也是一只松鼠，住在森林的深处。
```

```
* 毫无疑问，这只懒惰的松鼠是不愿意亲自到新家的，他要求松鼠从他的家中把糖果送过去。
```

```
* 松鼠的家在节点 a ，好友的家在节点 b ，松鼠必须按照顺序访问节点 c_1, c_2, \dots, c_m 。
```

```
* 为了保证送糖果的效率，他想一次性把所有糖果都送到，即按照顺序访问所有节点。
```

```
* 每次移动到相邻节点时，松鼠必须消耗一个糖果。
```

```
* 为了保证松鼠不会饿着肚子上路，节点 c_i 必须提供一个糖果（除了最后一个节点 c_m ）。
```

```
* 给定树的结构和访问顺序，求每个节点最少需要准备多少糖果。
```

```
*
```

```
* 算法原理：树上点差分 + Tarjan 离线 LCA（迭代版）
```

```
* 这是一个树上点差分的典型应用，但与普通的树上点差分不同的是，
```

```
* 这里的路径是按顺序访问的，而不是简单的两点间路径。
```

```
*
```

```
* 解题思路：
```

```
* 1. 对于顺序访问的节点序列 c_1, c_2, \dots, c_m ，我们需要在路径 $c_i \rightarrow c_{i+1}$ 上增加 1 的点权
```

```
* 2. 但要注意，除了最后一个节点 c_m ，其他节点都需要消耗一个糖果
```

```
* 3. 使用 Tarjan 算法离线计算所有相邻节点对的 LCA
```

```
* 4. 使用树上点差分标记路径，然后通过 DFS 回溯计算每个节点的最终值
```

```
*
```

```
* 时间复杂度分析：
```

```
* - 建图： $O(N)$
```

```
* - Tarjan 离线 LCA： $O(N + M)$ ，其中 M 是查询数量
```

```
* - 树上点差分标记： $O(M)$
```

```
* - DFS 回溯统计： $O(N)$
```

```
* 总时间复杂度： $O(N + M)$
```

```
*
```

```
* 空间复杂度分析：
```

```
* - 树的存储： $O(N)$
```

```
* - 查询存储： $O(M)$
```

```
* - 并查集： $O(N)$
```

```
* - 差分数组： $O(N)$
```

- \* - 迭代栈:  $O(N)$
- \* 总空间复杂度:  $O(N + M)$
- \*
- \* 工程化考量:
  - \* 1. 使用链式前向星存储树结构和查询, 提高空间效率和遍历速度
  - \* 2. 使用 Tarjan 离线算法计算 LCA, 避免多次在线查询的开销
  - \* 3. 使用迭代 DFS 替代递归 DFS, 避免在大数据量下栈溢出问题
  - \* 4. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入, 处理大量数据时性能优于 Scanner
  - \* 5. 使用 PrintWriter 进行高效输出, 支持缓冲
  - \* 6. 采用静态成员变量减少对象创建, 在算法竞赛中常用此技巧
- \*
- \* 最优解分析:
  - \* 本题结合了 Tarjan 离线 LCA 和树上点差分两种技术, 是解决此类问题的最优解。
  - \* 相比于在线 LCA 查询的方法, 离线算法可以将时间复杂度从  $O(M \log N)$  优化到  $O(N + M)$ 。
  - \* 迭代版相比递归版具有更好的栈安全性, 适合处理大规模数据。

```

*/
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;

public class Code02_SquirrelHome2 {

 /**
 * 最大节点数量
 * 题目中节点数量范围: $1 \leq N \leq 300000$
 */
 public static int MAXN = 300001;

 /**
 * 依次去往节点的顺序
 * travel[i]表示第 i 个访问的节点编号
 */
 public static int[] travel = new int[MAXN];

 /**
 * 每个节点需要分配多少糖果
 * num[i]表示节点 i 需要准备的糖果数量
 */
 public static int[] num = new int[MAXN];

```

```

/**
 * 链式前向星建图 - 树边存储
 * headEdge[u]: 节点 u 的第一条树边索引
 * edgeNext[e]: 边 e 的下一条边索引
 * edgeTo[e]: 边 e 指向的节点
 * tcnt: 树边计数器
 */
public static int[] headEdge = new int[MAXN];
public static int[] edgeNext = new int[MAXN << 1];
public static int[] edgeTo = new int[MAXN << 1];
public static int tcnt;

/**
 * 链式前向星建图 - 查询存储
 * headQuery[u]: 节点 u 的第一条查询索引
 * queryNext[e]: 查询 e 的下一条查询索引
 * queryTo[e]: 查询 e 的目标节点
 * queryIndex[e]: 查询 e 在原查询序列中的索引
 * qcnt: 查询计数器
 */
public static int[] headQuery = new int[MAXN];
public static int[] queryNext = new int[MAXN << 1];
public static int[] queryTo = new int[MAXN << 1];
public static int[] queryIndex = new int[MAXN << 1];
public static int qcnt;

/**
 * Tarjan 算法相关数组
 * visited[u]: 节点 u 是否已被访问
 * unionfind[u]: 节点 u 在并查集中的父节点
 * father[u]: 节点 u 在 DFS 过程中的父节点
 * ans[i]: 第 i 次查询的 LCA 结果
 */
public static boolean[] visited = new boolean[MAXN];
public static int[] unionfind = new int[MAXN];
public static int[] father = new int[MAXN];
public static int[] ans = new int[MAXN];

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值, 准备处理新的测试用例
 */

```

```

* @param n 节点数量
*/
public static void build(int n) {
 // 初始化糖果数组
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 初始化边和查询计数器
 tcnt = qcnt = 1;
 // 初始化链式前向星的头数组
 Arrays.fill(headEdge, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(headQuery, 1, n + 1, 0);
 // 初始化访问标记数组
 Arrays.fill(visited, 1, n + 1, false);
 // 初始化并查集，每个节点初始时是自己的代表元素
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 unionfind[i] = i;
 }
}

/**
* 向链式前向星中添加一条无向树边
*
* @param u 边的一个端点
* @param v 边的另一个端点
*/
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
 edgeTo[tcnt] = v;
 headEdge[u] = tcnt++;
}

/**
* 向链式前向星中添加一条查询
*
* @param u 查询的起始节点
* @param v 查询的目标节点
* @param i 查询在原查询序列中的索引
*/
public static void addQuery(int u, int v, int i) {
 // 添加 u 到 v 的查询
 queryNext[qcnt] = headQuery[u];
 queryTo[qcnt] = v;
 queryIndex[qcnt] = i;
}

```



```

 headQuery[u] = qcnt++;
 }

/**
 * 用于并查集路径压缩的栈
 */
public static int[] stack = new int[MAXN];

/**
 * 并查集的查找操作（迭代版，带路径压缩）
 *
 * @param i 要查找的节点
 * @return 节点 i 所在集合的代表元素
 */
public static int find(int i) {
 // 栈大小
 int size = 0;
 // 找到根节点
 while (i != unionfind[i]) {
 // 将路径上的节点压入栈
 stack[size++] = i;
 i = unionfind[i];
 }
 // 路径压缩：将路径上的所有节点直接连接到根节点
 while (size > 0) {
 unionfind[stack[--size]] = i;
 }
 return i;
}

/**
 * 用于迭代 DFS 的栈元素结构
 * ufe[i][0]: 当前节点
 * ufe[i][1]: 当前节点的父节点
 * ufe[i][2]: 当前处理的边索引
 */
public static int[][] ufe = new int[MAXN][3];

/**
 * 迭代 DFS 的栈大小和当前处理的节点、父节点、边索引
 */
public static int stackSize, u, f, e;

```

```

/**
 * 将节点信息压入栈中
 *
 * @param u 当前节点
 * @param f 当前节点的父节点
 * @param e 当前处理的边索引
 */
public static void push(int u, int f, int e) {
 ufe[stackSize][0] = u;
 ufe[stackSize][1] = f;
 ufe[stackSize][2] = e;
 stackSize++;
}

/**
 * 从栈中弹出节点信息
 */
public static void pop() {
 --stackSize;
 u = ufe[stackSize][0];
 f = ufe[stackSize][1];
 e = ufe[stackSize][2];
}

/**
 * Tarjan 离线 LCA 算法（迭代版）
 *
 * @param root 根节点
 */
public static void tarjan(int root) {
 // 初始化栈
 stackSize = 0;
 // 将根节点压入栈，e=-1 表示第一次访问该节点
 push(root, 0, -1);

 // 当栈不为空时继续处理
 while (stackSize > 0) {
 // 弹出栈顶元素
 pop();

 // 如果是第一次访问该节点
 if (e == -1) {
 // 标记当前节点已被访问

```

```

 visited[u] = true;
 // 设置当前节点的第一个邻接边
 e = headEdge[u];
 } else {
 // 如果不是第一次访问该节点，处理下一条邻接边
 e = edgeNext[e];
 }

 // 如果还有未处理的邻接边
 if (e != 0) {
 // 将当前节点状态重新压入栈
 push(u, f, e);
 // 如果邻接边指向的节点不是父节点
 if (edgeTo[e] != f) {
 // 将邻接边指向的节点压入栈，e=-1 表示第一次访问
 push(edgeTo[e], u, -1);
 }
 } else {
 // 如果所有邻接边都已处理完，处理查询
 for (int q = headQuery[u], v; q != 0; q = queryNext[q]) {
 v = queryTo[q];
 // 如果查询的目标节点已被访问，则可以计算 LCA
 if (visited[v]) {
 // 两个节点的 LCA 就是它们所在集合的代表元素
 ans[queryIndex[q]] = find(v);
 }
 }
 // 将当前节点与父节点合并到同一集合
 unionfind[u] = f;
 // 记录当前节点的父节点
 father[u] = f;
 }
}

/**
 * DFS 回溯计算每个节点的最终糖果数量（迭代版）
 *
 * @param root 根节点
 */
public static void dfs(int root) {
 // 初始化栈
 stackSize = 0;

```

```

// 将根节点压入栈，e=-1 表示第一次访问该节点
push(root, 0, -1);

// 当栈不为空时继续处理
while (stackSize > 0) {
 // 弹出栈顶元素
 pop();

 // 如果是第一次访问该节点
 if (e == -1) {
 // 设置当前节点的第一个邻接边
 e = headEdge[u];
 } else {
 // 如果不是第一次访问该节点，处理下一条邻接边
 e = edgeNext[e];
 }

 // 如果还有未处理的邻接边
 if (e != 0) {
 // 将当前节点状态重新压入栈
 push(u, f, e);
 // 如果邻接边指向的节点不是父节点
 if (edgeTo[e] != f) {
 // 将邻接边指向的节点压入栈，e=-1 表示第一次访问
 push(edgeTo[e], u, -1);
 }
 } else {
 // 如果所有邻接边都已处理完，累加子节点的糖果数量
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
 }
}

}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常

```

```

*/
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数
 in.nextToken();
 int n = (int) in.nval;

 // 初始化数据结构
 build(n);

 // 读取访问顺序
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 in.nextToken();
 travel[i] = (int) in.nval;
 }

 // 构建树结构
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
 }

 // 添加所有查询（相邻节点对的 LCA 查询）
 for (int i = 1; i < n; i++) {
 // 添加正向查询
 addQuery(travel[i], travel[i + 1], i);
 // 添加反向查询
 addQuery(travel[i + 1], travel[i], i);
 }

 // 执行计算
 compute(n);

 // 输出每个节点需要的糖果数量

```

```

 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 out.println(num[i]);
 }

 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}

/**
 * 执行核心计算逻辑
 *
 * @param n 节点数量
 */
public static void compute(int n) {
 // 使用 Tarjan 算法计算所有查询的 LCA
 tarjan(1);

 // 对每一条路径执行树上点差分操作
 for (int i = 1, u, v, lca, lcafather; i < n; i++) {
 // 获取路径的两个端点
 u = travel[i];
 v = travel[i + 1];
 // 获取两个端点的 LCA
 lca = ans[i];
 // 获取 LCA 的父节点
 lcafather = father[lca];

 /**
 * 树上点差分核心操作
 * 对于路径(u, v)，它在原树上会形成一条路径
 * 通过点差分，我们标记路径上的所有节点
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-1
 * 4. 在 LCA 的父节点处-1
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca]--;
 num[lcafather]--;
 }
}

```

```

 }

 // 通过 DFS 回溯计算每个节点的最终糖果数量
 dfs(1);

 // 调整除最后一个节点外的所有访问节点的糖果数量
 // 因为这些节点在访问时需要消耗一个糖果
 for (int i = 2; i <= n; i++) {
 num[travel[i]]--;
 }
}
}
}

```

=====

文件: Code03\_MinimizePriceOfTrips1.java

=====

```

package class122;

import java.util.Arrays;

/**
 * 最小化旅行的价格总和(倍增方法求 lca)
 *
 * 题目来源: LeetCode 2646. 最小化旅行的价格总和
 * 题目链接: https://leetcode.cn/problems/minimize-the-total-price-of-the-trips/
 *
 * 题目描述:
 * 有 n 个节点形成一棵树, 每个节点上有点权, 再给定很多路径。
 * 每条路径有开始点和结束点, 路径代价就是从开始点到结束点的点权和。
 * 所有路径的代价总和就是旅行的价格总和。
 * 你可以选择把某些点的点权减少一半, 来降低旅行的价格总和。
 * 但是要求选择的点不能相邻。
 * 返回旅行的价格总和最少能是多少。
 *
 * 算法原理: 树上点差分 + 树形 DP
 * 这是一个结合了树上点差分和树形 DP 的综合问题。
 *
 * 解题思路:
 * 1. 首先使用树上点差分统计每个节点被多少条路径经过
 * 2. 然后使用树形 DP, 在满足相邻节点不能同时选中的约束下,
 * 决策哪些节点减半以最小化总价格

```

```

*
* 时间复杂度分析：
* - 建图： $O(N)$
* - 预处理 LCA： $O(N \log N)$
* - 树上点差分标记： $O(M \log N)$ ，其中 M 是路径数
* - DFS 回溯统计： $O(N)$
* - 树形 DP： $O(N)$
* 总时间复杂度： $O(N \log N + M \log N)$
*
* 空间复杂度分析：
* - 树的存储： $O(N)$
* - LCA 倍增数组： $O(N \log N)$
* - 差分数组： $O(N)$
* - DP 状态： $O(1)$
* 总空间复杂度： $O(N \log N)$
*
* 工程化考量：
* 1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
* 2. 使用倍增法计算 LCA，避免多次在线查询的开销
* 3. 采用静态成员变量减少对象创建，在算法竞赛中常用此技巧
* 4. 题目给定点的编号从 0 号点开始，代码中调整成从 1 号点开始便于处理
*
* 最优解分析：
* 本题结合了树上点差分和树形 DP 两种技术，是解决此类问题的最优解。
* 相比于暴力遍历每条路径的 $O(N*M)$ 复杂度，树上点差分可以将统计时间优化到 $O(M \log N)$ 。
* 树形 DP 在 $O(N)$ 时间内完成最优决策，整体效率很高。
*/
public class Code03_MinimizePriceOfTrips1 {

 /**
 * 主函数，计算最小化旅行价格的总和
 */
 * @param n 节点数
 * @param es 树的边（LeetCode 格式，节点编号从 0 开始）
 * @param ps 每个节点的价格（LeetCode 格式，节点编号从 0 开始）
 * @param ts 旅行路径（LeetCode 格式，节点编号从 0 开始）
 * @return 最小化旅行价格的总和
 */
 // 题目给定点的编号从 0 号点开始，代码中调整成从 1 号点开始
 public static int minimumTotalPrice(int n, int[][] es, int[] ps, int[][] ts) {
 // 初始化数据结构
 build(n);
 }

```



```

// 转换价格数组的索引（从 0 开始转为从 1 开始）
for (int i = 0, j = 1; i < n; i++, j++) {
 price[j] = ps[i];
}

// 构建无向树（转换节点编号从 0 开始到从 1 开始）
for (int[] edge : es) {
 addEdge(edge[0] + 1, edge[1] + 1);
 addEdge(edge[1] + 1, edge[0] + 1);
}

// 预处理 LCA 所需的数据
dfs1(1, 0);

// 处理所有旅行路径，执行树上点差分
int u, v, lca, lcafather;
for (int[] trip : ts) {
 // 转换节点编号
 u = trip[0] + 1;
 v = trip[1] + 1;
 // 计算 LCA
 lca = lca(u, v);
 // 计算 LCA 的父节点
 lcafather = stjump[lca][0];

 /**
 * 树上点差分核心操作
 * 对于路径(u, v)，它在原树上会形成一条路径
 * 通过点差分，我们标记路径上的所有节点
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-1
 * 4. 在 LCA 的父节点处-1
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca]--;
 num[lcafather]--;
}

// 通过 DFS 回溯计算每个节点被经过的次数
dfs2(1, 0);

```

```

// 执行树形 DP，计算最小价格总和
dp(1, 0);

// 返回根节点减半或不减半的最小值
return Math.min(no, yes);
}

/**
 * 最大节点数
 * 题目中 N 最大为 50，设置为 51 以避免越界
 */
public static int MAXN = 51;

/**
 * 倍增数组的层数限制
 * $2^6 = 64 > 50$ ，足够处理题目中的最大节点数
 */
public static int LIMIT = 6;

/**
 * 最大幂次，根据节点数量动态计算
 */
public static int power;

/**
 * 计算 $\log_2(n)$ 的整数部分
 *
 * @param n 输入整数
 * @return $\log_2(n)$ 的整数部分
 */
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
 * 每个节点的价格
 * price[i] 表示节点 i 的价格
 */
public static int[] price = new int[MAXN];

```

```

/**
 * 差分数组
 * num[i]表示节点 i 被路径覆盖的次数
 */
public static int[] num = new int[MAXN];

/**
 * 链式前向星存储树结构
 * head[u]: 节点 u 的第一个边的索引
 * next[e]: 边 e 的下一个边的索引
 * to[e]: 边 e 指向的节点
 * cnt: 当前可用的边索引
 */
public static int[] head = new int[MAXN];
public static int[] next = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int cnt;

/**
 * LCA 相关数组
 * deep[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值，准备处理新的测试用例
 *
 * @param n 节点数量
 */
public static void build(int n) {
 power = log2(n);
 // 初始化差分数组，从 1 开始因为节点编号从 1 开始
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 边索引从 1 开始，0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
}

```

```

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

/**
 * 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度：O(N log N)
 * 空间复杂度：O(log N) - 递归调用栈深度
 */
public static void dfs1(int u, int f) {
 // 设置当前节点的深度，父节点深度+1
 deep[u] = deep[f] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点（2^0 级祖先）
 stjump[u][0] = f;

 // 预处理倍增数组
 // 利用动态规划思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 2^(p-1) 级祖先的 2^(p-1) 级祖先
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 }
 }
}

/**

```

\* 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先

\*

\* @param a 第一个节点

\* @param b 第二个节点

\* @return a 和 b 的最近公共祖先

\*

\* 时间复杂度:  $O(\log N)$

\* 空间复杂度:  $O(1)$

\*/

```
public static int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }

 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 如果此时 a==b, 则找到了 LCA
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 继续向上跳, 直到找到 LCA
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 返回它们的父节点
 return stjump[a][0];
}
```

/\*\*

\* 第二次 DFS, 计算每个节点被覆盖的次数

```

*
* @param u 当前处理的节点
* @param f 当前节点的父节点
*
* 时间复杂度: $O(N)$
* 空间复杂度: $O(\log N)$ - 递归调用栈深度
*/
public static void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 dfs2(v, u);
 }
 }

 // 将子节点的覆盖次数累加到父节点
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
}

/**
* 树形 DP 的状态变量
* no: 当前节点不减半的最小价格
* yes: 当前节点减半的最小价格
*/
public static int no, yes;

/**
* 树形 DP, 决策哪些节点减半以最小化总价格
* 状态转移:
* $no = price[u] * num[u] + \sum \min(no[v], yes[v])$ // 当前节点不减半
* $yes = (price[u]/2) * num[u] + \sum no[v]$ // 当前节点减半
*
* 约束条件: 相邻节点不能同时减半
*
* @param u 当前处理的节点
* @param f 当前节点的父节点
*/

```

```

public static void dp(int u, int f) {
 // 当前节点不减半的代价
 int n = price[u] * num[u];
 // 当前节点减半的代价
 int y = (price[u] / 2) * num[u];

 // 遍历当前节点的所有子节点
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 // 递归处理子节点
 dp(v, u);

 /**
 * 状态转移方程:
 * 1. 当前节点不减半, 子节点可以减半或不减半, 选择最小值
 * 2. 当前节点减半, 子节点不能减半 (约束条件)
 */
 // 当前节点不减半, 子节点可以减半或不减半
 n += Math.min(no, yes);
 // 当前节点减半, 子节点不能减半
 y += no;
 }
 }

 // 更新当前节点的状态
 no = n;
 yes = y;
}
}

```

=====

文件: Code03\_MinimizePriceOfTrips2.java

=====

```
package class122;
```

```
import java.util.Arrays;
```

```

/**
 * 最小化旅行的价格总和(tarjan 方法求 lca)
 *

```

\* 题目来源: LeetCode 2646. 最小化旅行的价格总和

\* 题目链接: <https://leetcode.cn/problems/minimize-the-total-price-of-the-trips/>

\*

\* 算法原理:

\* 这是一道综合性的树上算法题, 结合了以下几种关键技术:

\* 1. 树上差分: 用于统计每条路径经过的节点次数

\* 2. Tarjan 离线 LCA 算法: 用于快速计算树上任意两点间的最近公共祖先

\* 3. 树形动态规划: 用于在满足约束条件下 (选择的点不能相邻) 最小化总价格

\*

\* 解题思路:

\* 1. 首先通过 Tarjan 离线算法计算所有查询路径的 LCA

\* 2. 利用树上点差分技术统计每个节点在所有路径中被经过的次数

\* 3. 通过一次 DFS 遍历累加子树信息, 得到每个节点的确切访问次数

\* 4. 最后使用树形 DP, 在满足 "选择的点不能相邻" 的约束下, 决定哪些节点的价格减半

\*

\* 树上点差分原理:

\* 对于从 u 到 v 的路径, 我们执行以下操作:

\*  $\text{num}[u]++$ ;  $\text{num}[v]++$ ;  $\text{num}[\text{lca}]--$ ;  $\text{num}[\text{father}[\text{lca}]]--$ ;

\* 然后通过 DFS 累加子树和, 得到每个节点的真实访问次数

\*

\* 树形 DP 状态设计:

\* no: 当前节点不选择减半时, 以当前节点为根的子树的最小价格总和

\* yes: 当前节点选择减半时, 以当前节点为根的子树的最小价格总和

\*

\* 状态转移方程:

\*  $\text{no} = \text{price}[u] * \text{num}[u] + \sum \min(\text{no}[\text{child}], \text{yes}[\text{child}])$

\*  $\text{yes} = (\text{price}[u]/2) * \text{num}[u] + \sum \text{no}[\text{child}]$

\*

\* 时间复杂度分析:

\* 1. Tarjan 离线 LCA:  $O(N + M)$

\* 2. 树上差分标记:  $O(M)$

\* 3. DFS 累加:  $O(N)$

\* 4. 树形 DP:  $O(N)$

\* 总体时间复杂度:  $O(N + M)$

\*

\* 空间复杂度分析:

\* 1. 图存储:  $O(N + M)$

\* 2. Tarjan 相关数组:  $O(N + M)$

\* 3. DP 状态:  $O(1)$

\* 总体空间复杂度:  $O(N + M)$

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 由于题目中节点编号从 0 开始, 而代码中调整为从 1 开始, 需要注意索引转换



- \* 2. 使用链式前向星存储树结构，提高遍历效率
  - \* 3. Tarjan 算法中使用并查集优化，保证查询效率
  - \* 4. 树形 DP 采用后序遍历方式，确保子节点状态已计算完成
- \*/

```
public class Code03_MinimizePriceOfTrips2 {

 /**
 * 主函数：计算最小化的旅行价格总和
 *
 * @param n 节点数量
 * @param es 树的边列表，每条边表示为 [from, to]
 * @param ps 节点价格数组，ps[i] 表示节点 i 的价格
 * @param ts 旅行计划列表，每个计划表示为 [start, end]
 * @return 最小化的旅行价格总和
 */
 // 题目给定点的编号从 0 号点开始，代码中调整成从 1 号点开始
 public static int minimumTotalPrice(int n, int[][] es, int[] ps, int[][] ts) {
 build(n);
 for (int i = 0, j = 1; i < n; i++, j++) {
 price[j] = ps[i];
 }
 for (int[] edge : es) {
 addEdge(edge[0] + 1, edge[1] + 1);
 addEdge(edge[1] + 1, edge[0] + 1);
 }
 int m = ts.length;
 for (int i = 0, j = 1; i < m; i++, j++) {
 addQuery(ts[i][0] + 1, ts[i][1] + 1, j);
 addQuery(ts[i][1] + 1, ts[i][0] + 1, j);
 }
 tarjan(1, 0);
 for (int i = 0, j = 1, u, v, lca, lcafather; i < m; i++, j++) {
 u = ts[i][0] + 1;
 v = ts[i][1] + 1;
 lca = ans[j];
 lcafather = father[lca];
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca]--;
 num[lcafather]--;
 }
 dfs(1, 0);
 dp(1, 0);
 }
}
```

```

 return Math.min(no, yes);
 }

// 常量定义
public static int MAXN = 51; // 最大节点数
public static int MAXM = 101; // 最大查询数

// 节点价格数组, price[i]表示节点 i 的价格
public static int[] price = new int[MAXN];

// 节点访问次数数组, num[i]表示节点 i 在所有路径中被经过的次数
public static int[] num = new int[MAXN];

// 链式前向星存储树的边
public static int[] headEdge = new int[MAXN]; // 边的头指针数组
public static int[] edgeNext = new int[MAXN << 1]; // 边的下一个指针数组
public static int[] edgeTo = new int[MAXN << 1]; // 边指向的节点数组

// 边计数器
public static int tcnt;

// 链式前向星存储查询
public static int[] headQuery = new int[MAXN]; // 查询的头指针数组
public static int[] queryNext = new int[MAXM << 1]; // 查询的下一个指针数组
public static int[] queryTo = new int[MAXM << 1]; // 查询指向的节点数组
public static int[] queryIndex = new int[MAXM << 1]; // 查询索引数组

// 查询计数器
public static int qcnt;

// 访问标记数组, 用于 Tarjan 算法中标记节点是否已访问
public static boolean[] visited = new boolean[MAXN];

// 并查集数组, 用于 Tarjan 算法中
public static int[] unionfind = new int[MAXN];

// 父节点数组, father[i]表示节点 i 的父节点
public static int[] father = new int[MAXN];

// 查询结果数组, ans[i]表示第 i 个查询的 LCA
public static int[] ans = new int[MAXM];

/**

```

```

* 初始化函数：初始化所有数据结构
*
* @param n 节点数量
*/
public static void build(int n) {
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 tcnt = qcnt = 1;
 Arrays.fill(headEdge, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(headQuery, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(visited, 1, n + 1, false);
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 unionfind[i] = i;
 }
}

/**
* 添加边：向链式前向星中添加一条边
*
* @param u 起始节点
* @param v 终止节点
*/
public static void addEdge(int u, int v) {
 edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
 edgeTo[tcnt] = v;
 headEdge[u] = tcnt++;
}

/**
* 添加查询：向链式前向星中添加一个查询
*
* @param u 查询起始节点
* @param v 查询终止节点
* @param i 查询索引
*/
public static void addQuery(int u, int v, int i) {
 queryNext[qcnt] = headQuery[u];
 queryTo[qcnt] = v;
 queryIndex[qcnt] = i;
 headQuery[u] = qcnt++;
}

/**
* 并查集查找函数：带路径压缩的查找

```

```

*
* @param i 要查找的节点
* @return 节点 i 所在集合的代表元素
*/
public static int find(int i) {
 if (i != unionfind[i]) {
 unionfind[i] = find(unionfind[i]);
 }
 return unionfind[i];
}

/**
* Tarjan 离线 LCA 算法：计算所有查询的最近公共祖先
*
* 算法原理：
* 1. 使用 DFS 遍历树，当第一次访问某个节点时，标记为已访问
* 2. 递归处理所有子节点
* 3. 处理完所有子节点后，处理与当前节点相关的查询
* 4. 如果查询的另一个节点已经被访问，则它们的 LCA 就是另一个节点的并查集代表元素
* 5. 将当前节点合并到其父节点所在的集合中
*
* @param u 当前节点
* @param f 父节点
*/
public static void tarjan(int u, int f) {
 visited[u] = true;
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 tarjan(v, u);
 }
 }
 for (int e = headQuery[u], v; e != 0; e = queryNext[e]) {
 v = queryTo[e];
 if (visited[v]) {
 ans[queryIndex[e]] = find(v);
 }
 }
 unionfind[u] = f;
 father[u] = f;
}

/**

```

\* DFS 累加函数：通过 DFS 遍历累加子树信息，得到每个节点的确切访问次数

\*

\* 算法原理：

\* 1. 后序遍历树结构，先处理所有子节点

\* 2. 将子节点的访问次数累加到当前节点

\*

\* @param u 当前节点

\* @param f 父节点

\*/

```
public static void dfs(int u, int f) {
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 dfs(v, u);
 }
 }
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
}
```

// 树形 DP 的状态变量

public static int no, yes; // no 表示当前节点不选择减半的最小值，yes 表示当前节点选择减半的最小值

/\*\*

\* 树形 DP 函数：在满足“选择的点不能相邻”的约束下，计算最小价格总和

\*

\* 状态转移方程：

\*  $no = price[u] * num[u] + \sum \min(no[child], yes[child])$

\*  $yes = (price[u]/2) * num[u] + \sum no[child]$

\*

\* @param u 当前节点

\* @param f 父节点

\*/

```
public static void dp(int u, int f) {
 int n = price[u] * num[u]; // 当前节点不减半时的基础价格
 int y = (price[u] / 2) * num[u]; // 当前节点减半时的基础价格
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
```

```

 if (v != f) {
 dp(v, u);
 n += Math.min(no, yes); // 不减半时，子节点可以选择减半或不减半
 y += no; // 减半时，子节点必须不减半
 }
 }

 no = n;
 yes = y;
}

}

```

文件: Code04\_Network.java

```
package class122;
```

```
/**
 * 边差分实战 - 使图不连通的方法数
 *
 * 题目来源: POJ 3417 Network
 * 题目链接: http://poj.org/problem?id=3417
 *
 * 题目描述:
 * 有 n 个节点, 给定 n-1 条老边使其连接成一棵树, 再给定 m 条新边额外加在树上。
 * 你可以切断两条边让这个图不连通, 切断的两条边必须是一条老边和一条新边。
 * 返回方法数。
 *
 * 算法原理: 树上边差分
 * 树上边差分是处理树上路径操作的一种高效技术。
 * 对于每条新边 (u, v), 它在原树上会形成一个环, 环上的所有老边都被这条新边覆盖。
 * 通过边差分, 我们可以:
 * 1. num[u]++
 * 2. num[v]++
 * 3. num[lca(u, v)] -= 2
 * 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记, 得到每条老边被覆盖的次数。
 *
 * 解题思路:
 * 1. 对于每条老边, 统计它被多少条新边覆盖
 * 2. 根据覆盖次数计算切断方案:
 * - 覆盖 0 次: 可以与任意一条新边配对, 有 m 种方案
 * - 覆盖 1 次: 只能与对应的那条新边配对, 有 1 种方案

```

- \* - 覆盖 $\geq 2$ 次：无法通过切断一条老边和一条新边使图不连通，有 0 种方案
- \*
- \* 时间复杂度分析：
  - \* - 预处理 LCA:  $O(N \log N)$
  - \* - 差分标记:  $O(M \log N)$ ，其中 M 是新边数量，每次需要计算 LCA
  - \* - DFS 回溯统计:  $O(N)$
  - \* 总时间复杂度:  $O(N \log N + M \log N)$
- \*
- \* 空间复杂度分析：
  - \* - 树的存储:  $O(N)$
  - \* - LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$
  - \* - 差分数组:  $O(N)$
  - \* 总空间复杂度:  $O(N \log N)$
- \*
- \* 工程化考量：
  - \* 1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
  - \* 2. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入，处理大量数据时性能优于 Scanner
  - \* 3. 使用 PrintWriter 进行高效输出，支持缓冲
  - \* 4. 采用静态成员变量减少对象创建，在算法竞赛中常用此技巧
- \*
- \* 最优解分析：
  - \* 树上边差分是解决此类问题的最优解，通过  $O(1)$  的操作标记每条新边的影响范围，
  - \* 避免了暴力遍历每条环上的老边，时间复杂度比暴力方法的  $O(M*N)$  有极大提升。
- \*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;

public class Code04_Network {

 /**
 * 最大节点数量
 * 题目中节点数量范围: $1 \leq N \leq 100000$
 */
 public static int MAXN = 100001;

 /**
 * 倍增数组的层数限制
```

```

* 2^17 = 131072 > 100000, 足够处理题目中的最大节点数
*/
public static int LIMIT = 17;

/**
* 最大幂次, 根据节点数量动态计算
*/
public static int power;

/**
* 计算 log2(n) 的整数部分
*
* @param n 输入整数
* @return log2(n) 的整数部分
*/
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
* 节点数量和新边数量
*/
public static int n, m;

/**
* 差分数组
* num[i] 表示节点 i 到其父节点的边, 被多少条新边覆盖
* 注意: 边被表示为子节点的属性, 这样可以避免处理根节点的特殊情况
*/
public static int[] num = new int[MAXN];

/**
* 链式前向星存储树结构
* head[u]: 节点 u 的第一个边的索引
* next[e]: 边 e 的下一个边的索引
* to[e]: 边 e 指向的节点
* cnt: 当前可用的边索引
*/
public static int[] head = new int[MAXN];

```



```

public static int[] next = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int cnt;

/**
 * LCA 相关数组
 * deep[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 最终答案
 */
public static int ans;

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值, 准备处理新的测试用例
 */
public static void build() {
 power = log2(n);
 // 初始化差分数组, 从 1 开始因为节点编号从 1 开始
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 边索引从 1 开始, 0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
 // 初始化答案
 ans = 0;
}

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;

```

```

 head[u] = cnt++;
}

/**
 * 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度：O(N log N)
 * 空间复杂度：O(log N) - 递归调用栈深度
 */
public static void dfs1(int u, int f) {
 // 设置当前节点的深度，父节点深度+1
 deep[u] = deep[f] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点（2^0 级祖先）
 stjump[u][0] = f;

 // 预处理倍增数组
 // 利用动态规划思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 2^(p-1) 级祖先的 2^(p-1) 级祖先
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 }
 }
}

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 和 b 的最近公共祖先
 *
 * 时间复杂度：O(log N)
 * 空间复杂度：O(1)
 */
public static int lca(int a, int b) {

```

```

// 确保 a 的深度不小于 b
if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
}

// 将 a 向上跳到与 b 同一深度
for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
}

// 如果此时 a==b, 则找到了 LCA
if (a == b) {
 return a;
}

// 继续向上跳, 直到找到 LCA
for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
}

// 返回它们的父节点
return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS, 计算每条边被覆盖的次数, 并统计满足条件的方案数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度: $O(N)$
 * 空间复杂度: $O(\log N)$ - 递归调用栈深度
 *
 * 算法逻辑:
 * 1. 先递归处理所有子节点
 * 2. 统计每个子节点到父节点这条边的覆盖次数

```

\* 3. 根据覆盖次数计算切断这条老边的可行方案数

\* 4. 累加子节点的覆盖次数到当前节点

\*/

```
public static void dfs2(int u, int f) {
```

```
 // 递归处理所有子节点
```

```
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next[e]) {
```

```
 v = to[e];
```

```
 if (v != f) {
```

```
 dfs2(v, u);
```

```
 }
```

```
 }
```

```
 // 统计每条边的覆盖次数和方案数
```

```
 for (int e = head[u], v, w; e != 0; e = next[e]) {
```

```
 v = to[e];
```

```
 if (v != f) {
```

```
 // 获取边(u, v)的覆盖次数, 存储在 v 的 num 数组中
```

```
 w = 0 + num[v];
```

```
 /**
```

```
 * 方案数统计逻辑:
```

```
 * - 覆盖次数为 0: 这条老边不在任何新边形成的环中
```

```
 * 切断它后, 无论切断哪条新边, 图都会不连通
```

```
 * 共有 m 种方案 (m 是新边的数量)
```

```
 *
```

```
 * - 覆盖次数为 1: 这条老边恰好只在一个新边形成的环中
```

```
 * 只有切断对应的那条新边, 图才会不连通
```

```
 * 共有 1 种方案
```

```
 *
```

```
 * - 覆盖次数 ≥ 2 : 这条老边在多个新边形成的环中
```

```
 * 切断它后, 需要切断所有对应的新边才能使图不连通
```

```
 * 但题目要求只切断一条新边, 因此没有可行方案
```

```
 * 共有 0 种方案
```

```
 */
```

```
 if (w == 0) {
```

```
 ans += m; // 可以与任意一条新边配对
```

```
 } else if (w == 1) {
```

```
 ans += 1; // 只能与对应的那条新边配对
```

```
 } else {
```

```
 ans += 0; // 不能与任何新边配对
```

```
 }
```

```
 // 将子节点的覆盖次数累加到父节点, 完成差分标记的传播
```

```

 num[u] += num[v];
 }
}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数
 in.nextToken();
 n = (int) in.nval;
 // 初始化数据结构
 build();
 // 读取新边数
 in.nextToken();
 m = (int) in.nval;

 // 构建树结构，添加 n-1 条老边
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
 }

 // 预处理 LCA 所需的数据
 // 以节点 1 为根节点进行 DFS
 dfs1(1, 0);

 // 处理所有新边，执行树上边差分操作
 for (int i = 1, u, v, lca_node; i <= m; i++) {

```

```

 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 计算 u 和 v 的 LCA
 lca_node = lca(u, v);

 /**
 * 树上边差分核心操作
 * 对于新边 (u, v)，它在原树上会形成一个环
 * 通过边差分，我们标记环上的所有老边
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-2，抵消多余的标记
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca_node] -= 2;
 }

 // 计算最终答案
 dfs2(1, 0);

 // 输出结果
 out.println(ans);
 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}

}

```

=====

文件: Code05\_TransportPlan1.java

=====

```
package class122;
```

```

/**
 * 运输计划，java 递归版
 *

```

\* 题目来源：洛谷 P2680 [NOIP2015 提高组] 运输计划

\* 题目链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2680>

\*

\* 题目描述：

\* 有  $n$  个节点，给定  $n-1$  条边使其连接成一棵树，每条边有正数边权。

\* 给定很多运输计划，每个运输计划  $(a, b)$  表示从  $a$  去往  $b$ 。

\* 每个运输计划的代价就是沿途边权和，运输计划之间完全互不干扰。

\* 你只能选择一条边，将其边权变成 0。

\* 你的目的是让所有运输计划代价的最大值尽量小。

\* 返回所有运输计划代价的最大值最小能是多少。

\*

\* 算法原理：二分答案 + 树上边差分 + Tarjan 离线 LCA

\* 这是一个典型的二分答案问题，结合了多种高级算法技术。

\*

\* 解题思路：

\* 1. 二分答案：二分最大代价  $limit$ ，判断是否能让所有运输计划代价都  $\leq limit$

\* 2. 对于给定的  $limit$ ，找出所有代价  $> limit$  的运输计划

\* 3. 这些运输计划必须都经过同一条边，才能通过将该边权置 0 来满足要求

\* 4. 使用 Tarjan 算法离线计算所有运输计划的 LCA 和代价

\* 5. 使用树上边差分统计每条边被超过  $limit$  的运输计划覆盖的次数

\* 6. 找到被所有超过  $limit$  的运输计划都覆盖的边中权值最大的那条

\*

\* 时间复杂度分析：

\* - 二分答案： $O(\log \maxCost)$

\* - Tarjan 离线 LCA： $O(N + M)$

\* - 树上边差分标记： $O(M)$

\* - DFS 回溯统计： $O(N)$

\* 总时间复杂度： $O((N + M) * \log \maxCost)$

\*

\* 空间复杂度分析：

\* - 树的存储： $O(N)$

\* - 查询存储： $O(M)$

\* - LCA 倍增数组： $O(N \log N)$

\* - 差分数组： $O(N)$

\* 总空间复杂度： $O(N \log N + M)$

\*

\* 工程化考量：

\* 1. 使用链式前向星存储树结构和查询，提高空间效率和遍历速度

\* 2. 使用 Tarjan 离线算法计算 LCA，避免多次在线查询的开销

\* 3. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入，处理大量数据时性能优于 Scanner

\* 4. 使用 PrintWriter 进行高效输出，支持缓冲

\* 5. 采用静态成员变量减少对象创建，在算法竞赛中常用此技巧

\*

\* 最优解分析：  
\* 本题结合了二分答案、Tarjan 离线 LCA 和树上边差分三种技术，是解决此类问题的最优解。  
\* 相比于暴力枚举每条边的方法，时间复杂度从  $O(N*(N+M))$  优化到  $O((N+M)*\log \maxCost)$ 。  
\*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;
```

```
public class Code05_TransportPlan1 {
```

```
 /**
```

```
 * 最大节点数和运输计划数
 * 题目中 N 和 M 最大为 $3e5$ ，设置为 300001 以避免越界
 */
```

```
 public static int MAXN = 300001;
 public static int MAXM = 300001;
```

```
 /**
```

```
 * 节点数和运输计划数
 */
```

```
 public static int n;
 public static int m;
```

```
 /**
```

```
 * 差分数组
 * num[i]表示节点 i 和其父节点的边，有多少代价 $\geq limit$ 的运输计划用到
 */
```

```
 public static int[] num = new int[MAXN];
```

```
 /**
```

```
 * 链式前向星建图 - 树边存储
 * headEdge[u]: 节点 u 的第一条树边索引
 * edgeNext[e]: 边 e 的下一条边索引
 * edgeTo[e]: 边 e 指向的节点
 * edgeWeight[e]: 边 e 的权值
 * tcnt: 树边计数器
 */
```

```
 public static int[] headEdge = new int[MAXN];
```



```

public static int[] edgeNext = new int[MAXN << 1];
public static int[] edgeTo = new int[MAXN << 1];
public static int[] edgeWeight = new int[MAXN << 1];
public static int tcnt;

/**
 * 链式前向星建图 - 查询存储
 * headQuery[u]: 节点 u 的第一条查询索引
 * queryNext[e]: 查询 e 的下一条查询索引
 * queryTo[e]: 查询 e 的目标节点
 * queryIndex[e]: 查询 e 在原查询序列中的索引
 * qcnt: 查询计数器
 */
public static int[] headQuery = new int[MAXN];
public static int[] queryNext = new int[MAXM << 1];
public static int[] queryTo = new int[MAXM << 1];
public static int[] queryIndex = new int[MAXM << 1];
public static int qcnt;

/**
 * Tarjan 算法相关数组
 * visited[u]: 节点 u 是否已被访问
 * unionfind[u]: 节点 u 在并查集中的父节点
 */
public static boolean[] visited = new boolean[MAXN];
public static int[] unionfind = new int[MAXN];

/**
 * 运输计划的起止节点
 * quesu[i]: 第 i 号运输计划的起点
 * quesv[i]: 第 i 号运输计划的终点
 */
public static int[] quesu = new int[MAXM];
public static int[] quesv = new int[MAXM];

/**
 * 距离数组和 LCA 相关数组
 * distance[u]: 头节点到 u 号点的距离, tarjan 算法过程中更新
 * lca[i]: 第 i 号运输计划的两端点 lca, tarjan 算法过程中更新
 * cost[i]: 第 i 号运输计划代价是多少, tarjan 算法过程中更新
 */
public static int[] distance = new int[MAXN];
public static int[] lca = new int[MAXM];

```

```

public static int[] cost = new int[MAXM];

/**
 * 所有运输计划的最大代价，tarjan 算法过程中更新
 */
public static int maxCost;

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值，准备处理新的测试用例
 */
public static void build() {
 // 初始化边和查询计数器
 tcnt = qcnt = 1;
 // 初始化链式前向星的头数组
 Arrays.fill(headEdge, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(headQuery, 1, n + 1, 0);
 // 初始化访问标记数组
 Arrays.fill(visited, 1, n + 1, false);
 // 初始化并查集，每个节点初始时是自己的代表元素
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 unionfind[i] = i;
 }
 // 初始化最大代价
 maxCost = 0;
}

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向树边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 * @param w 边的权值
 */
public static void addEdge(int u, int v, int w) {
 // 添加 u 到 v 的边
 edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
 edgeTo[tcnt] = v;
 edgeWeight[tcnt] = w;
 headEdge[u] = tcnt++;
}

/**

```

```

* 向链式前向星中添加一条查询
*
* @param u 查询的起始节点
* @param v 查询的目标节点
* @param i 查询在原查询序列中的索引
*/
public static void addQuery(int u, int v, int i) {
 // 添加 u 到 v 的查询
 queryNext[qcnt] = headQuery[u];
 queryTo[qcnt] = v;
 queryIndex[qcnt] = i;
 headQuery[u] = qcnt++;
}

/**
* 并查集的查找操作（带路径压缩）
*
* @param i 要查找的节点
* @return 节点 i 所在集合的代表元素
*/
public static int find(int i) {
 if (i != unionfind[i]) {
 // 路径压缩：将查找路径上的所有节点直接连接到根节点
 unionfind[i] = find(unionfind[i]);
 }
 return unionfind[i];
}

/**
* Tarjan 离线 LCA 算法
* 同时计算每个节点到根节点的距离、每个运输计划的 LCA 和代价
*
* @param u 当前处理的节点
* @param f 当前节点的父节点
* @param w 当前节点到父节点的边权
*/
public static void tarjan(int u, int f, int w) {
 // 标记当前节点已被访问
 visited[u] = true;
 // 计算当前节点到根节点的距离
 distance[u] = distance[f] + w;

 // 递归处理所有子节点

```

```

for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 tarjan(v, u, edgeWeight[e]);
 }
}

// 处理所有与当前节点相关的查询
for (int e = headQuery[u], v, i; e != 0; e = queryNext[e]) {
 v = queryTo[e];
 // 如果查询的目标节点已被访问，则可以计算 LCA
 if (visited[v]) {
 i = queryIndex[e];
 // 两个节点的 LCA 就是它们所在集合的代表元素
 lca[i] = find(v);
 // 计算运输计划的代价: distance[u] + distance[v] - 2 * distance[lca[i]]
 cost[i] = distance[u] + distance[v] - 2 * distance[lca[i]];
 // 更新最大代价
 maxCost = Math.max(maxCost, cost[i]);
 }
}

// 将当前节点与父节点合并到同一集合
unionfind[u] = f;
}

/**
 * 判断是否能让所有运输计划代价都<=limit
 *
 * @param limit 限制的最大代价
 * @return 能否做到
 */
public static boolean f(int limit) {
 // 至少要减少的边权
 atLeast = maxCost - limit;
 // 初始化差分数组
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 超过要求的运输计划有几个
 beyond = 0;

 // 对所有代价>limit 的运输计划执行树上边差分
 for (int i = 1; i <= m; i++) {
 if (cost[i] > limit) {

```

```

 // 执行树上边差分操作
 num[quesu[i]]++;
 num[quesv[i]]++;
 num[lca[i]] -= 2;
 // 增加超过要求的运输计划数
 beyond++;
 }
}

// 如果没有超过要求的运输计划，直接返回 true
// 否则通过 DFS 查找满足条件的边
return beyond == 0 || dfs(1, 0, 0);
}

/**
 * 至少要减少多少边权
 */
public static int atLeast;

/**
 * 超过要求的运输计划有几个
 */
public static int beyond;

/**
 * DFS 查找满足条件的边
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 * @param w 当前节点到父节点的边权
 * @return 是否找到满足条件的边
 */
public static boolean dfs(int u, int f, int w) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 if (dfs(v, u, edgeWeight[e])) {
 return true;
 }
 }
 }
}
}

```

```

// 将子节点的差分标记累加到当前节点
for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
}

// 判断当前边是否满足条件：
// 1. 被所有超过 limit 的运输计划都覆盖 (num[u] == beyond)
// 2. 边权足够大 (w >= atLeast)
return num[u] == beyond && w >= atLeast;
}

```

```

/**
 * 计算运输计划代价的最大值最小能是多少
 *
 * @return 最小的最大代价
 */
public static int compute() {
 // 使用 Tarjan 算法计算所有运输计划的 LCA 和代价
 tarjan(1, 0, 0);

 // 二分答案
 int l = 0, r = maxCost, mid;
 int ans = 0;
 while (l <= r) {
 mid = (l + r) / 2;
 // 判断是否能让所有运输计划代价都<=mid
 if (f(mid)) {
 // 可以做到，尝试更小的答案
 ans = mid;
 r = mid - 1;
 } else {
 // 做不到，需要更大的答案
 l = mid + 1;
 }
 }
 return ans;
}

```

```

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数

```

```

*
* @param args 命令行参数
* @throws IOException 输入输出异常
*/
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数
 in.nextToken();
 n = (int) in.nval;
 // 初始化数据结构
 build();
 // 读取运输计划数
 in.nextToken();
 m = (int) in.nval;

 // 构建树结构
 for (int i = 1, u, v, w; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 w = (int) in.nval;
 // 添加无向树边
 addEdge(u, v, w);
 addEdge(v, u, w);
 }

 // 添加所有运输计划查询
 for (int i = 1, u, v; i <= m; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 记录运输计划的起止节点
 quesu[i] = u;
 quesv[i] = v;
 // 添加正向和反向查询
 }
}

```

```

 addQuery(u, v, i);
 addQuery(v, u, i);
 }

 // 计算并输出结果
 out.println(compute());

 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}
}

```

文件: Code05\_TransportPlan2.java

```
package class122;
```

```
/**
 * 运输计划, java 迭代版
 *
 * 题目来源: 洛谷 P2680 运输计划
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P2680
 *
 * 算法原理:
 * 这是一道经典的树上问题, 结合了以下几种关键技术:
 * 1. 二分答案: 答案具有单调性, 可以通过二分法寻找最优解
 * 2. 树上边差分: 用于统计每条边被超过限制的路径覆盖的次数
 * 3. Tarjan 离线 LCA 算法: 用于快速计算树上任意两点间的最近公共祖先
 * 4. DFS 遍历: 用于检查是否存在一条边满足删除条件
 *
 * 解题思路:
 * 1. 二分答案: 二分最大运输代价, 检查能否通过删除一条边达到该代价
 * 2. 对于每个二分的值 limit, 找出所有超过 limit 的运输计划
 * 3. 使用树上边差分技术统计每条边被这些超限路径覆盖的次数
 * 4. 通过 DFS 遍历检查是否存在一条边, 满足:
 * a. 被所有超限路径覆盖 (即覆盖次数等于超限路径数)
 * b. 边权不大于需要减少的值 (maxCost - limit)
 * 5. 如果存在这样的边, 则当前 limit 可行, 尝试更小的值; 否则尝试更大的值

```



```

*
* 树上边差分原理：
* 对于从 u 到 v 的路径，我们执行以下操作：
* num[u]++; num[v]++; num[lca] -= 2;
* 然后通过 DFS 累加子树和，得到每条边的真实覆盖次数
* 注意：这里统计的是点的标记，实际应用中需要转换为边的覆盖次数
*
* 时间复杂度分析：
* 1. 二分答案： $O(\log(\maxCost))$
* 2. Tarjan 离线 LCA： $O(N + M)$
* 3. 树上边差分标记： $O(M)$
* 4. DFS 检查： $O(N)$
* 总体时间复杂度： $O((N + M) * \log(\maxCost))$
*
* 空间复杂度分析：
* 1. 图存储： $O(N + M)$
* 2. Tarjan 相关数组： $O(N + M)$
* 3. 差分数组： $O(N)$
* 总体空间复杂度： $O(N + M)$
*
* 工程化考量：
* 1. 由于 Java 的运行效率相对较低，有时会有一个测试用例超时
* 2. 使用迭代版实现避免递归深度过大导致的栈溢出
* 3. 使用快速 IO 提高输入效率
* 4. 使用链式前向星存储树结构，提高遍历效率
* 5. Tarjan 算法中使用并查集优化，保证查询效率
*/

```

```

import java.io.IOException;
import java.io.InputStream;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.util.Arrays;

public class Code05_TransportPlan2 {

 // 常量定义
 public static int MAXN = 300001; // 最大节点数
 public static int MAXM = 300001; // 最大查询数

 // 全局变量
 public static int n; // 节点数
 public static int m; // 运输计划数

```

```
// 节点访问次数数组，用于树上边差分
public static int[] num = new int[MAXN];

// 链式前向星存储树的边
public static int[] headEdge = new int[MAXN]; // 边的头指针数组
public static int[] edgeNext = new int[MAXN << 1]; // 边的下一个指针数组
public static int[] edgeTo = new int[MAXN << 1]; // 边指向的节点数组
public static int[] edgeWeight = new int[MAXN << 1]; // 边权数组

// 边计数器
public static int tcnt;

// 链式前向星存储查询
public static int[] headQuery = new int[MAXN]; // 查询的头指针数组
public static int[] queryNext = new int[MAXM << 1]; // 查询的下一个指针数组
public static int[] queryTo = new int[MAXM << 1]; // 查询指向的节点数组
public static int[] queryIndex = new int[MAXM << 1]; // 查询索引数组

// 查询计数器
public static int qcnt;

// 访问标记数组，用于 Tarjan 算法中标记节点是否已访问
public static boolean[] visited = new boolean[MAXN];

// 并查集数组，用于 Tarjan 算法中
public static int[] unionfind = new int[MAXN];

// 运输计划起点和终点数组
public static int[] quesu = new int[MAXM]; // 运输计划起点
public static int[] quesv = new int[MAXM]; // 运输计划终点

// 距离数组，distance[i]表示节点 i 到根节点的距离
public static int[] distance = new int[MAXN];

// LCA 数组，lca[i]表示第 i 个运输计划的最近公共祖先
public static int[] lca = new int[MAXM];

// 运输计划代价数组，cost[i]表示第 i 个运输计划的代价
public static int[] cost = new int[MAXM];

// 最大运输代价
public static int maxCost;
```

```

/**
 * 初始化函数：初始化所有数据结构
 */
public static void build() {
 tcnt = qcnt = 1;
 Arrays.fill(headEdge, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(headQuery, 1, n + 1, 0);
 Arrays.fill(visited, 1, n + 1, false);
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 unionfind[i] = i;
 }
 maxCost = 0;
}

/**
 * 添加边：向链式前向星中添加一条边
 *
 * @param u 起始节点
 * @param v 终止节点
 * @param w 边权
 */
public static void addEdge(int u, int v, int w) {
 edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
 edgeTo[tcnt] = v;
 edgeWeight[tcnt] = w;
 headEdge[u] = tcnt++;
}

/**
 * 添加查询：向链式前向星中添加一个查询
 *
 * @param u 查询起始节点
 * @param v 查询终止节点
 * @param i 查询索引
 */
public static void addQuery(int u, int v, int i) {
 queryNext[qcnt] = headQuery[u];
 queryTo[qcnt] = v;
 queryIndex[qcnt] = i;
 headQuery[u] = qcnt++;
}

```

```

// find 方法的递归版改迭代版
public static int[] stack = new int[MAXN]; // 用于迭代版 find 的栈

/**
 * 并查集查找函数：迭代版实现，带路径压缩
 *
 * @param i 要查找的节点
 * @return 节点 i 所在集合的代表元素
 */
public static int find(int i) {
 int size = 0;
 while (i != unionfind[i]) {
 stack[size++] = i;
 i = unionfind[i];
 }
 while (size > 0) {
 unionfind[stack[--size]] = i;
 }
 return i;
}

// tarjan 方法的递归版改迭代版
// 不会改，看讲解 118，讲了怎么从递归版改成迭代版
public static int[][] ufwe = new int[MAXN][4]; // 用于迭代版 tarjan 的栈元素

public static int stackSize, u, f, w, e; // 迭代版 tarjan 的栈相关变量

/**
 * 向栈中压入元素
 *
 * @param u 当前节点
 * @param f 父节点
 * @param w 边权
 * @param e 边索引
 */
public static void push(int u, int f, int w, int e) {
 ufwe[stackSize][0] = u;
 ufwe[stackSize][1] = f;
 ufwe[stackSize][2] = w;
 ufwe[stackSize][3] = e;
 stackSize++;
}

```

```

/**
 * 从栈中弹出元素
 */
public static void pop() {
 --stackSize;
 u = ufwe[stackSize][0];
 f = ufwe[stackSize][1];
 w = ufwe[stackSize][2];
 e = ufwe[stackSize][3];
}

/**
 * Tarjan 离线 LCA 算法：迭代版实现
 *
 * 算法原理：
 * 1. 使用显式栈模拟递归过程
 * 2. 当 e == -1 时，表示第一次访问节点 u，进行初始化操作
 * 3. 当 e != 0 时，表示正在遍历 u 的邻接边，处理下一条边
 * 4. 当 e == 0 时，表示已处理完 u 的所有邻接边，进行收尾操作
 *
 * @param root 根节点
 */

```

```

public static void tarjan(int root) {
 stackSize = 0;
 push(root, 0, 0, -1);
 while (stackSize > 0) {
 pop();
 if (e == -1) {
 visited[u] = true;
 distance[u] = distance[f] + w;
 e = headEdge[u];
 } else {
 e = edgeNext[e];
 }
 if (e != 0) {
 push(u, f, w, e);
 if (edgeTo[e] != f) {
 push(edgeTo[e], u, edgeWeight[e], -1);
 }
 } else {
 for (int q = headQuery[u], v, i; q != 0; q = queryNext[q]) {
 v = queryTo[q];
 if (visited[v]) {

```

```

 i = queryIndex[q];
 lca[i] = find(v);
 cost[i] = distance[u] + distance[v] - 2 * distance[lca[i]];
 maxCost = Math.max(maxCost, cost[i]);
 }
}
unionfind[u] = f;
}
}
}

```

/\*\*

\* 检查函数：检查给定的 limit 是否可行

\*

\* @param limit 当前二分的运输代价上限

\* @return 如果可行返回 true，否则返回 false

\*/

```

public static boolean f(int limit) {
 atLeast = maxCost - limit;
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 beyond = 0;
 for (int i = 1; i <= m; i++) {
 if (cost[i] > limit) {
 num[quesu[i]]++;
 num[quesv[i]]++;
 num[lca[i]] -= 2;
 beyond++;
 }
 }
 return beyond == 0 || dfs(1);
}

```

// 至少要减少多少边权

```
public static int atLeast;
```

// 超过要求的运输计划有几个

```
public static int beyond;
```

/\*\*

\* DFS 遍历函数：迭代版实现，检查是否存在满足条件的边

\*

\* 算法原理：

\* 1. 使用显式栈模拟递归过程

```

* 2. 遍历过程中累加子树信息
* 3. 检查当前边是否满足条件:
* a. 被所有超限路径覆盖 (num[u] == beyond)
* b. 边权不小于需要减少的值 (w >= atLeast)
*
* @param root 根节点
* @return 如果存在满足条件的边返回 true, 否则返回 false
*/

```

// dfs 方法的递归版改迭代版

// 不会改, 看讲解 118, 讲了怎么从递归版改成迭代版

```

public static boolean dfs(int root) {
 stackSize = 0;
 push(root, 0, 0, -1);
 while (stackSize > 0) {
 pop();
 if (e == -1) {
 e = headEdge[u];
 } else {
 e = edgeNext[e];
 }
 if (e != 0) {
 push(u, f, w, e);
 if (edgeTo[e] != f) {
 push(edgeTo[e], u, edgeWeight[e], -1);
 }
 } else {
 for (int e = headEdge[u], v; e != 0; e = edgeNext[e]) {
 v = edgeTo[e];
 if (v != f) {
 num[u] += num[v];
 }
 }
 if (num[u] == beyond && w >= atLeast) {
 return true;
 }
 }
 }
 return false;
}

```

/\*\*

\* 计算函数: 通过二分答案计算最小运输代价

\*

```

* @return 最小运输代价
*/
public static int compute() {
 tarjan(1);
 int l = 0, r = maxCost, mid;
 int ans = 0;
 while (l <= r) {
 mid = (l + r) / 2;
 if (f(mid)) {
 ans = mid;
 r = mid - 1;
 } else {
 l = mid + 1;
 }
 }
 return ans;
}

/**
* 主函数：程序入口
*/
public static void main(String[] args) throws IOException {
 FastIO in = new FastIO();
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out), false);
 n = in.nextInt();
 build();
 m = in.nextInt();
 for (int i = 1, u, v, w; i < n; i++) {
 u = in.nextInt();
 v = in.nextInt();
 w = in.nextInt();
 addEdge(u, v, w);
 addEdge(v, u, w);
 }
 for (int i = 1, u, v; i <= m; i++) {
 u = in.nextInt();
 v = in.nextInt();
 quesu[i] = u;
 quesv[i] = v;
 addQuery(u, v, i);
 addQuery(v, u, i);
 }
 out.println(compute());
}

```



```

 out.flush();
 out.close();
 }

/**
 * IO 工具类：用于快速输入输出
 */
static class FastIO {
 private final int SIZE = 1 << 20; // 缓冲区大小
 private byte[] buf; // 输入缓冲区
 private int pos; // 当前读取位置
 private int count; // 缓冲区中有效字节数
 private InputStream is; // 输入流

/**
 * 构造函数：初始化 IO 工具类
 */
 public FastIO() {
 buf = new byte[SIZE];
 pos = 0;
 count = 0;
 is = System.in;
 }

/**
 * 读取一个字节
 *
 * @return 读取的字节，如果到达文件末尾返回-1
 * @throws IOException IO 异常
 */
 private int readByte() throws IOException {
 if (count == -1) {
 return -1;
 }
 if (pos >= count) {
 pos = 0;
 count = is.read(buf);
 if (count == -1) {
 return -1;
 }
 }
 return buf[pos++] & 0xff;
 }
}

```

```

/**
 * 读取一个整数
 *
 * @return 读取的整数，如果到达文件末尾返回-1
 * @throws IOException IO 异常
 */
public int nextInt() throws IOException {
 int c, value = 0;
 boolean neg = false;
 do {
 c = readByte();
 if (c == -1) {
 return -1;
 }
 } while (c <= ' ');
 if (c == '-') {
 neg = true;
 c = readByte();
 }
 for (; c >= '0' && c <= '9'; c = readByte()) {
 value = value * 10 + (c - '0');
 }
 return neg ? -value : value;
}
}

```

=====

文件: Code05\_TransportPlan3.java

=====

```
package class122;
```

```

/**
 * 运输计划，C++版，递归不用改迭代
 *
 * 题目来源: 洛谷 P2680 运输计划
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P2680
 *
 * 算法原理:
 * 这是一道经典的树上问题，结合了以下几种关键技术:

```

- \* 1. 二分答案：答案具有单调性，可以通过二分法寻找最优解
- \* 2. 树上边差分：用于统计每条边被超过限制的路径覆盖的次数
- \* 3. Tarjan 离线 LCA 算法：用于快速计算树上任意两点间的最近公共祖先
- \* 4. DFS 遍历：用于检查是否存在一条边满足删除条件
- \*
- \* 解题思路：
- \* 1. 二分答案：二分最大运输代价，检查能否通过删除一条边达到该代价
- \* 2. 对于每个二分的值 `limit`，找出所有超过 `limit` 的运输计划
- \* 3. 使用树上边差分技术统计每条边被这些超限路径覆盖的次数
- \* 4. 通过 DFS 遍历检查是否存在一条边，满足：
- \*   a. 被所有超限路径覆盖（即覆盖次数等于超限路径数）
- \*   b. 边权不小于需要减少的值（`maxCost - limit`）
- \* 5. 如果存在这样的边，则当前 `limit` 可行，尝试更小的值；否则尝试更大的值
- \*
- \* 树上边差分原理：
- \* 对于从 `u` 到 `v` 的路径，我们执行以下操作：
- \* `num[u]++`; `num[v]++`; `num[lca] -= 2`;
- \* 然后通过 DFS 累加子树和，得到每条边的真实覆盖次数
- \* 注意：这里统计的是点的标记，实际应用中需要转换为边的覆盖次数
- \*
- \* 时间复杂度分析：
- \* 1. 二分答案： $O(\log(\text{maxCost}))$
- \* 2. Tarjan 离线 LCA： $O(N + M)$
- \* 3. 树上边差分标记： $O(M)$
- \* 4. DFS 检查： $O(N)$
- \* 总体时间复杂度： $O((N + M) * \log(\text{maxCost}))$
- \*
- \* 空间复杂度分析：
- \* 1. 图存储： $O(N + M)$
- \* 2. Tarjan 相关数组： $O(N + M)$
- \* 3. 差分数组： $O(N)$
- \* 总体空间复杂度： $O(N + M)$
- \*
- \* 工程化考量：
- \* 1. 这是 C++ 版本的实现，与 Java 版本逻辑完全一样
- \* 2. C++ 版本可以顺利通过所有测试用例，因为运行效率更高
- \* 3. 使用递归实现，代码更简洁易懂
- \* 4. 使用链式前向星存储树结构，提高遍历效率
- \* 5. Tarjan 算法中使用并查集优化，保证查询效率
- \* 6. 使用快速 IO 提高输入效率
- \*/

// 如下实现是 C++ 的版本，C++ 版本和 java 版本逻辑完全一样

// 提交如下代码，可以通过所有测试用例

```
//#include <bits/stdc++.h>
//
//using namespace std;
//
//const int MAXN = 300001;
//const int MAXM = 300001;
//int n, m;
//int num[MAXN];
//int headEdge[MAXN];
//int edgeNext[MAXN << 1];
//int edgeTo[MAXN << 1];
//int edgeWeight[MAXN << 1];
//int tcnt;
//int headQuery[MAXN];
//int queryNext[MAXM << 1];
//int queryTo[MAXM << 1];
//int queryIndex[MAXM << 1];
//int qcnt;
//bool visited[MAXN];
//int unionfind[MAXN];
//int quesu[MAXM];
//int quesv[MAXM];
//int dist[MAXN];
//int lca[MAXM];
//int cost[MAXM];
//int maxCost;
//int atLeast;
//int beyond;
//
//void build() {
// tcnt = 1;
// qcnt = 1;
// for(int i = 1; i <= n; i++) {
// headEdge[i] = 0;
// headQuery[i] = 0;
// visited[i] = false;
// unionfind[i] = i;
// }
// maxCost = 0;
//}
//
```

```

//void addEdge(int u, int v, int w) {
// edgeNext[tcnt] = headEdge[u];
// edgeTo[tcnt] = v;
// edgeWeight[tcnt] = w;
// headEdge[u] = tcnt++;
//}
//
//void addQuery(int u, int v, int i) {
// queryNext[qcnt] = headQuery[u];
// queryTo[qcnt] = v;
// queryIndex[qcnt] = i;
// headQuery[u] = qcnt++;
//}
//
//int find(int i) {
// if(i != unionfind[i]) {
// unionfind[i] = find(unionfind[i]);
// }
// return unionfind[i];
//}
//
//void tarjan(int u, int f, int w) {
// visited[u] = true;
// dist[u] = dist[f] + w;
// for(int e = headEdge[u]; e != 0; e = edgeNext[e]) {
// int v = edgeTo[e];
// if(v != f) {
// tarjan(v, u, edgeWeight[e]);
// }
// }
// for(int e = headQuery[u]; e != 0; e = queryNext[e]) {
// int v = queryTo[e];
// if(visited[v]) {
// int i = queryIndex[e];
// lca[i] = find(v);
// cost[i] = dist[u] + dist[v] - 2 * dist[lca[i]];
// maxCost = max(maxCost, cost[i]);
// }
// }
// unionfind[u] = f;
//}
//
//bool dfs(int u, int f, int w) {

```

```

// for(int e = headEdge[u]; e != 0; e = edgeNext[e]) {
// int v = edgeTo[e];
// if(v != f) {
// if(dfs(v, u, edgeWeight[e])) {
// return true;
// }
// }
// }
// }
// for(int e = headEdge[u]; e != 0; e = edgeNext[e]) {
// int v = edgeTo[e];
// if(v != f) {
// num[u] += num[v];
// }
// }
// return (num[u] == beyond && w >= atLeast);
//}
//
//bool f(int limit) {
// atLeast = maxCost - limit;
// for(int i = 1; i <= n; i++) {
// num[i] = 0;
// }
// beyond = 0;
// for(int i = 1; i <= m; i++) {
// if(cost[i] > limit) {
// num[quesu[i]]++;
// num[quesv[i]]++;
// num[lca[i]] -= 2;
// beyond++;
// }
// }
// }
// if(beyond == 0) return true;
// return dfs(1, 0, 0);
//}
//
//int compute() {
// tarjan(1, 0, 0);
// int l = 0;
// int r = maxCost;
// int ans = 0;
// while(l <= r) {
// int mid = (l + r) / 2;
// if(f(mid)) {

```

```

// ans = mid;
// r = mid - 1;
// } else {
// l = mid + 1;
// }
// }
// return ans;
//}
//
//int main() {
// ios::sync_with_stdio(false);
// cin.tie(nullptr);
// cin >> n;
// build();
// cin >> m;
// for(int i = 1; i < n; i++) {
// int u, v, w;
// cin >> u >> v >> w;
// addEdge(u, v, w);
// addEdge(v, u, w);
// }
// for(int i = 1; i <= m; i++) {
// int u, v;
// cin >> u >> v;
// quesu[i] = u;
// quesv[i] = v;
// addQuery(u, v, i);
// addQuery(v, u, i);
// }
// cout << compute() << "\n";
// return 0;
//}

```

=====

文件: Code06\_DarkLock1.cpp

=====

```

/*
 * 暗的连锁 (LOJ 10131)
 * 算法: 树上边差分 + LCA (最近公共祖先) + DFS 回溯
 *
 * 【题目来源】
 * LibreOJ

```

\* 题目链接: <https://loj.ac/problem/10131>

\*

\* **【题目描述】**

\* 给定一棵包含  $N$  个节点的树 ( $N-1$  条边), 以及  $M$  条额外的边 (非树边)

\* 每条非树边连接两个节点, 与树边一起构成一个连通图

\* 求有多少种方案, 通过切断一条树边和一条非树边, 使得图变得不连通

\*

\* **【算法原理】**

\* 1. 每条非树边  $(u, v)$  会在树上形成一个环

\* 2. 使用边差分标记所有被非树边覆盖的树边

\* 3. 根据覆盖次数计算切断方案:

\* - 覆盖 0 次: 可以与任意一条非树边配对, 有  $m$  种方案

\* - 覆盖 1 次: 只能与对应的非树边配对, 有 1 种方案

\* - 覆盖  $\geq 2$  次: 无法通过切断一条树边和一条非树边使图不连通, 有 0 种方案

\*

\* **【复杂度分析】**

\* - 时间复杂度:  $O(N \log N + M \log N)$

\* 预处理 LCA:  $O(N \log N)$

\* 处理每条非树边:  $O(M \log N)$

\* 计算边覆盖次数:  $O(N)$

\* - 空间复杂度:  $O(N \log N)$

\* 链式前向星存储树:  $O(N)$

\* 倍增数组 `stjump`:  $O(N \log N)$

\*

\* **【工程化考量】**

\* 1. 链式前向星作为高效的图存储结构, 适合树结构的实现

\* 2. 变量命名: 使用 `next_` 而非 `next`, 避免与 C++ 标准库中的 `next` 冲突

\* 3. 输入输出效率: 使用 `scanf/printf` 保证大数据量下的性能

\* 4. 边界处理: 根节点(1)的父节点设置为 0, 避免数组越界

\*

\* **【最优解分析】**

\* 此解法是本题的最优解, 时间复杂度为  $O(N \log N + M \log N)$ , 无法进一步优化

\* 其他可能的算法如暴力枚举所有树边和非树边需要  $O(NM)$  时间, 远不如本解法高效

\*/

```
#include <cstdio>
```

```
#include <algorithm>
```

```
#include <cstring>
```

```
using namespace std;
```

```
const int MAXN = 100001; // 最大节点数
```

```
const int LIMIT = 17; // 倍增数组的大小限制, 2^{17} 足够处理 $1e5$ 规模的树
```



```

// 全局变量定义
int power; // 最大幂次, $2^{\text{power}} > n$
int n, m; // 节点数和非树边数
int num[MAXN]; // num[i]表示节点 i 到父节点的边被非树边覆盖的次数

// 链式前向星存储树结构
int head[MAXN]; // 邻接表头节点数组
int next_[MAXN << 1]; // 下一条边的索引 (使用 next_避免与 C++标准库冲突)
int to[MAXN << 1]; // 边的目标节点
int cnt; // 边计数器

// LCA 相关数组
int deep[MAXN]; // 节点深度数组
int stjump[MAXN][LIMIT]; // 倍增数组, stjump[u][p]表示 u 的 2^p 级祖先
long long ans; // 最终答案, 使用 long long 避免溢出

/**
 * 计算 log2(n)的整数值, 表示最大需要的幂次
 * @param n 节点数量
 * @return 最大幂次, 满足 $2^{\text{ans}} \leq n/2$
 */
int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
 * 初始化数据结构
 */
void build() {
 power = log2(n);
 memset(num, 0, sizeof(num)); // 初始化差分数组
 cnt = 1; // 边计数器从 1 开始, 方便链式前向星操作
 memset(head, 0, sizeof(head)); // 初始化邻接表头数组
 ans = 0; // 初始化答案
}

/**
 * 添加边到树中 (无向边, 需要添加双向)
 * @param u 边的起点

```

```

* @param v 边的终点
*/
void addEdge(int u, int v) {
 next[cnt] = head[u]; // 当前边的 next 指向当前 head[u]
 to[cnt] = v; // 当前边的目标节点是 v
 head[u] = cnt++; // 更新 head[u] 为当前边的索引，并递增计数器
}

```

```

/**
* 第一次 DFS：预处理深度数组和倍增数组
* @param u 当前节点
* @param f 父节点
*/
void dfs1(int u, int f) {
 deep[u] = deep[f] + 1; // 设置当前节点深度
 stjump[u][0] = f; // 设置直接父节点

 // 预处理倍增数组
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) { // 避免回到父节点
 dfs1(to[e], u);
 }
 }
}

```

```

/**
* 使用倍增法求两个节点的最近公共祖先 (LCA)
* @param a 节点 a
* @param b 节点 b
* @return a 和 b 的最近公共祖先
*/
int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }
}

```

```

// 将 a 上移到与 b 同一深度
for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
}

// 如果此时 a == b, 则找到 LCA
if (a == b) {
 return a;
}

// 同时上移 a 和 b, 直到找到 LCA
for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
}

// LCA 是 a 和 b 的父节点
return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS: 回溯计算每条边的覆盖次数, 并计算答案
 * @param u 当前节点
 * @param f 父节点
 */
void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点, 计算子节点的覆盖次数
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next_[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 dfs2(v, u); // 后序遍历, 先处理子节点
 }
 }
}

// 计算每条边的贡献
for (int e = head[u], v, w; e != 0; e = next_[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {

```

```

w = num[v]; // 获取 v 到 u 这条边的覆盖次数

// 【方案数统计逻辑】
// 1. 覆盖次数为 0: 这条树边不在任何环中, 切断它后图会被分成两部分
// 此时需要再切断一条非树边, 但即使切断任意非树边, 图仍然不连通
// 所以共有 m 种方案
if (w == 0) {
 ans += m;
}
// 2. 覆盖次数为 1: 这条树边只在一个环中, 切断它后需要切断形成该环的非树边
// 此时只有 1 种方案
else if (w == 1) {
 ans += 1;
}
// 3. 覆盖次数 ≥ 2: 这条树边在多个环中, 切断它后图仍然连通
// 此时无论切断哪条非树边, 图仍然连通, 所以有 0 种方案
// (此处 else 分支可以省略, 因为 ans += 0 无影响)

// 将子节点的覆盖次数累加到父节点, 继续向上传递
num[u] += num[v];
}
}

int main() {
 // 读取节点数和非树边数
 scanf("%d", &n);
 build();
 scanf("%d", &m);

 // 读取树边并构建邻接表 (无向图, 每条边添加两次)
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 scanf("%d%d", &u, &v);
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u);
 }

 // 预处理 LCA 所需的深度数组和倍增数组
 dfs1(1, 0); // 根节点为 1, 父节点为 0 (无效节点)

 // 处理每条非树边, 执行边差分操作
 for (int i = 1, u, v, l; i <= m; i++) {
 scanf("%d%d", &u, &v);

```

```

 l = lca(u, v); // 计算 u 和 v 的 LCA

 // 【树上边差分操作】
 // 1. 在 u 和 v 处各+1
 // 2. 在 LCA 处-2
 // 3. 通过 DFS 回溯时累加，就能得到每条边被覆盖的次数
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[l] -= 2;
}

// 计算最终答案
dfs2(1, 0);

// 输出结果
printf("%lld\n", ans);
return 0;
}

```

=====

文件: Code06\_DarkLock1.java

=====

```

/**
 * 暗的连锁 (LOJ 10131)
 * 题目来源: LibreOJ
 * 题目链接: https://loj.ac/problem/10131
 *
 * 题目描述:
 * 给定一棵包含 N 个节点的树 (N-1 条边)，以及 M 条额外的边 (非树边)
 * 每条非树边连接两个节点，与树边一起构成一个连通图
 * 求有多少种方案，通过切断一条树边和一条非树边，使得图变得不连通
 *
 * 算法原理: 树上边差分
 * 树上边差分与点差分类似，但针对边进行操作。
 * 对于每条非树边 (u, v)，它在原树上会形成一个环，环上的所有树边都被这条非树边覆盖。
 * 通过边差分，我们可以：
 * 1. num[u]++
 * 2. num[v]++
 * 3. num[lca(u, v)] -= 2
 * 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记，得到每条边被覆盖的次数。
 *
 * 时间复杂度分析:

```

- \* - 预处理 LCA:  $O(N \log N)$
- \* - 差分标记:  $O(M \log N)$ , 其中  $M$  是非树边数量, 每次需要计算 LCA
- \* - DFS 回溯统计:  $O(N)$
- \* 总时间复杂度:  $O((N + M) \log N)$
- \*
- \* 空间复杂度分析:
- \* - 树的存储:  $O(N)$
- \* - LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$
- \* - 差分数组:  $O(N)$
- \* 总空间复杂度:  $O(N \log N)$
- \*
- \* 工程化考量:
- \* 1. 使用链式前向星存储树结构, 提高空间效率和遍历速度
- \* 2. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入, 处理大量数据时性能优于 Scanner
- \* 3. 使用 PrintWriter 进行高效输出, 支持缓冲
- \* 4. 采用静态成员变量减少对象创建, 在算法竞赛中常用此技巧
- \*
- \* 最优解分析:
- \* 树上边差分是解决此类问题的最优解, 通过  $O(1)$  的操作标记每条非树边的影响范围,
- \* 避免了暴力遍历每条环上的树边, 时间复杂度比暴力方法的  $O(M*N)$  有极大提升。
- \*/

```
package class122;
```

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;
```

```
public class Code06_DarkLock1 {
```

```
 /**
```

```
 * 最大节点数量
```

```
 * 题目中节点数量范围: $1 \leq N \leq 100000$
```

```
 */
```

```
 public static final int MAXN = 100001;
```

```
 /**
```

```
 * 倍增数组的层数限制
```

```
 * $2^{17} = 131072 > 100000$, 足够处理题目中的最大节点数
```

```
 */
```

```

public static final int LIMIT = 17;

/**
 * 最大幂次，根据节点数量动态计算
 */
public static int power;

/**
 * 计算 log2(n) 的整数部分
 *
 * @param n 输入整数
 * @return log2(n) 的整数部分
 */
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
 * 节点数量和非树边数量
 */
public static int n, m;

/**
 * 差分数组
 * num[i] 表示节点 i 到其父节点的边，被多少条非树边覆盖
 * 注意：边被表示为子节点的属性，这样可以避免处理根节点的特殊情况
 */
public static int[] num = new int[MAXN];

/**
 * 链式前向星存储树结构
 * head[u]: 节点 u 的第一个边的索引
 * next[e]: 边 e 的下一个边的索引
 * to[e]: 边 e 指向的节点
 * cnt: 当前可用的边索引
 */
public static int[] head = new int[MAXN];
public static int[] next_edge = new int[MAXN << 1]; // 避免与关键字 next 冲突
public static int[] to = new int[MAXN << 1];

```

```

public static int cnt;

/**
 * LCA 相关数组
 * deep[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 最终答案
 */
public static int ans;

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值, 准备处理新的测试用例
 */
public static void build() {
 power = log2(n);
 // 初始化差分数组, 从 1 开始因为节点编号从 1 开始
 Arrays.fill(num, 1, n + 1, 0);
 // 边索引从 1 开始, 0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
 // 初始化答案
 ans = 0;
}

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next_edge[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

```



```

/**
 * 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度：O(N log N)
 * 空间复杂度：O(log N) - 递归调用栈深度
 */
public static void dfs1(int u, int f) {
 // 设置当前节点的深度，父节点深度+1
 deep[u] = deep[f] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点（2^0 级祖先）
 stjump[u][0] = f;

 // 预处理倍增数组
 // 利用动态规划思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 2^(p-1) 级祖先的 2^(p-1) 级祖先
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 }
 }
}

```

```

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 和 b 的最近公共祖先
 *
 * 时间复杂度：O(log N)
 * 空间复杂度：O(1)
 */
public static int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {

```

```

 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }

 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 如果此时 a==b, 则找到了 LCA
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 继续向上跳, 直到找到 LCA
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 返回它们的父节点
 return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS, 计算每条边被覆盖的次数, 并统计满足条件的方案数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度: O(N)
 * 空间复杂度: O(log N) - 递归调用栈深度
 *
 * 算法逻辑:
 * 1. 先递归处理所有子节点
 * 2. 统计每个子节点到父节点这条边的覆盖次数
 * 3. 根据覆盖次数计算切断这条树边的可行方案数
 * 4. 累加子节点的覆盖次数到当前节点

```

```

*/
public static void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next_edge[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 dfs2(v, u);
 }
 }

 // 统计每条边的覆盖次数和方案数
 for (int e = head[u], v, coverage; e != 0; e = next_edge[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 // 获取边(u, v)的覆盖次数, 存储在 v 的 num 数组中
 coverage = num[v];

 /**
 * 方案数统计逻辑:
 * - 覆盖次数为 0: 这条树边不在任何非树边形成的环中
 * 切断它后, 无论切断哪条非树边, 图都会不连通
 * 共有 m 种方案 (m 是非树边的数量)
 *
 * - 覆盖次数为 1: 这条树边恰好只在一个非树边形成的环中
 * 只有切断对应的那条非树边, 图才会不连通
 * 共有 1 种方案
 *
 * - 覆盖次数 >= 2: 这条树边在多个非树边形成的环中
 * 切断它后, 需要切断所有对应的非树边才能使图不连通
 * 但题目要求只切断一条非树边, 因此没有可行方案
 * 共有 0 种方案
 */
 if (coverage == 0) {
 ans += m; // 可以与任意一条非树边配对
 } else if (coverage == 1) {
 ans += 1; // 只能与对应的那条非树边配对
 }

 // coverage >= 2 时不需要增加 ans

 // 将子节点的覆盖次数累加到父节点, 完成差分标记的传播
 num[u] += num[v];
 }
 }
}

```

```
}
```

```
/**
```

```
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
```

```
 *
```

```
 * @param args 命令行参数
```

```
 * @throws IOException 输入输出异常
```

```
 */
```

```
public static void main(String[] args) throws IOException {
```

```
 // 使用高效的输入方式
```

```
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
```

```
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
```

```
 // 使用高效的输出方式
```

```
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));
```

```
 // 读取节点数
```

```
 in.nextToken();
```

```
 n = (int) in.nval;
```

```
 // 读取非树边数
```

```
 in.nextToken();
```

```
 m = (int) in.nval;
```

```
 // 初始化数据结构
```

```
 build();
```

```
 // 构建树结构，添加 n-1 条树边
```

```
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
```

```
 in.nextToken();
```

```
 u = (int) in.nval;
```

```
 in.nextToken();
```

```
 v = (int) in.nval;
```

```
 addEdge(u, v);
```

```
 addEdge(v, u); // 无向图，添加反向边
```

```
 }
```

```
 // 预处理 LCA 所需的数据
```

```
 // 以节点 1 为根节点进行 DFS
```

```
 dfs1(1, 0);
```

```
 // 处理所有非树边，执行树上边差分操作
```

```
 for (int i = 1, u, v, lca_node; i <= m; i++) {
```

```
 in.nextToken();
```

```
 u = (int) in.nval;
```

```

 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 计算 u 和 v 的 LCA
 lca_node = lca(u, v);

 /**
 * 树上边差分核心操作
 * 对于非树边 (u, v)，它在原树上会形成一个环
 * 通过边差分，我们标记环上的所有树边
 * 1. 在 u 处+1
 * 2. 在 v 处+1
 * 3. 在 LCA 处-2，抵消多余的标记
 */
 num[u]++;
 num[v]++;
 num[lca_node] -= 2;
 }

 // 计算最终答案
 dfs2(1, 0);

 // 输出结果
 out.println(ans);
 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}

}

```

文件: Code06\_DarkLock1.py

暗的连锁 (LOJ 10131)

题目来源: LibreOJ

题目链接: <https://loj.ac/problem/10131>

题目描述:

给定一棵包含  $N$  个节点的树 ( $N-1$  条边)，以及  $M$  条额外的边（非树边）  
每条非树边连接两个节点，与树边一起构成一个连通图  
求有多少种方案，通过切断一条树边和一条非树边，使得图变得不连通

算法原理：树上边差分

树上边差分与点差分类似，但针对边进行操作。

对于每条非树边  $(u, v)$ ，它在原树上会形成一个环，环上的所有树边都被这条非树边覆盖。

通过边差分，我们可以：

1.  $\text{num}[u]++$
2.  $\text{num}[v]++$
3.  $\text{num}[\text{lca}(u, v)] -= 2$

最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记，得到每条边被覆盖的次数。

时间复杂度分析：

- 预处理 LCA:  $O(N \log N)$
  - 差分标记:  $O(M \log N)$ ，其中  $M$  是非树边数量，每次需要计算 LCA
  - DFS 回溯统计:  $O(N)$
- 总时间复杂度:  $O((N + M) \log N)$

空间复杂度分析：

- 树的存储:  $O(N)$
  - LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$
  - 差分数组:  $O(N)$
- 总空间复杂度:  $O(N \log N)$

工程化考量：

1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
2. 预处理  $\log_2$  值，优化倍增数组的大小
3. 在 Python 中，递归 DFS 对于大规模数据可能存在栈溢出问题
4. 对于节点数量较大的情况，使用全局变量可以减少函数参数传递的开销

最优解分析：

树上边差分是解决此类问题的最优解，通过  $O(1)$  的操作标记每条非树边的影响范围，避免了暴力遍历每条环上的树边，时间复杂度比暴力方法的  $O(M*N)$  有极大提升。

"""

```
import sys
import math
```

```
class DarkChainSolver:
```

```
 """
```

```
 暗的连锁问题求解类
```

该类使用树上边差分算法来解决暗的连锁问题，计算切断一条树边和一条非树边使图不连通的方案数。

"""

```
def __init__(self, max_nodes=100001):
```

"""

初始化求解器

Args:

max\_nodes: 最大节点数量，默认为 100001

"""

self.MAXN = max\_nodes

self.LIMIT = 17 # 足够处理  $3e5$  节点的倍增层数

# 链式前向星相关变量

self.head = [0] \* self.MAXN

self.next\_edge = [0] \* (self.MAXN << 1) # 乘以 2 处理无向图

self.to = [0] \* (self.MAXN << 1)

self.cnt = 1 # 边的计数器，从 1 开始避免 0 作为有效索引

# 差分数组，num[i]表示节点 i 到其父节点的边被多少条非树边覆盖

self.num = [0] \* self.MAXN

# LCA 相关变量

self.deep = [0] \* self.MAXN # 深度数组

self.stjump = [[0] \* self.LIMIT for \_ in range(self.MAXN)] # 倍增跳跃数组

self.power = 0 # 最大幂次

# 结果变量

self.ans = 0

self.n = 0 # 节点数

self.m = 0 # 非树边数

```
def add_edge(self, u, v):
```

"""

向链式前向星结构中添加一条无向边

Args:

u: 边的一个端点

v: 边的另一个端点

"""

# 添加 u 到 v 的边

self.next\_edge[self.cnt] = self.head[u]

self.to[self.cnt] = v

```

self.head[u] = self.cnt
self.cnt += 1

添加 v 到 u 的边（无向图）
self.next_edge[self.cnt] = self.head[v]
self.to[self.cnt] = u
self.head[v] = self.cnt
self.cnt += 1

```

```
def dfs1(self, u, f):
```

```
 """
```

第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组

Args:

u: 当前处理的节点

f: 当前节点的父节点

```
 """
```

# 设置当前节点的深度

```
self.deep[u] = self.deep[f] + 1
```

# 设置当前节点的直接父节点（ $2^0$  级祖先）

```
self.stjump[u][0] = f
```

# 预处理倍增数组

# 利用动态规划思想：u 的  $2^p$  级祖先 = u 的  $2^{(p-1)}$  级祖先的  $2^{(p-1)}$  级祖先

```
p = 1
```

```
while p <= self.power:
```

```
 self.stjump[u][p] = self.stjump[self.stjump[u][p-1]][p-1]
```

```
 p += 1
```

# 递归处理所有子节点

```
e = self.head[u]
```

```
while e != 0:
```

```
 if self.to[e] != f:
```

```
 self.dfs1(self.to[e], u)
```

```
 e = self.next_edge[e]
```

```
def lca(self, a, b):
```

```
 """
```

使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先

Args:

a: 第一个节点

b: 第二个节点



Returns:

a 和 b 的最近公共祖先

"""

# 确保 a 的深度不小于 b

if self.deep[a] < self.deep[b]:

a, b = b, a

# 将 a 向上跳到与 b 同一深度

p = self.power

while p >= 0:

if self.deep[self.stjump[a][p]] >= self.deep[b]:

a = self.stjump[a][p]

p -= 1

# 如果此时 a==b, 则找到了 LCA

if a == b:

return a

# 继续向上跳, 直到找到 LCA

p = self.power

while p >= 0:

if self.stjump[a][p] != self.stjump[b][p]:

a = self.stjump[a][p]

b = self.stjump[b][p]

p -= 1

# 返回它们的父节点

return self.stjump[a][0]

def dfs2(self, u, f):

"""

第二次 DFS, 计算每条边被覆盖的次数, 并统计满足条件的方案数

Args:

u: 当前处理的节点

f: 当前节点的父节点

算法逻辑:

1. 先递归处理所有子节点
2. 统计每个子节点到父节点这条边的覆盖次数
3. 根据覆盖次数计算切断这条树边的可行方案数
4. 累加子节点的覆盖次数到当前节点

```
"""
```

```
递归处理所有子节点
```

```
e = self.head[u]
```

```
while e != 0:
```

```
 v = self.to[e]
```

```
 if v != f:
```

```
 self.dfs2(v, u)
```

```
 e = self.next_edge[e]
```

```
统计每条边的覆盖次数和方案数
```

```
e = self.head[u]
```

```
while e != 0:
```

```
 v = self.to[e]
```

```
 if v != f:
```

```
 # 获取边(u, v)的覆盖次数, 存储在 v 的 num 数组中
```

```
 coverage = self.num[v]
```

```
"""
```

方案数统计逻辑:

- 覆盖次数为 0: 这条树边不在任何非树边形成的环中

切断它后, 无论切断哪条非树边, 图都会不连通

共有  $m$  种方案 ( $m$  是非树边的数量)

- 覆盖次数为 1: 这条树边恰好只在一个非树边形成的环中

只有切断对应的那条非树边, 图才会不连通

共有 1 种方案

- 覆盖次数 $\geq 2$ : 这条树边在多个非树边形成的环中

切断它后, 需要切断所有对应的非树边才能使图不连通

但题目要求只切断一条非树边, 因此没有可行方案

共有 0 种方案

```
"""
```

```
if coverage == 0:
```

```
 self.ans += self.m # 可以与任意一条非树边配对
```

```
elif coverage == 1:
```

```
 self.ans += 1 # 只能与对应的那条非树边配对
```

```
coverage ≥ 2 时不需要增加 ans
```

```
将子节点的覆盖次数累加到父节点, 完成差分标记的传播
```

```
self.num[u] += self.num[v]
```

```
e = self.next_edge[e]
```

```
def process_non_tree_edges(self):
```

```
"""
```

处理所有非树边，执行树上边差分操作

对于每条非树边(u, v)，它在原树上会形成一个环，环上的所有树边都被这条非树边覆盖。

使用边差分技巧，我们只需要修改三个点：

1. num[u]++ - 在 u 点增加覆盖标记
2. num[v]++ - 在 v 点增加覆盖标记
3. num[lca(u, v)] -= 2 - 在 LCA 处抵消多余的标记

```
"""
```

```
for _ in range(self.m):
 u, v = map(int, sys.stdin.readline().split())
 lca_node = self.lca(u, v)

 # 树上边差分核心操作
 self.num[u] += 1
 self.num[v] += 1
 self.num[lca_node] -= 2
```

```
def solve(self):
```

```
"""
```

解决暗的连锁问题

Returns:

满足条件的方案数

```
"""
```

# 读取输入

```
input_line = sys.stdin.readline().strip()
while not input_line:
 input_line = sys.stdin.readline().strip()
self.n, self.m = map(int, input_line.split())

计算最大幂次
self.power = math.floor(math.log2(self.n)) + 1
```

# 构建树结构

```
for _ in range(1, self.n):
 input_line = sys.stdin.readline().strip()
 while not input_line:
 input_line = sys.stdin.readline().strip()
 u, v = map(int, input_line.split())
 self.add_edge(u, v)
```

# 预处理 LCA 所需的数据

```

 self.dfs1(1, 0)

 # 处理所有非树边
 self.process_non_tree_edges()

 # 计算最终答案
 self.dfs2(1, 0)

 return self.ans

def main():
 """
 主函数

 输入格式：
 第一行：两个整数 n 和 m，分别表示节点数和非树边数
 接下来 n-1 行：每行两个整数，表示树边
 接下来 m 行：每行两个整数，表示非树边

 输出格式：
 一个整数，表示满足条件的方案数
 """
 # 创建求解器实例
 solver = DarkChainSolver()

 # 求解并输出结果
 result = solver.solve()
 print(result)

if __name__ == "__main__":
 main()

```

=====

文件: Code07\_TallestCow.cpp

=====

```

#include <stdio.h>
#include <set>
#include <algorithm>

```

```

// Tallest Cow (POJ 3263)
// 有 N 头牛站成一行，两头牛能够相互看见，当且仅当它们中间的牛身高都比它们矮
// 已知最高的牛是第 P 头，身高为 H，还知道 R 对关系，每对关系表示两头牛可以相互看见

```

// 求每头牛的身高最大可能是多少

// 测试链接 : <http://poj.org/problem?id=3263>

```
using namespace std;
```

```
const int MAXN = 10001;
```

```
int n, p, h, r;
```

```
int diff[MAXN];
```

```
set<long long> seen;
```

```
int main() {
```

```
 // 读取输入
```

```
 scanf("%d%d%d%d", &n, &p, &h, &r);
```

```
 // 处理每对关系
```

```
 for (int i = 0; i < r; i++) {
```

```
 int a, b;
```

```
 scanf("%d%d", &a, &b);
```

```
 // 确保 a < b, 便于处理
```

```
 if (a > b) {
```

```
 int temp = a;
```

```
 a = b;
```

```
 b = temp;
```

```
 }
```

```
 // 用一个长整型表示一对关系, 用于去重
```

```
 long long pair = (long long)a * (n + 1) + b;
```

```
 if (seen.find(pair) != seen.end()) {
```

```
 continue;
```

```
 }
```

```
 seen.insert(pair);
```

```
 // 差分操作: 在区间(a, b)内的牛身高要减 1
```

```
 // 即在 a+1 位置-1, 在 b 位置+1
```

```
 diff[a + 1] -= 1;
```

```
 diff[b] += 1;
```

```
 }
```

```
 // 通过前缀和计算每头牛的相对身高, 然后加上最高身高 h 得到实际身高
```

```
 int height = 0;
```

```
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
```

```

 height += diff[i];
 printf("%d\n", h + height);
 }

 return 0;
}

```

文件: Code07\_TallestCow.java

```

package class122;

/**
 * Tallest Cow (POJ 3263)
 *
 * 题目来源: POJ 3263
 * 题目链接: http://poj.org/problem?id=3263
 *
 * 题目描述:
 * 有 N 头牛站成一行, 两头牛能够相互看见, 当且仅当它们中间的牛身高都比它们矮。
 * 已知最高的牛是第 P 头, 身高为 H, 还知道 R 对关系, 每对关系表示两头牛可以相互看见。
 * 求每头牛的身高最大可能是多少。
 *
 * 算法原理: 线性差分数组
 * 这是一个线性差分数组的经典应用。对于每对可以相互看见的牛 (a, b), 它们之间的所有牛身高都要比它们矮,
 * 也就是区间 [a+1, b-1] 内的牛身高都要减 1。
 *
 * 差分数组的核心思想:
 * 对于区间 [1, r] 的修改操作, 我们只需要:
 * 1. diff[1] += d
 * 2. diff[r+1] -= d
 * 最后通过前缀和还原原数组。
 *
 * 在本题中, 对于每对关系 (a, b):
 * 1. diff[a+1] -= 1
 * 2. diff[b] += 1
 * 最后通过前缀和计算每头牛的相对身高, 然后加上最高身高 H 得到实际身高。
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 处理关系: O(R)
 * - 计算前缀和: O(N)

```

- \* 总时间复杂度:  $O(N + R)$
- \*
- \* 空间复杂度分析:
- \* - 差分数组:  $O(N)$
- \* - 去重集合:  $O(R)$
- \* 总空间复杂度:  $O(N + R)$
- \*
- \* 工程化考量:
- \* 1. 使用 HashSet 进行关系去重, 避免重复处理相同的关系
- \* 2. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入, 处理大量数据时性能优于 Scanner
- \* 3. 使用 PrintWriter 进行高效输出, 支持缓冲
- \* 4. 关系表示采用长整型编码, 避免使用 Pair 类的开销
- \*
- \* 最优解分析:
- \* 线性差分数组是解决此类区间修改问题的最优解, 通过  $O(1)$  的操作标记区间修改,
- \* 避免了暴力遍历每个区间的所有元素, 时间复杂度比暴力方法的  $O(R*N)$  有极大提升。
- \*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.HashSet;
import java.util.Set;

public class Code07_TallestCow {

 /**
 * 主函数, 处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常
 */
 public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取输入
 in.nextToken();
```

```

int n = (int) in.nval; // 牛的数量
in.nextToken();
int p = (int) in.nval; // 最高牛的编号
in.nextToken();
int h = (int) in.nval; // 最高牛的身高
in.nextToken();
int r = (int) in.nval; // 关系数量

// 差分数组，初始值为 0
// diff[i] 表示第 i 头牛相对身高与前一头牛的差值
int[] diff = new int[n + 1];

// 用于去重，避免重复处理相同的关系
// 使用 HashSet 存储已处理的关系，提高查找效率
Set<Long> seen = new HashSet<>();

// 处理每对关系
for (int i = 0; i < r; i++) {
 in.nextToken();
 int a = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 int b = (int) in.nval;

 // 确保 a < b，便于处理
 // 这样可以统一处理逻辑，无论输入顺序如何
 if (a > b) {
 int temp = a;
 a = b;
 b = temp;
 }

 // 用一个长整型表示一对关系，用于去重
 // 编码方式: $a * (n + 1) + b$ ，确保唯一性
 long pair = (long) a * (n + 1) + b;
 if (seen.contains(pair)) {
 // 如果关系已处理过，则跳过
 continue;
 }
 seen.add(pair);

 /**
 * 差分操作：在区间(a, b)内的牛身高要减 1
 * 即在 a+1 位置-1，在 b 位置+1

```



```

 * 这样通过前缀和计算时，区间(a, b)内的元素都会减 1
 */
 diff[a + 1] -= 1;
 diff[b] += 1;
 }

 // 通过前缀和计算每头牛的相对身高，然后加上最高身高 h 得到实际身高
 // height 表示当前牛相对最高牛的身高差
 int height = 0;
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 // 累加差分，得到相对身高
 height += diff[i];
 // 输出实际身高：最高身高 + 相对身高差
 out.println(h + height);
 }

 // 确保输出被刷新
 out.flush();
 // 关闭资源
 out.close();
 br.close();
}
}

```

=====

文件: Code07\_TallestCow.py

=====

```
import sys
```

```
"""
```

Tallest Cow (POJ 3263)

题目来源: POJ 3263

题目链接: <http://poj.org/problem?id=3263>

题目描述:

有 N 头牛站成一行，两头牛能够相互看见，当且仅当它们中间的牛身高都比它们矮。

已知最高的牛是第 P 头，身高为 H，还知道 R 对关系，每对关系表示两头牛可以相互看见。

求每头牛的身高最大可能是多少。

算法原理: 线性差分数组

这是一个线性差分数组的经典应用。对于每对可以相互看见的牛(a, b)，它们之间的所有牛身高都要比它们矮，

也就是区间 $[a+1, b-1]$ 内的牛身高都要减 1。

差分数组的核心思想：

对于区间 $[l, r]$ 的修改操作，我们只需要：

1.  $\text{diff}[l] += d$
2.  $\text{diff}[r+1] -= d$

最后通过前缀和还原原数组。

在本题中，对于每对关系 $(a, b)$ ：

1.  $\text{diff}[a+1] -= 1$
2.  $\text{diff}[b] += 1$

最后通过前缀和计算每头牛的相对身高，然后加上最高身高  $H$  得到实际身高。

时间复杂度分析：

- 处理关系： $O(R)$
- 计算前缀和： $O(N)$

总时间复杂度： $O(N + R)$

空间复杂度分析：

- 差分数组： $O(N)$
- 去重集合： $O(R)$

总空间复杂度： $O(N + R)$

工程化考量：

1. 使用 `set` 进行关系去重，避免重复处理相同的关系
2. 使用 `sys.stdin.readline()` 进行高效输入，处理大量数据时性能优于 `input()`
3. 关系表示采用元组编码，简洁且高效

最优解分析：

线性差分数组是解决此类区间修改问题的最优解，通过  $O(1)$  的操作标记区间修改，避免了暴力遍历每个区间的所有元素，时间复杂度比暴力方法的  $O(R*N)$  有极大提升。

"""

```
def main():
```

```
 """
```

```
 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
```

```
 """
```

```
 # 读取输入
```

```
 # n: 牛的数量
```

```
 # p: 最高牛的编号
```

```
 # h: 最高牛的身高
```

```
 # r: 关系数量
```

```
 n, p, h, r = map(int, sys.stdin.readline().split())
```

```

差分数组，初始值为 0
diff[i]表示第 i 头牛相对身高与前一头牛的差值
diff = [0] * (n + 1)

用于去重，避免重复处理相同的关系
使用 set 存储已处理的关系，提高查找效率
seen = set()

处理每对关系
for i in range(r):
 a, b = map(int, sys.stdin.readline().split())

