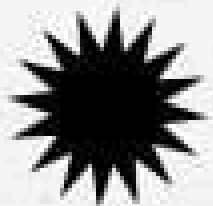


Análisis del Método CPM:

Costes y Duraciones normales y extremos

Planificación de Proyectos y Análisis de Riesgos

Ignacio Fernández Contreras

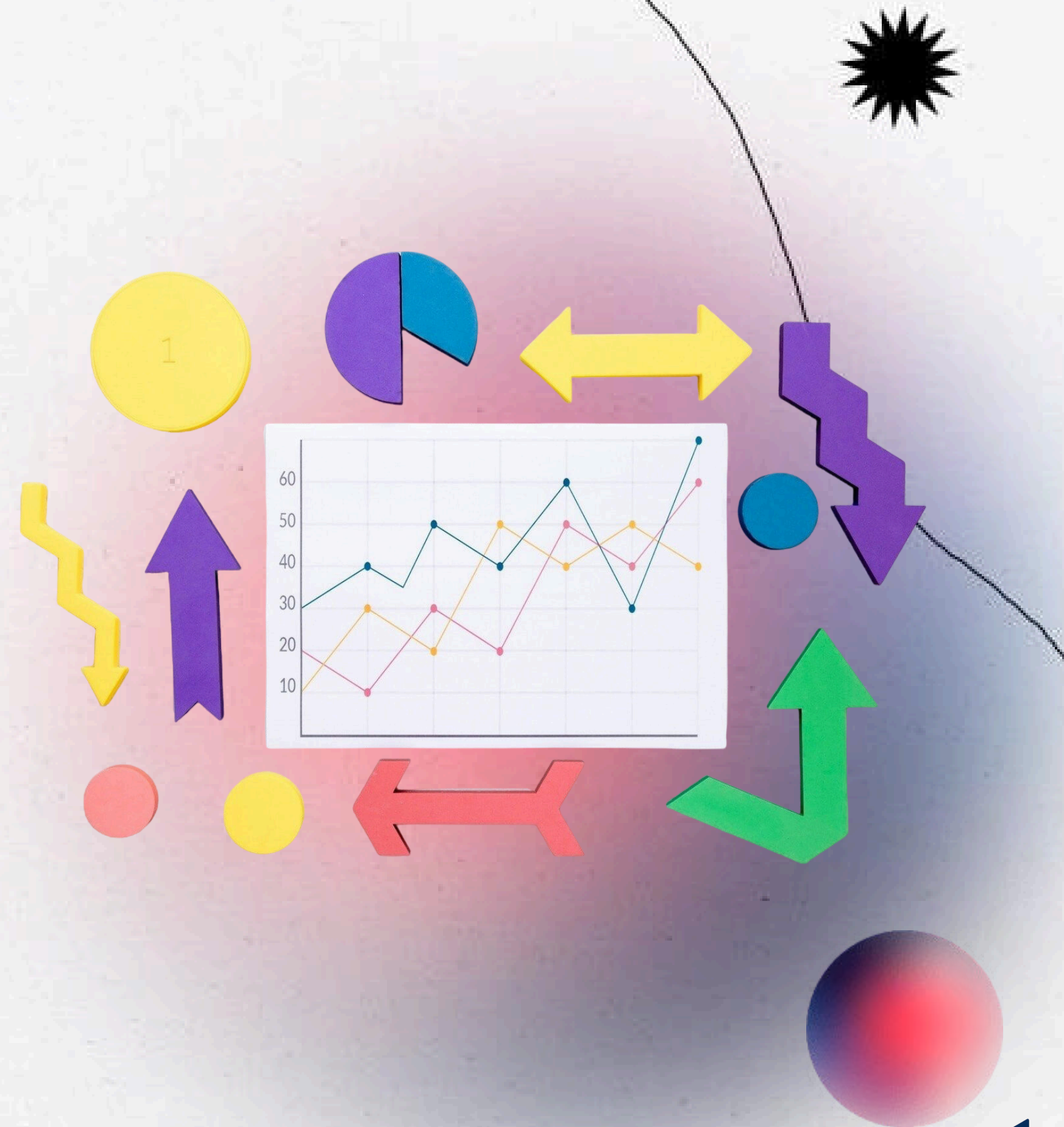


Introducción al Método CPM

El Método CPM es una técnica para la **planificación** de proyectos, **optimizando** tiempos y costos. Identifica el camino crítico, que determina la **duración mínima** de un proyecto.

Características principales:

- Enfoque determinista
- Representación gráfica (diagrama de red)
- Identificación del camino crítico
- Cálculo de holguras



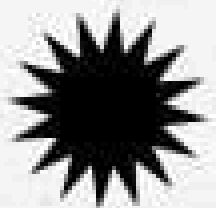


Definición de Costes



Se distinguen principalmente dos tipos de costes:

- **Coste Normal:** Es el coste asociado a la realización de una actividad en su duración normal.
- **Coste Extremo:** Es el coste resultante de reducir la duración de una actividad al mínimo posible, generalmente implicando recursos adicionales.



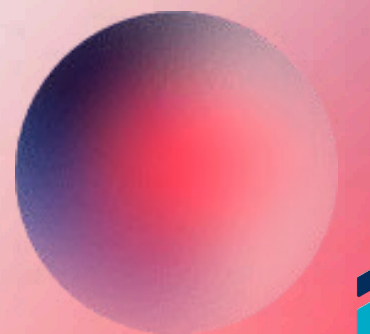
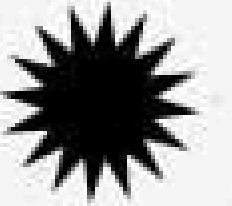
Cálculo de tiempos

Tiempos más tempranos de inicio de cada tarea (Ei early):

- Al nodo inicial se le da valor 0
- A partir del nodo inicial se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo final sumando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo siguiente
- En caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el early de mayor valor

Tiempos de terminación más tardía de cada tarea (Lj last):

- Al nodo final se le da el valor early
- A partir del nodo final se recorre la red nodo a nodo hasta llegar al nodo inicial restando al valor del nodo la duración de la actividad que lleva al nodo anterior
- En caso de existir dos caminos para llegar al mismo nodo se toma el last de menor valor



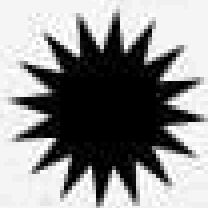


Holgura

La holgura es el **tiempo** en que se puede demorar el comienzo de una actividad sin afectar la **duración** del proyecto total

- Holgura total: $T_{Fij} = L_j - E_i - D_{ij}$
- Holgura libre: $F_{Fij} = E_j - E_i - D_{ij}$

Las actividades del camino crítico son aquellas cuya holgura total es **nula**



Ejemplo práctico

Dado el conjunto de precedencias:

A y B precede a C

B precede a D

C y D precede a E

Actividad	Duración normal	Duración Extrema	Coste normal	Coste extremo
A	3	2	30	50
B	2	1	30	45
C	2	2	24	40
D	1	1	15	15
E	3	2	30	50

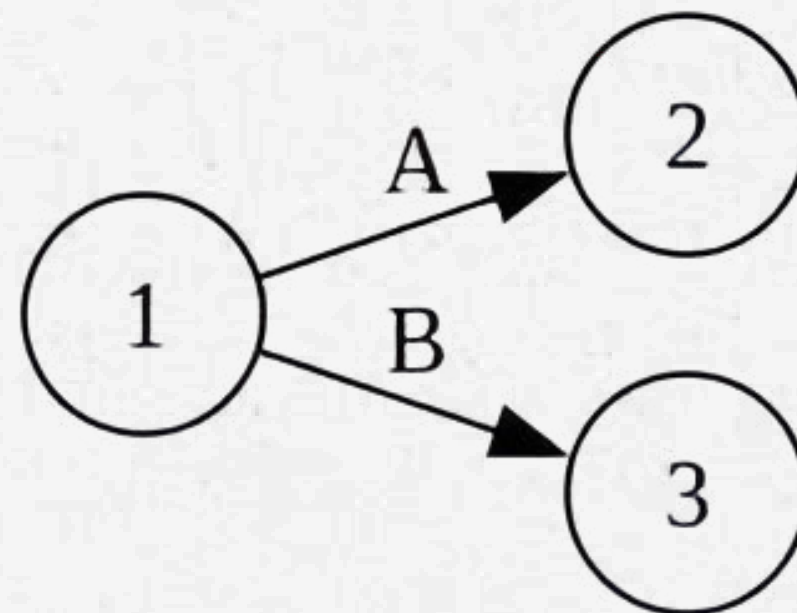
Ejemplo práctico

Vamos a construir el grafo con las precedencias dadas:

