

# 衍生品作业2

姓名：叶云鹏

学号：2501210025

## 0. 准备：SHIBOR 利率数据

从 SHIBOR 官网查得以下利率（日期：2025年9月22日）：

期限	利率 (%)	变化 (BP)
O/N	1.4270	-3.40
1W	1.4660	-2.20
2W	1.6750	+2.80
1M	1.5500	+0.30
3M	1.5620	+0.00
6M	1.6300	-0.20
9M	1.6630	+0.00
1Y	1.6730	+0.00

## 1. 国债期货无套利定价分析

选择国债期货品种：TF2512（2025年12月到期）。

数据日期：2025年9月22日。

市场数据：

- 期货价格  $F_t = 105.770$
- 交割成本  $S_0 = 100.3012$ （金融终端计算值）
- 转换因子  $CF = 0.9405$
- 无风险利率：使用3M SHIBOR  $r = 1.5620\%$

## 无套利定价分析：

国债期货的无套利定价公式：

$$F_t \times CF = S_0 \times e^{rT}$$

计算参数：

- 交割日：2025年12月15日
- 时间  $T = 84/365 \approx 0.2301$  年
- 连续复利因子： $e^{rT} = e^{0.01562 \times 0.2301} \approx 1.00360$

理论期货价格：

$$F_{theoretical} = \frac{S_0 \times e^{rT}}{CF} = \frac{100.3012 \times 1.00360}{0.9405} \approx \frac{100.684}{0.9405} \approx 107.05$$

比较分析：

- 理论价格：107.05
- 市场价格：105.77
- 偏差：约1.28元（1.20%）

**结论：** 该国债期货不严格满足无套利定价，市场价格低于理论价格。可能原因包括：

- 市场摩擦和交易成本
- 流动性差异
- 融资成本与无风险利率的差异
- 转换因子计算的近似性

## 2. 利率互换无套利定价分析

选择利率互换品种：SHIBOR 3M 6M 期利率互换。

市场数据：

- 互换固定利率报价：买价1.6275%，均值1.6450%，卖价1.6625%
- 采用均值  $s = 1.6450\%$
- SHIBOR 利率：3M = 1.5620%，6M = 1.6300%

### 无套利定价分析：

利率互换要求固定端现值等于浮动端现值。

### 折现因子计算（年化单利）：

- $DF_{3M} = 1/(1 + 0.01562 \times 0.25) \approx 0.99611$
- $DF_{6M} = 1/(1 + 0.01630 \times 0.5) \approx 0.99191$

### 浮动端现值计算：

1. 第一次支付（3M后）：利率 = 当前3M SHIBOR = 1.5620%

- 支付额 =  $0.01562 \times 0.25 = 0.003905$
- 现值 =  $0.003905 \times 0.99611 \approx 0.003890$

2. 第二次支付（6M后）：需要计算3M远期利率

- $(1 + 0.01630 \times 0.5) = (1 + 0.01562 \times 0.25) \times (1 + f \times 0.25)$
- $f \approx 1.6908\%$
- 支付额 =  $0.016908 \times 0.25 = 0.004227$
- 现值 =  $0.004227 \times 0.99191 \approx 0.004192$

浮动端总现值 =  $0.003890 + 0.004192 = 0.008082$

### 固定端现值计算：

- 每次支付额 =  $0.01645 \times 0.25 = 0.0041125$
- 现值 =  
 $0.0041125 \times (0.99611 + 0.99191) = 0.0041125 \times 1.98802 \approx 0.008176$

### 比较分析：

- 固定端现值：0.008176
- 浮动端现值：0.008082
- 相对误差：约1.16%

**结论：** 在考虑买卖价差的情况下，该利率互换基本满足无套利定价。

### 3. 期限不同的期货价格关系

标的资产相同、期限不同的两个期货价格满足以下关系：

$$F_{T1} = F_{T2} \times e^{-r(T2-T1)} \quad (T1 < T2)$$

其中  $r$  为无风险利率。

如果资产有持有收益  $q$ （如股息、票息等），则关系为：

$$F_{T1} = F_{T2} \times e^{-(r-q)(T2-T1)}$$

特殊情况：

- 当  $r > q$  时， $F_{T2} > F_{T1}$ （正向市场）
- 当  $r < q$  时， $F_{T2} < F_{T1}$ （反向市场）
- 当  $r = q$  时， $F_{T2} = F_{T1}$

### 4. 利率互换浮动利率利差 $c$ 的表达式

对于支付浮动利率  $X_{kh} + c$  的一方：

无套利方法

无套利条件要求：

$$\sum s \Delta_k DF_k = \sum (X_{kh} + c) \Delta_k DF_k$$

整理得：

$$c = \frac{\sum s \Delta_k DF_k - \sum X_{kh} \Delta_k DF_k}{\sum \Delta_k DF_k}$$

EPV（预期现值）方法

在风险中性测度下：

$$c = \frac{\sum s \Delta_k DF_k - \sum \mathbb{E}[X_{kh}] \Delta_k DF_k}{\sum \Delta_k DF_k}$$

其中  $\mathbb{E}[X_{kh}]$  为远期利率。