 # 确保 a < b，便于处理
 # 这样可以统一处理逻辑，无论输入顺序如何
 if a > b:
 a, b = b, a

 # 用一个元组表示一对关系，用于去重
 pair = (a, b)
 if pair in seen:
 # 如果关系已处理过，则跳过
 continue
 seen.add(pair)

 """
 差分操作：在区间(a, b)内的牛身高要减 1
 即在 a+1 位置-1，在 b 位置+1
 这样通过前缀和计算时，区间(a, b)内的元素都会减 1
 """

 diff[a + 1] -= 1
 diff[b] += 1

通过前缀和计算每头牛的相对身高，然后加上最高身高 h 得到实际身高
height 表示当前牛相对最高牛的身高差
height = 0
for i in range(1, n + 1):
 # 累加差分值，得到相对身高
 height += diff[i]
 # 输出实际身高：最高身高 + 相对身高差
 print(h + height)

if __name__ == "__main__":

```

main()

文件: Code08\_SquirrelNewHome.cpp

```
/**
 * 松鼠的新家 (洛谷 P3258)
 * 题目来源: 洛谷
 * 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P3258
 *
 * 题目描述:
 * 松鼠家族的成员需要在树上移动, 从一个节点到另一个节点。
 * 给定一棵包含 N 个节点的树, 以及 N-1 次移动操作。
 * 每次移动操作表示从节点 a 移动到节点 b, 经过的路径上的所有节点 (包括起点和终点) 都会被访问一次。
 * 求每个节点被访问的次数。
 *
 * 算法原理: 树上点差分
 * 树上差分是一种将路径操作转化为点标记操作的高效算法。
 * 对于树上的路径 u->v, 我们需要让路径上的所有节点计数加 1。
 * 通过点差分, 我们可以:
 * 1. diff[u]++
 * 2. diff[v]++
 * 3. diff[lca(u, v)]--
 * 4. diff[parent(lca(u, v))]-
 * 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记, 得到每个节点的最终计数。
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
 * - 差分标记: $O(M)$, 其中 M 是操作次数
 * - DFS 回溯统计: $O(N)$
 * 总时间复杂度: $O(N \log N + M)$, 对于本题 $M=N-1$, 所以总时间复杂度为 $O(N \log N)$
 *
 * 空间复杂度分析:
 * - 树的存储: $O(N)$
 * - LCA 倍增数组: $O(N \log N)$
 * - 差分数组: $O(N)$
 * 总空间复杂度: $O(N \log N)$
 *
 * 工程化考量:
 * 1. 使用链式前向星存储树结构, 节省空间
 * 2. 使用 scanf/printf 进行高效输入输出, 避免 cin/cout 的性能开销
 * 3. 预处理 log2 值, 优化倍增数组的大小
```

```
* 4. 递归 DFS 实现简洁明了，但需注意在 C++ 中递归深度过大可能导致栈溢出
* 5. 注意全局变量的初始化和数组大小的设置
*
* 最优解分析：
* 树上差分是解决此类路径覆盖问题的最优解，相比暴力遍历每条路径的 $O(N \times M)$ 复杂度，
* 树上差分可以将时间复杂度优化到 $O(N \log N)$ ，在大规模数据下效率提升显著。
*/
```

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <algorithm>
```

```
using namespace std;
```

```
/**
 * 松鼠的新家（洛谷 P3258） - C++ 实现
 * 树上点差分算法的经典应用
 */
```

```
/**
 * 最大节点数，根据题目数据范围设定
 * 题目中 N 最大为 $3e5$ ，设置为 300001 以避免越界
 */
```

```
const int MAXN = 300001;
```

```
/**
 * 倍增数组的最大级别
 * $2^{19} = 524,288 > 3e5$ ，足够处理最大节点数
 */
```

```
const int MAX_LEVEL = 19;
```

```
/**
 * 全局变量声明
 */
```

```
int n; // 节点数
int max_level; // 倍增数组的最大级别
int visit_order[MAXN]; // 存储节点访问顺序
```

```
/**
 * 差分数组，用于记录每个节点的差分标记
 */
int diff[MAXN];
```

```

/**
 * 链式前向星存储树结构
 * head[u]: 节点 u 的第一条边
 * next_edge[e]: 边 e 的下一条边
 * to[e]: 边 e 的目标节点
 * edge_count: 边计数器
 */
int head[MAXN], next_edge[MAXN << 1], to_[MAXN << 1], edge_count;

/**
 * LCA 相关数组
 * depth[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
int depth[MAXN];
int stjump[MAXN][MAX_LEVEL];

// 函数声明
int find_lca(int a, int b);
void calculate_access_counts(int u, int parent);

/**
 * 计算 $\log_2(n)$ 的整数部分，用于确定倍增数组需要的最大级别
 *
 * @param n 输入的节点数
 * @return 最大的 k 使得 $2^k \leq n/2$
 *
 * 该函数通过位运算高效计算 \log_2 值，避免使用浮点数运算
 */
int calculate_max_level(int n) {
 int result = 0;
 while ((1 << result) <= (n >> 1)) {
 result++;
 }
 return result;
}

/**
 * 初始化树结构和相关数据
 *
 * 功能：
 * 1. 计算倍增数组所需的最大级别
 * 2. 初始化差分数组和邻接表

```

```

* 3. 重置边计数器
*
* 注意:
* 在 C++ 中, 全局变量会被自动初始化为 0, 这里显式初始化确保正确性
*/
void initialize_tree() {
 max_level = calculate_max_level(n);
 for (int i = 0; i < MAXN; i++) {
 diff[i] = 0;
 head[i] = 0;
 }
 edge_count = 1; // 边编号从 1 开始, 方便链式前向星操作
}

/**
* 向树中添加一条无向边
*
* @param u 边的起始节点
* @param v 边的结束节点
*
* 注意:
* 由于树是无向的, 通常需要调用两次 add_edge(u, v) 和 add_edge(v, u)
* 这里只实现了单向添加, 在 main 函数中需要双向添加
*/
void add_edge(int u, int v) {
 next_edge[edge_count] = head[u];
 to[edge_count] = v;
 head[u] = edge_count++;
}

/**
* 预处理 LCA 所需的数据结构
* 通过深度优先搜索, 记录每个节点的深度和倍增跳跃数组
*
* @param u 当前处理的节点
* @param parent 当前节点的父节点
*
* 时间复杂度: $O(N \log N)$, 每个节点需要处理 $\log N$ 次倍增跳跃
*/
void preprocess_lca(int u, int parent) {
 // 设置当前节点的深度 (父节点深度+1)
 depth[u] = depth[parent] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点

```

```

stjump[u][0] = parent;

// 预处理倍增数组，stjump[u][p]表示u的 2^p 级祖先
// 利用动态规划的思想：u的 2^p 级祖先 = u的 $2^{(p-1)}$ 级祖先的 $2^{(p-1)}$ 级祖先
for (int p = 1; p <= max_level; p++) {
 // 确保不会越界到根节点的父节点(0)
 if (stjump[u][p-1] != 0) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p-1]][p-1];
 }
}

// 深度优先遍历所有子节点
for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 int v = to[e];
 // 避免回到父节点，造成无限递归
 if (v != parent) {
 preprocess_lca(v, u);
 }
}
}

/**
 * 主函数，处理输入、算法执行和输出
 *
 * 输入格式：
 * - 第一行：一个整数 n，表示节点数
 * - 第二行：n 个整数，表示访问顺序
 * - 接下来 n-1 行：每行两个整数 u 和 v，表示树中的一条无向边
 *
 * 输出格式：
 * - 输出 n 行，每行一个整数，表示对应节点被访问的次数
 */
int main() {
 // 读取节点数量
 scanf("%d", &n);

 // 初始化数据结构
 initialize_tree();

 // 读取每个节点的访问顺序
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 scanf("%d", &visit_order[i]);
 }
}

```



```

// 读取树的边，构建无向树
for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 scanf("%d%d", &u, &v);
 add_edge(u, v);
 add_edge(v, u); // 无向树需要添加双向边
}

// 预处理 LCA 所需的数据（根节点设为 1）
preprocess_lca(1, 0);

// 处理每次移动操作 - 执行树上点差分
for (int i = 1; i < n; i++) {
 int u = visit_order[i]; // 当前移动的起点
 int v = visit_order[i + 1]; // 当前移动的终点
 int lca_node = find_lca(u, v); // 计算 u 和 v 的最近公共祖先
 int lca_father = stjump[lca_node][0]; // LCA 的父节点

 /**
 * 树上点差分核心操作：
 * 对于路径 u->v，我们希望路径上的所有节点计数加 1
 * 通过差分技巧，我们只需要修改四个点：
 * 1. diff[u]++ - 在起点增加标记
 * 2. diff[v]++ - 在终点增加标记
 * 3. diff[lca_node]-- - 在 LCA 处抵消一次（因为 u 和 v 都会到达 LCA）
 * 4. diff[lca_father]-- - 在 LCA 的父节点处抵消一次
 */
 diff[u]++;
 diff[v]++;
 diff[lca_node]--;
 // 注意：根节点的父节点是 0，不需要对 0 进行操作
 if (lca_father != 0) {
 diff[lca_father]--;
 }
}

// 执行 DFS 回溯，计算每个节点的最终访问次数
calculate_access_counts(1, 0);

// 输出结果，需要注意题目中的特殊处理
/**
 * 为什么需要特殊处理？
 * 因为题目中松鼠的移动路径是连续的，除了最后一个终点外，

```

```

* 每个节点如果是某次移动的终点，它也会是下一次移动的起点。
* 但实际上，松鼠在移动时，起点只算一次访问，而不是两次。
* 因此，除了最后一个节点外，其他节点的访问次数需要减 1。
*/
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 // 最后一个节点（即 visit_order[n]）不需要减 1
 if (i == visit_order[n]) {
 printf("%d\n", diff[i]);
 } else {
 // 其他节点需要减 1
 printf("%d\n", diff[i] - 1);
 }
}

return 0;
}

/**
* 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先 (LCA)
*
* @param a 第一个节点
* @param b 第二个节点
* @return a 和 b 的最近公共祖先
*
* 算法步骤：
* 1. 确保 a 的深度不小于 b
* 2. 将 a 向上跳跃到与 b 同一深度
* 3. 如果此时 a==b，则直接返回 a 作为 LCA
* 4. 否则，a 和 b 同时向上跳跃，直到它们的父节点相同
* 5. 返回最终的父节点作为 LCA
*
* 时间复杂度：O(log N)，每次查询最多跳跃 log N 次
*/
int find_lca(int a, int b) {
 // 步骤 1: 确保 a 的深度不小于 b
 if (depth[a] < depth[b]) {
 // 交换 a 和 b
 swap(a, b);
 }

 // 步骤 2: 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 // 从最高级别开始尝试跳跃，确保最大步长
 for (int p = max_level; p >= 0; p--) {

```

```

 // 只有当跳跃后的深度不小于 b 的深度时才跳跃
 if (stjump[a][p] != 0 && depth[stjump[a][p]] >= depth[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 步骤 3: 如果 a 和 b 相遇, 说明找到了 LCA
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 步骤 4: 同时向上跳跃, 直到找到 LCA 的直接子节点
 for (int p = max_level; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 步骤 5: 返回它们的父节点作为 LCA
 return stjump[a][0];
}

```

```

/**
 * 计算每个节点的最终访问次数
 * 通过深度优先搜索回溯, 累加子节点的差分标记
 * 这是树上差分的关键步骤, 将局部标记转化为全局计数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param parent 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度: O(N), 每个节点和边只被访问一次
 *
 * 注意: 该 DFS 必须在所有差分标记完成后执行
 */
void calculate_access_counts(int u, int parent) {
 // 步骤 1: 先递归处理所有子节点
 // 采用后序遍历的方式, 确保子节点的计数先计算完成
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 int v = to_[e];
 if (v != parent) {
 calculate_access_counts(v, u);
 }
 }
}

```

```

 }

 // 步骤 2: 将子节点的访问次数累加到当前节点
 // 这一步实现了差分标记的传播和累加
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 int v = to_[e];
 if (v != parent) {
 diff[u] += diff[v];
 }
 }
}
}

```

=====

文件: Code08\_SquirrelNewHome.java

=====

```
package class122;
```

```
/**
```

```
* 松鼠的新家 (洛谷 P3258)
```

```
* 题目来源: 洛谷
```

```
* 题目链接: https://www.luogu.com.cn/problem/P3258
```

```
*
```

```
* 题目描述:
```

```
* 松鼠家族的成员需要在树上移动, 从一个节点到另一个节点。
```

```
* 给定一棵包含 N 个节点的树, 以及 N-1 次移动操作。
```

```
* 每次移动操作表示从节点 a 移动到节点 b, 经过的路径上的所有节点 (包括起点和终点) 都会被访问一次。
```

```
* 求每个节点被访问的次数。
```

```
*
```

```
* 算法原理: 树上点差分
```

```
* 树上差分是一种将路径操作转化为点标记操作的高效算法。
```

```
* 对于树上的路径 u->v, 我们需要让路径上的所有节点计数加 1。
```

```
* 通过点差分, 我们可以:
```

```
* 1. diff[u]++
```

```
* 2. diff[v]++
```

```
* 3. diff[lca(u, v)]--
```

```
* 4. diff[parent(lca(u, v))]
```

```
* 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记, 得到每个节点的最终计数。
```

```
*
```

```
* 时间复杂度分析:
```

```
* - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
```

```
* - 差分标记: $O(M)$, 其中 M 是操作次数
```

```
* - DFS 回溯统计: $O(N)$
```

\* 总时间复杂度： $O(N \log N + M)$ ，对于本题  $M=N-1$ ，所以总时间复杂度为  $O(N \log N)$

\*

\* 空间复杂度分析：

\* - 树的存储： $O(N)$

\* - LCA 倍增数组： $O(N \log N)$

\* - 差分数组： $O(N)$

\* 总空间复杂度： $O(N \log N)$

\*

\* 工程化考量：

\* 1. 使用链式前向星存储树结构，节省空间

\* 2. 采用 `BufferedReader + StreamTokenizer` 进行快速输入，提高处理大数据的能力

\* 3. 使用 `PrintWriter` 进行高效输出

\* 4. 预处理  $\log_2$  值，优化倍增数组的大小

\* 5. 递归 DFS 实现简洁明了，但需注意递归深度问题

\*

\* 最优解分析：

\* 树上差分是解决此类路径覆盖问题的最优解，相比暴力遍历每条路径的  $O(N*M)$  复杂度，

\* 树上差分可以将时间复杂度优化到  $O(N \log N)$ ，在大规模数据下效率提升显著。

\*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;

public class Code08_SquirrelNewHome {

 /**
 * 最大节点数，根据题目数据范围设定
 * 题目中 N 最大为 $3e5$ ，设置为 300001 以避免越界
 */
 public static final int MAXN = 300001;

 /**
 * 倍增数组的大小限制
 * $2^{19} = 524,288 > 3e5$ ，足够处理最大节点数
 */
 public static final int LIMIT = 19;

 // 节点数量
```

```

public static int n;

// 倍增数组的幂次
public static int power;

/**
 * 计算 $\log_2(n)$ 的整数部分，用于确定倍增数组需要的最大幂次
 *
 * @param n 输入的节点数
 * @return 最大的 k 使得 $2^k \leq n/2$
 *
 * 该方法通过位运算高效计算 \log_2 值，避免使用 Math.log 函数带来的精度问题
 */
public static int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

// 差分数组，用于记录每个节点被访问的次数
public static int[] diff = new int[MAXN];

// 链式前向星存储树结构
public static int[] head = new int[MAXN];
// 使用 next_edge 避免与关键字冲突
public static int[] next_edge = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int edgeCount;

// 深度数组和倍增跳跃数组，用于 LCA 计算
public static int[] depth = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 初始化函数，重置数据结构
 *
 * 功能：
 * 1. 计算倍增数组所需的最大幂次
 * 2. 初始化差分数组和邻接表
 * 3. 重置边计数器
 */

```

```

public static void build() {
 power = log2(n);
 // 只初始化有效范围的数组元素，提高效率
 Arrays.fill(diff, 1, n + 1, 0);
 edgeCount = 1; // 边编号从1开始
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
}

/**
 * 向树中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的起始节点
 * @param v 边的结束节点
 *
 * 注意：由于树是无向的，需要调用两次 addEdge(u, v) 和 addEdge(v, u)
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 next_edge[edgeCount] = head[u];
 to[edgeCount] = v;
 head[u] = edgeCount++;
}

/**
 * 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
 * 该 DFS 构建 LCA 所需的数据结构
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度：O(N log N)，每个节点需要处理 log N 次倍增跳跃
 */
public static void dfs1(int u, int f) {
 // 设置当前节点的深度（父节点深度+1）
 depth[u] = depth[f] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点
 stjump[u][0] = f;

 // 预处理倍增数组，stjump[u][p]表示u的2^p级祖先
 // 利用动态规划的思想：u的2^p级祖先 = u的2^(p-1)级祖先的2^(p-1)级祖先
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }
}

```

```

// 深度优先遍历所有子节点
for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 int v = to[e];
 // 避免回到父节点，造成无限递归
 if (v != f) {
 dfs1(v, u);
 }
}
}

```

```

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先(LCA)
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 和 b 的最近公共祖先
 *
 * 算法步骤:
 * 1. 确保 a 的深度不小于 b
 * 2. 将 a 向上跳跃到与 b 同一深度
 * 3. 如果此时 a==b，则直接返回 a 作为 LCA
 * 4. 否则，a 和 b 同时向上跳跃，直到它们的父节点相同
 * 5. 返回最终的父节点作为 LCA
 *
 * 时间复杂度: $O(\log N)$ ，每次查询最多跳跃 $\log N$ 次
 */
public static int lca(int a, int b) {
 // 步骤 1: 确保 a 的深度不小于 b
 if (depth[a] < depth[b]) {
 // 交换 a 和 b
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }

 // 步骤 2: 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 // 从最高幂次开始尝试跳跃，确保最大步长
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 // 只有当跳跃后的深度不小于 b 的深度时才跳跃
 if (depth[stjump[a][p]] >= depth[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }
}

```



```

// 步骤 3: 如果 a 和 b 相遇, 说明找到了 LCA
if (a == b) {
 return a;
}

// 步骤 4: 同时向上跳跃, 直到找到 LCA 的直接子节点
for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
}

// 步骤 5: 返回它们的父节点作为 LCA
return stjump[a][0];
}

/**
 * 第二次 DFS, 通过回溯累加子节点的差分标记, 计算每个节点被访问的最终次数
 * 这是树上差分的关键步骤, 将局部标记转化为全局计数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 *
 * 时间复杂度: O(N), 每个节点和边只被访问一次
 *
 * 注意: 该 DFS 必须在所有差分标记完成后执行
 */
public static void dfs2(int u, int f) {
 // 步骤 1: 先递归处理所有子节点
 // 采用后序遍历的方式, 确保子节点的计数先计算完成
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next_edge[e]) {
 v = to[e];
 if (v != f) {
 dfs2(v, u);
 }
 }

 // 步骤 2: 将子节点的访问次数累加到当前节点
 // 这一步实现了差分标记的传播和累加
 for (int e = head[u], v; e != 0; e = next_edge[e]) {
 v = to[e];

```

```

 if (v != f) {
 diff[u] += diff[v];
 }
 }
}

```

// 注意：此时 diff[u] 已经包含了该节点的所有子树中的差分标记累加结果  
 // 对于根节点，其 diff 值即为整个树的总覆盖次数

```

}

```

```

/**

```

```

 * 主函数，处理输入、算法执行和输出

```

```

 *

```

```

 * 输入格式：

```

```

 * 第一行：节点数 n

```

```

 * 第二行：n 个整数，表示节点访问顺序

```

```

 * 接下来 n-1 行：每行两个整数，表示树的边

```

```

 *

```

```

 * 输出格式：

```

```

 * 输出 n 行，每行一个整数，表示每个节点被访问的次数

```

```

 */

```

```

public static void main(String[] args) throws IOException {

```

```

// 使用高效的输入输出方式

```

```

 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));

```

```

 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);

```

```

 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

```

```

// 读取节点数量

```

```

 in.nextToken();

```

```

 n = (int) in.nval;

```

```

// 初始化

```

```

 build();

```

```

// 读取每个节点的访问顺序

```

```

 int[] order = new int[n + 1];

```

```

 for (int i = 1; i <= n; i++) {

```

```

 in.nextToken();

```

```

 order[i] = (int) in.nval;

```

```

 }

```

```

// 读取树的边，构建无向树

```

```

 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {

```

```

 in.nextToken();

```

```

 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 无向树需要添加双向边
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u);
}

// 预处理深度和倍增数组（根节点设为 1）
dfs1(1, 0);

// 处理每次移动操作 - 执行树上点差分
for (int i = 1, u, v, lcaNode, lcaFather; i < n; i++) {
 u = order[i]; // 当前移动的起点
 v = order[i + 1]; // 当前移动的终点
 lcaNode = lca(u, v); // 计算 u 和 v 的最近公共祖先
 lcaFather = stjump[lcaNode][0]; // LCA 的父节点

 /**
 * 树上点差分核心操作：
 * 对于路径 u->v，我们希望路径上的所有节点计数加 1
 * 通过差分技巧，我们只需要修改四个点：
 * 1. diff[u]++ - 在起点增加标记
 * 2. diff[v]++ - 在终点增加标记
 * 3. diff[lca_node]-- - 在 LCA 处抵消一次（因为 u 和 v 都会到达 LCA）
 * 4. diff[lcafather]-- - 在 LCA 的父节点处抵消一次
 *
 * 这样，当执行 dfs2 回溯累分时，整个路径上的节点都会被正确计数
 */
 diff[u]++;
 diff[v]++;
 diff[lcaNode]--;
 diff[lcaFather]--;
}

// 执行第二次 DFS，通过回溯累加子节点的差分标记，计算每个节点的最终访问次数
dfs2(1, 0);

// 输出结果，需要注意题目中的特殊处理
/**
 * 为什么需要特殊处理？
 * 因为题目中松鼠的移动路径是连续的，除了最后一个终点外，
 * 每个节点如果是某次移动的终点，它也会是下一次移动的起点。

```

\* 但实际上，松鼠在移动时，起点只算一次访问，而不是两次。

\* 因此，除了最后一个节点外，其他节点的访问次数需要减 1。

\*/

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 // 最后一个节点（即 order[n]）不需要减 1
 if (i == order[n]) {
 out.println(diff[i]);
 } else {
 // 其他节点需要减 1
 out.println(diff[i] - 1);
 }
}
```

// 关闭资源

out.flush();

out.close();

br.close();

}

}

=====

文件: Code08\_SquirrelNewHome.py

=====

# 松鼠的新家（洛谷 P3258）

# 题目来源：洛谷

# 题目链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3258>

"""

松鼠的新家问题（树上点差分算法实现）

题目描述：

松鼠家族的成员需要在树上移动，从一个节点到另一个节点。

给定一棵包含  $N$  个节点的树，以及  $N-1$  次移动操作。

每次移动操作表示从节点  $a$  移动到节点  $b$ ，经过的路径上的所有节点（包括起点和终点）都会被访问一次。

求每个节点被访问的次数。

算法原理：树上点差分

树上差分是一种将路径操作转化为点标记操作的高效算法。

对于树上的路径  $u \rightarrow v$ ，我们需要让路径上的所有节点计数加 1。

通过点差分，我们可以：

1.  $\text{diff}[u]++$  - 在起点增加标记
2.  $\text{diff}[v]++$  - 在终点增加标记

3.  $\text{diff}[\text{lca}(u, v)]--$  - 在 LCA 处抵消一次（因为  $u$  和  $v$  都会到达 LCA）
  4.  $\text{diff}[\text{parent}(\text{lca}(u, v))]$ -- - 在 LCA 的父节点处抵消一次
- 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记，得到每个节点的最终计数。

时间复杂度分析：

- 预处理 LCA:  $O(N \log N)$
- 差分标记:  $O(M)$ ，其中  $M$  是操作次数
- DFS 回溯统计:  $O(N)$

总时间复杂度:  $O(N \log N + M)$ ，对于本题  $M=N-1$ ，所以总时间复杂度为  $O(N \log N)$

空间复杂度分析：

- 树的存储:  $O(N)$
- LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$
- 差分数组:  $O(N)$

总空间复杂度:  $O(N \log N)$

工程化考量：

1. 使用邻接表存储树结构，Python 中使用 `defaultdict(list)` 实现
2. 使用 `sys.stdin.read` 进行一次性读取，避免多次 IO 操作
3. 预处理  $\log_2$  值，优化倍增数组的大小
4. 递归 DFS 在 Python 中存在递归深度限制，对于大规模数据（>1000 层）可能需要使用非递归 DFS
5. 注意 Python 中的索引从 0 开始还是从 1 开始的问题

最优解分析：

树上差分是解决此类路径覆盖问题的最优解，相比暴力遍历每条路径的  $O(N*M)$  复杂度，树上差分可以将时间复杂度优化到  $O(N \log N)$ ，在大规模数据下效率提升显著。

"""

```
import sys
import math
from collections import defaultdict
```

```
class SquirrelTreeSolver:
```

```
 """
```

```
 松鼠的新家问题求解器
```

```
 该类实现了树上点差分算法，通过两次 DFS 和 LCA（最近公共祖先）计算，
 可以在 $O(N \log N)$ 的时间复杂度内高效解决树上路径覆盖问题。
```

```
 """
```

```
最大倍增层数， $2^{19} = 524,288 > 3e5$ ，足够处理题目中最大数据范围
MAX_LEVEL = 19
```

```

def __init__(self, n):
 """
 初始化树差分数据结构

 参数:
 n: 节点数量
 """
 self.n = n
 # 计算最大的幂次, 确保 $2^{\text{power}} > n$
 self.max_level = math.floor(math.log2(n)) + 1
 # 确保不超过预定义的最大层数
 self.max_level = min(self.max_level, self.MAX_LEVEL)
 # 差分数组, 索引从 1 开始 (与题目节点编号保持一致)
 self.diff = [0] * (n + 1)
 # 邻接表存储树结构
 self.tree = defaultdict(list)
 # 深度数组, 记录每个节点的深度
 self.depth = [0] * (n + 1)
 # 父节点数组, 记录每个节点的直接父节点
 self.parent = [0] * (n + 1)
 # 倍增数组, stjump[u][p] 表示 u 的 2^p 级祖先
 self.stjump = [[0] * (self.MAX_LEVEL + 1) for _ in range(n + 1)]

def add_edge(self, u, v):
 """
 向树中添加一条无向边

 参数:
 u: 边的起始节点
 v: 边的结束节点

 说明: 由于树是无向的, 需要在两个方向都添加边,
 这样在遍历树时可以双向访问相邻节点。
 """
 self.tree[u].append(v)
 self.tree[v].append(u)

def _preprocess_lca(self, u, parent_node):
 """
 第一次 DFS, 预处理每个节点的深度、父节点和倍增跳跃数组

 参数:
 u: 当前处理的节点
 """

```

parent\_node: 当前节点的父节点

说明：该方法通过深度优先搜索构建 LCA 算法所需的数据结构，包括每个节点的深度信息和倍增跳跃表。

"""

```
设置当前节点的深度（父节点深度+1）
self.depth[u] = self.depth[parent_node] + 1
设置当前节点的父节点
self.parent[u] = parent_node
设置当前节点的直接父节点（2^0 级祖先）
self.stjump[u][0] = parent_node

预处理倍增数组
利用动态规划思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 2^(p-1) 级祖先的 2^(p-1) 级祖先
从 p=1 开始，直到最大层数
for p in range(1, self.max_level + 1):
 # 确保不会越界，根节点的祖先仍为 0
 if self.stjump[u][p-1] != 0:
 self.stjump[u][p] = self.stjump[self.stjump[u][p-1]][p-1]
 else:
 # 当祖先不存在时，保持为 0
 self.stjump[u][p] = 0

递归处理所有子节点
for v in self.tree[u]:
 # 避免回到父节点，造成无限递归
 if v != parent_node:
 self._preprocess_lca(v, u)
```

```
def _find_lca(self, a, b):
```

"""

使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先

参数：

a: 第一个节点

b: 第二个节点

返回：

a 和 b 的最近公共祖先节点编号

算法步骤：

1. 确保 a 的深度不小于 b
2. 将 a 向上跳到与 b 同一深度

3. 如果此时  $a=b$ ，则直接返回  $a$  作为 LCA
4. 否则， $a$  和  $b$  同时向上跳跃，直到它们的父节点相同
5. 返回最终的父节点作为 LCA

"""

# 步骤 1: 确保  $a$  的深度不小于  $b$

```
if self.depth[a] < self.depth[b]:
 a, b = b, a
```

# 步骤 2: 将  $a$  向上跳到与  $b$  同一深度

# 从最高幂次开始尝试跳跃，确保最大步长

```
for p in range(self.max_level, -1, -1):
 # 只有当跳跃后的深度不小于 b 的深度时才跳跃
 if self.depth[self.stjump[a][p]] >= self.depth[b]:
 a = self.stjump[a][p]
```

# 步骤 3: 如果  $a$  和  $b$  相遇，说明找到了 LCA

```
if a == b:
 return a
```

# 步骤 4: 同时向上跳跃，直到找到 LCA 的直接子节点

```
for p in range(self.max_level, -1, -1):
 if self.stjump[a][p] != self.stjump[b][p]:
 a = self.stjump[a][p]
 b = self.stjump[b][p]
```

# 步骤 5: 返回它们的父节点作为 LCA

```
return self.stjump[a][0]
```

```
def _compute_diff_accumulation(self, u, parent_node):
```

"""

第二次 DFS，通过回溯累加子节点的差分标记，计算每个节点被访问的最终次数

参数:

$u$ : 当前处理的节点

$parent\_node$ : 当前节点的父节点

说明: 该方法通过后序遍历，将子节点的差分标记累加到父节点，是树上差分算法的关键步骤，将局部标记转化为全局计数。

注意: 该 DFS 必须在所有差分标记完成后执行。

"""

# 步骤 1: 先递归处理所有子节点

# 采用后序遍历的方式，确保子节点的计数先计算完成

```
for v in self.tree[u]:
```



```

 if v != parent_node:
 self._compute_diff_accumulation(v, u)

```

# 步骤 2: 将子节点的访问次数累加到当前节点

# 这一步实现了差分标记的传播和累加, 使得路径上的所有节点都能被正确计数

```

for v in self.tree[u]:
 if v != parent_node:
 self.diff[u] += self.diff[v]

```

```

def process_movements(self, movement_order):

```

```

 """

```

处理所有移动操作, 执行树上点差分

参数:

movement\_order: 节点访问顺序列表 (索引从 1 开始)

说明: 对于每一条移动路径  $u \rightarrow v$ , 执行树上点差分操作,  
通过修改四个关键点的差分值, 实现路径覆盖标记。

```

 """

```

```

for i in range(1, self.n):
 u = movement_order[i] # 当前移动的起点
 v = movement_order[i + 1] # 当前移动的终点
 lca_node = self._find_lca(u, v) # 计算 u 和 v 的最近公共祖先
 lca_father = self.stjump[lca_node][0] # LCA 的父节点

```

```

 """

```

树上点差分核心操作:

对于路径  $u \rightarrow v$ , 我们希望路径上的所有节点计数加 1

通过差分技巧, 我们只需要修改四个点:

1.  $\text{diff}[u]++$  - 在起点增加标记
2.  $\text{diff}[v]++$  - 在终点增加标记
3.  $\text{diff}[\text{lca\_node}]--$  - 在 LCA 处抵消一次 (因为  $u$  和  $v$  都会到达 LCA)
4.  $\text{diff}[\text{lca\_father}]--$  - 在 LCA 的父节点处抵消一次

这种标记方式的原理是:

- 在  $u$  和  $v$  增加标记, 相当于在  $u$  到根和  $v$  到根的路径上都增加了标记
- 在 LCA 和其父亲减少标记, 是为了抵消重复计算的部分
- 最终通过 DFS 累加, 每个节点的差分值就是其在所有路径中的覆盖次数

```

 """

```

```

self.diff[u] += 1
self.diff[v] += 1
self.diff[lca_node] -= 1
根节点的父节点是 0, 不需要处理

```

```

 if lca_father != 0:
 self.diff[lca_father] -= 1

```

```

def solve(self, movement_order):

```

```

 """

```

解决松鼠的新家问题，获取每个节点的访问次数

参数:

movement\_order: 节点访问顺序列表（索引从 1 开始）

返回:

每个节点的最终访问次数列表

处理流程:

1. 执行第二次 DFS，累加差分标记
2. 处理特殊情况：除最后一个节点外，其他节点需要减 1

```

 """

```

# 执行第二次 DFS，通过回溯累加子节点的差分标记

```

self._compute_diff_accumulation(1, 0)

```

# 处理特殊情况，除了最后一个节点外，其他节点的访问次数需要减 1

# 原因：松鼠的移动是连续的，除了最后一个终点外，每个节点如果是某次移动的终点，

# 它也会是下一次移动的起点。但在题目中，这种情况下节点只应被计数一次，而不是两次。

```

result = []

```

```

last_node = movement_order[self.n] # 最后一个访问的节点

```

```

for i in range(1, self.n + 1):

```

```

 if i == last_node:

```

```

 # 最后一个节点不需要减 1

```

```

 result.append(self.diff[i])

```

```

 else:

```

```

 # 其他节点需要减 1

```

```

 result.append(self.diff[i] - 1)

```

```

return result

```

```

def main():

```

```

 """

```

主函数，处理输入、算法执行和输出

输入格式:

第一行：节点数 n

第二行：n 个整数，表示松鼠访问节点的顺序

接下来 n-1 行：每行两个整数，表示树的边

输出格式:

输出 n 行，每行一个整数，表示每个节点被访问的次数

"""

# 设置递归深度限制，避免大规模数据下栈溢出

sys.setrecursionlimit(1 << 25)

# 使用 sys.stdin.read 一次性读取所有输入，提高性能

input = sys.stdin.read

tokens = input().split()

ptr = 0 # 指针，用于遍历 tokens

# 读取节点数量

n = int(tokens[ptr])

ptr += 1

# 读取访问顺序（索引从 1 开始，与题目节点编号保持一致）

movement\_order = [0] \* (n + 1)

for i in range(1, n + 1):

    movement\_order[i] = int(tokens[ptr])

    ptr += 1

# 创建求解器实例

solver = SquirrelTreeSolver(n)

# 读取树的边，构建邻接表

for \_ in range(n - 1):

    u = int(tokens[ptr])

    v = int(tokens[ptr + 1])

    solver.add\_edge(u, v)

    ptr += 2

# 预处理 LCA 所需的数据（以节点 1 为根）

solver.\_preprocess\_lca(1, 0)

# 处理所有移动操作，执行树上点差分

solver.process\_movements(movement\_order)

# 获取每个节点的最终访问次数

result = solver.solve(movement\_order)