A y B precede a C

B precede a D

C y D precede a E



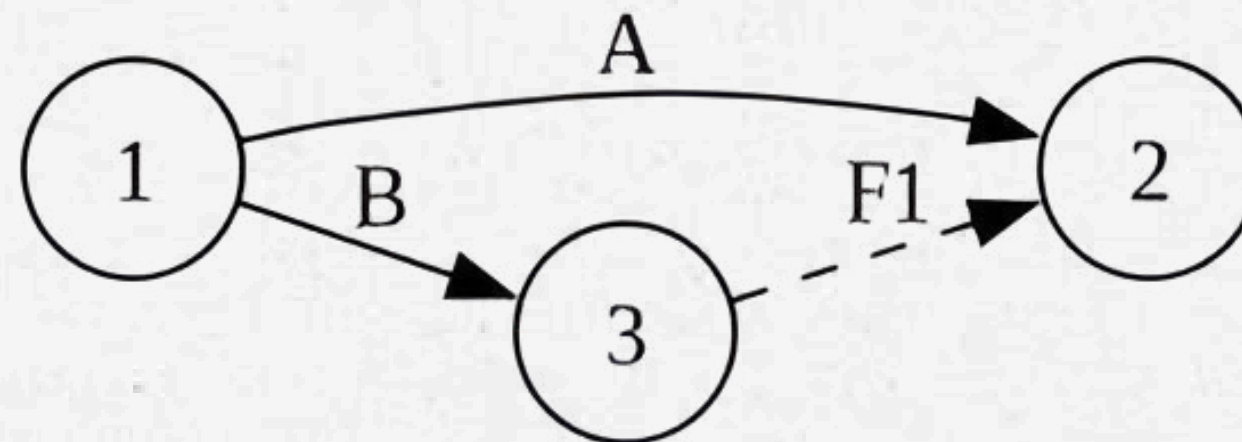
Ejemplo práctico

Vamos a construir el grafo con las precedencias dadas:

A y B precede a C

B precede a D

C y D precede a E



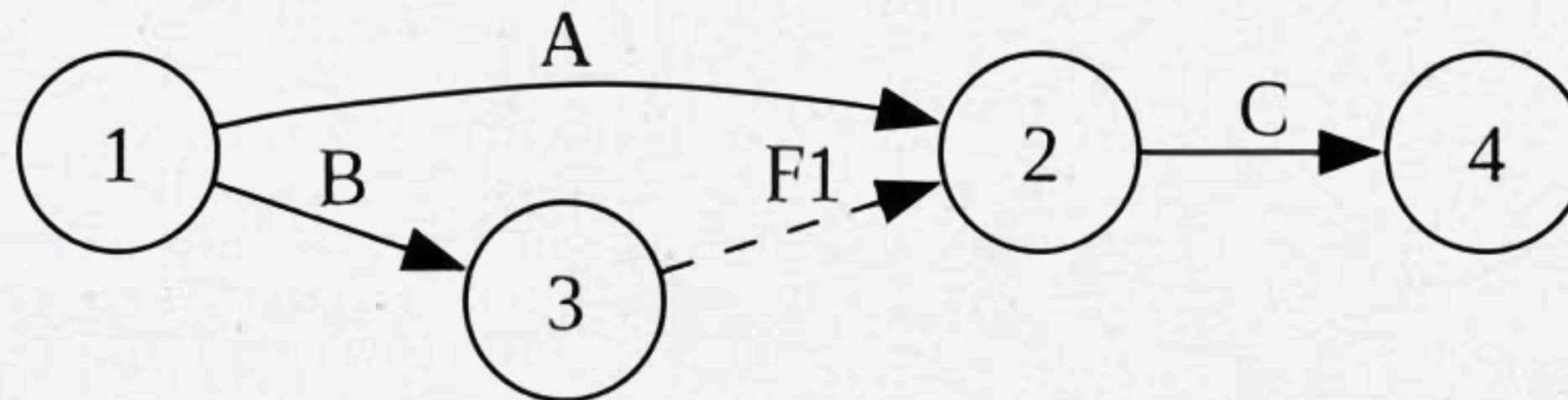
Ejemplo práctico

Vamos a construir el grafo con las precedencias dadas:

A y B precede a C

B precede a D

C y D precede a E



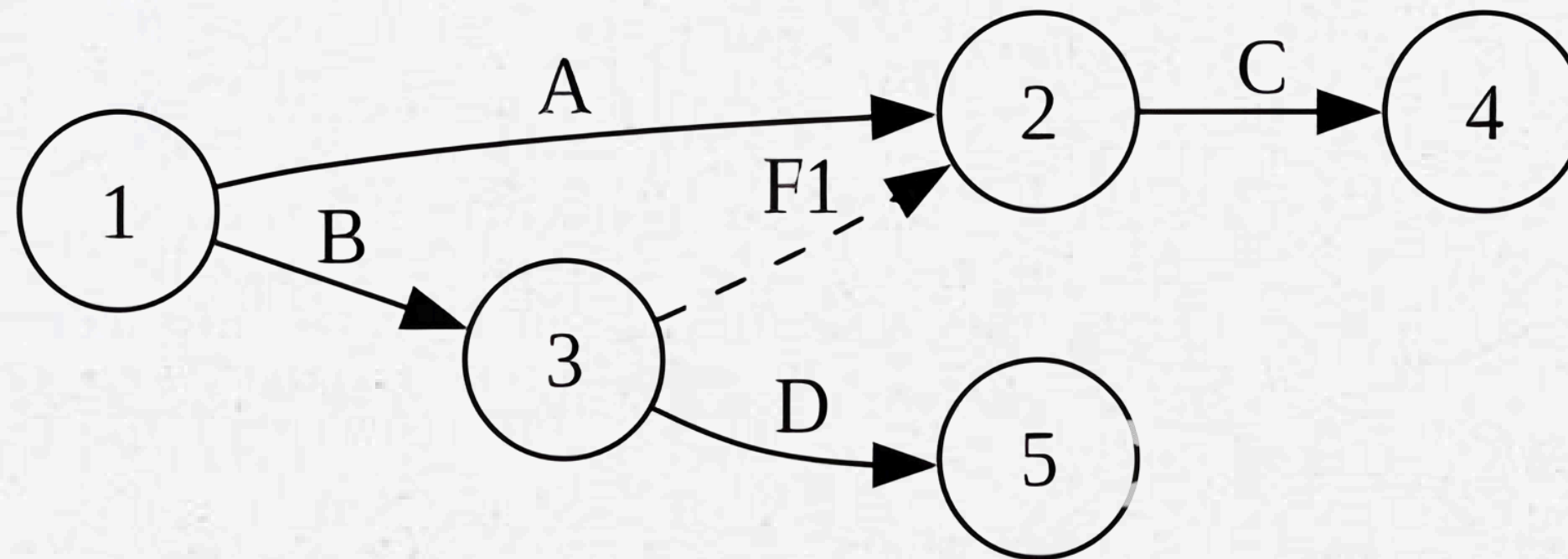
Ejemplo práctico

Vamos a construir el grafo con las precedencias dadas:

A y B precede a C

B precede a D

C y D precede a E



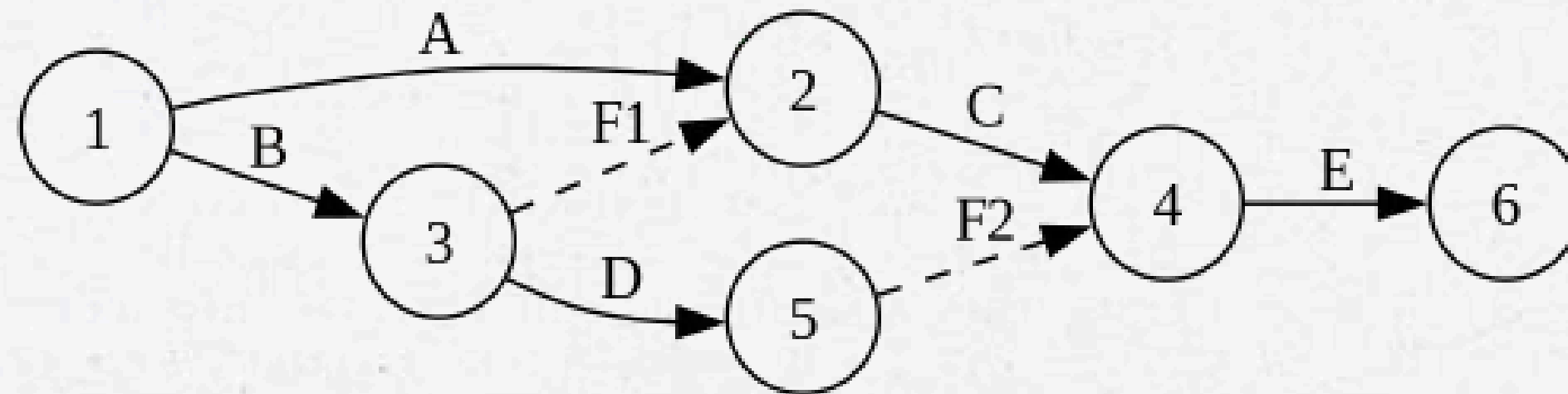
Ejemplo práctico

Vamos a construir el grafo con las precedencias dadas:

A y B precede a C

B precede a D

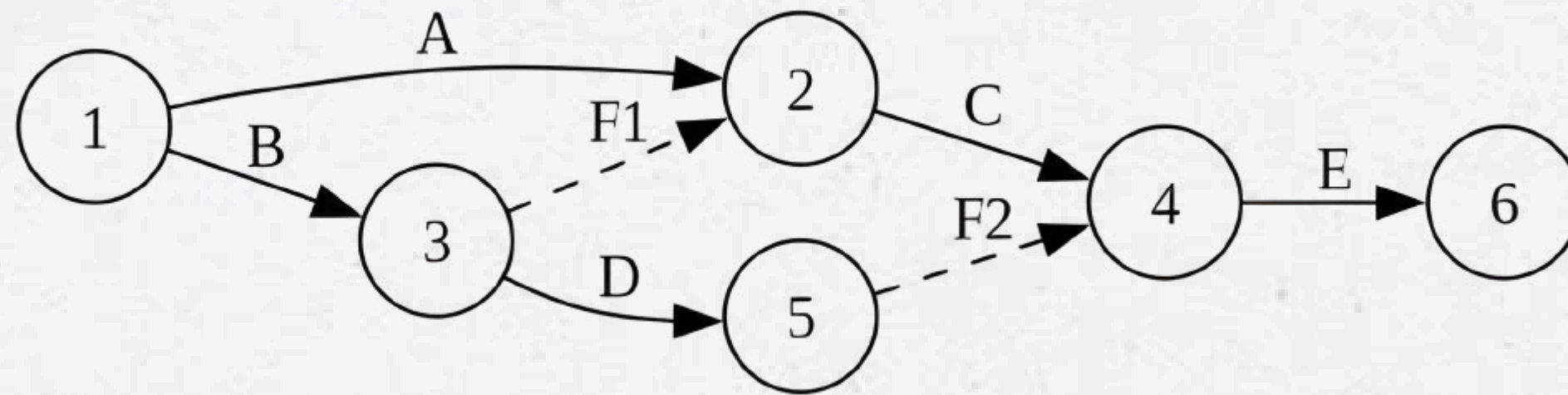
C y D precede a E



Ejemplo práctico

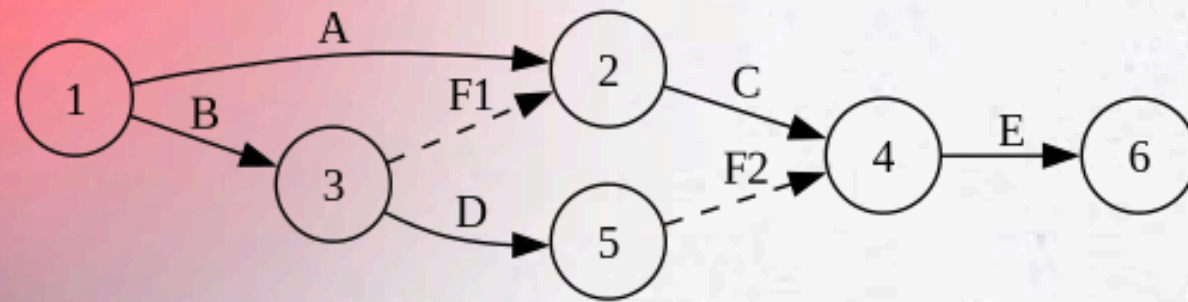
Una vez hayado el grafo, junto con la tabla de duraciones y costos, procedemos a crear la tabla de tiempos normales y extremos

Actividad	Duración normal	Duración Extrema	Coste normal	Coste extremo
A	3	2	30	50
B	2	1	30	45
C	2	2	24	40
D	1	1	15	15
E	3	2	30	50



Ejemplo práctico

Cálculo de tiempos normales



Ti	Ei	Li
1	0	$\text{MIN}(\text{L2}-\text{A}, \text{L3}-\text{B}) = \text{MIN}(3-3, 3-2) = 0$
2	$\text{MAX}(\text{E1}+\text{A}, \text{E3}+\text{F1}) = \text{MAX}(0+3, 2+0) = 3$	$\text{L4}-\text{C} = 5-2 = 3$
3	$\text{E1}+\text{B} = 0+2 = 2$	$\text{MIN}(\text{L5}-\text{D}, \text{L2}-\text{F1}) = \text{MIN}(5-1, 3-0) = 3$
4	$\text{MAX}(\text{E2}+\text{C}, \text{E5}+\text{F2}) = \text{MAX}(3+2, 3+0) = 5$	$\text{L6}-\text{E} = 8-3 = 5$
5	$\text{E3}+\text{D} = 2+1 = 3$	$\text{L4}-\text{F2} = 5-0 = 5$
6	$\text{E4}+\text{E} = 5+3 = 8$	$\text{L6} = 8$

Actividad	Duración normal	Duración Extrema
A	3	2
B	2	1
C	2	2
D	1	1
E	3	2

Cálculo de tiempos extremos

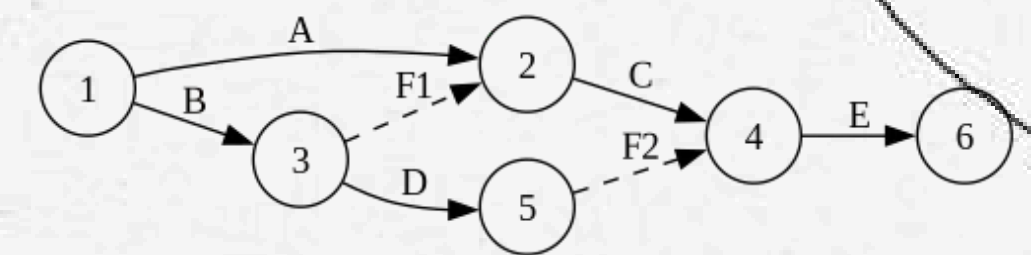
Ti	Ei	Li
1	0	$\text{MIN}(\text{L2}-\text{A}, \text{L3}-\text{B}) = \text{MIN}(2-2, 2-1) = 0$
2	$\text{MAX}(\text{E1}+\text{A}, \text{E3}+\text{F1}) = \text{MAX}(0+2, 1+0) = 2$	$\text{L4}-\text{C} = 4-2 = 2$
3	$\text{E1}+\text{B} = 0+1 = 1$	$\text{MIN}(\text{L5}-\text{D}, \text{L2}-\text{F1}) = \text{MIN}(4-1, 2-0) = 2$
4	$\text{MAX}(\text{E2}+\text{C}, \text{E5}+\text{F2}) = \text{MAX}(2+2, 2+0) = 4$	$\text{L6}-\text{E} = 6-2 = 4$
5	$\text{E3}+\text{D} = 1+1 = 1$	$\text{L4}-\text{F2} = 4-0 = 4$
6	$\text{E4}+\text{E} = 4+2 = 6$	$\text{L6} = 6$

Ejemplo práctico

Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración normal

Actividad	Ruta(i->j)	Dij	Eij	Lij	Hij	¿Crítico?
A	1->2	DA=3	E1=0	L2=3	Hij=3-3-0=0	X
B	1->3	DB=2	E1=0	L3=3	Hij=3-2-0=1	
C	2->4	DC=2	E2=3	L4=5	Hij=5-2-3=0	X
D	3->5	DD=1	E3=2	L5=5	Hij=5-1-2=2	
E	4->6	DE=2	E4=5	L6=7	Hij=7-2-5=0	X

Holgura total:
 $Hij = Lj - Ei - Dij$



Calcular la holgura de cada actividad utilizando la duración extrema

Actividad	Ruta(i->j)	Dij	Eij	Lij	Hij	¿Crítico?
A	1->2	DA=2	E1=0	L2=2	Hij=2-2-0=0	X
B	1->3	DB=1	E1=0	L3=2	Hij=2-1-0=1	
C	2->4	DC=2	E2=2	L4=4	Hij=4-2-2=0	X
D	3->5	DD=1	E3=1	L5=4	Hij=4-1-1=2	
E	4->6	DE=2	E4=4	L6=6	Hij=6-2-4=0	X

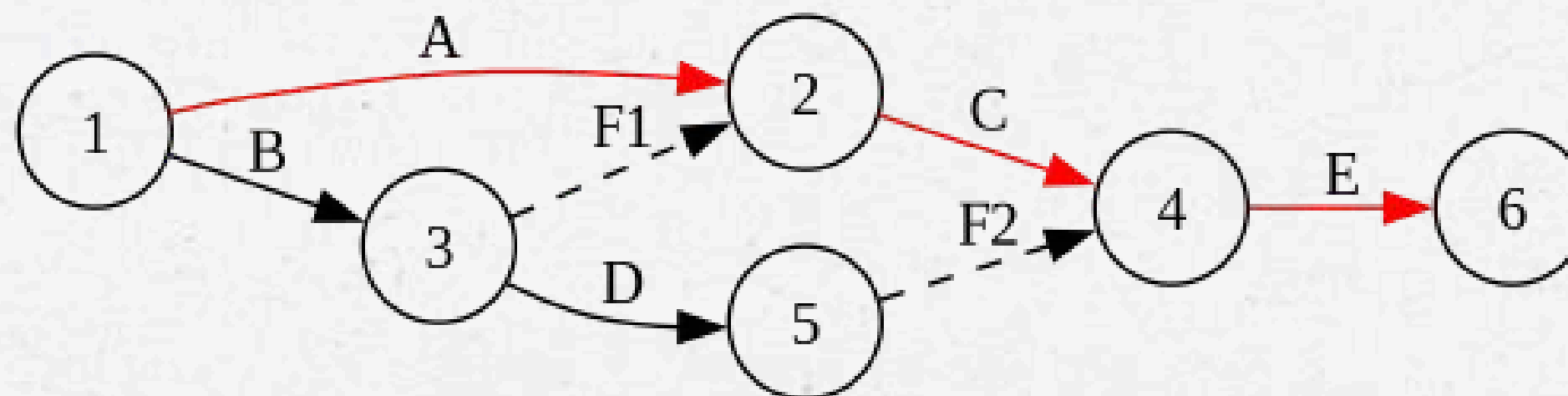
Actividad	Duración normal	Duración Extrema
A	3	2
B	2	1
C	2	2
D	1	1
E	3	2

