# Simulazione di un Supermercato

Ezio Emanuele Ditella - 0286766

Pasquale Caporaso - 0286761

#### Abstract

Da studenti fuori sede ci troviamo spesso in fila al supermercato, attendiamo in una coda interminabile mentre il turista di fronte a noi svuota i suoi due carrelli di acquisti e ci chiediamo, non si può fare di meglio? In questo studio proviamo a rispondere a questa domanda, analizzeremo e simuleremo il funzionamento di un supermercato e cercheremo di trovare, una volta per tutte, il modo migliore di mettere in fila i suoi clienti.

## 1 Sistema Ogetto di Studio

Nell sistema oggetto di studio è un qualsiasi supermercato in cui sia concesso cambiare la *configurazione delle casse*. Il supermercato sostiene costi mensili per la retribuzione degli stipendi ai cassieri. I numero di clienti che entra nel supermercato varia al variare della fascia oraria e del giorno della settimana. I cassieri sono in grado di servire i clienti con variazioni di velocità impercettibili.

### 2 Obiettivo dello Studio

L'obiettivo di tale studio è massimizzare il guadagno del supermercato, minimizzando il numero di cassieri da assumere, in modo che i clienti non percepiscano un tempo di attesa non superiore ad una certa quantità. Questo perchè il cliente è demotivato ad effettuare acquisti nel momento in cui il tempo d'attesa è troppo elevato, ovvero quando la fila alle casse è troppo lunga.

In particolare, essendo un supermercato soggetto ad un afflusso di clienti differente in base al giorno della settimana, si vuole determinare quali e quante casse utilizzare in ogni giorno.

#### 3 Modello Concettuale

Nel sistema oggetto di studio è possibile cambiare le *configurazioni di cassa* al più ogni giornata lavorativa (turno). Una giornata lavorativa è composta da due mezze giornate, di fasce orarie che vanno dalle 6:00 alle 14:00 e dalle 14:00 alle 23:00. Un turno lavorativo di un cassiere corrisponde ad una mezza giornata. Un cassiere che termina un turno verrà sostituito da un altro in modo che tale operazione non sia rilevante in termini di tempo di attesa dei clienti. Con il termine *configurazione delle casse* ci si riferisce al **tipo** di fila di attesa nella quale accodarsi prima di essere serviti dal

cassiere.

Consideriamo le seguenti configurazioni di cassa:

- 1. *Condivisa:* tutti i clienti si accodano alla stessa fila di di attesa per poi essere serviti dal primo cassiere libero.
- Pseudo-Casuale: ogni cassa è associata ad una diversa fila d'attesa che un cliente sceglie in base alla sua 'lunghezza'. All'occhio di un cliente due file di attesa sono uguali se hanno al più 2 elementi di differenza.
- 3. Selettiva: con questa configurazione il supermercato dispone di 3 tipologie di casse e la fila di attesa che conduce a tale tipo di casse deve essere occupata dai clienti che hanno effettuato un numero di acquisti
  - Cassa Leggera: non superiore ai 10 elementi
  - Cassa Media: tra gli 11 e 30 elementi
  - Cassa Pesante: dai 31 elementi in poi
- 4. *Mista*: sono presenti casse descritte come nelle configurazioni Pseudo-Casuale e un sottoinsieme arbitrario di casse descritte come nella configurazione Selettiva.
- Sperimentale: configurazione Selettiva, con la possibilità di scegliere un numero arbitrario di casse leggere, medie o pesanti, e scegliendo se associarle ad una fila condivisa oppure no.

Il cambio di configurazioni di cassa è effettuato all'inizio della giornata lavorativa.

Verranno scelte delle configurazioni di cassa in base al numero di cassieri impiegati nella giornata lavorativa.

Lo stato del sistema è rappresentato dalle seguenti variabili:

- *config\_attive*: tipo di configurazione di cassa usate durante la giornata lavorativa
- arrivi\_giorno\_ora: gli arrivi medi dei clienti, che dipenderà dal giorno della settimana e dalla fascia oraria

• num\_cassieri: numero di cassieri a lavoro in una mezza giornata lavorativa, a partire dalla quale si sceglieranno le tipologie di configurazioni di cassa

I costi di questo di questo sistema sono i seguenti:

- Cc: stipendio mensile del cassiere;
- Cp: costo per la perdita di un cliente, associato al cliente che abbandona il negozio senza comprare niente dopo aver visto una fila troppo lunga;
- Ca: costo del cliente che ha atteso in fila troppo a lungo e che quindi non ritornerà più a fare spesa nel nostro supermercato

#### Altre variabili da considerare

- $1/\mu$ : tempo medio con cui un cassiere smaltisce la spesa di un cliente. Ci riferiremo a tale variabile con il termine di tempo di servizio del cassiere.
- $1/\lambda$ : numero di oggetti medi acquistati da un cliente
- massima lunghezza fila tollerata: della fila oltre la quale un cliente deciderà di rinunciare ai suoi acquisti.

