Лабораторная работа №1
Климов Даниил, В-10.

Исходная последовательность:

$$x_n = \arcsin\frac{1+(-1)^n}{2}\cdot\frac{6n-5}{2n+4}$$

Заметим, что $\arcsin\frac{1+(-1)^n}{2}$ принимает одно из двух значений $\{0;\frac{\pi}{2}\}$. Поэтому можем разбить последовательность x_n на две подпоследовательности:

$$x_n = \begin{cases} x_{2k-1} = 0 \\ x_{2k} = \frac{12k-5}{4k+4}\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\left(3-\frac{17}{4k+4}\right) \end{cases}; k\in\mathbb{N}$$

Часть 1. Аналитический метод

1). $\measuredangle x_{2k-1}$:

Последовательность $x_{2k-1}=0$ (const)

очевидно, что $\lim\limits_{n\to\infty} 0 = 0 = \lim\limits_{k\to\infty} x_{2k-1}$

$\measuredangle x_{2k}$: $\frac{\pi}{2}\left(3-\frac{17}{4(k+1)}\right)\nearrow$ при росте k и $\frac{\pi}{2}\left(3-\frac{17}{4(k+1)}\right) < 3\cdot\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \exists \lim\limits_{k\to\infty}\frac{\pi}{2}\cdot\left(3-\underbrace{\frac{17}{(k+1)\cdot 4}}_{\to 0}\right) = \frac{3\pi}{2}$ по теор. Вейерштрасса

Пусть L – множество частичных пределов

Тогда $L = \{0;\frac{3\pi}{2}\}$ и $\Rightarrow x_n$ – не сходится

2). $\measuredangle x_{2k-1}$:

т.к. $x_{2k-1} = const = 0$:

$\inf x_{2k-1} = \sup x_{2k-1} = \overline{\lim}\, x_{2k-1} = \underline{\lim}\, x_{2k-1} = 0$

$\measuredangle x_{2k}$:

$\inf x_{2k} = \min x_{2k}$ т.к. $x_{2k}\nearrow$

$\inf x_{2k} = x_2 = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{7}{8} = \underline{\lim}\, x_{2k}$

$\frac{\pi}{2}\cdot\left(3-\frac{17}{4k+4}\right) < \frac{\pi}{2}\cdot\left(3-\frac{1}{k}\right) < \frac{\pi}{2}\cdot 3$