Ejemplo práctico

Ruta crítica: A-C-E

Duración normal: $3+2+3 = 8$

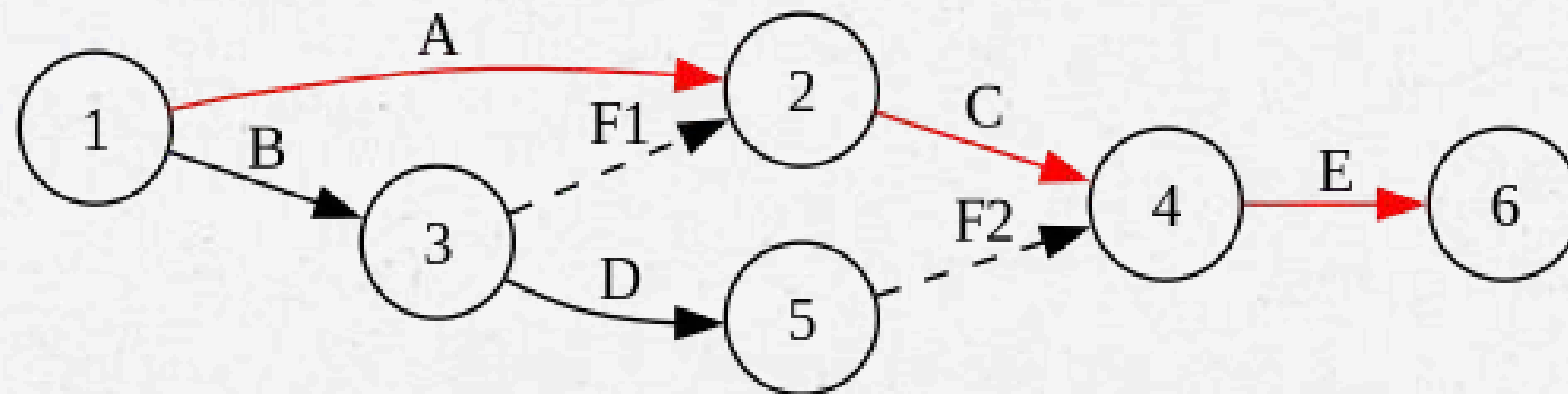
Duración extrema: $2+2+2 = 6$



Ejemplo práctico

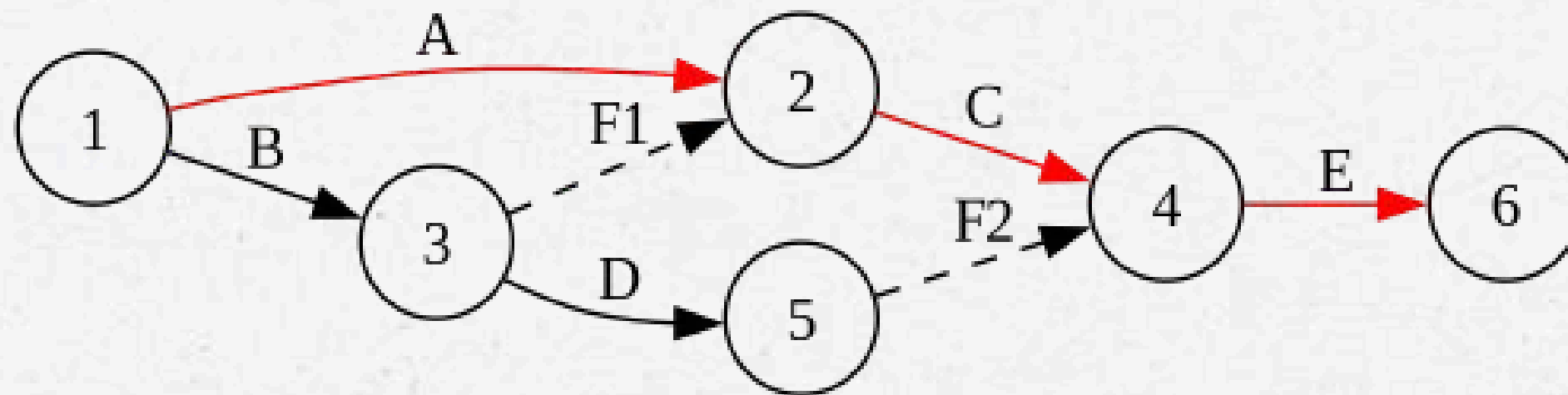
Ruta crítica: A-C-E

Coste normal = $A + C + E = 30 + 24 + 30 = 84$ euros
Coste extremo = $A + C + E = 50 + 40 + 50 = 140$ euros



Ejemplo práctico

El resultado final para este proyecto utilizando la duración normal sería que se realiza en 8 días con un coste de 84 euros, mientras que si se utiliza la duración extrema, se realizaría en 6 días, con un coste de 140 euros



¡Gracias!