Assumiamo inoltre che il numero di clienti in coda all'inizio e alla fine della simulazione sia 0.

# Modello delle Specifiche

Utilizzando un dataset [1] sulle informazioni relative alle transazioni (spese dei clienti) di un supermercato, siamo riusciti a ricavare le seguenti informazioni.

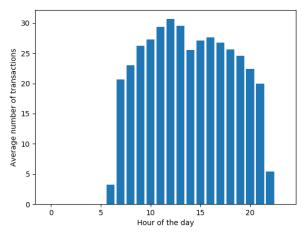


FIGURE 1: Numero di transazioni medie in un ora

Il grafico in figura 1 rappresenta il numero di clienti in ingresso nel supermercato dalle 6:00 alle 22:00 senza tener conto del giorno della settimana. Assumendo che gli arrivi nel negozio avvengano secondo una distribuzione esponenziale, partendo da tali informazioni è stato possibile estrarre il tasso di interarrivo per ogni ora e per ogni giorno della settimana. Purtroppo il dataset che avevamo a disposizione conteneva informazioni solo su una singola cassa quindi, in mancanza di dati completi, assumiamo che questo supermercato abbia 10 casse identiche con lo stesso carico di lavoro, i tassi di arrivo così calcolati sono riportati in tabella 2.

Nel sistema di studio è inoltre d'interesse monitorare il numero di acquisti fatti dai clienti.

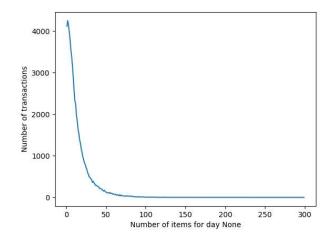


FIGURE 2: Numero di acquisti per transazione

Dal grafico in figura 2 si può intuire come il numero di acquisti dei clienti si comporta come una distribuzione esponenziale di parametro sconosciuto. Assumendo temporaneamente vera tale intuizione estraiamo il parametro associato all'esponenziale usando il metodo della massima verosimiglianza. Per poter procedere assumiamo che valgano tutte le ipotesi per poter applicare tale metodo.1 La funzione di massima verosimilianza è:  $\lambda^n exp(\sum_{i=1}^n x_i)$ , con n pari al numero di campioni e  $x_i$  pari al singolo campione. Passiamo dunque alla funzione logaritmica:  $nln(\lambda) - \lambda \sum_{j=1}^{n} x_j$ , da cui estraiamo lo stimatore  $\lambda =$  $\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$ . La realizzazione dello stimatore usando i dati del dataset è  $1/\lambda = 13.343702$ . Come si può vedere dalla figura 3, possiamo dunque confermare che la distribuzione del numero di acquisti è un'esponenziale con media  $\frac{1}{4}$ .

Un'altra cosa che dobbiamo osservare è la distribuzione del tempo di servizio di un cassiere, che chiameremo Y. Come possiamo osservare in figura 4 il tempo di servizio cresce linearmente con il numero di oggetti, quindi, essendo la distribuzione del numero di acquisti dei clienti, che chiamiamo X, esponenziale, anche il tempo di servizio dei cassieri sarà esponenziale. In particolare usando la regressione lineare

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>I campioni nel dataset relativi al numero di acquisti dei clienti sono indipendenti e identicamente distribuiti

Table 1: arrivi\_giorno\_ora (primo turno)