# 输出结果，每个节点占一行

print('\n'.join(map(str, result)))

```
if __name__ == '__main__':
 main()
```

```
=====

文件: Code09_AlienStone.cpp

=====
```

```
// 异象石 (LOJ 10132)
// 题目描述:
// 在一个圆上有 n 个点, 按顺时针编号为 0 到 n-1。
// 有 m 次操作, 每次操作会在两个点之间连一条弦。
// 每次操作后, 求所有弦将圆分割成多少个区域。
// 测试链接 : https://loj.ac/problem/10132

const int MAXN = 100001;
const int LIMIT = 17;

int n, power;

// 链式前向星存储树结构
int head[MAXN], next[MAXN << 1], to[MAXN << 1], cnt;

// 深度数组和倍增跳跃数组, 用于 LCA 计算
int deep[MAXN];
int stjump[MAXN][LIMIT];

// 子树大小数组
int size[MAXN];

// dfs 序数组
int dfn[MAXN];
int dfn2[MAXN];
int dfc;

// 虚树相关
int stack[MAXN];
int top;

// 被选中的点数组
int chosen[MAXN];
int chosen_cnt;
```

// 计算  $\log_2(n)$  的函数

```
int log2(int n) {
 int ans = 0;
 while ((1 << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}
```

// 初始化函数

```
void build() {
 power = log2(n);
 cnt = 1;
 for (int i = 0; i <= n; i++) {
 head[i] = 0;
 chosen[i] = 0;
 }
 dfc = 0;
 chosen_cnt = 0;
}
```

// 添加边的函数

```
void addEdge(int u, int v) {
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}
```

// 第一次 DFS，预处理深度、dfs 序和子树大小

```
void dfs1(int u, int f) {
 deep[u] = deep[f] + 1;
 stjump[u][0] = f;
 dfn[u] = ++dfc;
 size[u] = 1;
 // 预处理倍增数组
 for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }
 // 遍历所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 size[u] += size[to[e]];
 }
 }
}
```

```

 }
}
dfn2[u] = dfc;
}

```

// 计算最近公共祖先 (LCA)

```

int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 b = tmp;
 }
 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }
 // 如果 a 和 b 在同一位置, 说明 b 是 a 的祖先
 if (a == b) {
 return a;
 }
 // 同时向上跳, 直到找到最近公共祖先
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }
 return stjump[a][0];
}

```

// 计算两点间的距离

```

int dis(int a, int b) {
 int l = lca(a, b);
 return deep[a] + deep[b] - 2 * deep[l];
}

```

=====

文件: Code09\_AlienStone.java

=====

```
package class122;
```

```
/**
```

```
 * 异象石 (LOJ 10132)
```

```
 *
```

```
 * 题目来源: LibreOJ
```

```
 * 题目链接: https://loj.ac/problem/10132
```

```
 *
```

```
 * 题目描述:
```

```
 * 在一个圆上有 n 个点, 按顺时针编号为 0 到 $n-1$ 。
```

```
 * 有 m 次操作, 每次操作会在两个点之间连一条弦。
```

```
 * 每次操作后, 求所有弦将圆分割成多少个区域。
```

```
 *
```

```
 * 算法原理: 虚树 + LCA
```

```
 * 这是一个结合了虚树和 LCA 的高级树上算法问题。
```

```
 *
```

```
 * 解题思路:
```

```
 * 1. 将圆上的点按照顺时针顺序构建一棵树 (实际上是环的生成树)
```

```
 * 2. 使用虚树技术维护被选中的点集合
```

```
 * 3. 通过计算虚树上所有边的长度之和来确定区域数量
```

```
 * 4. 区域数量 = 边长之和 / 2 + 1
```

```
 *
```

```
 * 时间复杂度分析:
```

```
 * - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
```

```
 * - 每次操作构建虚树: $O(K \log N)$, 其中 K 是被选中点的数量
```

```
 * 总时间复杂度: $O(N \log N + M * K \log N)$
```

```
 *
```

```
 * 空间复杂度分析:
```

```
 * - 树的存储: $O(N)$
```

```
 * - LCA 倍增数组: $O(N \log N)$
```

```
 * - 虚树相关数组: $O(N)$
```

```
 * 总空间复杂度: $O(N \log N)$
```

```
 *
```

```
 * 工程化考量:
```

```
 * 1. 使用链式前向星存储树结构, 提高空间效率
```

```
 * 2. 使用虚树技术减少不必要的计算
```

```
 * 3. 使用 StreamTokenizer 进行高效输入
```

```
 * 4. 使用 HashSet 维护被选中的点集合
```

```
 *
```

```
 * 最优解分析:
```

```
 * 虚树是解决此类动态点集问题的最优解, 相比每次重新构建整个结构,
```

```
 * 虚树只关注关键点, 大大提高了效率。
```

```
 */
```

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;
import java.util.HashSet;
import java.util.Set;

public class Code09_AlienStone {

 /**
 * 最大节点数
 * 题目中 N 最大为 1e5，设置为 100001 以避免越界
 */
 public static int MAXN = 100001;

 /**
 * 倍增数组的大小限制
 * $2^{17} = 131072 > 1e5$ ，足够处理题目中的最大节点数
 */
 public static int LIMIT = 17;

 /**
 * 节点数量和最大幂次
 */
 public static int n, power;

 /**
 * 链式前向星存储树结构
 * head[u]: 节点 u 的第一条边的索引
 * next[e]: 边 e 的下一条边的索引
 * to[e]: 边 e 指向的节点
 * cnt: 当前可用的边索引
 */
 public static int[] head = new int[MAXN];
 public static int[] next = new int[MAXN << 1];
 public static int[] to = new int[MAXN << 1];
 public static int cnt;

 /**
```



```

* LCA 相关数组
* deep[u]: 节点 u 的深度
* stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
*/
public static int[] deep = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
* 子树大小数组
* size[u]: 以节点 u 为根的子树大小
*/
public static int[] size = new int[MAXN];

/**
* DFS 序数组
* dfn[u]: 节点 u 的进入时间戳
* dfn2[u]: 节点 u 的离开时间戳
* dfc: 时间戳计数器
*/
public static int[] dfn = new int[MAXN];
public static int[] dfn2 = new int[MAXN];
public static int dfc;

/**
* 虚树相关数组
* stack: 虚树构建过程中的栈
* top: 栈顶指针
*/
public static int[] stack = new int[MAXN];
public static int top;

/**
* 被选中的点集合
*/
public static Set<Integer> chosen = new HashSet<>();

/**
* 计算 $\log_2(n)$ 的整数部分
*
* @param n 输入整数
* @return $\log_2(n)$ 的整数部分
*/
public static int log2(int n) {

```

```

 int ans = 0;
 while ((l << ans) <= (n >> 1)) {
 ans++;
 }
 return ans;
}

/**
 * 初始化算法所需的数据结构
 * 设置数组初始值，准备处理新的测试用例
 */
public static void build() {
 power = log2(n);
 // 边索引从 1 开始，0 表示没有边
 cnt = 1;
 // 初始化链式前向星的 head 数组
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0);
 // 重置时间戳计数器
 dfc = 0;
 // 清空被选中的点集合
 chosen.clear();
}

/**
 * 向链式前向星中添加一条无向边
 *
 * @param u 边的一个端点
 * @param v 边的另一个端点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

/**
 * 第一次 DFS，预处理深度、DFS 序和子树大小
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param f 当前节点的父节点
 */
public static void dfs1(int u, int f) {

```

```

// 设置当前节点的深度，父节点深度+1
deep[u] = deep[f] + 1;
// 设置当前节点的直接父节点（2^0 级祖先）
stjump[u][0] = f;
// 设置进入时间戳
dfn[u] = ++dfc;
// 初始化子树大小
size[u] = 1;

// 预处理倍增数组
// 利用动态规划思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 2^(p-1) 级祖先的 2^(p-1) 级祖先
for (int p = 1; p <= power; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
}

// 遍历所有子节点
for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 if (to[e] != f) {
 dfs1(to[e], u);
 // 累加子节点的子树大小
 size[u] += size[to[e]];
 }
}

// 设置离开时间戳
dfn2[u] = dfc;
}

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 和 b 的最近公共祖先
 *
 * 时间复杂度：O(log N)
 * 空间复杂度：O(1)
 */
public static int lca(int a, int b) {
 // 确保 a 的深度不小于 b
 if (deep[a] < deep[b]) {
 int tmp = a;
 a = b;
 }
}

```

```

 b = tmp;
 }

 // 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (deep[stjump[a][p]] >= deep[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 如果 a 和 b 在同一位置, 说明 b 是 a 的祖先
 if (a == b) {
 return a;
 }

 // 同时向上跳, 直到找到最近公共祖先
 for (int p = power; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 返回它们的父节点作为 LCA
 return stjump[a][0];
}

```

```

/**
 * 比较两个节点的 DFS 序
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点
 * @return a 的 DFS 序是否小于 b 的 DFS 序
 */
public static boolean cmp(int a, int b) {
 return dfn[a] < dfn[b];
}

```

```

/**
 * 计算两点间的距离
 *
 * @param a 第一个节点
 * @param b 第二个节点

```

```

 * @return a 和 b 之间的距离
 */
public static int dis(int a, int b) {
 // 计算 a 和 b 的 LCA
 int l = lca(a, b);
 // 距离 = depth[a] + depth[b] - 2 * depth[lca]
 return deep[a] + deep[b] - 2 * deep[l];
}

/**
 * 主函数，处理输入输出并调用相应的算法函数
 *
 * @param args 命令行参数
 * @throws IOException 输入输出异常
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 // 使用高效的输出方式
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数量
 in.nextToken();
 n = (int) in.nval;

 // 初始化数据结构
 build();

 // 读取树的边
 for (int i = 1, u, v; i < n; i++) {
 in.nextToken();
 u = (int) in.nval;
 in.nextToken();
 v = (int) in.nval;
 // 添加无向边
 addEdge(u, v);
 addEdge(v, u);
 }

 // 预处理深度、DFS 序和子树大小
 dfs1(1, 0);
}

```

```

// 读取操作数量
in.nextToken();
int m = (int) in.nval;

// 处理每次操作
for (int i = 1; i <= m; i++) {
 in.nextToken();
 String op = in.sval;

 if (op.equals("+")) {
 // 添加点操作
 in.nextToken();
 int x = (int) in.nval;
 chosen.add(x);
 } else if (op.equals("-")) {
 // 删除点操作
 in.nextToken();
 int x = (int) in.nval;
 chosen.remove(x);
 } else { // op.equals("?")
 // 查询操作
 if (chosen.size() <= 1) {
 // 特殊情况：选中点数小于等于 1
 out.println(chosen.size());
 } else {
 /**
 * 构建虚树并计算答案
 * 虚树是原树的一个简化版本，只包含关键点和它们的 LCA
 * 区域数量 = 虚树上所有边的长度之和/2 + 1
 */
 // 获取所有被选中的点
 int[] nodes = chosen.stream().mapToInt(Integer::intValue).toArray();
 // 按节点编号排序
 Arrays.sort(nodes);

 // 按 DFS 序排序
 Integer[] sorted = new Integer[nodes.length];
 for (int j = 0; j < nodes.length; j++) {
 sorted[j] = nodes[j];
 }
 Arrays.sort(sorted, (a, b) -> dfn[a] - dfn[b]);

 // 构建虚树

```

```

stack[0] = 1; // 根节点入栈
top = 1; // 栈顶指针
long ans = 0; // 边长之和

// 遍历所有排序后的节点
for (int j = 0; j < sorted.length; j++) {
 int u = sorted[j];
 if (top == 1) {
 // 栈中只有一个元素，直接入栈
 stack[top++] = u;
 } else {
 // 计算栈顶元素和当前节点的 LCA
 int l = lca(stack[top - 1], u);
 // 维护虚树结构
 while (top > 1 && deep[stack[top - 1]] > deep[l]) {
 if (deep[stack[top - 2]] <= deep[l]) {
 // 栈顶元素到 LCA 的距离加入答案
 ans += dis(stack[top - 1], l);
 // 更新栈顶元素为 LCA
 stack[top - 1] = l;
 break;
 } else {
 // 栈顶元素到其父节点的距离加入答案
 ans += dis(stack[top - 1], stack[top - 2]);
 // 出栈
 top--;
 }
 }
 // 如果当前节点不是栈顶元素，则入栈
 if (stack[top - 1] != u) {
 stack[top++] = u;
 }
 }
}

// 处理栈中剩余元素
while (top > 1) {
 // 栈顶元素到其父节点的距离加入答案
 ans += dis(stack[top - 1], stack[top - 2]);
 // 出栈
 top--;
}

```

```

 // 输出结果：区域数量 = 边长之和/2 + 1
 out.println(ans / 2 + 1);
 }
}

// 确保输出被刷新
out.flush();
// 关闭资源
out.close();
br.close();
}
}

```

=====

文件: Code09\_AlienStone.py

=====

```

异象石 (LOJ 10132)
题目描述:
在一个圆上有 n 个点, 按顺时针编号为 0 到 n-1。
有 m 次操作, 每次操作会在两个点之间连一条弦。
每次操作后, 求所有弦将圆分割成多少个区域。
测试链接 : https://loj.ac/problem/10132

```

```

import sys
from collections import defaultdict

```

```

读取输入
input = sys.stdin.read
tokens = input().split()

```

```

读取节点数量
n = int(tokens[0])

```

```

读取树的边
edges = []
idx = 1
for i in range(n - 1):
 u = int(tokens[idx])
 v = int(tokens[idx + 1])
 edges.append((u, v))
 idx += 2

```



```

构建邻接表表示的树
tree = defaultdict(list)
for u, v in edges:
 tree[u].append(v)
 tree[v].append(u)

深度数组和父节点数组
deep = [0] * (n + 1)
parent = [0] * (n + 1)

倍增数组的大小限制
LIMIT = 17

倍增跳跃数组，用于 LCA 计算
stjump = [[0] * LIMIT for _ in range(n + 1)]

dfs 序数组
dfn = [0] * (n + 1)
dfn2 = [0] * (n + 1)
dfc = 0

子树大小数组
size = [0] * (n + 1)

被选中的点集合
chosen = set()

计算 $\log_2(n)$ 的函数
def log2(n):
 ans = 0
 while (1 << ans) <= (n >> 1):
 ans += 1
 return ans

power = log2(n)

第一次 DFS，预处理深度、dfs 序和子树大小
def dfs1(u, f):
 global dfc
 deep[u] = deep[f] + 1
 parent[u] = f
 stjump[u][0] = f
 dfc += 1

```

```

dfn[u] = dfc
size[u] = 1
预处理倍增数组
for p in range(1, power + 1):
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1]
遍历所有子节点
for v in tree[u]:
 if v != f:
 dfs1(v, u)
 size[u] += size[v]
dfn2[u] = dfc

```

# 计算最近公共祖先 (LCA)

```

def lca(a, b):
 # 确保 a 的深度不小于 b
 if deep[a] < deep[b]:
 a, b = b, a
 # 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 for p in range(power, -1, -1):
 if deep[stjump[a][p]] >= deep[b]:
 a = stjump[a][p]
 # 如果 a 和 b 在同一位置, 说明 b 是 a 的祖先
 if a == b:
 return a
 # 同时向上跳, 直到找到最近公共祖先
 for p in range(power, -1, -1):
 if stjump[a][p] != stjump[b][p]:
 a = stjump[a][p]
 b = stjump[b][p]
 return stjump[a][0]

```

# 计算两点间的距离

```

def dis(a, b):
 l = lca(a, b)
 return deep[a] + deep[b] - 2 * deep[l]

```

# 预处理深度、dfs 序和子树大小

```

dfs1(1, 0)

```

# 读取操作数量

```

m = int(tokens[idx])
idx += 1

```

```

处理每次操作
for i in range(m):
 op = tokens[idx]
 idx += 1

 if op == "+":
 x = int(tokens[idx])
 idx += 1
 chosen.add(x)
 elif op == "-":
 x = int(tokens[idx])
 idx += 1
 chosen.discard(x)
 else: # op == "?"
 if len(chosen) <= 1:
 print(len(chosen))
 else:
 # 构建虚树并计算答案
 nodes = list(chosen)
 nodes.sort(key=lambda x: dfn[x])

 # 构建虚树
 stack = [1]
 ans = 0

 for u in nodes:
 if len(stack) == 1:
 stack.append(u)
 else:
 l = lca(stack[-1], u)
 while len(stack) > 1 and deep[stack[-1]] > deep[l]:
 if deep[stack[-2]] <= deep[l]:
 ans += dis(stack[-1], l)
 stack[-1] = l
 break
 else:
 ans += dis(stack[-1], stack[-2])
 stack.pop()
 if stack[-1] != u:
 stack.append(u)

 while len(stack) > 1:
 ans += dis(stack[-1], stack[-2])

```

```
stack.pop()
```

```
print(ans // 2 + 1)
```

```
=====
文件: Code10_AlyonaAndTree.cpp
=====
```

```
/*
 * Alyona and a tree (Codeforces 739B)
 * 算法: 倍增法 + 二分查找 + 树上差分
 *
 * 【算法原理】
 * 1. 对于每个节点 v, 我们需要找到最远的祖先 u, 使得 $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$
 * 2. 这意味着所有从 u 到 v 路径上的节点都是满足条件的祖先
 * 3. 使用树上差分标记这个区间: $\text{diff}[v]++$, $\text{diff}[\text{parent}(u)]--$
 * 4. 最后通过 DFS 回溯累加差分数组, 得到每个节点的答案
 *
 * 【复杂度分析】
 * - 时间复杂度: $O(N \log N)$
 * 预处理倍增数组: $O(N \log N)$
 * 二分查找每个节点: $O(N \log N)$
 * DFS 回溯统计: $O(N)$
 * - 空间复杂度: $O(N \log N)$
 * 链式前向星存储树: $O(N)$
 * 倍增数组 stjump 和 stsum: $O(N \log N)$
 *
 * 【工程化考量】
 * 1. 链式前向星作为高效的图存储结构, 适合树结构的实现
 * 2. 变量命名: 使用 next_edge 而非 next, 避免与 C++ 关键字冲突
 * 3. 使用 long long 类型存储距离, 避免溢出
 * 4. 边界处理: 根节点(1)的特殊处理
 *
 * 【最优解分析】
 * 此解法是本问题的最优解, 时间复杂度为 $O(N \log N)$
 * 暴力枚举每个节点的所有祖先需要 $O(N^2)$ 时间, 远不如本解法高效
 */
```

```
#include <iostream>
```

```
#include <cstdio>
```

```
using namespace std;
```

```
const int MAXN = 200001; // 最大节点数
```

```

int n; // 节点数量
int a[MAXN]; // 节点权值数组

// 链式前向星存储树结构
int head[MAXN]; // 邻接表头节点数组
int next_edge[MAXN << 1]; // 下一条边的索引（避免与 C++ 关键字冲突）
int to[MAXN << 1]; // 边的目标节点
int weight[MAXN << 1]; // 边的权值
int cnt; // 边计数器

// 深度数组和到根节点的距离数组
int deep[MAXN]; // 节点深度数组
long long dist[MAXN]; // 节点到根节点的距离数组（使用 long long 避免溢出）

// 倍增数组相关
const int LIMIT = 18; // 倍增数组的大小限制，2^18 足够处理 2e5 规模的树
int stjump[MAXN][LIMIT]; // 倍增跳跃数组，stjump[u][p] 表示 u 的 2^p 级祖先
long long stsum[MAXN][LIMIT]; // 倍增距离数组，记录跳跃的路径距离和

// 差分数组和 DFS 序相关
int diff[MAXN]; // 差分数组，用于标记区间修改
int dfn[MAXN]; // 节点的进入时间戳
int dfn2[MAXN]; // 节点的离开时间戳
int dfc; // 时间戳计数器

/**
 * 初始化数据结构
 */
void build() {
 cnt = 1; // 边计数器从 1 开始，方便链式前向星操作
 for (int i = 0; i <= n; i++) {
 head[i] = 0; // 初始化邻接表头数组
 }
 dfc = 0; // 重置时间戳计数器
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 diff[i] = 0; // 初始化差分数组
 }
}

/**
 * 添加边到树中（无向边，需要添加双向）
 * @param u 边的起点
 * @param v 边的终点

```

```

* @param w 边的权值
*/
void addEdge(int u, int v, int w) {
 next_edge[cnt] = head[u]; // 当前边的 next 指向当前 head[u]
 to[cnt] = v; // 当前边的目标节点是 v
 weight[cnt] = w; // 当前边的权值是 w
 head[u] = cnt++; // 更新 head[u] 为当前边的索引，并递增计数器
}

/**
* 第一次 DFS：预处理深度、距离和倍增数组
* @param u 当前节点
* @param f 父节点
* @param d 当前节点到根节点的距离
*/
void dfs1(int u, int f, long long d) {
 deep[u] = deep[f] + 1; // 设置当前节点深度
 dist[u] = d; // 设置当前节点到根节点的距离
 dfn[u] = ++dfc; // 设置进入时间戳
 stjump[u][0] = f; // 设置直接父节点
 stsum[u][0] = d - dist[f]; // 设置到父节点的距离

 // 预处理倍增数组
 for (int p = 1; p < LIMIT; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 stsum[u][p] = stsum[u][p - 1] + stsum[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 }

 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 if (to[e] != f) { // 避免回到父节点
 dfs1(to[e], u, d + weight[e]);
 }
 }

 dfn2[u] = dfc; // 设置离开时间戳
}

/**
* 二分查找满足条件的最远祖先
* 找到最远的祖先 u，使得 $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$
*
* @param v 当前节点

```

```

* @return 最远的满足条件的祖先节点编号
*/
int findFarthestAncestor(int v) {
 // 计算 v 节点的最远允许距离边界
 long long need = dist[v] - a[v];

 // 如果允许距离超过根节点，直接返回根节点
 if (need < 0) {
 return 1; // 根节点
 }

 int u = v; // 从 v 开始向上查找

 // 【倍增法向上查找】
 // 从最高幂次开始，尽可能向上跳，但保持祖先的距离 > need
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {
 // 确保祖先存在且其距离仍大于 need
 if (stjump[u][p] > 0 && dist[stjump[u][p]] > need) {
 u = stjump[u][p];
 }
 }

 // 最终确定最远的满足条件的祖先
 int ans;
 if (dist[u] > need) {
 ans = stjump[u][0]; // 如果当前节点距离仍大于 need，再向上跳一级
 } else {
 ans = u; // 当前节点距离已满足条件
 }

 return ans;
}

/**
* 第二次 DFS：回溯计算差分数组的累加结果
* 将子节点的差分值累加到父节点，得到每个节点的最终答案
*
* @param u 当前节点
* @param f 父节点
*/
void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {

```

```

 int v = to[e];
 if (v != f) { // 避免回到父节点
 dfs2(v, u); // 后序遍历，先处理子节点
 diff[u] += diff[v]; // 累加子节点的差分值
 }
 }
}

int main() {
 // 读取节点数量
 scanf("%d", &n);

 // 初始化数据结构
 build();

 // 读取每个节点的权值
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 scanf("%d", &a[i]);
 }

 // 读取树的边（题目中树是有根的，父节点编号小于子节点）
 for (int i = 2, p, w; i <= n; i++) {
 scanf("%d %d", &p, &w); // 读取父节点和边权
 addEdge(p, i, w); // 添加正向边
 addEdge(i, p, w); // 添加反向边（无向图）
 }

 // 预处理深度、距离和倍增数组
 dfs1(1, 0, 0); // 根节点为 1，父节点为 0（无效节点），距离为 0

 // 【树上差分标记】
 // 对每个节点 v，找到满足条件的最远祖先 u，并标记区间[u, v]
 for (int v = 1; v <= n; v++) {
 int u = findFarthestAncestor(v); // 找到最远的满足条件的祖先

 // 执行区间标记：所有从 u 到 v 的祖先都满足条件
 // 这等价于：在 v 处+1，在 u 的父节点处-1（如果 u 不是根节点）
 if (u != 1) { // 如果 u 不是根节点
 diff[stjump[u][0]]--; // u 的父节点减 1，结束区间
 diff[v]++; // v 处加 1，开始区间
 } else { // 如果 u 是根节点
 diff[v]++; // 直接在 v 处加 1，区间从根节点开始
 }
 }
}

```



```

}

// 计算差分数组的累加结果，得到每个节点的最终答案
dfs2(1, 0);

// 输出结果，每个节点的满足条件的祖先数量
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 printf("%d ", diff[i]);
}
printf("\n");

return 0;
}

```

=====

文件: Code10\_AlyonaAndTree.java

=====

```

package class122;

/*
 * Alyona and a tree (Codeforces 739B)
 * 算法：倍增法 + 二分查找 + 树上差分
 *
 * 【算法原理】
 * 1. 对于每个节点 v，我们需要找到最远的祖先 u，使得 $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$
 * 2. 这意味着所有从 u 到 v 路径上的节点都是满足条件的祖先
 * 3. 使用树上差分标记这个区间：diff[v]++, diff[parent(u)]--
 * 4. 最后通过 DFS 回溯累加差分数组，得到每个节点的答案
 *
 * 【复杂度分析】
 * - 时间复杂度：O(N log N)
 * 预处理倍增数组：O(N log N)
 * 二分查找每个节点：O(N log N)
 * DFS 回溯统计：O(N)
 * - 空间复杂度：O(N log N)
 * 链式前向星存储树：O(N)
 * 倍增数组 stjump 和 stsum：O(N log N)
 *
 * 【工程化考量】
 * 1. 链式前向星作为高效的图存储结构，适合树结构的实现
 * 2. 变量命名：使用 next_edge 而非 next，避免与 Java 关键字冲突
 * 3. 输入输出效率：使用 BufferedReader 和 PrintWriter 保证大数据量下的性能

```

\* 4. 边界处理：根节点(1)的特殊处理，以及距离计算的溢出问题  
\*  
\* **【最优解分析】**  
\* 此解法是本题的最优解，时间复杂度为  $O(N \log N)$   
\* 暴力枚举每个节点的所有祖先需要  $O(N^2)$  时间，远不如本解法高效  
\*/

```
import java.io.BufferedReader;
import java.io.IOException;
import java.io.InputStreamReader;
import java.io.OutputStreamWriter;
import java.io.PrintWriter;
import java.io.StreamTokenizer;
import java.util.Arrays;

public class Code10_AlyonaAndTree {

 // 最大节点数（根据题目约束设置）
 public static int MAXN = 200001;

 // 全局变量定义
 public static int n; // 节点数量
 public static int[] a = new int[MAXN]; // 节点权值数组，a[v]表示节点 v 的最大距离限制

 // 链式前向星存储树结构
 public static int[] head = new int[MAXN]; // 邻接表头节点数组
 public static int[] next_edge = new int[MAXN << 1]; // 下一条边的索引（避免与 Java 关键字冲突）
 public static int[] to = new int[MAXN << 1]; // 边的目标节点
 public static int[] weight = new int[MAXN << 1]; // 边的权值
 public static int cnt; // 边计数器

 // 深度数组和到根节点的距离数组
 public static int[] deep = new int[MAXN]; // 节点深度数组
 public static long[] dist = new long[MAXN]; // 节点到根节点的距离数组（使用 long 避免溢出）

 // 倍增数组相关
 public static int LIMIT = 18; // 倍增数组的大小限制， 2^{18} 足够处理 $2e5$ 规模的树
 public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT]; // 倍增跳跃数组，stjump[u][p]表示 u 的 2^p 级祖先
 public static long[][] stsum = new long[MAXN][LIMIT]; // 倍增距离数组，记录跳跃的路径距离和
```

```

// 差分数组和 DFS 序相关
public static int[] diff = new int[MAXN]; // 差分数组，用于标记区间修改
public static int[] dfn = new int[MAXN]; // 节点的进入时间戳
public static int[] dfn2 = new int[MAXN]; // 节点的离开时间戳
public static int dfc; // 时间戳计数器

/**
 * 初始化数据结构
 */
public static void build() {
 cnt = 1; // 边计数器从 1 开始，方便链式前向星操作
 Arrays.fill(head, 1, n + 1, 0); // 初始化邻接表头数组
 dfc = 0; // 重置时间戳计数器
 Arrays.fill(diff, 1, n + 1, 0); // 初始化差分数组
}

/**
 * 添加边到树中（无向边，需要添加双向）
 * @param u 边的起点
 * @param v 边的终点
 * @param w 边的权值
 */
public static void addEdge(int u, int v, int w) {
 next_edge[cnt] = head[u]; // 当前边的 next 指向当前 head[u]
 to[cnt] = v; // 当前边的目标节点是 v
 weight[cnt] = w; // 当前边的权值是 w
 head[u] = cnt++; // 更新 head[u] 为当前边的索引，并递增计数器
}

/**
 * 第一次 DFS：预处理深度、距离和倍增数组
 * @param u 当前节点
 * @param f 父节点
 * @param d 当前节点到根节点的距离
 */
public static void dfs1(int u, int f, long d) {
 deep[u] = deep[f] + 1; // 设置当前节点深度
 dist[u] = d; // 设置当前节点到根节点的距离
 dfn[u] = ++dfc; // 设置进入时间戳
 stjump[u][0] = f; // 设置直接父节点
 stsum[u][0] = d - dist[f]; // 设置到父节点的距离
}

```

```

// 预处理倍增数组
for (int p = 1; p < LIMIT; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p - 1]][p - 1];
 stsum[u][p] = stsum[u][p - 1] + stsum[stjump[u][p - 1]][p - 1];
}

// 递归处理所有子节点
for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 if (to[e] != f) { // 避免回到父节点
 dfs1(to[e], u, d + weight[e]);
 }
}

dfn2[u] = dfc; // 设置离开时间戳
}

/**
 * 二分查找满足条件的最远祖先
 * 找到最远的祖先 u, 使得 dist(u, v) <= a[v]
 *
 * @param v 当前节点
 * @return 最远的满足条件的祖先节点编号
 */
public static int find(int v) {
 // 计算 v 节点的最远允许距离边界
 long need = dist[v] - a[v];

 // 如果允许距离超过根节点, 直接返回根节点
 if (need < 0) {
 return 1; // 根节点
 }

 int u = v; // 从 v 开始向上查找

 // 【倍增法向上查找】
 // 从最高幂次开始, 尽可能向上跳, 但保持祖先的距离 > need
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {
 // 确保祖先存在且其距离仍大于 need
 if (stjump[u][p] > 0 && dist[stjump[u][p]] > need) {
 u = stjump[u][p];
 }
 }
}

```

```

// 最终确定最远的满足条件的祖先
int ans;
if (dist[u] > need) {
 ans = stjump[u][0]; // 如果当前节点距离仍大于 need，再向上跳一级
} else {
 ans = u; // 当前节点距离已满足条件
}

return ans;
}

/**
 * 第二次 DFS：回溯计算差分数组的累加结果
 * 将子节点的差分值累加到父节点，得到每个节点的最终答案
 *
 * @param u 当前节点
 * @param f 父节点
 */
public static void dfs2(int u, int f) {
 // 递归处理所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next_edge[e]) {
 int v = to[e];
 if (v != f) { // 避免回到父节点
 dfs2(v, u); // 后序遍历，先处理子节点
 diff[u] += diff[v]; // 累加子节点的差分值
 }
 }
}

public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 输入输出优化，使用快速 IO
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 StreamTokenizer in = new StreamTokenizer(br);
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数量
 in.nextToken();
 n = (int) in.nval;

 // 初始化数据结构
 build();

 // 读取每个节点的权值

```

```

for (int i = 1; i <= n; i++) {
 in.nextToken();
 a[i] = (int) in.nval;
}

// 读取树的边（题目中树是有根的，父节点编号小于子节点）
for (int i = 2, p, w; i <= n; i++) {
 in.nextToken();
 p = (int) in.nval; // 父节点
 in.nextToken();
 w = (int) in.nval; // 边权
 addEdge(p, i, w); // 添加正向边
 addEdge(i, p, w); // 添加反向边（无向图）
}

// 预处理深度、距离和倍增数组
dfs1(1, 0, 0); // 根节点为 1，父节点为 0（无效节点），距离为 0

// 【树上差分标记】
// 对每个节点 v，找到满足条件的最远祖先 u，并标记区间[u, v]
for (int v = 1; v <= n; v++) {
 int u = find(v); // 找到最远的满足条件的祖先

 // 执行区间标记：所有从 u 到 v 的祖先都满足条件
 // 这等价于：在 v 处+1，在 u 的父节点处-1（如果 u 不是根节点）
 if (u != 1) { // 如果 u 不是根节点
 diff[stjump[u][0]]--; // u 的父节点减 1，结束区间
 diff[v]++; // v 处加 1，开始区间
 } else { // 如果 u 是根节点
 diff[v]++; // 直接在 v 处加 1，区间从根节点开始
 }
}

// 计算差分数组的累加结果，得到每个节点的最终答案
dfs2(1, 0);

// 输出结果，每个节点的满足条件的祖先数量
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 out.print(diff[i] + " ");
}
out.println();

// 刷新输出流并关闭资源

```

```

 out.flush();
 out.close();
 br.close();
 }
}

```

文件: Code10\_AlyonaAndTree.py

"""

Alyona and a tree (Codeforces 739B)

算法: 倍增法 + 二分查找 + 树上差分

### 【算法原理】

1. 对于每个节点  $v$ ，我们需要找到最远的祖先  $u$ ，使得  $\text{dist}(u, v) \leq a[v]$
2. 这意味着所有从  $u$  到  $v$  路径上的节点都是满足条件的祖先
3. 使用树上差分标记这个区间:  $\text{diff}[v]++$ ,  $\text{diff}[\text{parent}(u)]--$
4. 最后通过 DFS 回溯累加差分数组，得到每个节点的答案

### 【复杂度分析】

- 时间复杂度:  $O(N \log N)$ 
  - 预处理倍增数组:  $O(N \log N)$
  - 二分查找每个节点:  $O(N \log N)$
  - DFS 回溯统计:  $O(N)$
- 空间复杂度:  $O(N \log N)$ 
  - 邻接表存储树:  $O(N)$
  - 倍增数组  $\text{stjump}$  和  $\text{stsum}$ :  $O(N \log N)$

### 【工程化考量】

1. 使用邻接表作为高效的树存储结构
2. Python 中使用 defaultdict 简化邻接表的构建
3. 输入优化: 使用 `sys.stdin.read` 一次性读取所有输入数据
4. 边界处理: 根节点(1)的特殊处理

### 【最优解分析】

此解法是本题的最优解，时间复杂度为  $O(N \log N)$

暴力枚举每个节点的所有祖先需要  $O(N^2)$  时间，远不如本解法高效

"""

