



UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

Escuela Técnica Superior

FACULTAD DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

MÉTODO CPM CON COSTES Y DURACIONES NORMALES Y EXTREMOS

Planificación de proyectos y análisis de riesgos

Autor: Ignacio Fernández Contreras

Profesor: Miguel Ángel Molina Cabello

Fecha: 9-12-2024

Índice

1. Introducción al CPM (Critical Path Method)	2
2. Elementos Clave del CPM	2
3. Construcción del Diagrama de Red	2
3.1. Listado de actividades:	2
3.2. Determinar las duraciones de las actividades	3
3.3. Dibujar el diagrama:	3
3.4. Calcular tiempos:	3
3.5. Calcular la holgura de cada actividad	3
3.6. Identificar la ruta crítica	3
4. Costes en el Método CPM	4
5. Ejemplo Práctico	4
5.1. Listado de actividades:	4
5.2. Determinar las duraciones de las actividades	4
5.3. Dibujar el diagrama:	4
5.4. Calcular tiempos normales:	4
5.5. Calcular tiempos extremos:	5
5.6. Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración normal	5
5.7. Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración extrema	5
5.8. Identificar la ruta crítica	6
6. Análisis de Costes y Beneficios de Acelerar el Proyecto	6
7. Conclusiones	6
8. Bibliografía	7

1. Introducción al CPM (Critical Path Method)

El Método CPM (Critical Path Method) es una técnica para el cálculo de tiempos y plazos en la planificación de proyectos. Se desarrolla buscando el control y la optimización de los costos mediante la planificación y programación adecuadas de las actividades componentes del proyecto. Este método ayuda a encontrar el camino más largo y crítico dentro de un proyecto, es decir, la secuencia de actividades que, si se retrasan, retrasarán todo el proyecto.

Características principales del CPM:

- **Enfoque determinista:** Asume que las duraciones de las actividades son conocidas y fijas.
- **Representación gráfica:** Utiliza diagramas de red para visualizar las relaciones entre actividades.
- **Identificación del camino crítico:** Determina la secuencia de actividades que definen la duración mínima del proyecto.
- **Cálculo de holguras:** Permite identificar qué actividades tienen flexibilidad en su programación.

El CPM es especialmente útil en proyectos donde el tiempo es un factor crítico y las actividades tienen interdependencias complejas. Su aplicación abarca desde la construcción y la ingeniería hasta el desarrollo de software y la planificación de eventos.

2. Elementos Clave del CPM

- **Actividades:** Tareas específicas que componen el proyecto, representadas por nodos o flechas en el diagrama de red.
- **Nodos:** Puntos de inicio y finalización de las actividades, representados por círculos en el diagrama.
- **Duración:** Tiempo estimado para completar cada actividad.
- **Dependencias:** Relaciones entre actividades que determinan el orden de ejecución.
- **Camino crítico:** Secuencia de actividades que determina la duración total del proyecto.
- **Holgura:** Tiempo que una actividad puede retrasarse sin afectar la duración total del proyecto.
- **Tiempos tempranos y tardíos:**
 - Tiempo más temprano de inicio (*ES*) y finalización (*EF*): Fechas más tempranas posibles para iniciar y terminar una actividad.
 - Tiempo más tardío de inicio (*LS*) y finalización (*LF*): Fechas más tardías posibles para iniciar y terminar una actividad sin retrasar el proyecto.

3. Construcción del Diagrama de Red

Para construir el diagrama de red del proyecto, se deben seguir los siguientes pasos:

3.1. Listado de actividades:

1. Identificar todas las actividades necesarias para completar el proyecto
2. Asignar un identificador único a cada actividad
3. Especificar las relaciones de precedencia o dependencias entre actividades

3.2. Determinar las duraciones de las actividades

1. Estimar el tiempo requerido para completar cada actividades en la unidad de tiempo adecuada.
2. Registrar la duración estimada junto a cada actividad

Existe la posibilidad de que en la evaluación del proyecto, contemos con tiempos normales y tiempos extremos, implicando directamente en el coste final, existiendo un coste extremo en caso de que sea necesario.s

3.3. Dibujar el diagrama:

1. Crear un diagrama que represente las actividades como nodos o flechas
2. Usar las dependencias para conectar las actividades en el orden adecuado

3.4. Calcular tiempos:

Determinar los tiempos tempranos (ES , EF) y tardíos (LS , LF) para cada actividad.

- Tiempos más tempranos de inicio de cada tarea (E_i early):
 - al nodo inicial se le da valor 0
 - A partir del nodo inicial se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo final sumando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo siguiente
 - en caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el early de mayor valor
- Tiempos de terminación más tardía de cada tarea (L_j last):
 - Al nodo final se le da el valor early
 - A partir del nodo final se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo inicial restando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo anterior
 - en caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el last de menor valor

3.5. Calcular la holgura de cada actividad

La holgura es el tiempo en que se puede demorar el comienzo de una actividad sin afectar la duración del proyecto total

- Holgura total: $TF_{ij} = L_j - E_i - D_{ij}$
- Holgura libre: $FF_{ij} = E_j - E_i - D_{ij}$

Las actividades del camino crítico son áquellas cuya holgura total es nula

3.6. Identificar la ruta crítica

1. La ruta crítica es la secuencia de actividades que:
 - Tiene holgura cero, es decir, son las actividades que no pueden retrasarse sin afectar la duración total del proyecto.
 - Determina la duración total del proyecto, ya que es el camino más largo a través del diagrama de red en términos de tiempo.
2. Pasos para identificar la ruta crítica:
 - Calcular los tiempos más tempranos (E_0 y E_i) de todas las actividades, comenzando desde el nodo inicial.
 - Calcular los tiempos más tardíos (L_i y L_0) de todas las actividades, partiendo desde el nodo final hacia atrás.
 - Determinar la holgura (D_{ij}) para cada actividad.

- Identificar las actividades con $D_{ij} = 0$. Estas son parte de la ruta crítica.
3. Resalta o marca estas actividades en el diagrama de red:
- Dibujar el diagrama del proyecto.
 - Marcar en el diagrama, aquellos ruta creada por los nodos anteriormente calculados como ruta crítica.

4. Costes en el Método CPM

En el método CPM, la consideración de los costes es fundamental para optimizar la ejecución del proyecto. Se distinguen principalmente dos tipos de costes:

- **Coste Normal:** Es el coste asociado a la realización de una actividad en su duración normal.
- **Coste Extremo:** Es el coste resultante de reducir la duración de una actividad al mínimo posible, generalmente implicando recursos adicionales.

5. Ejemplo Práctico

5.1. Listado de actividades:

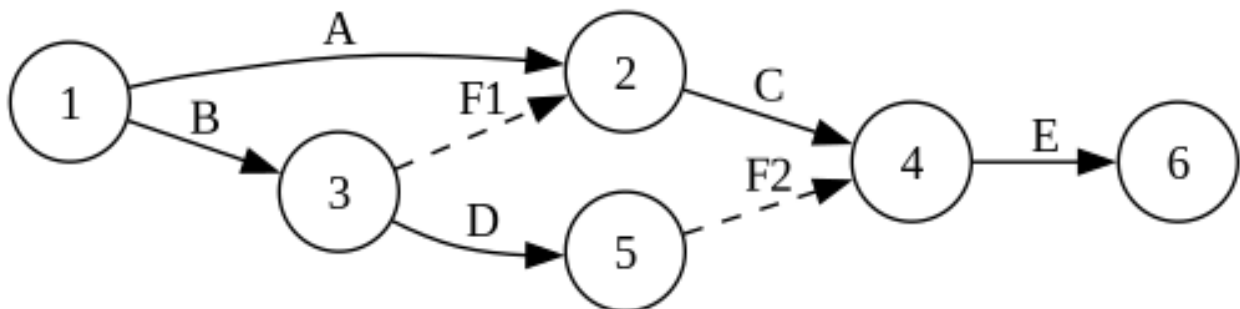
Especificar las relaciones de precedencia o dependencias entre actividades:

A y B precede a C
 B precede a D
 C y D precede a E

5.2. Determinar las duraciones de las actividades

Actividad	Duración normal(días)	Duración ext.(días)	Coste normal(euros)	Coste Ext.(euros)
A	3	2	30	50
B	2	1	30	45
C	2	2	24	40
D	1	1	15	15
E	3	2	30	50

5.3. Dibujar el diagrama:



Una vez se ha creado el diagrama, podemos comprobar que se ha establecido correctamente, haciendo la comprobación de forma inversa.

5.4. Calcular tiempos normales:

Determinar los tiempos tempranos (ES , EF) y tardíos (LS , LF) para cada actividad.

ti	Ei	Li
1	0	$\text{MIN}(\text{L2-A}, \text{L3-B}) = \text{MIN}(3-3, 3-2) = 0$
2	$\text{MAX}(\text{E1+A}, \text{E3+F1}) = \text{MAX}(0+3, 2+0) = 3$	$\text{L4-C} = 5-2 = 3$
3	$\text{E1+B} = 0+2 = 2$	$\text{MIN}(\text{L5-D}, \text{L2-F1}) = \text{MIN}(5-1, 3-0) = 3$
4	$\text{MAX}(\text{E2+C}, \text{E5+F2}) = \text{MAX}(3+2, 3+0) = 5$	$\text{L6-E} = 8-3 = 5$
5	$\text{E3+D} = 2+1 = 3$	$\text{L4-F2} = 5-0 = 5$
6	$\text{E4+E} = 5+3 = 8$	$\text{E6} = 8$

5.5. Calcular tiempos extremos:

Determinar los tiempos tempranos (ES , EF) y tardíos (LS , LF) para cada actividad.

ti	Ei	Li
1	0	$\text{MIN}(\text{L2-A}, \text{L3-B}) = \text{MIN}(2-2, 2-1) = 0$
2	$\text{MAX}(\text{E1+A}, \text{E3+F1}) = \text{MAX}(0+2, 1+0) = 2$	$\text{L4-C} = 4-2 = 2$
3	$\text{E1+B} = 0+1 = 1$	$\text{MIN}(\text{L5-D}, \text{L2-F1}) = \text{MIN}(4-1, 2-0) = 2$
4	$\text{MAX}(\text{E2+C}, \text{E5+F2}) = \text{MAX}(2+2, 2+0) = 4$	$\text{L6-E} = 6-2 = 4$
5	$\text{E3+D} = 1+1 = 2$	$\text{L4-F2} = 4-0 = 4$
6	$\text{E4+E} = 4+2 = 6$	$\text{E6} = 6$

5.6. Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración normal

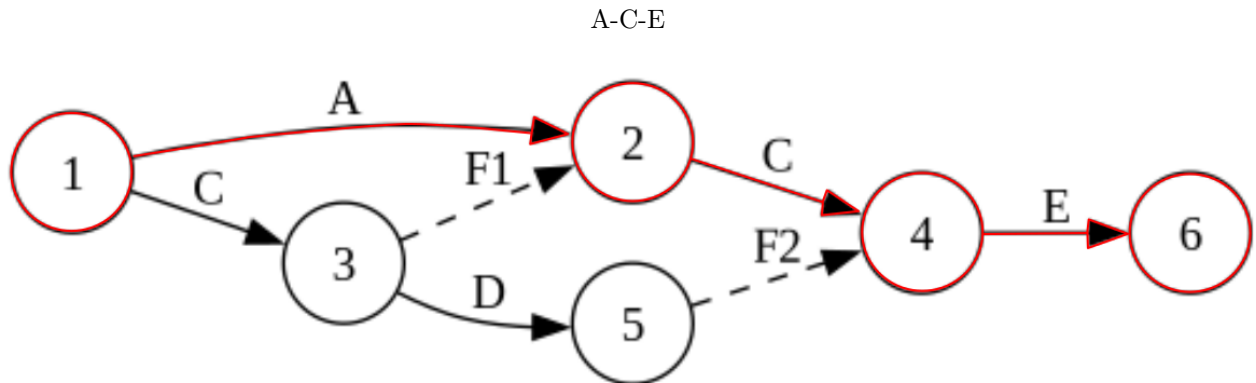
	Ruta(i->j)	Dij	Eij	Lij	Hij	Crítico?
A	1->2	3	0	3	0	x
B	1->3	2	0	3	1	
C	2->4	2	3	5	0	x
D	3->5	1	2	5	2	
E	4->6	2	5	7	0	x

5.7. Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración extrema

	Ruta(i->j)	Dij	Eij	Lij	Hij	Crítico?
A	1->2	2	0	2	0	x
B	1->3	1	0	2	1	
C	2->4	2	2	4	0	x
D	3->5	1	1	4	2	
E	4->6	2	4	6	0	x

5.8. Identificar la ruta crítica

Una vez hemos completado las dos tablas anteriores, podemos ver que tenemos una columna que indica aquellas actividades que son críticas, por tanto, crear la ruta crítica:



6. Análisis de Costes y Beneficios de Acelerar el Proyecto

Para hallar el coste del proyecto, utilizaremos el camino crítico previamente calculado, junto a los costes de cada actividad, simplemente sustituiremos en el camino crítico el coste de cada uno de ellos:

$$\begin{aligned}\text{Coste normal} &= A + C + E = 30 + 24 + 30 = 84 \text{ euros} \\ \text{Coste extremo} &= A + C + E = 50 + 40 + 50 = 140 \text{ euros}\end{aligned}$$

Por tanto, el resultado final para este proyecto utilizando la duración normal será que se realiza en 8 días con un coste de 84 euros, mientras que si se utiliza la duración extrema, se realizaría en 6 días, con un coste de 140 euros.

7. Conclusiones

- El CPM es una herramienta fundamental en la gestión de proyectos, permitiendo identificar actividades críticas y optimizar tiempos.
- La integración de costes y duraciones normales y extremas permite un análisis más detallado y útil para la toma de decisiones.
- La aceleración debe realizarse equilibrando los costes adicionales con los beneficios de reducir la duración del proyecto.

8. Bibliografía

Referencias

- [1] Asana, Team: *Cómo utilizar el método de la ruta crítica en la gestión de proyectos*. <https://asana.com/es/resources/critical-path-method>, mes-marzo 2024.
- [2] Wikipedia: *Método de la ruta crítica*. https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_la_ruta_cr%C3%ADtica, mes-marzo 2024.
- [3] hubspot: *Método de la ruta crítica: qué es, cómo realizarlo y ejemplos*. <https://blog.hubspot.es/service/metodo-ruta-critica>.
- [4] miro: *Método de la ruta crítica*. <https://miro.com/es/gestion-proyectos/que-es-metodo-ruta-critica/>.
- [5] postgradoingenieria: *Cómo utilizar el método CPM, paso a paso*. <https://postgradoingenieria.com/como-utilizar-metodo-cpm/>.
- [6] Bishnoi, Nisha: *Critical Path Method (CPM): A Coordinating Tool*. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/57221847/7110-libre.pdf?1534831994=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DCritical_Path_Method_CPM_A_Coordinating.pdf&Expires=1732628732&Signature=cbuRu1jYu6yhwcQd0Pske8ZDTvnbvJ~JyB7kBkWoCZSnVdE236oeaig8Y3HBQFtSiVRfUX9cVot6rrViwhq0fd9d_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA, 2018.