	6:00-7:00	7:00-8:00	8:00-9:00	9:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00
Lunedì	32.50	206.88	236.50	242.27	289.29	320.36	316.13	303.33
Martedì	30.00	195.00	217.59	234.55	253.85	292.50	290.00	298.25
Mercoledì	27.50	205.00	255.71	296.19	282.96	303.21	323.79	307.86
Giovedì	33.75	245.26	244.00	311.20	300.62	312.67	308.18	278.44
Venerdì	38.75	240.53	241.60	287.60	282.73	290.62	307.88	294.69
Sabato	32.50	173.64	212.14	238.00	261.76	290.62	301.76	290.56
Domenica	15.00	128.89	166.36	188.33	207.69	257.14	274.29	295.33

Table 2: arrivi\_giorno\_ora (secondo turno)

					_				
	14:00-15:00	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00
Lunedì	278.62	293.20	259.63	258.52	268.15	251.15	232.00	191.43	70.00
Martedì	278.29	272.50	271.28	265.26	260.56	256.88	217.50	206.40	64.00
Mercole	dì 280.67	289.64	288.15	273.85	238.21	245.65	233.16	200.00	41.43
Giovedì	253.03	268.06	281.03	266.13	264.67	231.38	211.92	226.00	60.00
Venerdì	256.00	253.55	296.07	275.33	257.59	236.67	230.42	215.71	60.00
Sabato	260.00	258.89	243.12	276.00	272.31	260.00	236.67	167.50	40.00
Domenic	ca 246.47	255.00	285.83	281.82	285.00	244.00	212.00	141.11	40.00

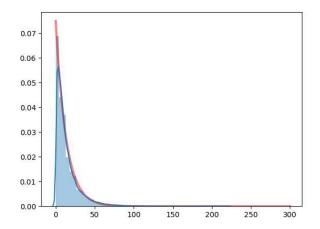
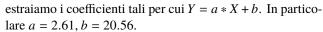


Figure 3: In rosso: densità dell'esponenziale con media  $1/\lambda$ . In blu: distribuzione dei campioni prelevati dal dataset (istogramma+kernel density)



Assumendo un tempo di servizio esponenziale, possiamo ricavare la costante della nostra distribuzione seguendo la retta di regressione rappresentata in blu in figura 4.

Il tempo di arrivo dei clienti viene generato usando una

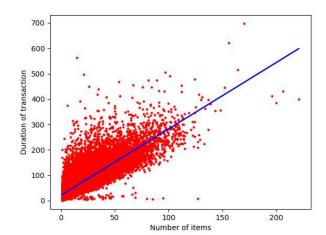


FIGURE 4: Tempo di servizio per numero di acquisti

distribuzione esponanziale con media  $arrivi\_giorno\_ora$ , e per ogni cliente verrà determinato il numero di oggetti acquistati, usando una distribuzione esponenziale con tasso  $\lambda$ .

Se un cliente è il primo della fila scelta allora viene calcolato il tempo che impiegherà il cassiere a servirlo, moltiplicando un campione estratto da un esponenziale a media  $1/\lambda$  per il coefficiente A e sommandolo a B.

Per ogni cliente viene memorizzato il suo tempo di arrivo, il tempo in cui è stato iniziato a servire è il tempo necessario per far sì che il cassiere smaltisca la sua spesa. Da tali dati viene estratto il suo tempo di attesa, e mediato con quello di tutti gli altri clienti.

## 5 Modello Computazionale

Il modello computazionale è stato sviluppato seguendo l'approccio del *Next-Event Simulation*, dove lo **stato del sistema** è caratterizzato dalle configurazioni di cassa attive, che ci danno in ogni istante di tempo il numero di cassieri in servizio, i clienti in servizio ed i clienti in fila. Il sistema reagisce a due tipo di **eventi**: arrivo e servizio di un cliente. Le configurazioni attive, a livello computazionale, sono delle liste collegate di configurazioni di cassa, ognuna contentente

- Il tipo di configurazione
- Il sottotipo, in caso di configurazione selettiva
- Una lista collegata di **casse**, che sarebbe una lista collegata di file ed ogni **fila** una lista collegata di **clienti**, ovvero una struttura dati che contiene informazioni come il numero di acquisti fatti, identificativo, fila scelta, tempo in cui si è messo in fila, tempo in cui è stato servito ecc.

