衍生品作业2

姓名： 叶云鹏
学号： 2501210025

0. 准备：SHIBOR 利率数据

从 SHIBOR 官网查得以下利率（日期：2025年9月22日）：

期限	利率 (%)	变化 (BP)
O/N	1.4270	-3.40
1W	1.4660	-2.20
2W	1.6750	+2.80
1M	1.5500	+0.30
3M	1.5620	+0.00
6M	1.6300	-0.20
9M	1.6630	+0.00
1Y	1.6730	+0.00

1. 国债期货无套利定价分析

选择国债期货品种：TF2512（2025年12月到期）。
数据日期：2025年9月22日。

市场数据：

- 期货价格 $F_t = 105.770$
- 交割成本 $S_0 = 100.3012$（金融终端计算值）
- 转换因子 $CF = 0.9405$
- 无风险利率：使用3M SHIBOR $r = 1.5620\%$

无套利定价分析：
国债期货的无套利定价公式：

$$F_t \times CF = S_0 \times e^{rT}$$

计算参数：

- 交割日：2025年12月15日
- 时间 $T = 84/365 \approx 0.2301$ 年
- 连续复利因子：$e^{rT} = e^{0.01562 \times 0.2301} \approx 1.00360$

理论期货价格：

$$F_{theoretical} = \frac{S_0 \times e^{rT}}{CF} = \frac{100.3012 \times 1.00360}{0.9405} \approx \frac{100.684}{0.9405} \approx 107.05$$

比较分析：

- 理论价格：107.05
- 市场价格：105.77
- 偏差：约1.28元（1.20%）

结论： 该国债期货不严格满足无套利定价，市场价格低于理论价格。可能原因包括：

- 市场摩擦和交易成本
- 流动性差异
- 融资成本与无风险利率的差异
- 转换因子计算的近似性

2. 利率互换无套利定价分析

选择利率互换品种：SHIBOR 3M 6M 期利率互换。

市场数据：

- 互换固定利率报价：买价1.6275%，均值1.6450%，卖价1.6625%
- 采用均值 $s = 1.6450\%$
- SHIBOR 利率：3M = 1.5620%，6M = 1.6300%

无套利定价分析：
利率互换要求固定端现值等于浮动端现值。

折现因子计算（年化单利）：

- $DF_{3M} = 1/(1 + 0.01562 \times 0.25) \approx 0.99611$
- $DF_{6M} = 1/(1 + 0.01630 \times 0.5) \approx 0.99191$

浮动端现值计算：

1. 第一次支付（3M后）：利率 = 当前3M SHIBOR = 1.5620%
    - 支付额 = $0.01562 \times 0.25 = 0.003905$
    - 现值 = $0.003905 \times 0.99611 \approx 0.003890$
2. 第二次支付（6M后）：需要计算3M远期利率
    - $(1 + 0.01630 \times 0.5) = (1 + 0.01562 \times 0.25) \times (1 + f \times 0.25)$
    - $f \approx 1.6908\%$
    - 支付额 = $0.016908 \times 0.25 = 0.004227$
    - 现值 = $0.004227 \times 0.99191 \approx 0.004192$

浮动端总现值 = $0.003890 + 0.004192 = 0.008082$

固定端现值计算：

- 每次支付额 = $0.01645 \times 0.25 = 0.0041125$
- 现值 = $0.0041125 \times (0.99611 + 0.99191) = 0.0041125 \times 1.98802 \approx 0.008176$

比较分析：

- 固定端现值：0.008176
- 浮动端现值：0.008082
- 相对误差：约1.16%

结论： 在考虑买卖价差的情况下，该利率互换基本满足无套利定价。

3. 期限不同的期货价格关系

标的资产相同、期限不同的两个期货价格满足以下关系：

$$F_{T1} = F_{T2} \times e^{-r(T2-T1)} \quad (T1 < T2)$$

其中 r 为无风险利率。

如果资产有持有收益 q（如股息、票息等），则关系为：

$$F_{T1} = F_{T2} \times e^{-(r-q)(T2-T1)}$$

特殊情况：

- 当 $r > q$ 时，$F_{T2} > F_{T1}$（正向市场）
- 当 $r < q$ 时，$F_{T2} < F_{T1}$（反向市场）
- 当 $r = q$ 时，$F_{T2} = F_{T1}$

4. 利率互换浮动利率利差 c 的表达式

对于支付浮动利率 $X_{kh} + c$ 的一方：

无套利方法

无套利条件要求：

$$\sum s\Delta_k DF_k = \sum (X_{kh} + c)\Delta_k DF_k$$

整理得：

$$c = \frac{\sum s\Delta_k DF_k - \sum X_{kh}\Delta_k DF_k}{\sum \Delta_k DF_k}$$

EPV（预期现值）方法

在风险中性测度下：

$$c = \frac{\sum s\Delta_k DF_k - \sum \mathbb{E}[X_{kh}]\Delta_k DF_k}{\sum \Delta_k DF_k}$$

其中 $\mathbb{E}[X_{kh}]$ 为远期利率。

In [3]:

```
import numpy as np
from math import comb
import matplotlib.pyplot as plt

def binomial_tree_option_pricing(S0, K, T, r, u, d, p, N, option_type='call'):
    """
    二叉树模型用于欧式期权定价

    参数:
    - S0: 标的资产当前价格
    - K: 行权价
    - T: 到期时间（年）
    - r: 无风险利率
    - u: 上涨因子
    - d: 下跌因子
    - p: 上涨概率
    - N: 时间步数
    - option_type: 'call' 或 'put'

    返回:
    - 期权在t=0时刻的价格
    """
    dt = T / N
    discount = np.exp(-r * dt)

    # 生成到期日的资产价格
    asset_prices = np.zeros(N + 1)
    for j in range(N + 1):
        asset_prices[j] = S0 * (u ** j) * (d ** (N - j))

    # 初始化到期日的期权价值
    if option_type == 'call':
        option_values = np.maximum(asset_prices - K, 0)
    elif option_type == 'put':
        option_values = np.maximum(K - asset_prices, 0)
    else:
        raise ValueError("期权类型必须是'call'或'put'")

    # 向后递推
    for t in range(N - 1, -1, -1):
        for j in range(t + 1):
            option_values[j] = discount * (p * option_values[j + 1] + (1 - p) * opti

    return option_values[0]

# 示例使用
S0 = 100  # 当前价格
K = 100   # 行权价
T = 1     # 到期时间
r = 0.05  # 无风险利率
u = 1.1   # 上涨因子
d = 0.9   # 下跌因子
p = 0.5   # 上涨概率
N = 3     # 步数

call_price = binomial_tree_option_pricing(S0, K, T, r, u, d, p, N, 'call')
print(f"欧式看涨期权价格: {call_price}")
```

欧式看涨期权价格: 7.110439948142851

In [ ]: