TEMA 5. ANÁLISIS DE RIESGOS

Ejercicio

Muestre como usar números aleatorios uniforme entre 0 y 1 para obtener un valor correspondiente a variables aleatorias que sigan las siguientes distribuciones de probabilidad

- Una variable aleatoria discreta X cuyo valor puede ser 1,2,3 o 4 con probabilidades respectivas 1/3, 1/4, 1/6 y 1/4.

Solución

Sabemos que
X = {x_i}
$P(X=x_j)=p_j$

Construimos una función F definida como sigue:

$$F(X) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & X < x_0 & \\ p_0 & x_0 <= X < x_1 & \leftarrow F_1 \\ p_0 + p_1 & x_1 <= X < x_2 & \leftarrow F_2 \\ \ldots & & \\ Sum\,(p_j) & x_{j-1} <= X < x_j & \\ \ldots & & \\ 1 & x_j <= X & \leftarrow F_n \end{array} \right.$$

Generamos un número aleatorio U~U [0,1]
La variable aleatoria X queda definida de la siguiente forma:

$$X = \left\{ \begin{array}{lrl} x_0 & U < p_0 & U < F_1 \\ x_1 & p_0 \leq U < p_0 + p_1 & F_1 <= U < F_2 \\ \vdots & & \\ x_j & \sum_{i=0}^{j-1} p_i \leq U < \sum_{i=0}^{j} p_i & F_j <= U < F_{j+1} \\ \vdots & & F_{n-1} <= U \end{array} \right.$$

En concreto, para este enunciado se tiene que:

⑥.

a).

$X = \{1, 2, 3, 4\}$. $\quad x_i \quad i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

$P(x_1) = \frac{1}{3} \quad P(x_2) = \frac{1}{4}$

$P(x_3) = 1/6 \quad P(x_4) = 1/4$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1/3 & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} & 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4} & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

Generamos un número aleatorio U~U [0,1]

$U \rightsquigarrow U[0, 1]$

$$x = \begin{cases} 1 & U < \frac{1}{3} \\ 2 & \frac{1}{3} \leq U < \frac{7}{12} \\ 3 & 7/12 \leq U < 3/4 \\ 4 & U \geq \frac{3}{4} \end{cases}$$

Ejercicio

Muestre como usar números aleatorios uniforme entre 0 y 1 para obtener un valor correspondiente a variables aleatorias que sigan las siguientes distribuciones de probabilidad:

- Una variable aleatoria continua X normalmente distribuida con media 5 y desviación típica 2 (N(5,2)).

Solución

Sabemos que N(μ, σ) es una distribución normal de media μ (mu) y desviación típica σ (sigma).

Vamos a generamos un número aleatorio X que se distribuye como una distribución normal de media μ y desviación típica σ, es decir, X ~ N (5,2).

Vamos a considerar n muestras aleatorias independientes uniformes (0,1), con n suficientemente grande, es decir,

U_i ~ U [0,1] con i=1, ..., n

Por el Teorema Central del Límite, se tiene que

y = $\sum_{i=1}^{n} U_i \approx$ N(n/2,1)

Si hacemos Z = y – n/2 se tiene que Z ~ N(0,1).

Para generar X ~ N(μ,σ) a partir de Z, basta con hacer X = μ +σZ. Es decir,

$$X = 2\left(\sum_{i=1}^{12} U_i - 6\right) + 5 \qquad \mathrm{X} \sim \mathrm{N}(5{,}2)$$