Un evento è modellato come una struttura dati contente il tipo, l'orario di quando deve accadere e, se l'evento indica il servizio di un cliente, la fila in cui appartiene il cliente, per far avanzare le file. I passi eseguiti dalla simulazione sono i seguenti:

- Inizializzazione: all'inizio di ogni giorno lavorativo, vengono inizializzate le configurazioni di cassa che verranno usate, e sono generati tutti gli eventi degli arrivi dei clienti.
- 2. Processamento eventi: se l'evento da processare è un arrivo, viene generato un cliente, e inserito nella fila più conveniente per lui. Se il cliente è il primo della fila, viene generato l'evento del servizio.
  Se l'evento da processare è un servizio, vengono calcolati per il cliente da servire tutte le informazioni per l'elaborazione dei tempi d'attesa, e viene fatta avanzare

colati per il cliente da servire tutte le informazioni per l'elaborazione dei tempi d'attesa, e viene fatta avanzare la fila. Se la fila non è vuota, il cliente che avanzerà sarà il primo della fila, pertanto viene generato per lui l'evento di servizio.

 Creazione nuovi eventi: come spiegato precedentemente gli eventi degli arrivi sono pregenerati all'inizio della simulazione, mentre quelli del servizio sono generati per i clienti che sono o diventano i prossimi ad essere serviti. 4. **Terminazione**: quando la lista degli eventi è vuota la simulazione termina, e vengono elaborati i dati raccolti.

A scopo esemplificativo viene di seguito mostrato lo pseudo codice delle paarti critiche del programma, in Algoritmo 1 e Algoritmo 2.

#### Algorithm 1 servi\_prossimo\_cliente

```
Require: evento e, cliente c
  cli \rightarrow servito \ alle = e \rightarrow tempo
       \rightarrow attesa_in_fila=cli \rightarrow
                                          in fila-cli
  iniziato a servire
                 media attesa,
  calcola
                                         slowdown_medio,
  varianza tempo attesa usando WELFORD
  f \ cond=c \rightarrow config \ scelta \rightarrow condivisa
  if f cond is not NULL then
     if lunghezza_fila(f\_cond) > 0 then
       next\_cli = f\_cond
                                            cliente_in_fila
        aggiungi next_cli alla cassa appena liberata
       next\_cli \rightarrow iniziato\_a\_servire = e \rightarrow tempo
        genera_evento_servito(next_cli)
     end if
     if c \to fila\_scelta \to next \to cliente\_in\_fila is not
     NULL then
       next\_cli \rightarrow iniziato\_a\_servire = e \rightarrow tempo
       genera evento servito(next cli)
     end if
  end if
```

```
Algorithm 2 scegli_fila
Require: cliente c, evento e
  file_selezionabili = vettore
  config_selezionabili = vettore
  num \ acqu = cli \rightarrow num \ acquisti
  tipo_spesa_cli = imposta in base a num_acqu
  for config_casa in config_attive do
    fila\_condivisa = config\_cassa \rightarrow fila\_condivisa
    casse = config\_cassa \rightarrow casse
    tipo = config\_cassa \rightarrow tipo
    sottotipo = config\_cassa \rightarrow sottotipo
    if tipo == selettiva and sottotipo = tipo_spesa_cli then
       if fila condivisa is not NULL then
          aggiungi fila_condivisa in file_selezionabili
          aggiungi config_cassa in config_selezionabili
          continue
       end if
    end if
    if tipo == pseudo casuale then
       aggiungi in file_selezionabili la fila di lunghezza
       minore tra tutte quelle di casse
       aggiungi config_cassa in config_selezionabili
    end if
    if tipo == condivisa then
       aggiungi fila_condivisa in file_selezionabili
       aggiungi config_cassa in config_selezionabili
    end if
  end for
  fila_scelta = fila tra file_selezionabili con la minor
  lunghezza
  c \rightarrow fila\_scelta = fila\_scelta
  c \rightarrow config\ scelta = config\ scelta
  metti c in fondo a fila scelta
  if c è il primo in fila scelta then
    exp = genera tempo servizio cliente in base a
    num_acqu
    if fila_scelta è condivisa then
       avanza dalla fila ad una cassa libera, se presente
       c \rightarrow iniziato\_a\_servire = e \rightarrow tempo
       genera_evento_servito(c)
    end if
    c \rightarrow iniziato\_a\_servire = e \rightarrow tempo
    genera_evento_servito(c)
  end if
```

### 6 Verifica

Per la verifica del nostro modello computazionale abbiamo avviato la simulazione con alcune delle configurazioni più comuni e abbiamo monitorato i risultati assicurandoci che fossero ragionevoli.

In particolare ci siamo assicurati che, con un numero ap-

propriato di casse, il tempo di attesa fosse nell'intervallo che va da 0 a 30 minuti, i risultati ottenuti da da tali simulazioni sono in tabella 3.

Table 3: Valori del tempo di attesa con 4 casse aperte

Tipo di coda	Tempo di attesa (m:s)
pseudo-casuale	5:25
condivisa	1:21
selettiva-pseudo-casuale	4:04
selttiva-condivisa	4:29

Inoltre abbiamo aggiunto alla simulazione una modalità di Debug con la quale è possibile osservare lo svolgimento dei singoli eventi, abbiamo usato questo per controllare che gli eventi si svolgessero correttamente e che i clienti seguissero il comportamento dettato dalle varie politiche di coda.

### 7 Validazione

Abbiamo effettuato diversi test per validare il nostro modello computazionale. La prima cosa che abbiamo controllato è come la simulazione si comportava in presenza di un numero limitato di casse aperte, i dati sul flusso che abbiamo utilizzato corrispondono ad un totale di 10 casse aperte, anche se con utilizzazione non massima, quindi la simulazione con un numero basso di casse dovrebbe risultare in un alevato tempo di attesa ed un alto numero di abbandoni e, come mostrato in tabella 4, questo è effettivamente quello che succede.

Table 4: Statistiche con poche casse

Casse Aperte	Tempo di attesa	Numero di abbandoni
1	372.64	74.9%
2	443.84	52.9%
3	432.81	30.1%

Un'altra cosa che abbiamo controllato è come si comportano tempo di attesa e abbandoni all'aumtentare del numero di casse aperte, quello che osserviamo in figura 5 e 6 e che entrambi diminuiscono come previsto e che, in particoalre, il numero di abbandoni tende a 0.

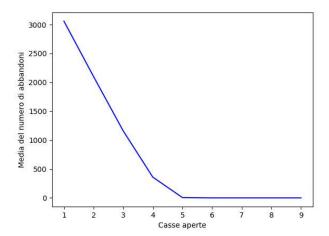


FIGURE 5: Numero di abbandoni (fila pseudo-casuale)

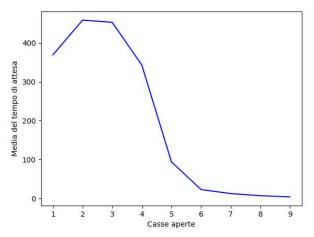


FIGURE 6: Tempo di attesa medio (fila pseudo-casuale)

Un altra cosa che volevamo verificare è che, con un aumento sufficente del numero di casse, il tempo di attesa in coda tenda a 0 e che, di consegunza, che lo slowdown tenda a 1. Questo è quello che effettivamente succede come si può notare in figura 7

Un ultima cosa interessante da verificare è che se fissiamo il tasso di servizio dei cassieri pari a  $\mu$ , e tasso di arrivo dei clienti pari a  $\lambda$ , costanti per tutto il giorno, e se imponiamo la lunghezza massima tollerata dai clienti ad infinito, ci aspettiamo di ottenere i seguenti risultati.

Con una configurazione di cassa con un singolo cassiere, il tempo di attesa medio deve tendere a  $E[T_Q] = \frac{\rho*E[S]}{1-\rho}$ , ovvero dobbiamo avere un tempo di attesa che si avvicina a quello di una coda M/M/1. I risultati sono in Tabella 5. Con una configurazione di cassa condivisa con 3 cassieri, ci aspettiamo di trovare dei risultati che tendono a quelli di una coda M/M/3 e il tempo di attesa medio deve tendere a

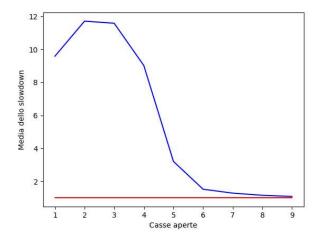


FIGURE 7: Slowdown (fila pseudo-casuale)

$$E[T_Q] = \frac{P_Q * E[S]}{1-\rho}$$
. I risultati sono riportati in Tabella 6.

Table 5: Valori del tempo di attesa al variare di  $\mu$  e  $\lambda$ , fissi durante il giorno, con coda infinita.

Arrivi	$E[T_Q],$ teorico	$E[T_Q]$ , sperimentato	λ arr/h	μ arr/h
8593	30s	24s	500	600
16396	32.4s	27s	1000	900
32195	3s	2s	2400	1600

Table 6: Valori del tempo di attesa al variare di  $\mu$  e  $\lambda$ , fissi durante il giorno, con coda infinita.

