

Relación ejercicios tema 5 2024

Ignacio Fernández Contreras

ifcau3z@uma.es

Planificación de Proyectos y Análisis de Riesgos. E.T.S Informática.

1. Ejercicio 6

Muestre como usar números aleatorios uniforme entre 0 y 1 para obtener un valor correspondiente a variables aleatorias que sigan las siguientes distribuciones de probabilidad:

- Una variable aleatoria discreta X cuyo valor puede ser 1,2,3 ó 4 con probabilidades respectivas $1/3$, $1/4$, $1/6$ y $1/4$.
- Una variable aleatoria continua X normalmente distribuida con media 5 y desviación típica 3 ($N(5,3)$).

1.1. Apartado a

Generación de una Variable Aleatoria Discreta Queremos generar una variable aleatoria discreta X que puede tomar los valores 1, 2, 3 o 4 con las siguientes probabilidades:

$$P(X = 1) = \frac{1}{3}, \quad P(X = 2) = \frac{1}{4}, \quad P(X = 3) = \frac{1}{6}, \quad P(X = 4) = \frac{1}{4}.$$

Paso 1: Función de distribución acumulada (CDF)

La función de distribución acumulada $F(x)$ de la variable aleatoria X es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1, \\ \frac{1}{3} & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ \frac{7}{12} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{11}{12} & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } x \geq 4. \end{cases}$$

Paso 2: Generación de la variable aleatoria con números uniformes

Usamos un número aleatorio u uniformemente distribuido en el intervalo $[0, 1]$ para determinar el valor de X . Las reglas para asignar X a u son:

- Si $u \in [0, \frac{1}{3})$, entonces $X = 1$.
- Si $u \in [\frac{1}{3}, \frac{7}{12})$, entonces $X = 2$.
- Si $u \in [\frac{7}{12}, \frac{11}{12})$, entonces $X = 3$.
- Si $u \in [\frac{11}{12}, 1)$, entonces $X = 4$.

De esta manera, podemos generar valores de la variable aleatoria discreta X utilizando números aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo $[0, 1]$ y asignando los valores de X según las probabilidades acumuladas especificadas.

1.2. Apartado b

Generación de una Variable Aleatoria Normal Queremos generar una variable aleatoria continua X que sigue una distribución normal $N(5, 3)$, es decir, con media $\mu = 5$ y desviación estándar $\sigma = 3$.

Paso 1: Generación de una variable normal estándar

Primero, generamos dos números aleatorios u_1 y u_2 uniformemente distribuidos en el intervalo $[0, 1]$. Usamos la transformación de Box-Muller para generar una variable aleatoria Z que siga una distribución normal estándar $N(0, 1)$:

$$Z_1 = \sqrt{-2 \ln u_1} \cos(2\pi u_2)$$

El valor Z_1 es una variable aleatoria que sigue la distribución $N(0, 1)$.

Paso 2: Transformación a la distribución deseada

Ahora, para obtener una variable X que siga la distribución normal $N(5, 3)$, transformamos Z_1 usando la fórmula:

$$X = \mu + \sigma Z$$

Sustituyendo los valores $\mu = 5$ y $\sigma = 3$:

$$X = 5 + 3Z_1$$

De esta forma, X seguirá la distribución $N(5, 3)$.

Al generar los números aleatorios u_1 y u_2 , y aplicar la transformación de Box-Muller, podemos obtener una variable aleatoria X que sigue la distribución normal deseada $N(5, 3)$.