

### Relación de problemas. Tema 4

1. Pear Computers ha desarrollado un nuevo chip que puede producir y vender en un PC si así lo desea. Como alternativa, tiene la posibilidad de vender la patente por 15 millones de euros. Si la compañía elige fabricar los PCs los beneficios que obtendrá dependerán de las ventas del primer año. En el peor de los casos tiene garantizada la venta de 10000 PCs en el mercado de outlets. Por otro lado si tiene éxito y se pone de moda podrían vender 100000 máquinas. Para el análisis del problema se considera que sólo se puede dar una de estas dos situaciones de ventas, pero no están claras las probabilidades a priori de cada caso. Si se toma la decisión de seguir adelante con la venta de PCs, la compañía producirá tantos PCs como determine que puede vender, pero no más. El coste de montar la línea de ensamblaje es de 6 millones de euros. La diferencia entre el precio de venta y el coste de cada ordenador es de 600 euros.
  - a) Plantee un modelo de análisis de decisiones para este problema identificando las alternativas de decisión, los estados de la naturaleza y la tabla de pagos
  - b) Utilice una gráfica para mostrar los pagos esperados para cada alternativa de decisión como función de la probabilidad a priori de vender 10000 PCs
  - c) Determine el punto de cruce en la gráfica anterior (crossover point). Explique el significado de este punto
  - d) Utilice una gráfica para mostrar los pagos esperados para cada alternativa de decisión como función de la probabilidad a priori de vender 100000 PCs
  - e) Suponiendo que ambas probabilidades a priori son 0.5, ¿que decisión se debería tomar?
2. Considere la siguiente tabla de pagos para un problema de análisis de decisiones en miles de euros:

	Naturaleza		
	$S_1$	$S_2$	$S_3$
$A_1$	6	1	1
$A_2$	1	3	0
$A_3$	4	1	2
Probabilidad a priori	0,3	0,4	0,3

- a) ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes?
- b) Encuentre el VEIP (valor esperado de la información perfecta)
- c) Tiene la oportunidad de gastar 1000 euros para obtener más información sobre qué estado de la naturaleza es más probable ¿Debería gastar ese dinero?

3. Considere la siguiente tabla de pagos para un problema de análisis de decisiones en euros:

	Naturaleza	
	$S_1$	$S_2$
$A_1$	300	50
$A_2$	-50	150
Probabilidad a priori	0,75	0,25

Tiene la opción de realizar un estudio para mejorar la estimación de las probabilidades de los estados de la naturaleza por 40 euros. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_1$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 90 por ciento de las veces. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_2$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 60 por ciento de las veces.

- ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes si no se realiza el estudio?
  - ¿Y utilizando el criterio del máximo-mínimo?
  - Encuentre el VEIP (valor esperado de la información perfecta) ¿Merece la pena hacer el estudio?
  - Construya el árbol de decisión para este problema y comente las decisiones a adoptar
4. La dirección de Telemore Company está considerando el desarrollo y venta de un nuevo producto. Se estima que es el doble de probable que el producto tenga éxito de que fracase. Si tiene éxito los beneficios esperados son de 1500000 euros. Si fracasa las pérdidas podrían ser de 1800000 euros. Se puede realizar un estudio de mercado de coste 300000 euros para predecir si el producto tendrá éxito. Experiencias previas con estos estudios indican que productos exitosos han sido predichos como éxitos en el 80 por ciento de los casos, mientras que productos fracasados han sido predichos como fracasos el 70 por ciento de las veces.
- Plantee un modelo de análisis de decisiones para este problema identificando las alternativas de decisión, los estados de la naturaleza y la tabla de pagos
  - ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes si no se realiza el estudio?
  - Encuentre el VEIP (valor esperado de la información perfecta) ¿Merece la pena hacer el estudio?
  - Supuesto que se realiza el estudio determine las probabilidades a posteriori de los distintos estados de la naturaleza condicionados a las posibles predicciones
  - Determine la política óptima de decisión dependiendo del resultado del estudio
  - Construya el árbol de decisión para este problema

5. Considere la siguiente tabla de pagos para un problema de análisis de decisiones en euros:

	Naturaleza	
	$S_1$	$S_2$
$A_1$	200	-50
$A_2$	100	50
$A_3$	-30	200
Probabilidad a priori	0,7	0,3

Tiene la opción de realizar un estudio para mejorar la estimación de las probabilidades de los estados de la naturaleza por 20 euros. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_1$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 90 por ciento de las veces. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_2$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 70 por ciento de las veces.

- ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes si no se realiza el estudio?
  - Encuentre el VEIP (valor esperado de la información perfecta) ¿Merece la pena hacer el estudio?
  - Construya el árbol de decisión para este problema
6. Macrosoft Corporation tiene 100 millones de euros para invertir en fondos o en bonos pero no en ambos y luego reinvertir las ganancias al año siguiente otra vez en fondos o en bonos. El objetivo es maximizar los beneficios al final del segundo año. En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de ganancia de cada inversión dependiendo del entorno económico:

Estado económico	Intereses logrados	
	Fondos	Bonos
Crecimiento	20 %	5 %
Recesión	-10 %	10 %
Depresión	-50 %	20 %

Las probabilidades de crecimiento, recesión y depresión para el primer año son 0.7, 0.3 y 0 respectivamente. Si ocurre crecimiento en el primer año las probabilidades se mantienen igual para el segundo año. Sin embargo si hay recesión en el primer año, las probabilidades cambian a 0.2, 0.7 y 0.1 para el segundo año

- Construya el árbol de decisión para este problema
  - Utilice el árbol de decisión anterior para determinar la política óptima
7. Considere la siguiente tabla de pagos para un problema de análisis de decisiones en miles de euros:

	Naturaleza	
	$S_1$	$S_2$
$A_1$	50	-10
$A_2$	-70	90
Probabilidad a priori	0,6	0,4

Tiene la opción de realizar un estudio para mejorar la estimación de las probabilidades de los estados de la naturaleza por 20 euros. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_1$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 80 por ciento de las veces. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_2$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 70 por ciento de las veces.

- a) ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes si no se realiza el estudio? ¿Y con el de máximo-mínimo?
- b) Construya el árbol de decisión para este problema y comente las decisiones a tomar (Segundo parcial 2017/18)

8. Considere la siguiente tabla de pagos para un problema de análisis de decisiones en euros:

	Naturaleza	
	$S_1$	$S_2$
$D_1$	100	-10
$D_2$	-20	150
Probabilidad a priori	0,7	0,3

Tiene la opción de realizar un estudio para mejorar la estimación de las probabilidades de los estados de la naturaleza por 20 euros. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_1$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 70 por ciento de las veces. Cuando el estado real de la naturaleza es  $S_2$  el resultado del estudio lo predice con exactitud el 90 por ciento de las veces.

- a) ¿Qué alternativa debe elegir utilizando el criterio de Bayes si no se realiza el estudio?
- b) Encuentre el VEIP (valor esperado de la información perfecta) ¿Merece la pena hacer el estudio?
- c) Supuesto que se realiza el estudio determine la política óptima de decisión dependiendo del resultado del estudio (Febrero 2018)

9. Se considera una cadena de Markov cuyos estados a,b,c,d tienen la matriz de probabilidades de transición

$$P = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,2 & 0,4 \\ 0 & 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}$$

Representa la cadena mediante un grafo, clasifica sus estados y determina su distribución de estado estable si existe.

10. Un agricultor revisa cada año el estado de sus tierras y decide si están en buenas condiciones (estado 1) o no (estado 2). El agricultor debe decidir si abonar sus campos o no. Las matrices  $P_1$  y  $P_2$  proporcionan las probabilidades de transición con y sin abono durante cualquier año. Los rendimientos que obtiene de sus tierras asociados a su estado y a su decisión de abonarlas o no

están dados por las matrices  $R_1$  y  $R_2$ . Encuentre las decisiones óptimas para los próximos 3 años.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,9 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

11. Considere un sistema formado por dos equipos que puede adoptar los siguientes estados: 1 sin fallo en los dos equipos, 2 falla el equipo A y funciona el B, 3 funciona el equipo A y falla el B, 4 fallan los dos equipos. La probabilidad de que un equipo disponible no falle es de 0.75 y de que un equipo en fallo pase a disponible 0.6. Utilice un modelo de Markov para describir la evolución de la disponibilidad o fallo en el sistema.
12. Una compañía revisa anualmente el estado de uno de sus productos importantes y decide si tiene éxito (estado 1) o no (estado 2). La empresa debe decidir si anunciar o no el producto para promover más las ventas. Las matrices  $P_1$  y  $P_2$  proporcionan las probabilidades de transición con y sin publicidad durante cualquier año. Los rendimientos asociados están dados por las matrices  $R_1$  y  $R_2$ . Encuentre la mejor política a largo plazo.

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,6 & 0,4 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,2 & 0,8 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

13. Una compañía revisa anualmente el estado de uno de sus productos importantes y decide si está funcionando bien en el mercado (estado 1), regular (estado 2) o mal (estado 3). La empresa debe decidir si anunciar o no el producto para promover más las ventas. Las matrices  $P_1$  y  $P_2$  proporcionan las probabilidades de transición con y sin publicidad durante cualquier año. Los rendimientos asociados están dados por las matrices  $R_1$  y  $R_2$ . ¿Cuáles serían las mejores decisiones a adoptar si pretende mantener el producto en el mercado durante 4 años? ¿Cuál sería la mejor política a largo plazo?

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,1 \\ 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,4 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0 & 0,2 & 0,8 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$