Arrivi	$E[T_Q],$ teorico	$E[T_Q]$ , sperimentato	λ arr/h	μ <sub>i</sub> arr/h
6740	9.9s	8s	200	400
14439	4.9s	6s	400	800
32195	2.5s	4s	800	1600

Come si può osservare dai valori ottenuti, maggiori sono gli arrivi e minore è la distranza tra il valore teorico e il valore ottenuto dalla sperimentazione. Per effettuare uno studio stazionario su tale tipo di sistema il numero di clienti giornalieri dovrebbe superare le centinaia mi migliaia di unità, tuttavia non avrebbe senso in quanto è assai improbabile che in un giorno un supermercato abbia un numero di clienti giornalieri che abbia tale quantità.

## 8 Sperimentazione

Per la nostra sperimentazione abbiamo preso le categorie di configurazioni di cassa definite nel modello concettuale e le abbiamo divise a seconda del numero di cassieri. Nelle sperimentazioni abbiamo impostato a 10 la massima lunghezza della fila tollerata dal cliente. In particolare abbiamo simulato:

- Configurazione condivisa
- Configurazione pseudo-casuale
- Configurazione selettiva, con i tre tipi di cassa bilanciati e file pseudocasuali
- Configurazione selettiva, con i tre tipo di cassa bilanciati e file condivise
- Configurazione Sperimentale, 3 casse con configurazione selettive e il resto con fila condivisa
- Configurazione Sperimentale, 1 cassa selettiva leggera e il resto con fila condivisa
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive leggere, 20% medie, 20% pesanti
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive medie, 20% leggere, 20% pesanti
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive pesanti, 20% leggere, 20% medie
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive leggere, 40% con una fila condivisa
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive medie, 40% con una fila condivisa
- Configurazione Sperimentale, 60% delle casse con selettive pesanti, 40% con una fila condivisa

Tutte queste configurazioni sono state testate da un minimo di 1 cassiere ad un massimo di 10 per tutti i giorni e tutte le ore della settimana, per alcune non aveva senso simulare con un solo cassiere e quindi il numero di partenza è stato aumentato. Ognuna di queste configurazioni è stata simulata un totale di 20 volte per ogni numero di cassieri e, durante la simulazione, abbiamo raccolto i seguenti dati con i relativi intervalli di confidenza:

- Tempo medio di attesa in fila
- Varianza del tempo di attesa in fila
- · Slowdown percepito dal cliente
- Numero di clienti che hanno abbandonato la fila
- Numero totale di arrivi

Per oguna di queste grandezze abbiamo calcoalto degli intervalli di confidenza al 95% e li abbiamo usati per elaborare i risultati.

#### 9 Analisi dei risultati

Per analizare i risultati della nostra simulazione e capire quale configurazione minimizzasse i consti per il supermercato abbiamo sviluppato la seguente formula:

 $C_m = num\_cassieri*2*Cc-Ca*minuti\_sotto(Xnatt)*$ 4\*Xnarr+Cp\*Xnabb\*4, dove

- num\_cassieri \* 2 \* Cc il costo del supermercato per sostenere gli stipendi dei cassieri
- minuti\_sotto(Xnatt) ritorna la differenza tra una certa quantità (5 minuti) e l'attesa media
- Ca \* minuti\_sotto(Xnatt) \* 4 \* Xnarr sarà tanto più grande quanto più piccola l'attesa dei clienti, diminuendo il costo mensile del supermercato
- *Cp* \* *Xnabb* \* 4 indica il costo mensile dovuto all'abbandono dei clienti

La formula tiene conto dei tre costi definiti nel modello concettuale e li unisce in un solo numero, una cosa che possiamo notare dalla formula è il costo relativamente basso di un cassiere in contronto alla perdita di un cliente, infatti se assumiamo uno stipendio mensile di un cassiere pari a 1300€ e assumiamo una spesa media di 20€ per un cliente, numeri ragionevoli basati su dati reali, scopriamo che il costo di un cassiere è pari a circa 3 abbandoni giornalieri. Ciò vuol dire che in molti casi è conveniente aumentare il numero di cassieri anche se sembra che la loro aggiunta modifichi di poco le prestazioni della configurazione.

