

(1).

为方便推导，这里做一些方便的记法，

在无摩擦的情况下任何债券组合都可以看做面值为1的零息债券的线性组合，计到期时间为 $T_i$ 的这样的债券在 $t$ 时刻的价格为 $p(t, T_i)$ ，那么债券组合在 $s$ 时刻的价值为

$$V_t = \sum_{i=1}^d \lambda_i p(t\Delta, T_i)$$

另外我们记 $y(s, T_i)$ 为 $T_i$ 到期的债券的收益率并作为风险因子， 则

$$p(s, T_i) = e^{-(T_i-s)(y(s, T_i))}$$
$$X_{t+1, i} = \Delta y(s, T_i)$$

因此有

$$V_t = \sum_{i=1}^d \lambda_i p(t\Delta, T_i) = \sum_{i=1}^d \lambda_i e^{-(T_i-t\Delta)(y(t\Delta, T_i))}$$

求导做一阶近似得

$$L_{t+1}^{\Delta} = \sum_{i=1}^d \lambda_i e^{-(T_i-t\Delta)(y(t\Delta, T_i))} (y(t\Delta, T_i)\Delta - (T_i - t\Delta)X_{t+1, i})$$