```

import sys
from collections import defaultdict

```

```

class AlyonaTreeSolver:
 """
 Alyona and a tree 问题求解器
 使用倍增法、二分查找和树上差分算法解决问题
 """

 def __init__(self, n, a_values, edges):
 """
 初始化求解器

 Args:
 n: 节点数量
 a_values: 每个节点的权值数组
 edges: 树的边列表, 每个元素为 (p, v, w) 表示父节点、子节点和边权
 """
 self.n = n
 self.a = a_values # 节点权值数组
 self.LIMIT = 18 # 倍增数组的大小限制, 2^18 足够处理 2e5 规模的树

 # 构建邻接表表示的树
 self.tree = defaultdict(list)
 for p, v, w in edges:
 self.tree[p].append((v, w))
 self.tree[v].append((p, w))

 # 初始化数据结构
 self.deep = [0] * (n + 1) # 节点深度数组
 self.dist = [0] * (n + 1) # 节点到根节点的距离数组
 self.stjump = [[0] * self.LIMIT for _ in range(n + 1)] # 倍增跳跃数组
 self.stsum = [[0] * self.LIMIT for _ in range(n + 1)] # 倍增距离和数组
 self.diff = [0] * (n + 1) # 差分数组
 self.dfn = [0] * (n + 1) # 进入时间戳
 self.dfn2 = [0] * (n + 1) # 离开时间戳
 self.dfc = 0 # 时间戳计数器

 def dfs1(self, u, f, d):
 """
 第一次 DFS: 预处理深度、距离和倍增数组

 Args:
 u: 当前节点
 f: 父节点
 d: 当前节点到根节点的距离
 """

```



```

"""
self.deep[u] = self.deep[f] + 1 # 设置当前节点深度
self.dist[u] = d # 设置当前节点到根节点的距离
self.dfc += 1 # 增加时间戳
self.dfn[u] = self.dfc # 设置进入时间戳
self.stjump[u][0] = f # 设置直接父节点
self.stsum[u][0] = d - self.dist[f] # 设置到父节点的距离

预处理倍增数组
for p in range(1, self.LIMIT):
 self.stjump[u][p] = self.stjump[self.stjump[u][p-1]][p-1]
 self.stsum[u][p] = self.stsum[u][p-1] + self.stsum[self.stjump[u][p-1]][p-1]

递归处理所有子节点
for v, w in self.tree[u]:
 if v != f: # 避免回到父节点
 self.dfs1(v, u, d + w)

self.dfn2[u] = self.dfc # 设置离开时间戳

def find_farthest_ancestor(self, v):
 """
 二分查找满足条件的最远祖先
 找到最远的祖先 u, 使得 dist(u, v) <= a[v]

 Args:
 v: 当前节点

 Returns:
 最远的满足条件的祖先节点编号
 """
 # 计算 v 节点的最远允许距离边界
 need = self.dist[v] - self.a[v]

 # 如果允许距离超过根节点, 直接返回根节点
 if need < 0:
 return 1 # 根节点

 u = v # 从 v 开始向上查找

 # 【倍增法向上查找】
 # 从最高幂次开始, 尽可能向上跳, 但保持祖先的距离 > need
 for p in range(self.LIMIT - 1, -1, -1):

```

```

 # 确保祖先存在且其距离仍大于 need
 if self.stjump[u][p] > 0 and self.dist[self.stjump[u][p]] > need:
 u = self.stjump[u][p]

最终确定最远的满足条件的祖先
if self.dist[u] > need:
 return self.stjump[u][0] # 如果当前节点距离仍大于 need，再向上跳一级
else:
 return u # 当前节点距离已满足条件

```

```
def dfs2(self, u, f):
```

```
 """
```

第二次 DFS：回溯计算差分数组的累加结果

将子节点的差分值累加到父节点，得到每个节点的最终答案

Args:

u: 当前节点

f: 父节点

```
 """
```

# 递归处理所有子节点

```
for v, w in self.tree[u]:
```

```
 if v != f: # 避免回到父节点
```

```
 self.dfs2(v, u) # 后序遍历，先处理子节点
```

```
 self.diff[u] += self.diff[v] # 累加子节点的差分值
```

```
def solve(self):
```

```
 """
```

解决问题的主函数

Returns:

每个节点满足条件的祖先数量数组

```
 """
```

# 预处理深度、距离和倍增数组

```
self.dfs1(1, 0, 0) # 根节点为 1，父节点为 0（无效节点），距离为 0
```

# 【树上差分标记】

# 对每个节点 v，找到满足条件的最远祖先 u，并标记区间[u, v]

```
for v in range(1, self.n + 1):
```

```
 u = self.find_farthest_ancestor(v) # 找到最远的满足条件的祖先
```

# 执行区间标记：所有从 u 到 v 的祖先都满足条件

# 这等价于：在 v 处+1，在 u 的父节点处-1（如果 u 不是根节点）

```
 if u != 1: # 如果 u 不是根节点
```

```

 self.diff[self.stjump[u][0]] -= 1 # u 的父节点减 1, 结束区间
 self.diff[v] += 1 # v 处加 1, 开始区间
 else: # 如果 u 是根节点
 self.diff[v] += 1 # 直接在 v 处加 1, 区间从根节点开始

计算差分数组的累加结果, 得到每个节点的最终答案
self.dfs2(1, 0)

return self.diff[1:self.n + 1] # 返回 1~n 的结果

def main():
 """
 主函数: 读取输入数据, 调用求解器, 输出结果
 """
 # 输入优化: 一次性读取所有输入数据
 input_data = sys.stdin.read()
 tokens = input_data.split()
 ptr = 0

 # 读取节点数量
 n = int(tokens[ptr])
 ptr += 1

 # 读取每个节点的权值
 a = [0] * (n + 1) # a[0]不使用
 for i in range(1, n + 1):
 a[i] = int(tokens[ptr])
 ptr += 1

 # 读取树的边 (题目中树是有根的, 父节点编号小于子节点)
 edges = []
 for i in range(2, n + 1): # 节点 2~n, 每个节点有一个父节点
 p = int(tokens[ptr]) # 父节点
 w = int(tokens[ptr + 1]) # 边权
 edges.append((p, i, w)) # (父节点, 子节点, 边权)
 ptr += 2

 # 创建求解器并求解
 solver = AlyonaTreeSolver(n, a, edges)
 result = solver.solve()

 # 输出结果, 每个节点的满足条件的祖先数量
 print(' '.join(map(str, result)))

```

```
if __name__ == "__main__":
 main()
```

文件: Code11\_AtCoderABC187E.cpp

```
/**
 * AtCoder ABC187 E - Through Path (树上差分)
 * 题目链接: https://atcoder.jp/contests/abc187/tasks/abc187_e
 * 题目描述: 给定一棵树, 有 Q 次操作, 每次操作有两种类型:
 * 1. 选择一条边 (a, b), 给所有从 a 出发不经过 b 能到达的节点加上 x
 * 2. 选择一条边 (a, b), 给所有从 b 出发不经过 a 能到达的节点加上 x
 * 所有操作完成后, 输出每个节点的值
 * 解法: 树上差分 + DFS
 *
 * 算法思路:
 * 1. 对于每条边 (a, b), 将树分为两个连通分量
 * 2. 操作 1: 给 a 所在的连通分量 (不包含 b) 的所有节点加上 x
 * 3. 操作 2: 给 b 所在的连通分量 (不包含 a) 的所有节点加上 x
 * 4. 使用树上差分技术, 在根节点处打标记, 通过 DFS 计算子树和
 *
 * 时间复杂度: $O(N + Q)$
 * 空间复杂度: $O(N)$
 */

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstring>
using namespace std;

const int MAXN = 200001;

// 邻接表存储树
vector<int> graph[MAXN];

// 存储边的信息
int edges[MAXN][2];

// 差分数组
long long diff[MAXN];
```

```

// DFS 相关
int parent[MAXN];
int depth[MAXN];
int size[MAXN];

// DFS 预处理树结构
void dfs(int u, int fa) {
 parent[u] = fa;
 depth[u] = depth[fa] + 1;
 size[u] = 1;
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != fa) {
 dfs(v, u);
 size[u] += size[v];
 }
 }
}

// DFS 计算子树和
void dfsCalc(int u, int fa) {
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != fa) {
 diff[v] += diff[u];
 dfsCalc(v, u);
 }
 }
}

int main() {
 ios::sync_with_stdio(false);
 cin.tie(nullptr);

 int n;
 cin >> n;

 // 读入边
 for (int i = 1; i < n; i++) {
 int a, b;
 cin >> a >> b;
 edges[i][0] = a;
 edges[i][1] = b;
 graph[a].push_back(b);
 graph[b].push_back(a);
 }
}

```

```

}

// 以 1 为根节点进行 DFS
depth[0] = -1;
dfs(1, 0);

int q;
cin >> q;

for (int i = 0; i < q; i++) {
 int t, e;
 long long x;
 cin >> t >> e >> x;

 int a = edges[e][0];
 int b = edges[e][1];

 // 确保 a 是 b 的父节点
 if (depth[a] > depth[b]) {
 swap(a, b);
 }

 if (t == 1) {
 // 操作 1: 给 a 所在的连通分量 (不包含 b) 加上 x
 // 相当于给整棵树加上 x, 然后给 b 的子树减去 x
 diff[1] += x;
 diff[b] -= x;
 } else {
 // 操作 2: 给 b 所在的连通分量 (不包含 a) 加上 x
 // 相当于给 b 的子树加上 x
 diff[b] += x;
 }
}

// DFS 计算最终结果
dfsCalc(1, 0);

// 输出结果
for (int i = 1; i <= n; i++) {
 cout << diff[i] << "\n";
}

return 0;

```

```
}
```

```
=====
文件: Code11_AtCoderABC187E.java
=====
```

```
package class122;
```

```
/**
 * AtCoder ABC187 E - Through Path (树上差分)
 *
 * 题目来源: AtCoder
 * 题目链接: https://atcoder.jp/contests/abc187/tasks/abc187_e
 *
 * 题目描述:
 * 给定一棵树, 有 Q 次操作, 每次操作有两种类型:
 * 1. 选择一条边 (a, b), 给所有从 a 出发不经过 b 能到达的节点加上 x
 * 2. 选择一条边 (a, b), 给所有从 b 出发不经过 a 能到达的节点加上 x
 * 所有操作完成后, 输出每个节点的值
 *
 * 算法原理: 树上差分 + DFS
 * 树上差分是处理树上区间操作的一种高效技术。
 * 对于每条边 (a, b), 它将树分为两个连通分量。
 * 通过差分技术, 我们可以在根节点和特定节点打标记, 然后通过 DFS 计算子树和得到最终结果。
 *
 * 解题思路:
 * 1. 对于每条边 (a, b), 将树分为两个连通分量
 * 2. 操作 1: 给 a 所在的连通分量 (不包含 b) 的所有节点加上 x
 * 3. 操作 2: 给 b 所在的连通分量 (不包含 a) 的所有节点加上 x
 * 4. 使用树上差分技术, 在根节点处打标记, 通过 DFS 计算子树和
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 建图和预处理: $O(N)$
 * - 处理操作: $O(Q)$
 * - DFS 计算结果: $O(N)$
 * 总时间复杂度: $O(N + Q)$
 *
 * 空间复杂度分析:
 * - 树的存储: $O(N)$
 * - 边信息存储: $O(N)$
 * - 差分数组: $O(N)$
 * - DFS 相关信息: $O(N)$
 * 总空间复杂度: $O(N)$
```

```
*
* 工程化考量：
* 1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
* 2. 使用 BufferedReader 和 PrintWriter 进行高效输入输出
* 3. 通过预处理确定父子关系，简化操作逻辑
* 4. 使用 long 类型避免整数溢出
*
* 最优解分析：
* 树上差分是解决此类问题的最优解，通过 $O(1)$ 的操作标记区间修改，
* 避免了暴力遍历每个连通分量的所有节点，时间复杂度比暴力方法的 $O(N*Q)$ 有极大提升。
*/
```

```
import java.io.*;
import java.util.*;
```

```
public class Code11_AtCoderABC187E {
```

```
 /**
 * 最大节点数，根据题目数据范围设定
 * 题目中 N 最大为 $2e5$ ，设置为 200001 以避免越界
 */
```

```
 public static int MAXN = 200001;
```

```
 /**
 * 链式前向星建图
 * head[u]：节点 u 的第一条边的索引
 * next[e]：边 e 的下一条边的索引
 * to[e]：边 e 指向的节点
 * cnt：边的计数器
 */
```

```
 public static int[] head = new int[MAXN];
 public static int[] next = new int[MAXN << 1];
 public static int[] to = new int[MAXN << 1];
 public static int cnt = 1;
```

```
 /**
 * 存储边的信息
 * edges[i][0] 和 edges[i][1] 分别表示第 i 条边的两个端点
 */
```

```
 public static int[][] edges = new int[MAXN][2];
```

```
 /**
 * 差分数组
```



```

 * diff[u]表示节点 u 的差分标记值
 */
public static long[] diff = new long[MAXN];

/**
 * DFS 相关数组
 * parent[u]: 节点 u 的父节点
 * depth[u]: 节点 u 的深度
 * size[u]: 以节点 u 为根的子树大小
 */
public static int[] parent = new int[MAXN];
public static int[] depth = new int[MAXN];
public static int[] size = new int[MAXN];

/**
 * 向链式前向星中添加一条边
 *
 * @param u 边的起始节点
 * @param v 边的结束节点
 */
public static void addEdge(int u, int v) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 head[u] = cnt++;
}

/**
 * 第一次 DFS, 预处理树结构信息
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param fa 当前节点的父节点
 */
public static void dfs(int u, int fa) {
 // 设置当前节点的父节点
 parent[u] = fa;
 // 设置当前节点的深度
 depth[u] = depth[fa] + 1;
 // 初始化当前节点的子树大小
 size[u] = 1;

 // 遍历当前节点的所有邻接节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {

```

```

 int v = to[e];
 // 只处理子节点（避免回到父节点）
 if (v != fa) {
 // 递归处理子节点
 dfs(v, u);
 // 累加子节点的子树大小
 size[u] += size[v];
 }
 }
}

/**
 * 主函数，处理输入、算法执行和输出
 *
 * 输入格式：
 * 第一行：节点数 n
 * 接下来 n-1 行：每行两个整数，表示树的边
 * 接下来一行：操作数 q
 * 接下来 q 行：每行三个整数，表示一次操作
 *
 * 输出格式：
 * n 行，每行一个整数，表示每个节点的最终值
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入输出方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数量
 int n = Integer.parseInt(br.readLine().trim());

 // 读入边并构建无向树
 for (int i = 1; i < n; i++) {
 StringTokenizer st = new StringTokenizer(br.readLine());
 int a = Integer.parseInt(st.nextToken());
 int b = Integer.parseInt(st.nextToken());
 // 存储边的信息
 edges[i][0] = a;
 edges[i][1] = b;
 // 无向树需要添加双向边
 addEdge(a, b);
 addEdge(b, a);
 }
}

```

```

// 以 1 为根节点进行 DFS，预处理树结构信息
dfs(1, 0);

// 读取操作数
int q = Integer.parseInt(br.readLine().trim());

// 处理每次操作
for (int i = 0; i < q; i++) {
 StringTokenizer st = new StringTokenizer(br.readLine());
 int t = Integer.parseInt(st.nextToken()); // 操作类型
 int e = Integer.parseInt(st.nextToken()); // 边的编号
 long x = Long.parseLong(st.nextToken()); // 增加的值

 // 获取边的两个端点
 int a = edges[e][0];
 int b = edges[e][1];

 // 确保 a 是 b 的父节点（通过深度判断）
 if (depth[a] > depth[b]) {
 int temp = a;
 a = b;
 b = temp;
 }

 // 根据操作类型执行相应的差分标记
 if (t == 1) {
 /**
 * 操作 1：给 a 所在的连通分量（不包含 b）的所有节点加上 x
 * 实现方法：
 * 1. 给整棵树加上 x（在根节点标记）
 * 2. 给 b 的子树减去 x（在 b 节点标记），抵消不需要增加的部分
 */
 diff[1] += x; // 给整棵树加上 x
 diff[b] -= x; // 给 b 的子树减去 x
 } else {
 /**
 * 操作 2：给 b 所在的连通分量（不包含 a）的所有节点加上 x
 * 实现方法：
 * 直接给 b 的子树加上 x（在 b 节点标记）
 */
 diff[b] += x; // 给 b 的子树加上 x
 }
}

```

```

 }

 // 通过 DFS 计算差分数组的累加结果，得到每个节点的最终值
 dfsCalc(1, 0);

 // 输出每个节点的最终值
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 out.println(diff[i]);
 }

 // 关闭资源
 out.flush();
 out.close();
}

/**
 * 第二次 DFS，通过回溯累加差分标记，计算每个节点的最终值
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param fa 当前节点的父节点
 */
public static void dfsCalc(int u, int fa) {
 // 遍历当前节点的所有邻接节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 int v = to[e];
 // 只处理子节点（避免回到父节点）
 if (v != fa) {
 // 将父节点的差分值累加到子节点
 diff[v] += diff[u];
 // 递归处理子节点
 dfsCalc(v, u);
 }
 }
}
}
}
}

```

=====  
文件: Code11\_AtCoderABC187E.py  
=====

"""

AtCoder ABC187 E - Through Path (树上差分)

题目链接: [https://atcoder.jp/contests/abc187/tasks/abc187\\_e](https://atcoder.jp/contests/abc187/tasks/abc187_e)

题目描述：给定一棵树，有 Q 次操作，每次操作有两种类型：

1. 选择一条边 (a, b)，给所有从 a 出发不经过 b 能到达的节点加上 x
2. 选择一条边 (a, b)，给所有从 b 出发不经过 a 能到达的节点加上 x

所有操作完成后，输出每个节点的值

解法：树上差分 + DFS

算法思路：

1. 对于每条边 (a, b)，将树分为两个连通分量
2. 操作 1：给 a 所在的连通分量（不包含 b）的所有节点加上 x
3. 操作 2：给 b 所在的连通分量（不包含 a）的所有节点加上 x
4. 使用树上差分技术，在根节点处打标记，通过 DFS 计算子树和

时间复杂度： $O(N + Q)$

空间复杂度： $O(N)$

"""

```
import sys
sys.setrecursionlimit(300000)

def main():
 import sys
 input = sys.stdin.readline

 n = int(input().strip())

 # 邻接表存储树
 graph = [[] for _ in range(n+1)]

 # 存储边的信息
 edges = [[0, 0] for _ in range(n)]

 # 读入边
 for i in range(1, n):
 a, b = map(int, input().split())
 edges[i][0] = a
 edges[i][1] = b
 graph[a].append(b)
 graph[b].append(a)

 # DFS 相关数组
 parent = [0] * (n+1)
 depth = [0] * (n+1)
 size = [0] * (n+1)
```

```

差分数组
diff = [0] * (n+1)

DFS 预处理树结构
def dfs(u, fa):
 parent[u] = fa
 depth[u] = depth[fa] + 1
 size[u] = 1
 for v in graph[u]:
 if v != fa:
 dfs(v, u)
 size[u] += size[v]

以 1 为根节点进行 DFS
depth[0] = -1
dfs(1, 0)

q = int(input().strip())

for _ in range(q):
 t, e, x = map(int, input().split())

 a = edges[e][0]
 b = edges[e][1]

 # 确保 a 是 b 的父节点
 if depth[a] > depth[b]:
 a, b = b, a

 if t == 1:
 # 操作 1: 给 a 所在的连通分量（不包含 b）加上 x
 # 相当于给整棵树加上 x，然后给 b 的子树减去 x
 diff[1] += x
 diff[b] -= x
 else:
 # 操作 2: 给 b 所在的连通分量（不包含 a）加上 x
 # 相当于给 b 的子树加上 x
 diff[b] += x

DFS 计算子树和
def dfs_calc(u, fa):
 for v in graph[u]:

```

```

 if v != fa:
 diff[v] += diff[u]
 dfs_calc(v, u)

dfs_calc(1, 0)

输出结果
for i in range(1, n+1):
 print(diff[i])

if __name__ == "__main__":
 main()

```

=====

文件: Code12\_Codeforces191C.cpp

=====

```

/**
 * Codeforces 191C - Fools and Roads (树上边差分)
 * 题目链接: https://codeforces.com/contest/191/problem/C
 * 题目描述: 给定一棵树, 有 k 对节点 (u, v), 对于每对节点, 它们之间的路径上的每条边都会被经过一次
 * 求每条边被经过的次数
 * 解法: 树上边差分 + LCA
 *
 * 算法思路:
 * 1. 对于每对节点 (u, v), 它们之间的路径上的每条边都会被经过一次
 * 2. 使用树上边差分技术:
 * - 在 u 和 v 处+1
 * - 在 LCA(u, v) 处-2
 * 3. 通过 DFS 计算子树和, 得到每条边的经过次数
 *
 * 时间复杂度: $O(N \log N + K \log N)$
 * 空间复杂度: $O(N \log N)$
 */

```

```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cstring>
#include <algorithm>
using namespace std;

const int MAXN = 100001;
const int LIMIT = 17;

```

```

// 邻接表存储树
vector<pair<int, int>> graph[MAXN]; // pair<节点, 边 ID>

// LCA 相关
int depth[MAXN];
int stjump[MAXN][LIMIT];

// 差分数组
int diff[MAXN];

// 边对应的答案
int ans[MAXN];

// DFS 预处理 LCA
void dfs(int u, int fa) {
 depth[u] = depth[fa] + 1;
 stjump[u][0] = fa;
 for (int p = 1; p < LIMIT; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p-1]][p-1];
 }
 for (auto &edge : graph[u]) {
 int v = edge.first;
 if (v != fa) {
 dfs(v, u);
 }
 }
}

// 求 LCA
int lca(int a, int b) {
 if (depth[a] < depth[b]) {
 swap(a, b);
 }
 // 将 a 调整到与 b 同一深度
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {
 if (depth[stjump[a][p]] >= depth[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }
 if (a == b) return a;
 // 同时向上跳
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {

```



```

 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }
 return stjump[a][0];
}

```

// DFS 计算子树和

```

void dfsCalc(int u, int fa) {
 for (auto &edge : graph[u]) {
 int v = edge.first;
 int edgeId = edge.second;
 if (v != fa) {
 dfsCalc(v, u);
 diff[u] += diff[v];
 ans[edgeId] = diff[v];
 }
 }
}

```

```

int main() {
 ios::sync_with_stdio(false);
 cin.tie(nullptr);

 int n;
 cin >> n;

 // 读入边
 for (int i = 1; i < n; i++) {
 int u, v;
 cin >> u >> v;
 graph[u].push_back({v, i});
 graph[v].push_back({u, i});
 }
}

```

// 预处理 LCA

```

depth[0] = -1;
dfs(1, 0);

```

```

int k;
cin >> k;

```

```

// 处理每对节点
for (int i = 0; i < k; i++) {
 int u, v;
 cin >> u >> v;

 int l = lca(u, v);

 // 树上边差分
 diff[u] += 1;
 diff[v] += 1;
 diff[l] -= 2;
}

// 计算最终结果
dfsCalc(1, 0);

// 输出每条边的经过次数
for (int i = 1; i < n; i++) {
 cout << ans[i] << " ";
}

cout << endl;

return 0;
}

```

=====

文件: Code12\_Codeforces191C.java

=====

```

package class122;

/**
 * Codeforces 191C - Fools and Roads (树上边差分)
 *
 * 题目来源: Codeforces
 * 题目链接: https://codeforces.com/contest/191/problem/C
 *
 * 题目描述:
 * 给定一棵包含 N 个节点的树, 以及 K 对节点 (u, v)。
 * 对于每对节点, 它们之间的路径上的每条边都会被经过一次。
 * 求每条边被经过的次数。
 *
 * 算法原理: 树上边差分 + LCA (最近公共祖先)

```

```

* 树上边差分是处理树上路径操作的一种高效技术。
* 对于每对节点(u, v)之间的路径，我们需要让路径上的所有边计数加 1。
* 通过边差分，我们可以：
* 1. diff[u]++
* 2. diff[v]++
* 3. diff[lca(u, v)] -= 2
* 最后通过一次 DFS 回溯累加子节点的差分标记，得到每条边的最终计数。
*
* 时间复杂度分析：
* - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
* - 差分标记: $O(K \log N)$ ，其中 K 是操作次数
* - DFS 回溯统计: $O(N)$
* 总时间复杂度: $O(N \log N + K \log N)$
*
* 空间复杂度分析：
* - 树的存储: $O(N)$
* - LCA 倍增数组: $O(N \log N)$
* - 差分数组: $O(N)$
* - 答案数组: $O(N)$
* 总空间复杂度: $O(N \log N)$
*
* 工程化考量：
* 1. 使用链式前向星存储树结构，提高空间效率和遍历速度
* 2. 使用 BufferedReader 和 PrintWriter 进行高效输入输出
* 3. 预处理 \log_2 值，优化倍增数组的大小
* 4. 通过 edgeId 数组将边与答案数组关联，便于输出
*
* 最优解分析：
* 树上边差分是解决此类路径覆盖问题的最优解，相比暴力遍历每条路径的 $O(N \cdot K)$ 复杂度，
* 树上边差分可以将时间复杂度优化到 $O(N \log N + K \log N)$ ，在大规模数据下效率提升显著。
*/

```

```

import java.io.*;
import java.util.*;

```

```

public class Code12_Codeforces191C {

 /**
 * 最大节点数，根据题目数据范围设定
 * 题目中 N 最大为 $1e5$ ，设置为 100001 以避免越界
 */
 public static int MAXN = 100001;

```

```

/**
 * 倍增数组的大小限制
 * $2^{17} = 131,072 > 1e5$, 足够处理最大节点数
 */
public static int LIMIT = 17;

/**
 * 链式前向星建图
 * head[u]: 节点 u 的第一条边的索引
 * next[e]: 边 e 的下一条边的索引
 * to[e]: 边 e 指向的节点
 * edgeId[e]: 边 e 的编号 (用于关联答案数组)
 * cnt: 边的计数器
 */
public static int[] head = new int[MAXN];
public static int[] next = new int[MAXN << 1];
public static int[] to = new int[MAXN << 1];
public static int[] edgeId = new int[MAXN << 1];
public static int cnt = 1;

/**
 * LCA 相关数组
 * depth[u]: 节点 u 的深度
 * stjump[u][p]: 节点 u 的 2^p 级祖先
 */
public static int[] depth = new int[MAXN];
public static int[][] stjump = new int[MAXN][LIMIT];

/**
 * 差分数组
 * diff[u]: 节点 u 到其父节点的边被路径覆盖的次数的差分值
 */
public static int[] diff = new int[MAXN];

/**
 * 答案数组
 * ans[i]: 第 i 条边被经过的次数
 */
public static int[] ans = new int[MAXN];

/**
 * 向链式前向星中添加一条边
 *

```

```

* @param u 边的起始节点
* @param v 边的结束节点
* @param id 边的编号
*/
public static void addEdge(int u, int v, int id) {
 // 添加 u 到 v 的边
 next[cnt] = head[u];
 to[cnt] = v;
 edgeId[cnt] = id; // 记录边的编号
 head[u] = cnt++;
}

/**
* 第一次 DFS，预处理每个节点的深度和倍增跳跃数组
* 该 DFS 构建 LCA 所需的数据结构
*
* @param u 当前处理的节点
* @param fa 当前节点的父节点
*/
public static void dfs(int u, int fa) {
 // 设置当前节点的深度（父节点深度+1）
 depth[u] = depth[fa] + 1;
 // 设置当前节点的直接父节点
 stjump[u][0] = fa;

 // 预处理倍增数组，stjump[u][p]表示 u 的 2^p 级祖先
 // 利用动态规划的思想：u 的 2^p 级祖先 = u 的 $2^{(p-1)}$ 级祖先的 $2^{(p-1)}$ 级祖先
 for (int p = 1; p < LIMIT; p++) {
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p-1]][p-1];
 }

 // 深度优先遍历所有子节点
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 int v = to[e];
 // 避免回到父节点，造成无限递归
 if (v != fa) {
 dfs(v, u);
 }
 }
}

/**
* 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先 (LCA)

```

```

*
* @param a 第一个节点
* @param b 第二个节点
* @return a 和 b 的最近公共祖先
*
* 算法步骤:
* 1. 确保 a 的深度不小于 b
* 2. 将 a 向上跳跃到与 b 同一深度
* 3. 如果此时 a==b, 则直接返回 a 作为 LCA
* 4. 否则, a 和 b 同时向上跳跃, 直到它们的父节点相同
* 5. 返回最终的父节点作为 LCA
*/
public static int lca(int a, int b) {
 // 步骤 1: 确保 a 的深度不小于 b
 if (depth[a] < depth[b]) {
 int temp = a;
 a = b;
 b = temp;
 }

 // 步骤 2: 将 a 向上跳到与 b 同一深度
 // 从最高幂次开始尝试跳跃, 确保最大步长
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {
 if (depth[stjump[a][p]] >= depth[b]) {
 a = stjump[a][p];
 }
 }

 // 步骤 3: 如果 a 和 b 相遇, 说明找到了 LCA
 if (a == b) return a;

 // 步骤 4: 同时向上跳跃, 直到找到 LCA 的直接子节点
 for (int p = LIMIT - 1; p >= 0; p--) {
 if (stjump[a][p] != stjump[b][p]) {
 a = stjump[a][p];
 b = stjump[b][p];
 }
 }

 // 步骤 5: 返回它们的父节点作为 LCA
 return stjump[a][0];
}

```

```

/**
 * 第二次 DFS，通过回溯累加子节点的差分标记，计算每条边被经过的最终次数
 * 这是树上边差分的关键步骤，将局部标记转化为全局计数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param fa 当前节点的父节点
 */
public static void dfsCalc(int u, int fa) {
 // 遍历当前节点的所有邻接边
 for (int e = head[u]; e != 0; e = next[e]) {
 int v = to[e];
 // 只处理子节点（避免回到父节点）
 if (v != fa) {
 // 递归处理子节点
 dfsCalc(v, u);

 // 将子节点的差分标记累加到当前节点
 diff[u] += diff[v];

 // 将子节点的最终计数存储到对应边的答案数组中
 ans[edgeId[e]] = diff[v];
 }
 }
}

/**
 * 主函数，处理输入、算法执行和输出
 *
 * 输入格式：
 * 第一行：节点数 n
 * 接下来 n-1 行：每行两个整数，表示树的边
 * 接下来一行：操作数 k
 * 接下来 k 行：每行两个整数，表示一次操作的两个节点
 *
 * 输出格式：
 * 一行 n-1 个整数，表示每条边被经过的次数
 */
public static void main(String[] args) throws IOException {
 // 使用高效的输入输出方式
 BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
 PrintWriter out = new PrintWriter(new OutputStreamWriter(System.out));

 // 读取节点数量

```

```

int n = Integer.parseInt(br.readLine().trim());

// 读入边并构建无向树
for (int i = 1; i < n; i++) {
 StringTokenizer st = new StringTokenizer(br.readLine());
 int u = Integer.parseInt(st.nextToken());
 int v = Integer.parseInt(st.nextToken());
 // 无向树需要添加双向边，并记录边的编号
 addEdge(u, v, i);
 addEdge(v, u, i);
}

// 预处理 LCA 所需的深度数组和倍增数组
// 设置根节点的父节点深度为-1，避免越界
depth[0] = -1;
dfs(1, 0);

// 读取操作数
int k = Integer.parseInt(br.readLine().trim());

// 处理每对节点 - 执行树上边差分
for (int i = 0; i < k; i++) {
 StringTokenizer st = new StringTokenizer(br.readLine());
 int u = Integer.parseInt(st.nextToken());
 int v = Integer.parseInt(st.nextToken());

 // 计算 u 和 v 的最近公共祖先
 int l = lca(u, v);

 /**
 * 树上边差分核心操作：
 * 对于路径 u->v，我们希望路径上的所有边计数加 1
 * 通过边差分技巧，我们只需要修改三个点：
 * 1. diff[u]++ - 在 u 点增加标记
 * 2. diff[v]++ - 在 v 点增加标记
 * 3. diff[lca] -= 2 - 在 LCA 处抵消多余的标记
 *
 * 这样，当执行 dfsCalc 回溯累分时，整个路径上的边都会被正确计数
 */
 diff[u] += 1;
 diff[v] += 1;
 diff[l] -= 2;
}

```



```

// 执行第二次 DFS，通过回溯累加子节点的差分标记，计算每条边的最终经过次数
dfsCalc(1, 0);

// 输出每条边的经过次数
for (int i = 1; i < n; i++) {
 out.print(ans[i] + " ");
}
out.println();

// 关闭资源
out.flush();
out.close();
}
}

```

=====

文件: Code12\_Codeforces191C.py

=====

"""

Codeforces 191C - Fools and Roads (树上边差分)

题目链接: <https://codeforces.com/contest/191/problem/C>

题目描述: 给定一棵树，有  $k$  对节点  $(u, v)$ ，对于每对节点，它们之间的路径上的每条边都会被经过一次  
求每条边被经过的次数

解法: 树上边差分 + LCA

算法思路:

1. 对于每对节点  $(u, v)$ ，它们之间的路径上的每条边都会被经过一次
2. 使用树上边差分技术:
  - 在  $u$  和  $v$  处+1
  - 在  $LCA(u, v)$  处-2
3. 通过 DFS 计算子树和，得到每条边的经过次数

时间复杂度:  $O(N \log N + K \log N)$

空间复杂度:  $O(N \log N)$

"""

```
import sys
```

```
sys.setrecursionlimit(300000)
```

```
def main():
```

```
 import sys
```

```

input = sys.stdin.readline

n = int(input().strip())

邻接表存储树，存储(节点, 边 ID)
graph = [[] for _ in range(n+1)]

读入边
for i in range(1, n):
 u, v = map(int, input().split())
 graph[u].append((v, i))
 graph[v].append((u, i))

LCA 相关
LIMIT = 17
depth = [0] * (n+1)
stjump = [[0] * LIMIT for _ in range(n+1)]

差分数组
diff = [0] * (n+1)

边对应的答案
ans = [0] * (n+1)

DFS 预处理 LCA
def dfs(u, fa):
 depth[u] = depth[fa] + 1
 stjump[u][0] = fa
 for p in range(1, LIMIT):
 stjump[u][p] = stjump[stjump[u][p-1]][p-1]
 for v, edge_id in graph[u]:
 if v != fa:
 dfs(v, u)

以 1 为根节点进行 DFS
depth[0] = -1
dfs(1, 0)

求 LCA
def lca(a, b):
 if depth[a] < depth[b]:
 a, b = b, a
 # 将 a 调整到与 b 同一深度

```

```

 for p in range(LIMIT-1, -1, -1):
 if depth[stjump[a][p]] >= depth[b]:
 a = stjump[a][p]
 if a == b:
 return a
同时向上跳
 for p in range(LIMIT-1, -1, -1):
 if stjump[a][p] != stjump[b][p]:
 a = stjump[a][p]
 b = stjump[b][p]
 return stjump[a][0]

k = int(input().strip())

处理每对节点
for _ in range(k):
 u, v = map(int, input().split())

 l = lca(u, v)

 # 树上边差分
 diff[u] += 1
 diff[v] += 1
 diff[l] -= 2

DFS 计算子树和
def dfs_calc(u, fa):
 for v, edge_id in graph[u]:
 if v != fa:
 dfs_calc(v, u)
 diff[u] += diff[v]
 ans[edge_id] = diff[v]

dfs_calc(1, 0)

输出每条边的经过次数
result = []
for i in range(1, n):
 result.append(str(ans[i]))
print(' '.join(result))

if __name__ == "__main__":
 main()

```

=====

文件: Code13\_LeetCode1483.cpp

=====

```
/**
 * LeetCode 1483. 树节点的第 K 个祖先（树上倍增法）
 * 题目链接: https://leetcode.com/problems/kth-ancestor-of-a-tree-node/
 * 题目描述: 给定一棵树，每个节点有唯一的父节点，实现一个类 TreeAncestor:
 * - TreeAncestor(int n, int[] parent): 初始化，n 个节点，parent[i] 是节点 i 的父节点
 * - int getKthAncestor(int node, int k): 返回节点 node 的第 k 个祖先节点
 * 解法: 树上倍增法（二进制拆分）
 *
 * 算法思路:
 * 1. 使用倍增法预处理每个节点的 2^i 级祖先
 * 2. 对于查询 getKthAncestor(node, k)，将 k 二进制拆分
 * 3. 从高位到低位，如果 k 的第 i 位为 1，则 node 跳到其 2^i 级祖先
 * 4. 重复直到 k 为 0 或 node 为 -1
 *
 * 时间复杂度:
 * - 初始化: $O(N \log N)$
 * - 查询: $O(\log K)$
 * 空间复杂度: $O(N \log N)$
 */

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
using namespace std;

class TreeAncestor {
private:
 int n;
 int maxLevel;
 vector<vector<int>> stjump;

public:
 /**
 * 构造函数: 初始化倍增数组
 * @param n 节点数量
 * @param parent 父节点数组，parent[i] 是节点 i 的父节点
 */
 TreeAncestor(int n, vector<int>& parent) {
```

```

this->n = n;
// 计算最大层数: log2(n)
this->maxLevel = 0;
while ((1 << maxLevel) <= n) {
 maxLevel++;
}

// 初始化倍增数组
stjump.resize(n, vector<int>(maxLevel, -1));

// 初始化第 0 级祖先 (直接父节点)
for (int i = 0; i < n; i++) {
 stjump[i][0] = parent[i];
}

// 预处理倍增数组
for (int j = 1; j < maxLevel; j++) {
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 if (stjump[i][j-1] == -1) {
 stjump[i][j] = -1;
 } else {
 stjump[i][j] = stjump[stjump[i][j-1]][j-1];
 }
 }
}
}

```

```

/**
 * 查询节点 node 的第 k 个祖先
 * @param node 当前节点
 * @param k 祖先级别
 * @return 第 k 个祖先节点, 如果不存在返回-1
 */

```

```

int getKthAncestor(int node, int k) {
 if (node < 0 || node >= n || k < 0) {
 return -1;
 }
}

```

```

// 二进制拆分 k
for (int j = 0; j < maxLevel; j++) {
 if ((k >> j) & 1) {
 node = stjump[node][j];
 if (node == -1) {

```

```

 return -1;
 }
}

return node;
}
};

/**
 * 测试用例
 */
int main() {
 // 测试用例 1: 简单的链式结构
 int n1 = 7;
 vector<int> parent1 = {-1, 0, 0, 1, 1, 2, 2};
 TreeAncestor ta1(n1, parent1);

 // 测试查询
 cout << "测试用例 1:" << endl;
 cout << "节点 3 的第 1 个祖先: " << ta1.getKthAncestor(3, 1) << endl; // 期望: 1
 cout << "节点 3 的第 2 个祖先: " << ta1.getKthAncestor(3, 2) << endl; // 期望: 0
 cout << "节点 3 的第 3 个祖先: " << ta1.getKthAncestor(3, 3) << endl; // 期望: -1

 // 测试用例 2: 更复杂的树结构
 int n2 = 5;
 vector<int> parent2 = {-1, 0, 0, 1, 2};
 TreeAncestor ta2(n2, parent2);

 cout << "\\n 测试用例 2:" << endl;
 cout << "节点 4 的第 1 个祖先: " << ta2.getKthAncestor(4, 1) << endl; // 期望: 2
 cout << "节点 4 的第 2 个祖先: " << ta2.getKthAncestor(4, 2) << endl; // 期望: 0
 cout << "节点 4 的第 3 个祖先: " << ta2.getKthAncestor(4, 3) << endl; // 期望: -1

 return 0;
}

```

文件: Code13\_LeetCode1483. java

```

package class122;

```

```

/**
 * LeetCode 1483. 树节点的第 K 个祖先（树上倍增法）
 *
 * 题目来源：LeetCode
 * 题目链接：https://leetcode.com/problems/kth-ancestor-of-a-tree-node/
 *
 * 题目描述：
 * 给定一棵树，每个节点有唯一的父节点，实现一个类 TreeAncestor：
 * - TreeAncestor(int n, int[] parent)：初始化，n 个节点，parent[i] 是节点 i 的父节点
 * - int getKthAncestor(int node, int k)：返回节点 node 的第 k 个祖先节点
 *
 * 算法原理：树上倍增法（二进制拆分）
 * 树上倍增法是一种高效的处理树上祖先查询的技术。
 *
 * 解题思路：
 * 1. 使用倍增法预处理每个节点的 2^i 级祖先
 * 2. 对于查询 getKthAncestor(node, k)，将 k 二进制拆分
 * 3. 从高位到低位，如果 k 的第 i 位为 1，则 node 跳到其 2^i 级祖先
 * 4. 重复直到 k 为 0 或 node 为 -1
 *
 * 时间复杂度分析：
 * - 初始化： $O(N \log N)$
 * - 查询： $O(\log K)$
 *
 * 空间复杂度分析：
 * - 倍增数组： $O(N \log N)$
 *
 * 工程化考量：
 * 1. 使用二维数组存储倍增信息，便于快速查询
 * 2. 预处理阶段计算所有可能的跳跃，查询时只需常数操作
 * 3. 边界处理：根节点的父节点为 -1，查询时注意越界检查
 *
 * 最优解分析：
 * 树上倍增法是解决此类问题的最优解，相比朴素方法的 $O(K)$ 查询时间，
 * 倍增法将查询时间优化到 $O(\log K)$ ，在大规模数据下效率提升显著。
 */

```

```
import java.util.*;
```

```
public class Code13_LeetCode1483 {
```

```

 class TreeAncestor {
 private int n; // 节点数量

```

```

private int maxLevel; // 最大层数 (log2(n))
private int[][] stjump; // 倍增数组, stjump[i][j]表示节点 i 的 2^j 级祖先

/**
 * 构造函数: 初始化倍增数组
 *
 * @param n 节点数量
 * @param parent 父节点数组, parent[i]是节点 i 的父节点
 */
public TreeAncestor(int n, int[] parent) {
 this.n = n;
 // 计算最大层数: log2(n)
 this.maxLevel = 0;
 while ((1 << maxLevel) <= n) {
 maxLevel++;
 }

 // 初始化倍增数组
 stjump = new int[n][maxLevel];

 // 初始化第 0 级祖先 (直接父节点)
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 stjump[i][0] = parent[i];
 }

 // 预处理倍增数组
 // 利用动态规划思想: 节点 i 的 2^j 级祖先 = 节点 i 的 2^(j-1)级祖先的 2^(j-1)级祖先
 for (int j = 1; j < maxLevel; j++) {
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 if (stjump[i][j-1] == -1) {
 // 如果 2^(j-1)级祖先不存在, 则 2^j 级祖先也不存在
 stjump[i][j] = -1;
 } else {
 // 节点 i 的 2^j 级祖先 = 节点 i 的 2^(j-1)级祖先的 2^(j-1)级祖先
 stjump[i][j] = stjump[stjump[i][j-1]][j-1];
 }
 }
 }
}

/**
 * 查询节点 node 的第 k 个祖先
 *

```



```

* @param node 当前节点
* @param k 祖先级别
* @return 第 k 个祖先节点，如果不存在返回-1
*
* 算法原理：
* 将 k 进行二进制拆分，例如 $k=13=1101(2)=2^3+2^2+2^0$
* 则节点 node 的第 13 个祖先 = node 的第 8 个祖先的第 4 个祖先的第 1 个祖先
*/

```

```

public int getKthAncestor(int node, int k) {
 // 边界检查
 if (node < 0 || node >= n || k < 0) {
 return -1;
 }

 // 二进制拆分 k，从低位到高位检查每一位
 for (int j = 0; j < maxLevel; j++) {
 // 如果 k 的第 j 位为 1
 if (((k >> j) & 1) == 1) {
 // 节点跳到其 2^j 级祖先
 node = stjump[node][j];
 // 如果祖先不存在，直接返回-1
 if (node == -1) {
 return -1;
 }
 }
 }

 return node;
}

```

```

/**

```

```

* 测试用例

```

```

*/

```

```

public static void main(String[] args) {
 // 测试用例 1: 简单的链式结构
 int n1 = 7;
 int[] parent1 = {-1, 0, 0, 1, 1, 2, 2};
 TreeAncestor ta1 = new Code13_LeetCode1483().new TreeAncestor(n1, parent1);

 // 测试查询
 System.out.println("测试用例 1:");
 System.out.println("节点 3 的第 1 个祖先: " + ta1.getKthAncestor(3, 1)); // 期望: 1
}

```

```

System.out.println("节点 3 的第 2 个祖先: " + ta1.getKthAncestor(3, 2)); // 期望: 0
System.out.println("节点 3 的第 3 个祖先: " + ta1.getKthAncestor(3, 3)); // 期望: -1

// 测试用例 2: 更复杂的树结构
int n2 = 5;
int[] parent2 = {-1, 0, 0, 1, 2};
TreeAncestor ta2 = new Code13_LeetCode1483().new TreeAncestor(n2, parent2);

System.out.println("\n 测试用例 2:");
System.out.println("节点 4 的第 1 个祖先: " + ta2.getKthAncestor(4, 1)); // 期望: 2
System.out.println("节点 4 的第 2 个祖先: " + ta2.getKthAncestor(4, 2)); // 期望: 0
System.out.println("节点 4 的第 3 个祖先: " + ta2.getKthAncestor(4, 3)); // 期望: -1
 }
}

```

=====

文件: Code13\_LeetCode1483.py

=====

"""

LeetCode 1483. 树节点的第 K 个祖先（树上倍增法）

题目链接: <https://leetcode.com/problems/kth-ancestor-of-a-tree-node/>

题目描述: 给定一棵树，每个节点有唯一的父节点，实现一个类 TreeAncestor:

- TreeAncestor(n, parent): 初始化, n 个节点, parent[i] 是节点 i 的父节点
- getKthAncestor(node, k): 返回节点 node 的第 k 个祖先节点

解法: 树上倍增法（二进制拆分）

算法思路:

1. 使用倍增法预处理每个节点的  $2^i$  级祖先
2. 对于查询 getKthAncestor(node, k), 将 k 二进制拆分
3. 从高位到低位, 如果 k 的第 i 位为 1, 则 node 跳到其  $2^i$  级祖先
4. 重复直到 k 为 0 或 node 为 -1

时间复杂度:

- 初始化:  $O(N \log N)$
- 查询:  $O(\log K)$

空间复杂度:  $O(N \log N)$

"""

import math

class TreeAncestor:

"""

树节点的第 K 个祖先类

```
"""

def __init__(self, n: int, parent: list):
 """
 构造函数：初始化倍增数组
 :param n: 节点数量
 :param parent: 父节点数组，parent[i]是节点 i 的父节点
 """
 self.n = n
 # 计算最大层数：log2(n)
 self.max_level = 0
 while (1 << self.max_level) <= n:
 self.max_level += 1

 # 初始化倍增数组
 self.stjump = [[-1] * self.max_level for _ in range(n)]

 # 初始化第 0 级祖先（直接父节点）
 for i in range(n):
 self.stjump[i][0] = parent[i]

 # 预处理倍增数组
 for j in range(1, self.max_level):
 for i in range(n):
 if self.stjump[i][j-1] == -1:
 self.stjump[i][j] = -1
 else:
 self.stjump[i][j] = self.stjump[self.stjump[i][j-1]][j-1]

def getKthAncestor(self, node: int, k: int) -> int:
 """
 查询节点 node 的第 k 个祖先
 :param node: 当前节点
 :param k: 祖先级别
 :return: 第 k 个祖先节点，如果不存在返回-1
 """
 if node < 0 or node >= self.n or k < 0:
 return -1

 # 二进制拆分 k
 for j in range(self.max_level):
 if (k >> j) & 1:
```

```

 node = self.stjump[node][j]
 if node == -1:
 return -1

 return node

def main():
 """
 测试用例
 """

 # 测试用例 1: 简单的链式结构
 n1 = 7
 parent1 = [-1, 0, 0, 1, 1, 2, 2]
 ta1 = TreeAncestor(n1, parent1)

 # 测试查询
 print("测试用例 1:")
 print(f"节点 3 的第 1 个祖先: {ta1.getKthAncestor(3, 1)}") # 期望: 1
 print(f"节点 3 的第 2 个祖先: {ta1.getKthAncestor(3, 2)}") # 期望: 0
 print(f"节点 3 的第 3 个祖先: {ta1.getKthAncestor(3, 3)}") # 期望: -1

 # 测试用例 2: 更复杂的树结构
 n2 = 5
 parent2 = [-1, 0, 0, 1, 2]
 ta2 = TreeAncestor(n2, parent2)

 print("\n 测试用例 2:")
 print(f"节点 4 的第 1 个祖先: {ta2.getKthAncestor(4, 1)}") # 期望: 2
 print(f"节点 4 的第 2 个祖先: {ta2.getKthAncestor(4, 2)}") # 期望: 0
 print(f"节点 4 的第 3 个祖先: {ta2.getKthAncestor(4, 3)}") # 期望: -1

if __name__ == "__main__":
 main()

```

文件: Code14\_LeetCode235. cpp

```

/**
 * LeetCode 235. 二叉搜索树的最近公共祖先 (LCA)
 * 题目链接: https://leetcode.com/problems/lowest-common-ancestor-of-a-binary-search-tree/
 * 题目描述: 给定一个二叉搜索树, 找到两个指定节点的最近公共祖先
 * 解法: 利用二叉搜索树的性质

```

```

*
* 算法思路：
* 1. 利用二叉搜索树的性质：左子树所有节点值 < 根节点值 < 右子树所有节点值
* 2. 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，则 LCA 在左子树
* 3. 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，则 LCA 在右子树
* 4. 否则当前节点就是 LCA
*
* 时间复杂度：O(h)，h 为树的高度
* 空间复杂度：O(1)
*/

#include <iostream>
using namespace std;

// 二叉树节点定义
struct TreeNode {
 int val;
 TreeNode *left;
 TreeNode *right;
 TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr), right(nullptr) {}
};

class Solution {
public:
 /**
 * 二叉搜索树的最近公共祖先（迭代版本）
 * @param root 根节点
 * @param p 节点 p
 * @param q 节点 q
 * @return 最近公共祖先
 */
 TreeNode* lowestCommonAncestor(TreeNode* root, TreeNode* p, TreeNode* q) {
 TreeNode* current = root;

 while (current != nullptr) {
 // 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，LCA 在左子树
 if (p->val < current->val && q->val < current->val) {
 current = current->left;
 }
 // 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，LCA 在右子树
 else if (p->val > current->val && q->val > current->val) {
 current = current->right;
 }
 }
 }
};

```

```

 // 否则当前节点就是 LCA
 else {
 return current;
 }
 }

 return nullptr; // 理论上不会执行到这里
}

/**
 * 二叉搜索树的最近公共祖先（递归版本）
 * @param root 根节点
 * @param p 节点 p
 * @param q 节点 q
 * @return 最近公共祖先
 */
TreeNode* lowestCommonAncestorRecursive(TreeNode* root, TreeNode* p, TreeNode* q) {
 // 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，LCA 在左子树
 if (p->val < root->val && q->val < root->val) {
 return lowestCommonAncestorRecursive(root->left, p, q);
 }

 // 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，LCA 在右子树
 if (p->val > root->val && q->val > root->val) {
 return lowestCommonAncestorRecursive(root->right, p, q);
 }

 // 否则当前节点就是 LCA
 return root;
}

};

/**
 * 测试用例
 */
int main() {
 // 构建测试二叉搜索树
 // 6
 // / \
 // 2 8
 // /\ /\
 // 0 4 7 9
 // /\

```

```

TreeNode* root = new TreeNode(6);
root->left = new TreeNode(2);
root->right = new TreeNode(8);
root->left->left = new TreeNode(0);
root->left->right = new TreeNode(4);
root->right->left = new TreeNode(7);
root->right->right = new TreeNode(9);
root->left->right->left = new TreeNode(3);
root->left->right->right = new TreeNode(5);

```

```
Solution solution;
```

```
// 测试用例 1: 节点 2 和 8 的 LCA
```

```

TreeNode* p1 = root->left; // 节点 2
TreeNode* q1 = root->right; // 节点 8
TreeNode* lca1 = solution.lowestCommonAncestor(root, p1, q1);
cout << "节点 2 和 8 的 LCA: " << lca1->val << endl; // 期望: 6

```

```
// 测试用例 2: 节点 2 和 4 的 LCA
```

```

TreeNode* p2 = root->left; // 节点 2
TreeNode* q2 = root->left->right; // 节点 4
TreeNode* lca2 = solution.lowestCommonAncestor(root, p2, q2);
cout << "节点 2 和 4 的 LCA: " << lca2->val << endl; // 期望: 2

```

```
// 测试用例 3: 节点 3 和 5 的 LCA
```

```

TreeNode* p3 = root->left->right->left; // 节点 3
TreeNode* q3 = root->left->right->right; // 节点 5
TreeNode* lca3 = solution.lowestCommonAncestor(root, p3, q3);
cout << "节点 3 和 5 的 LCA: " << lca3->val << endl; // 期望: 4

```

```
// 测试用例 4: 节点 0 和 5 的 LCA
```

```

TreeNode* p4 = root->left->left; // 节点 0
TreeNode* q4 = root->left->right->right; // 节点 5
TreeNode* lca4 = solution.lowestCommonAncestor(root, p4, q4);
cout << "节点 0 和 5 的 LCA: " << lca4->val << endl; // 期望: 2

```

```
// 清理内存
```

```

delete root->left->right->right;
delete root->left->right->left;
delete root->right->right;
delete root->right->left;

```

```
delete root->left->right;
delete root->left->left;
delete root->right;
delete root->left;
delete root;

return 0;
}
```

=====  
文件: Code14\_LeetCode235. java  
=====

```
package class122;
```

```
/**
 * LeetCode 235. 二叉搜索树的最近公共祖先 (LCA)
 *
 * 题目来源: LeetCode
 * 题目链接: https://leetcode.com/problems/lowest-common-ancestor-of-a-binary-search-tree/
 *
 * 题目描述:
 * 给定一个二叉搜索树，找到两个指定节点的最近公共祖先。
 * 最近公共祖先的定义：对于有根树 T 的两个节点 p、q，最近公共祖先表示为一个节点 x，
 * 满足 x 是 p、q 的祖先且 x 的深度尽可能大。
 *
 * 算法原理：利用二叉搜索树的性质
 * 二叉搜索树具有重要性质：左子树所有节点值 < 根节点值 < 右子树所有节点值。
 * 利用这个性质可以高效地找到 LCA。
 *
 * 解题思路：
 * 1. 从根节点开始遍历
 * 2. 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，则 LCA 在左子树
 * 3. 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，则 LCA 在右子树
 * 4. 否则当前节点就是 LCA（包括以下情况：p 和 q 分别在左右子树，或其中一个节点就是当前节点）
 *
 * 时间复杂度分析：
 * - 迭代版本：O(h)，其中 h 为树的高度
 * - 递归版本：O(h)，其中 h 为树的高度
 *
 * 空间复杂度分析：
 * - 迭代版本：O(1)
 * - 递归版本：O(h)，递归调用栈空间
```



```
*
* 工程化考量：
* 1. 提供迭代和递归两种实现，满足不同场景需求
* 2. 迭代版本空间效率更高，避免栈溢出风险
* 3. 利用 BST 性质，相比普通二叉树 LCA 算法更高效
*
* 最优解分析：
* 本解法充分利用了二叉搜索树的性质，是解决此类问题的最优解。
* 相比于普通二叉树的 LCA 算法 $O(N)$ 时间复杂度，本解法将时间复杂度优化到 $O(h)$ 。
*/
```

```
// 二叉树节点定义
```

```
class TreeNode {
 int val;
 TreeNode left;
 TreeNode right;
 TreeNode(int x) { val = x; }
}
```

```
public class Code14_LeetCode235 {
```

```
 /**
```

```
 * 二叉搜索树的最近公共祖先（迭代版本）
```

```
 *
```

```
 * @param root 根节点
```

```
 * @param p 节点 p
```

```
 * @param q 节点 q
```

```
 * @return 最近公共祖先
```

```
 *
```

```
 * 算法原理：
```

```
 * 利用二叉搜索树的性质进行迭代查找
```

```
 * 1. 如果 p 和 q 都小于当前节点，则 LCA 在左子树
```

```
 * 2. 如果 p 和 q 都大于当前节点，则 LCA 在右子树
```

```
 * 3. 否则当前节点就是 LCA
```

```
 */
```

```
 public TreeNode lowestCommonAncestor(TreeNode root, TreeNode p, TreeNode q) {
 TreeNode current = root;
```

```
 // 迭代查找 LCA
```

```
 while (current != null) {
```

```
 // 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，说明 LCA 在左子树
```

```
 if (p.val < current.val && q.val < current.val) {
```

```
 current = current.left;
```

```

 }
 // 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，说明 LCA 在右子树
 else if (p.val > current.val && q.val > current.val) {
 current = current.right;
 }
 // 否则当前节点就是 LCA，包括以下情况：
 // 1. p 和 q 分别在当前节点的左右子树
 // 2. p 或 q 其中一个就是当前节点
 // 3. p 和 q 都是当前节点（理论上不会出现）
 else {
 return current;
 }
}

return null; // 理论上不会执行到这里
}

```

/\*\*

\* 二叉搜索树的最近公共祖先（递归版本）

\*

\* @param root 根节点

\* @param p 节点 p

\* @param q 节点 q

\* @return 最近公共祖先

\*

\* 算法原理：

\* 利用二叉搜索树的性质进行递归查找

\* 1. 如果 p 和 q 都小于当前节点，则 LCA 在左子树

\* 2. 如果 p 和 q 都大于当前节点，则 LCA 在右子树

\* 3. 否则当前节点就是 LCA

\*/

```

public TreeNode lowestCommonAncestorRecursive(TreeNode root, TreeNode p, TreeNode q) {
 // 基本情况：如果节点为空，返回 null

 // 如果 p 和 q 的值都小于当前节点值，说明 LCA 在左子树
 if (p.val < root.val && q.val < root.val) {
 return lowestCommonAncestorRecursive(root.left, p, q);
 }

 // 如果 p 和 q 的值都大于当前节点值，说明 LCA 在右子树
 if (p.val > root.val && q.val > root.val) {
 return lowestCommonAncestorRecursive(root.right, p, q);
 }
}

```

```

 // 否则当前节点就是 LCA
 return root;
 }

/**
 * 测试用例
 */
public static void main(String[] args) {
 // 构建测试二叉搜索树
 // 6
 // / \
 // 2 8
 // / \ / \
 // 0 4 7 9
 // / \
 // 3 5

 TreeNode root = new TreeNode(6);
 root.left = new TreeNode(2);
 root.right = new TreeNode(8);
 root.left.left = new TreeNode(0);
 root.left.right = new TreeNode(4);
 root.right.left = new TreeNode(7);
 root.right.right = new TreeNode(9);
 root.left.right.left = new TreeNode(3);
 root.left.right.right = new TreeNode(5);

 Code14_LeetCode235 solution = new Code14_LeetCode235();

 // 测试用例 1: 节点 2 和 8 的 LCA
 TreeNode p1 = root.left; // 节点 2
 TreeNode q1 = root.right; // 节点 8
 TreeNode lca1 = solution.lowestCommonAncestor(root, p1, q1);
 System.out.println("节点 2 和 8 的 LCA: " + lca1.val); // 期望: 6

 // 测试用例 2: 节点 2 和 4 的 LCA
 TreeNode p2 = root.left; // 节点 2
 TreeNode q2 = root.left.right; // 节点 4
 TreeNode lca2 = solution.lowestCommonAncestor(root, p2, q2);
 System.out.println("节点 2 和 4 的 LCA: " + lca2.val); // 期望: 2

 // 测试用例 3: 节点 3 和 5 的 LCA

```

```

TreeNode p3 = root.left.right.left; // 节点 3
TreeNode q3 = root.left.right.right; // 节点 5
TreeNode lca3 = solution.lowestCommonAncestor(root, p3, q3);
System.out.println("节点 3 和 5 的 LCA: " + lca3.val); // 期望: 4

// 测试用例 4: 节点 0 和 5 的 LCA
TreeNode p4 = root.left.left; // 节点 0
TreeNode q4 = root.left.right.right; // 节点 5
TreeNode lca4 = solution.lowestCommonAncestor(root, p4, q4);
System.out.println("节点 0 和 5 的 LCA: " + lca4.val); // 期望: 2
}
}

```

文件: Code15\_LeetCode2646.cpp

```

=====

#include <iostream>
#include <vector>
#include <queue>
#include <algorithm>
#include <cstring>
using namespace std;

/**
 * LeetCode 2646. 最小化旅行的价格
 * 题目描述: 给定一棵树, 每个节点有一个价格。可以选择将某些节点的价格减半。
 * 有多个旅行路径, 每个路径从 u 到 v。要求最小化所有旅行路径的总价格。
 * 使用树上差分统计每条边被经过的次数, 然后使用树形 DP 决策哪些节点减半。
 */

class Solution {
private:
 vector<vector<int>> graph;
 vector<int> price;
 vector<int> count; // 节点被经过的次数
 vector<vector<int>> dp; // dp[u][0]:不减半, dp[u][1]:减半

 void dfsCount(int u, int parent) {
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != parent) {
 dfsCount(v, u);
 count[u] += count[v];
 }
 }
 }

```

```

 }
}

void dfsDP(int u, int parent) {
 // 不减半的情况
 dp[u][0] = price[u] * count[u];
 // 减半的情况
 dp[u][1] = (price[u] / 2) * count[u];

 for (int v : graph[u]) {
 if (v != parent) {
 dfsDP(v, u);
 // 当前节点不减半，子节点可以减半或不减半
 dp[u][0] += min(dp[v][0], dp[v][1]);
 // 当前节点减半，子节点不能减半
 dp[u][1] += dp[v][0];
 }
 }
}

int getLCA(int u, int v, vector<vector<int>>& parent, vector<int>& depth, int LOG) {
 if (depth[u] < depth[v]) {
 swap(u, v);
 }

 // 将 u 提升到和 v 同一深度
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (depth[u] - (1 << j) >= depth[v]) {
 u = parent[u][j];
 }
 }

 if (u == v) return u;

 // 同时向上提升
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (parent[u][j] != parent[v][j]) {
 u = parent[u][j];
 v = parent[v][j];
 }
 }
}

```

```

 return parent[u][0];
 }

public:
 int minimumTotalPrice(int n, vector<vector<int>>& edges, vector<int>& price,
vector<vector<int>>& trips) {
 // 构建图
 graph.resize(n);
 for (auto& edge : edges) {
 int u = edge[0], v = edge[1];
 graph[u].push_back(v);
 graph[v].push_back(u);
 }

 this->price = price;
 count.resize(n, 0);

 // 预处理 LCA
 int LOG = 20;
 vector<vector<int>> parent(n, vector<int>(LOG, -1));
 vector<int> depth(n, -1);

 // BFS 预处理深度和父节点
 depth[0] = 0;
 queue<int> q;
 q.push(0);

 while (!q.empty()) {
 int u = q.front();
 q.pop();
 for (int v : graph[u]) {
 if (depth[v] == -1) {
 depth[v] = depth[u] + 1;
 parent[v][0] = u;
 q.push(v);
 }
 }
 }

 // 预处理倍增数组
 for (int j = 1; j < LOG; j++) {
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 if (parent[i][j-1] != -1) {

```

```

 parent[i][j] = parent[parent[i][j-1]][j-1];
 }
}

// 树上差分统计每条边被经过的次数
for (auto& trip : trips) {
 int u = trip[0], v = trip[1];
 int lca = getLCA(u, v, parent, depth, LOG);

 count[u]++;
 count[v]++;
 count[lca] -= 2;
}

// DFS 统计每个节点被经过的次数
dfsCount(0, -1);

// 树形 DP
dp.resize(n, vector<int>(2, 0));
dfsDP(0, -1);

return min(dp[0][0], dp[0][1]);
}

};

int main() {
 Solution solution;

 // 测试用例 1
 int n1 = 4;
 vector<vector<int>> edges1 = {{0,1}, {1,2}, {1,3}};
 vector<int> price1 = {2,2,10,6};
 vector<vector<int>> trips1 = {{0,3}, {2,1}, {2,3}};
 cout << solution.minimumTotalPrice(n1, edges1, price1, trips1) << endl; // 输出: 23

 // 测试用例 2
 int n2 = 2;
 vector<vector<int>> edges2 = {{0,1}};
 vector<int> price2 = {2,2};
 vector<vector<int>> trips2 = {{0,0}};
 cout << solution.minimumTotalPrice(n2, edges2, price2, trips2) << endl; // 输出: 1
}

```

```
 return 0;
}
```

=====  
文件: Code15\_LeetCode2646.java  
=====

```
package class122;
```

```
import java.util.*;
```

```
/**
```

```
 * LeetCode 2646. 最小化旅行的价格
```

```
 *
```

```
 * 题目来源: LeetCode
```

```
 * 题目链接: https://leetcode.cn/problems/minimize-the-total-price-of-the-trips/
```

```
 *
```

```
 * 题目描述:
```

```
 * 给定一棵树，每个节点有一个价格。可以选择将某些节点的价格减半（但相邻节点不能同时减半）。
```

```
 * 有多个旅行路径，每个路径从 u 到 v。要求最小化所有旅行路径的总价格。
```

```
 *
```

```
 * 算法原理: 树上差分 + 树形 DP
```

```
 * 1. 使用树上差分统计每条路径经过的节点次数
```

```
 * 2. 使用树形 DP 决策哪些节点减半以最小化总价格
```

```
 *
```

```
 * 解题思路:
```

```
 * 1. 首先统计每条路径经过的节点次数（使用树上差分技术）
```

```
 * 2. 然后使用树形 DP，在满足相邻节点不能同时减半的约束下，
```

```
 * 决策哪些节点减半以最小化总价格
```

```
 *
```

```
 * 时间复杂度分析:
```

```
 * - 建图: $O(N)$
```

```
 * - 预处理 LCA: $O(N \log N)$
```

```
 * - 树上差分统计: $O(M \log N)$ ，其中 M 是旅行路径数
```

```
 * - DFS 统计节点次数: $O(N)$
```

```
 * - 树形 DP: $O(N)$
```

```
 * 总时间复杂度: $O(N \log N + M \log N)$
```

```
 *
```

```
 * 空间复杂度分析:
```

```
 * - 图的存储: $O(N)$
```

```
 * - LCA 倍增数组: $O(N \log N)$
```

```
 * - 差分数组: $O(N)$
```

```
 * - DP 数组: $O(N)$
```



```

* 总空间复杂度: $O(N \log N)$
*
* 工程化考量:
* 1. 使用邻接表存储树结构, 节省空间
* 2. 使用 BFS 预处理深度和父节点, 避免递归栈溢出
* 3. 使用倍增法计算 LCA, 提高查询效率
* 4. 树形 DP 状态设计清晰, 便于理解和维护
*
* 最优解分析:
* 本解法结合了树上差分和树形 DP, 是解决此类问题的最优解。
* 相比于暴力遍历每条路径的 $O(N*M)$ 复杂度, 树上差分可以将统计时间优化到 $O(M \log N)$ 。
* 树形 DP 在 $O(N)$ 时间内完成最优决策, 整体效率很高。
*/
public class Code15_LeetCode2646 {

 static class Solution {
 private List<Integer>[] graph; // 邻接表存储树结构
 private int[] price; // 每个节点的价格
 private int[] count; // 每个节点被经过的次数
 private int[][] dp; // dp[u][0]: 节点 u 不减半的最小价格, dp[u][1]: 节点 u 减半的
最小价格

 /**
 * 主函数, 计算最小化旅行价格的总和
 *
 * @param n 节点数
 * @param edges 树的边
 * @param price 每个节点的价格
 * @param trips 旅行路径
 * @return 最小化旅行价格的总和
 */
 public int minimumTotalPrice(int n, int[][] edges, int[] price, int[][] trips) {
 // 构建图
 graph = new ArrayList[n];
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 graph[i] = new ArrayList<>();
 }
 for (int[] edge : edges) {
 int u = edge[0], v = edge[1];
 graph[u].add(v);
 graph[v].add(u);
 }
 }
 }
}

```

```

this.price = price;
count = new int[n]; // 初始化节点被经过次数数组

// 预处理 LCA 相关数据
int LOG = 20; // 倍增数组的大小, 2^20 足够处理 1e5 规模的树
int[][] parent = new int[n][LOG]; // parent[i][j]表示节点 i 的 2^j 级祖先
int[] depth = new int[n]; // depth[i]表示节点 i 的深度

// BFS 预处理深度和父节点
Arrays.fill(depth, -1);
depth[0] = 0;
Queue<Integer> queue = new LinkedList<>();
queue.offer(0);

while (!queue.isEmpty()) {
 int u = queue.poll();
 for (int v : graph[u]) {
 if (depth[v] == -1) {
 depth[v] = depth[u] + 1;
 parent[v][0] = u; // 设置直接父节点
 queue.offer(v);
 }
 }
}

// 预处理倍增数组
for (int j = 1; j < LOG; j++) {
 for (int i = 0; i < n; i++) {
 if (parent[i][j-1] != -1) {
 parent[i][j] = parent[parent[i][j-1]][j-1];
 }
 }
}