Detto ciò, abbiamo analizzato tutti i risultati selezionando per ogni configurazione sperimentata il numero di cassieri da usare in un determinato giorno della settimana. In questa prima fase abbiamo notato che per certe configurazioni il numero di cassieri da impiegare non è uguale per tutti i giorni. Dopodichè abbiamo selezionato per ogni giorno, la configurazione che ha permesso di fornire un costo mensile minore. Un esempio dei dati ottenuti per il giorno lunedì può essere osservata nelle figure 8 e 9

Il valore corrispondente della formula per questo giorno è rappresentato in figura 10. Come possiamo osservare le code che avevano un minor numero di abbandoni e un tempo di attesa più basso hanno ottenuto un valore più basso. In questo caso la miglior configurazione è stata quella con fila condivisa e 1 cassa selettiva leggera che quindi è stata scelta come configurazione per il giorno lunedì.

### 10 Conclusioni

Ripetendo il procedimento discusso nel paragrafo precedente per tutta la settimana otteniamo la configurazione di cassa (e il relativo numero di cassieri) con costo minimo per ogni giorno osservato, i risultati così ottenuti sono osservabili in tabella 7.

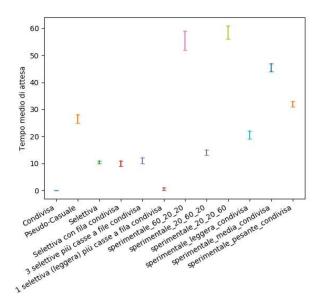


FIGURE 8: Tempo di attesa medio il giorno lunedì

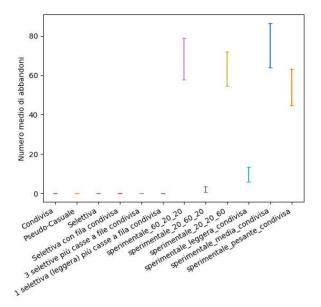


FIGURE 9: Abbandoni medi il giorno lunedì

Nella tabella 7 non sono riportati gli intervalli di confidenza degli abbandoni, tempo di attesa e varianza del tempo di attesa, in quanto trascurabili.

Questo studio ha mostrato che la migliore configurazione di cassa per un supermercato con un alto flusso di clienti è quella condivisa, con la presenza di una cassa selettiva leggera. Questo spiega perchè negli ultimi anni diverse catene

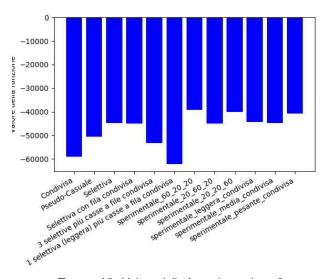


FIGURE 10: Valore della formula per lunedì

di supermercati hanno adottato proprio questa strategia. La strategia più comune, quella pseudo-casuale, si è rivelata nettamente inferiore a quelle condivise e ci sorprende che molti negozi, anche di grandi dimensioni, la usino ancora oggi. Infine, le strategie più complesse, che noi abbiamo chiamato "Sperimentali" hanno tutte avuto delle pessime prestazioni, alcune addirittura peggiori di quelle della configurazione pseudo-casuale, è chiaro quindi che nessuna di esse dovrebbe essere utilizzata in una situazione reale.

 $T_{ABLE}$  7: Risultati finali dello studio (intervalli di confidenza con significatività  $\alpha=0.05)$ 

Cinfig. Cassa	Num Cassie	Giorno eri	IC Slowdown	IC Arrivi	Costo Mensile
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	lunedì	[1.020452; 1.025742]	[4102; 4159]	-61815
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	martedì	[1.014492; 1.018955]	[3949; 4028]	-58977
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	9	mercoledì	[1.008037; 1.010560]	[4172; 4234]	-60670
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	giovedì	[1.020312; 1.024772]	[4151; 4203]	-62756
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	venerdì	[1.017179; 1.020250]	[4112; 4177]	-62105
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	sabato	[1.015237; 1.019586]	[3865; 3940]	-57251
1 selettiva (leggera) più casse a fila condivisa	8	domenica	[1.012847; 1.016249]	[3574; 3637]	-51321

## 11 References

[1] Antczak, T.; Weron, R. Point of Sale (POS) Data from a Supermarket: Transactions and Cashier Operations. Data 2019, 4, 67.