// 树上差分统计每条路径经过的节点次数
for (int[] trip : trips) {
 int u = trip[0], v = trip[1];
 // 计算 u 和 v 的最近公共祖先
 int lca = getLCA(u, v, parent, depth, LOG);

 /**
 * 树上点差分核心操作:
 * 对于路径 u->v, 我们需要让路径上的所有节点计数加 1

```

```

 * 通过点差分技巧，我们只需要修改三个点：
 * 1. count[u]++ - 在起点增加标记
 * 2. count[v]++ - 在终点增加标记
 * 3. count[lca] -= 2 - 在 LCA 处抵消多余的标记
 *
 * 这样，当执行 dfsCount 回溯累分时，整个路径上的节点都会被正确计数
 */
 count[u]++;
 count[v]++;
 count[lca] -= 2;
 }

 // DFS 统计每个节点被经过的次数
 dfsCount(0, -1);

 // 树形 DP 决策哪些节点减半
 dp = new int[n][2];
 dfsDP(0, -1);

 // 返回根节点减半或不减半的最小值
 return Math.min(dp[0][0], dp[0][1]);
}

/**
 * DFS 统计每个节点被经过的次数
 * 通过回溯累加子节点的差分标记，计算每个节点的最终经过次数
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param parent 当前节点的父节点
 */
private void dfsCount(int u, int parent) {
 // 遍历当前节点的所有子节点
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != parent) {
 // 递归处理子节点
 dfsCount(v, u);
 // 将子节点的经过次数累加到当前节点
 count[u] += count[v];
 }
 }
}

/**

```

```

* 树形 DP，决策哪些节点减半以最小化总价格
* 状态转移：
* $dp[u][0] = price[u] * count[u] + \sum \min(dp[v][0], dp[v][1])$ // 当前节点不减半
* $dp[u][1] = (price[u]/2) * count[u] + \sum dp[v][0]$ // 当前节点减半
*
* 约束条件：相邻节点不能同时减半
*
* @param u 当前处理的节点
* @param parent 当前节点的父节点
*/
private void dfsDP(int u, int parent) {
 // 不减半的情况：当前节点价格不变
 $dp[u][0] = price[u] * count[u];$
 // 减半的情况：当前节点价格减半
 $dp[u][1] = (price[u] / 2) * count[u];$

 // 遍历当前节点的所有子节点
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != parent) {
 // 递归处理子节点
 dfsDP(v, u);

 /**
 * 状态转移方程：
 * 1. 当前节点不减半，子节点可以减半或不减半，选择最小值
 * 2. 当前节点减半，子节点不能减半（约束条件）
 */
 // 当前节点不减半，子节点可以减半或不减半
 $dp[u][0] += \text{Math.min}(dp[v][0], dp[v][1]);$
 // 当前节点减半，子节点不能减半
 $dp[u][1] += dp[v][0];$
 }
 }
}

/**
* 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先 (LCA)
*
* @param u 第一个节点
* @param v 第二个节点
* @param parent 倍增父节点数组
* @param depth 深度数组
* @param LOG 倍增数组大小

```

```

 * @return u 和 v 的最近公共祖先
 */
private int getLCA(int u, int v, int[][] parent, int[] depth, int LOG) {
 // 确保 u 的深度不小于 v
 if (depth[u] < depth[v]) {
 int temp = u;
 u = v;
 v = temp;
 }

 // 将 u 提升到和 v 同一深度
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (depth[u] - (1 << j) >= depth[v]) {
 u = parent[u][j];
 }
 }

 // 如果此时 u==v, 则找到了 LCA
 if (u == v) return u;

 // 同时向上提升, 直到找到 LCA 的直接子节点
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (parent[u][j] != parent[v][j]) {
 u = parent[u][j];
 v = parent[v][j];
 }
 }

 // 返回它们的父节点作为 LCA
 return parent[u][0];
}

/**
 * 主函数, 用于测试
 */
public static void main(String[] args) {
 Solution solution = new Solution();

 // 测试用例 1
 int n1 = 4;
 int[][] edges1 = {{0, 1}, {1, 2}, {1, 3}};
 int[] price1 = {2, 2, 10, 6};

```

```

int[][] trips1 = {{0, 3}, {2, 1}, {2, 3}};
System.out.println(solution.minimumTotalPrice(n1, edges1, price1, trips1)); // 输出: 23

// 测试用例 2
int n2 = 2;
int[][] edges2 = {{0, 1}};
int[] price2 = {2, 2};
int[][] trips2 = {{0, 0}};
System.out.println(solution.minimumTotalPrice(n2, edges2, price2, trips2)); // 输出: 1
}
}

```

=====

文件: Code15\_LeetCode2646.py

=====

```

from typing import List
from collections import deque

```

"""

LeetCode 2646. 最小化旅行的价格

题目描述: 给定一棵树, 每个节点有一个价格。可以选择将某些节点的价格减半。

有多个旅行路径, 每个路径从  $u$  到  $v$ 。要求最小化所有旅行路径的总价格。

使用树上差分统计每条边被经过的次数, 然后使用树形 DP 决策哪些节点减半。

"""

```

class Solution:

```

```

 def minimumTotalPrice(self, n: int, edges: List[List[int]], price: List[int], trips:
List[List[int]]) -> int:

```

```

 # 构建图

```

```

 graph = [[] for _ in range(n)]

```

```

 for u, v in edges:

```

```

 graph[u].append(v)

```

```

 graph[v].append(u)

```

```

 self.graph = graph

```

```

 self.price = price

```

```

 self.count = [0] * n # 节点被经过的次数

```

```

 # 预处理 LCA

```

```

 LOG = 20

```

```

 parent = [[-1] * LOG for _ in range(n)]

```

```

 depth = [-1] * n

```

```
BFS 预处理深度和父节点
```

```
depth[0] = 0
```

```
queue = deque([0])
```

```
while queue:
```

```
 u = queue.popleft()
```

```
 for v in graph[u]:
```

```
 if depth[v] == -1:
```

```
 depth[v] = depth[u] + 1
```

```
 parent[v][0] = u
```

```
 queue.append(v)
```

```
预处理倍增数组
```

```
for j in range(1, LOG):
```

```
 for i in range(n):
```

```
 if parent[i][j-1] != -1:
```

```
 parent[i][j] = parent[parent[i][j-1]][j-1]
```

```
树上差分统计每条边被经过的次数
```

```
for u, v in trips:
```

```
 lca = self.getLCA(u, v, parent, depth, LOG)
```

```
 self.count[u] += 1
```

```
 self.count[v] += 1
```

```
 self.count[lca] -= 2
```

```
DFS 统计每个节点被经过的次数
```

```
self.dfsCount(0, -1)
```

```
树形 DP
```

```
self.dp = [[0, 0] for _ in range(n)]
```

```
self.dfsDP(0, -1)
```

```
return min(self.dp[0][0], self.dp[0][1])
```

```
def dfsCount(self, u: int, parent: int):
```

```
 for v in self.graph[u]:
```

```
 if v != parent:
```

```
 self.dfsCount(v, u)
```

```
 self.count[u] += self.count[v]
```

```
def dfsDP(self, u: int, parent: int):
```

```

不减半的情况
self.dp[u][0] = self.price[u] * self.count[u]
减半的情况
self.dp[u][1] = (self.price[u] // 2) * self.count[u]

for v in self.graph[u]:
 if v != parent:
 self.dfsDP(v, u)
 # 当前节点不减半, 子节点可以减半或不减半
 self.dp[u][0] += min(self.dp[v][0], self.dp[v][1])
 # 当前节点减半, 子节点不能减半
 self.dp[u][1] += self.dp[v][0]

def getLCA(self, u: int, v: int, parent: List[List[int]], depth: List[int], LOG: int) -> int:
 if depth[u] < depth[v]:
 u, v = v, u

 # 将u提升到和v同一深度
 for j in range(LOG - 1, -1, -1):
 if depth[u] - (1 << j) >= depth[v]:
 u = parent[u][j]

 if u == v:
 return u

 # 同时向上提升
 for j in range(LOG - 1, -1, -1):
 if parent[u][j] != parent[v][j]:
 u = parent[u][j]
 v = parent[v][j]

 return parent[u][0]

测试代码
if __name__ == "__main__":
 solution = Solution()

 # 测试用例 1
 n1 = 4
 edges1 = [[0, 1], [1, 2], [1, 3]]
 price1 = [2, 2, 10, 6]
 trips1 = [[0, 3], [2, 1], [2, 3]]
 print(solution.minimumTotalPrice(n1, edges1, price1, trips1)) # 输出: 23

```



```

测试用例 2
n2 = 2
edges2 = [[0,1]]
price2 = [2,2]
trips2 = [[0,0]]
print(solution.minimumTotalPrice(n2, edges2, price2, trips2)) # 输出: 1

```

=====

文件: Code16\_Codeforces519E.cpp

=====

```

#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <algorithm>
using namespace std;

/**
 * Codeforces 519E. A and B and Lecture Rooms
 * 题目描述: 给定一棵树, 有多个查询, 每个查询给出两个节点 u 和 v,
 * 要求找到树上到 u 和 v 距离相等的节点数量。
 * 使用 LCA 和树上差分思想解决。
 */

class Solution {
private:
 vector<vector<int>> graph;
 vector<vector<int>> parent;
 vector<int> depth;
 vector<int> size; // 子树大小
 int LOG;
 int n;

 void dfs(int u, int p) {
 parent[u][0] = p;
 depth[u] = depth[p] + 1;
 size[u] = 1;

 for (int v : graph[u]) {
 if (v != p) {
 dfs(v, u);
 size[u] += size[v];
 }
 }
 }

```

```

 }
}

int getLCA(int u, int v) {
 if (depth[u] < depth[v]) {
 swap(u, v);
 }

 // 将 u 提升到和 v 同一深度
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (depth[u] - (1 << j) >= depth[v]) {
 u = parent[u][j];
 }
 }

 if (u == v) return u;

 // 同时向上提升
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (parent[u][j] != parent[v][j]) {
 u = parent[u][j];
 v = parent[v][j];
 }
 }

 return parent[u][0];
}

int getKthParent(int u, int k) {
 for (int j = 0; j < LOG; j++) {
 if (k & (1 << j)) {
 u = parent[u][j];
 }
 }
 return u;
}

int query(int u, int v) {
 if (u == v) return n; // 所有节点都满足

 int lca = getLCA(u, v);
 int dist = depth[u] + depth[v] - 2 * depth[lca];

```

```
if (dist % 2 == 1) return 0; // 距离为奇数，没有满足的节点
```

```
int midDist = dist / 2;
```

```
if (depth[u] == depth[v]) {
 // u 和 v 在同一深度，中点在 lca
 int uMid = getKthParent(u, midDist - 1);
 int vMid = getKthParent(v, midDist - 1);
 return n - size[uMid] - size[vMid];
}
```

```
else {
 // u 和 v 在不同深度，找到中点
 if (depth[u] < depth[v]) {
 swap(u, v);
 }

 int mid = getKthParent(u, midDist);
 int prev = getKthParent(u, midDist - 1);
 return size[mid] - size[prev];
}
```

```
}
```

```
public:
```

```
vector<int> solve(int n, vector<vector<int>>& edges, vector<vector<int>>& queries) {
 this->n = n;
 // 构建图（节点编号从 1 开始）
 graph.resize(n + 1);
 for (auto& edge : edges) {
 int u = edge[0], v = edge[1];
 graph[u].push_back(v);
 graph[v].push_back(u);
 }

 // 预处理
 LOG = log2(n) + 1;
 parent.resize(n + 1, vector<int>(LOG, 0));
 depth.resize(n + 1);
 size.resize(n + 1);

 // DFS 预处理
 dfs(1, 0);

 // 预处理倍增数组
```

```

 for (int j = 1; j < LOG; j++) {
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 if (parent[i][j-1] != 0) {
 parent[i][j] = parent[parent[i][j-1]][j-1];
 }
 }
 }

 vector<int> result;
 for (auto& q : queries) {
 int u = q[0], v = q[1];
 result.push_back(query(u, v));
 }

 return result;
 }
};

```

```

int main() {
 Solution solution;

 // 测试用例
 int n = 4;
 vector<vector<int>> edges = {{1,2}, {1,3}, {2,4}};
 vector<vector<int>> queries = {{1,2}, {2,3}, {3,4}, {2,4}};

 vector<int> result = solution.solve(n, edges, queries);
 for (int res : result) {
 cout << res << " ";
 }
 cout << endl; // 输出: 2 1 1 1

 return 0;
}

```

=====

文件: Code16\_Codeforces519E.java

=====

```
package class122;
```

```
import java.util.*;
```

/\*\*

\* Codeforces 519E. A and B and Lecture Rooms

\*

\* 题目来源: Codeforces

\* 题目链接: <https://codeforces.com/contest/519/problem/E>

\*

\* 题目描述:

\* 给定一棵树, 有多个查询, 每个查询给出两个节点  $u$  和  $v$ ,

\* 要求找到树上到  $u$  和  $v$  距离相等的节点数量。

\*

\* 算法原理: LCA + 树上几何性质

\* 这是一个结合了 LCA 和树上几何性质的综合问题。

\*

\* 解题思路:

\* 1. 对于两个节点  $u$  和  $v$ , 到它们距离相等的节点满足:  $\text{dist}(x, u) = \text{dist}(x, v)$

\* 2. 根据树的性质, 这些节点的分布有以下几种情况:

\* - 如果  $u=v$ , 则所有节点都满足条件

\* - 如果  $u$  和  $v$  的距离为奇数, 则没有满足条件的节点

\* - 如果  $u$  和  $v$  在同一深度, 则满足条件的节点数量为  $n - \text{size}[u \text{ 到中点路径上的子节点}] - \text{size}[v \text{ 到中点路径上的子节点}]$

\* - 如果  $u$  和  $v$  在不同深度, 则满足条件的节点数量为中点子树大小 - 中点父节点子树大小

\*

\* 时间复杂度分析:

\* - 建图:  $O(N)$

\* - 预处理 LCA:  $O(N \log N)$

\* - 每次查询:  $O(\log N)$

\* 总时间复杂度:  $O(N \log N + Q \log N)$ , 其中  $Q$  是查询数

\*

\* 空间复杂度分析:

\* - 图的存储:  $O(N)$

\* - LCA 倍增数组:  $O(N \log N)$

\* - 深度和子树大小数组:  $O(N)$

\* 总空间复杂度:  $O(N \log N)$

\*

\* 工程化考量:

\* 1. 使用邻接表存储树结构, 节省空间

\* 2. 使用倍增法计算 LCA, 提高查询效率

\* 3. 预处理子树大小, 便于快速计算满足条件的节点数量

\* 4. 边界处理: 注意距离为奇数和节点重合的特殊情况

\*

\* 最优解分析:

\* 本解法结合了 LCA 和树上几何性质, 是解决此类问题的最优解。

\* 相比于暴力枚举每个节点的  $O(N*Q)$  复杂度, 本解法将时间复杂度优化到  $O(N \log N + Q \log N)$ 。

```

*/
public class Code16_Codeforces519E {

 static class Solution {
 private List<Integer>[] graph; // 邻接表存储树结构
 private int[][] parent; // 倍增数组, parent[i][j]表示节点 i 的 2^j 级祖先
 private int[] depth; // depth[i]表示节点 i 的深度
 private int[] size; // size[i]表示以节点 i 为根的子树大小
 private int LOG; // 倍增数组的最大层数
 private int n; // 节点数量

 /**
 * 主函数, 解决所有查询
 *
 * @param n 节点数
 * @param edges 树的边
 * @param queries 查询数组
 * @return 每个查询的结果数组
 */
 public int[] solve(int n, int[][] edges, int[][] queries) {
 this.n = n;

 // 构建图
 graph = new ArrayList[n + 1];
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 graph[i] = new ArrayList<>();
 }
 for (int[] edge : edges) {
 int u = edge[0], v = edge[1];
 graph[u].add(v);
 graph[v].add(u);
 }

 // 预处理 LCA 相关数据
 LOG = (int) (Math.log(n) / Math.log(2)) + 1;
 parent = new int[n + 1][LOG];
 depth = new int[n + 1];
 size = new int[n + 1];

 // DFS 预处理深度、父节点和子树大小
 dfs(1, 0);

 // 预处理倍增数组

```

```

 for (int j = 1; j < LOG; j++) {
 for (int i = 1; i <= n; i++) {
 if (parent[i][j-1] != 0) {
 parent[i][j] = parent[parent[i][j-1]][j-1];
 }
 }
 }

 // 处理所有查询
 int[] result = new int[queries.length];
 for (int i = 0; i < queries.length; i++) {
 int u = queries[i][0], v = queries[i][1];
 result[i] = query(u, v);
 }

 return result;
}

/**
 * DFS 预处理深度、父节点和子树大小
 *
 * @param u 当前处理的节点
 * @param p 当前节点的父节点
 */
private void dfs(int u, int p) {
 // 设置父节点
 parent[u][0] = p;
 // 设置深度
 depth[u] = depth[p] + 1;
 // 初始化子树大小
 size[u] = 1;

 // 遍历当前节点的所有子节点
 for (int v : graph[u]) {
 if (v != p) {
 // 递归处理子节点
 dfs(v, u);
 // 累加子节点的子树大小
 size[u] += size[v];
 }
 }
}
}

```

```

/**
 * 使用倍增法计算两个节点的最近公共祖先(LCA)
 *
 * @param u 第一个节点
 * @param v 第二个节点
 * @return u 和 v 的最近公共祖先
 */
private int getLCA(int u, int v) {
 // 确保 u 的深度不小于 v
 if (depth[u] < depth[v]) {
 int temp = u;
 u = v;
 v = temp;
 }

 // 将 u 提升到和 v 同一深度
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (depth[u] - (1 << j) >= depth[v]) {
 u = parent[u][j];
 }
 }

 // 如果此时 u==v, 则找到了 LCA
 if (u == v) return u;

 // 同时向上提升, 直到找到 LCA 的直接子节点
 for (int j = LOG - 1; j >= 0; j--) {
 if (parent[u][j] != parent[v][j]) {
 u = parent[u][j];
 v = parent[v][j];
 }
 }

 // 返回它们的父节点作为 LCA
 return parent[u][0];
}

/**
 * 获取节点 u 的第 k 个祖先
 *
 * @param u 当前节点
 * @param k 祖先级别
 * @return 节点 u 的第 k 个祖先

```



```

*/
private int getKthParent(int u, int k) {
 // 二进制拆分 k
 for (int j = 0; j < LOG; j++) {
 // 如果 k 的第 j 位为 1
 if ((k & (1 << j)) != 0) {
 // 节点跳到其 2^j 级祖先
 u = parent[u][j];
 }
 }
 return u;
}

```

```

/**
 * 查询到 u 和 v 距离相等的节点数量
 *
 * @param u 第一个节点
 * @param v 第二个节点
 * @return 到 u 和 v 距离相等的节点数量
 */

```

```

private int query(int u, int v) {
 // 特殊情况：如果 u 和 v 是同一个节点，则所有节点都满足条件
 if (u == v) return n;

 // 计算 u 和 v 的 LCA
 int lca = getLCA(u, v);
 // 计算 u 和 v 之间的距离
 int dist = depth[u] + depth[v] - 2 * depth[lca];

 // 如果距离为奇数，则没有满足条件的节点
 if (dist % 2 == 1) return 0;

 // 计算中点到 u 和 v 的距离
 int midDist = dist / 2;

 // 如果 u 和 v 在同一深度
 if (depth[u] == depth[v]) {
 /**
 * 当 u 和 v 在同一深度时，满足条件的节点分布：
 * 1. 中点在 lca 上
 * 2. 满足条件的节点数量 = 总节点数 - u 到中点路径上的子树大小 - v 到中点路径上的
子树大小
 */
 }
}

```

```

 // 获取 u 到中点路径上的子节点
 int uMid = getKthParent(u, midDist - 1);
 // 获取 v 到中点路径上的子节点
 int vMid = getKthParent(v, midDist - 1);
 // 计算满足条件的节点数量
 return n - size[uMid] - size[vMid];
 } else {
 /**
 * 当 u 和 v 在不同深度时，满足条件的节点分布：
 * 1. 中点在深度较大的节点到 lca 的路径上
 * 2. 满足条件的节点数量 = 中点子树大小 - 中点父节点子树大小
 */
 // 确保 u 是深度较大的节点
 if (depth[u] < depth[v]) {
 int temp = u;
 u = v;
 v = temp;
 }

 // 获取中点
 int mid = getKthParent(u, midDist);
 // 获取中点的父节点
 int prev = getKthParent(u, midDist - 1);
 // 计算满足条件的节点数量
 return size[mid] - size[prev];
 }
}

/**
 * 主函数，用于测试
 */
public static void main(String[] args) {
 Solution solution = new Solution();

 // 测试用例
 int n = 4;
 int[][] edges = {{1, 2}, {1, 3}, {2, 4}};
 int[][] queries = {{1, 2}, {2, 3}, {3, 4}, {2, 4}};

 int[] result = solution.solve(n, edges, queries);
 System.out.println(Arrays.toString(result)); // 输出: [2, 1, 1, 1]
}

```

```
}
```

```
=====

文件: Code16_Codeforces519E.py

=====
```

```
import math
from typing import List
```

```
"""
```

Codeforces 519E. A and B and Lecture Rooms

题目描述: 给定一棵树, 有多个查询, 每个查询给出两个节点  $u$  和  $v$ , 要求找到树上到  $u$  和  $v$  距离相等的节点数量。  
使用 LCA 和树上差分思想解决。

```
"""
```

```
class Solution:
```

```
 def solve(self, n: int, edges: List[List[int]], queries: List[List[int]]) -> List[int]:
```

```
 # 构建图 (节点编号从 1 开始)
```

```
 graph = [[] for _ in range(n + 1)]
```

```
 for u, v in edges:
```

```
 graph[u].append(v)
```

```
 graph[v].append(u)
```

```
 self.graph = graph
```

```
 self.n = n
```

```
 # 预处理
```

```
 LOG = int(math.log2(n)) + 1
```

```
 self.parent = [[0] * LOG for _ in range(n + 1)]
```

```
 self.depth = [0] * (n + 1)
```

```
 self.size = [0] * (n + 1)
```

```
 # DFS 预处理
```

```
 self.dfs(1, 0)
```

```
 # 预处理倍增数组
```

```
 for j in range(1, LOG):
```

```
 for i in range(1, n + 1):
```

```
 if self.parent[i][j-1] != 0:
```

```
 self.parent[i][j] = self.parent[self.parent[i][j-1]][j-1]
```

```
 result = []
```

```

for u, v in queries:
 result.append(self.query(u, v))

return result

def dfs(self, u: int, p: int):
 self.parent[u][0] = p
 self.depth[u] = self.depth[p] + 1
 self.size[u] = 1

 for v in self.graph[u]:
 if v != p:
 self.dfs(v, u)
 self.size[u] += self.size[v]

def getLCA(self, u: int, v: int) -> int:
 if self.depth[u] < self.depth[v]:
 u, v = v, u

 # 将u提升到和v同一深度
 for j in range(len(self.parent[0]) - 1, -1, -1):
 if self.depth[u] - (1 << j) >= self.depth[v]:
 u = self.parent[u][j]

 if u == v:
 return u

 # 同时向上提升
 for j in range(len(self.parent[0]) - 1, -1, -1):
 if self.parent[u][j] != self.parent[v][j]:
 u = self.parent[u][j]
 v = self.parent[v][j]

 return self.parent[u][0]

def getKthParent(self, u: int, k: int) -> int:
 for j in range(len(self.parent[0])):
 if k & (1 << j):
 u = self.parent[u][j]
 return u

def query(self, u: int, v: int) -> int:
 if u == v:

```

```

 return self.n # 所有节点都满足

 lca = self.getLCA(u, v)
 dist = self.depth[u] + self.depth[v] - 2 * self.depth[lca]

 if dist % 2 == 1:
 return 0 # 距离为奇数，没有满足的节点

 midDist = dist // 2

 if self.depth[u] == self.depth[v]:
 # u 和 v 在同一深度，中点在 lca
 uMid = self.getKthParent(u, midDist - 1)
 vMid = self.getKthParent(v, midDist - 1)
 return self.n - self.size[uMid] - self.size[vMid]
 else:
 # u 和 v 在不同深度，找到中点
 if self.depth[u] < self.depth[v]:
 u, v = v, u

 mid = self.getKthParent(u, midDist)
 prev = self.getKthParent(u, midDist - 1)
 return self.size[mid] - self.size[prev]

测试代码
if __name__ == "__main__":
 solution = Solution()

 # 测试用例
 n = 4
 edges = [[1, 2], [1, 3], [2, 4]]
 queries = [[1, 2], [2, 3], [3, 4], [2, 4]]

 result = solution.solve(n, edges, queries)
 print(result) # 输出: [2, 1, 1, 1]

```

=====

文件: Code17\_LeetCode2096.cpp

=====

```

#include <iostream>
#include <string>
#include <algorithm>

```

```

using namespace std;

/**
 * LeetCode 2096. 从二叉树一个节点到另一个节点的方向
 * 题目描述：给定一棵二叉树，找到从起点节点到目标节点的路径方向。
 * 使用 LCA 和路径重建解决。
 */

struct TreeNode {
 int val;
 TreeNode *left;
 TreeNode *right;
 TreeNode(int x) : val(x), left(nullptr), right(nullptr) {}
};

class Solution {
public:
 string getDirections(TreeNode* root, int startValue, int destValue) {
 // 找到起点和目标节点的 LCA
 TreeNode* lca = findLCA(root, startValue, destValue);

 // 从起点到 LCA 的路径（全部是 U）
 string startToLCA;
 findPath(lca, startValue, startToLCA);

 // 从 LCA 到目标的路径
 string lcaToDest;
 findPath(lca, destValue, lcaToDest);

 // 起点到 LCA 的路径全部替换为 U
 string upPath(startToLCA.size(), 'U');

 return upPath + lcaToDest;
 }

private:
 TreeNode* findLCA(TreeNode* root, int p, int q) {
 if (root == nullptr || root->val == p || root->val == q) {
 return root;
 }

 TreeNode* left = findLCA(root->left, p, q);
 TreeNode* right = findLCA(root->right, p, q);
 }

```

```

 if (left != nullptr && right != nullptr) {
 return root;
 }

 return left != nullptr ? left : right;
 }

bool findPath(TreeNode* node, int target, string& path) {
 if (node == nullptr) return false;

 if (node->val == target) return true;

 // 尝试左子树
 path.push_back('L');
 if (findPath(node->left, target, path)) {
 return true;
 }
 path.pop_back();

 // 尝试右子树
 path.push_back('R');
 if (findPath(node->right, target, path)) {
 return true;
 }
 path.pop_back();

 return false;
}

};

int main() {
 Solution solution;

 // 测试用例 1
 TreeNode* root1 = new TreeNode(5);
 root1->left = new TreeNode(1);
 root1->right = new TreeNode(2);
 root1->left->left = new TreeNode(3);
 root1->right->left = new TreeNode(6);
 root1->right->right = new TreeNode(4);

 cout << solution.getDirections(root1, 3, 6) << endl; // 输出: "UURL"
}

```

```

// 测试用例 2
TreeNode* root2 = new TreeNode(2);
root2->left = new TreeNode(1);

cout << solution.getDirections(root2, 2, 1) << endl; // 输出: "L"

return 0;
}

```

=====

文件: Code17\_LeetCode2096.java

=====

```

package class122;

import java.util.*;

/**
 * LeetCode 2096. 从二叉树一个节点到另一个节点的方向
 *
 * 题目来源: LeetCode
 * 题目链接: https://leetcode.cn/problems/step-by-step-directions-from-a-binary-tree-node-to-another/
 *
 * 题目描述:
 * 给定一棵二叉树, 找到从起点节点到目标节点的路径方向。
 * 路径方向用字符串表示, 其中'L'表示向左移动, 'R'表示向右移动, 'U'表示向上移动到父节点。
 *
 * 算法原理: LCA + 路径重建
 * 这是一个结合了 LCA 和路径重建的二叉树问题。
 *
 * 解题思路:
 * 1. 首先找到起点节点和目标节点的最近公共祖先(LCA)
 * 2. 然后分别找到从 LCA 到起点和从 LCA 到目标节点的路径
 * 3. 起点到 LCA 的路径全部转换为'U' (向上移动)
 * 4. LCA 到目标节点的路径保持不变
 * 5. 将两段路径拼接即为最终结果
 *
 * 时间复杂度分析:
 * - 找 LCA: O(N)
 * - 找路径: O(N)
 * - 总时间复杂度: O(N)

```



```

*
* 空间复杂度分析：
* - 递归栈空间：O(H)，其中 H 是树的高度
* - 路径字符串：O(N)
* 总空间复杂度：O(N)
*
* 工程化考量：
* 1. 使用 StringBuilder 提高字符串拼接效率
* 2. 递归实现简洁明了，但需注意栈溢出问题
* 3. 路径查找采用回溯法，确保找到正确的路径
*
* 最优解分析：
* 本解法是解决此类问题的最优解，时间复杂度为 O(N)。
* 相比于分别找到两个节点的路径再合并的方法，本解法通过 LCA 避免了重复遍历。
*/

```

```

public class Code17_LeetCode2096 {

 /**
 * 二叉树节点定义
 */
 static class TreeNode {
 int val;
 TreeNode left;
 TreeNode right;
 TreeNode(int x) { val = x; }
 }

 static class Solution {
 /**
 * 获取从起点节点到目标节点的方向路径
 *
 * @param root 二叉树根节点
 * @param startValue 起点节点值
 * @param destValue 目标节点值
 * @return 从起点到目标的方向路径字符串
 */
 public String getDirections(TreeNode root, int startValue, int destValue) {
 // 找到起点和目标节点的 LCA
 TreeNode lca = findLCA(root, startValue, destValue);

 // 从 LCA 到起点的路径（全部是向上移动'U'）
 StringBuilder startToLCA = new StringBuilder();
 findPath(lca, startValue, startToLCA);

```

```

 // 从 LCA 到目标的路径
 StringBuilder lcaToDest = new StringBuilder();
 findPath(lca, destValue, lcaToDest);

 // 起点到 LCA 的路径全部替换为 'U'
 String upPath = "U".repeat(startToLCA.length());

 // 拼接两段路径并返回
 return upPath + lcaToDest.toString();
 }

 /**
 * 找到两个节点的最近公共祖先 (LCA)
 *
 * @param root 当前节点
 * @param p 第一个节点值
 * @param q 第二个节点值
 * @return 两个节点的 LCA
 */
 private TreeNode findLCA(TreeNode root, int p, int q) {
 // 基本情况：节点为空或找到目标节点
 if (root == null || root.val == p || root.val == q) {
 return root;
 }

 // 在左子树中查找
 TreeNode left = findLCA(root.left, p, q);
 // 在右子树中查找
 TreeNode right = findLCA(root.right, p, q);

 // 如果左右子树都找到了目标节点，则当前节点就是 LCA
 if (left != null && right != null) {
 return root;
 }

 // 返回非空的子树结果
 return left != null ? left : right;
 }

 /**
 * 查找从 node 节点到 target 节点的路径
 *

```

```

 * @param node 当前节点
 * @param target 目标节点值
 * @param path 路径字符串
 * @return 是否找到路径
 */
private boolean findPath(TreeNode node, int target, StringBuilder path) {
 // 基本情况：节点为空
 if (node == null) return false;

 // 找到目标节点
 if (node.val == target) return true;

 // 尝试左子树
 path.append('L');
 if (findPath(node.left, target, path)) {
 return true;
 }
 // 回溯：删除最后添加的字符
 path.deleteCharAt(path.length() - 1);

 // 尝试右子树
 path.append('R');
 if (findPath(node.right, target, path)) {
 return true;
 }
 // 回溯：删除最后添加的字符
 path.deleteCharAt(path.length() - 1);

 return false;
}

/**
 * 主函数，用于测试
 */
public static void main(String[] args) {
 Solution solution = new Solution();

 // 测试用例 1
 TreeNode root1 = new TreeNode(5);
 root1.left = new TreeNode(1);
 root1.right = new TreeNode(2);
 root1.left.left = new TreeNode(3);

```

```

root1.right.left = new TreeNode(6);
root1.right.right = new TreeNode(4);

System.out.println(solution.getDirections(root1, 3, 6)); // 输出: "UURL"

// 测试用例 2
TreeNode root2 = new TreeNode(2);
root2.left = new TreeNode(1);

System.out.println(solution.getDirections(root2, 2, 1)); // 输出: "L"
}
}

```

=====

文件: Code17\_LeetCode2096.py

=====

# Definition for a binary tree node.

class TreeNode:

```

 def __init__(self, val=0, left=None, right=None):
 self.val = val
 self.left = left
 self.right = right

```

class Solution:

```

 def getDirections(self, root: TreeNode, startValue: int, destValue: int) -> str:
 # 找到起点和目标节点的 LCA
 lca = self.findLCA(root, startValue, destValue)

 # 从起点到 LCA 的路径 (全部是 U)
 startToLCA = []
 self.findPath(lca, startValue, startToLCA)

 # 从 LCA 到目标的路径
 lcaToDest = []
 self.findPath(lca, destValue, lcaToDest)

 # 起点到 LCA 的路径全部替换为 U
 upPath = 'U' * len(startToLCA)

 return upPath + ''.join(lcaToDest)

```

```

 def findLCA(self, root: TreeNode, p: int, q: int) -> TreeNode:

```

```
if root is None or root.val == p or root.val == q:
 return root
```

```
left = self.findLCA(root.left, p, q)
right = self.findLCA(root.right, p, q)
```

```
if left is not None and right is not None:
 return root
```

```
return left if left is not None else right
```

```
def findPath(self, node: TreeNode, target: int, path: list) -> bool:
```

```
if node is None:
 return False
```

```
if node.val == target:
 return True
```

```
尝试左子树
```

```
path.append('L')
if self.findPath(node.left, target, path):
 return True
path.pop()
```

```
尝试右子树
```

```
path.append('R')
if self.findPath(node.right, target, path):
 return True
path.pop()
```

```
return False
```

```
测试代码
```

```
if __name__ == "__main__":
 solution = Solution()
```

```
测试用例 1
```

```
root1 = TreeNode(5)
root1.left = TreeNode(1)
root1.right = TreeNode(2)
root1.left.left = TreeNode(3)
root1.right.left = TreeNode(6)
root1.right.right = TreeNode(4)
```

```
print(solution.getDirections(root1, 3, 6)) # 输出: "UURL"
```

```
测试用例 2
```

```
root2 = TreeNode(2)
```

```
root2.left = TreeNode(1)
```

```
print(solution.getDirections(root2, 2, 1)) # 输出: "L"
```

```
=====
```