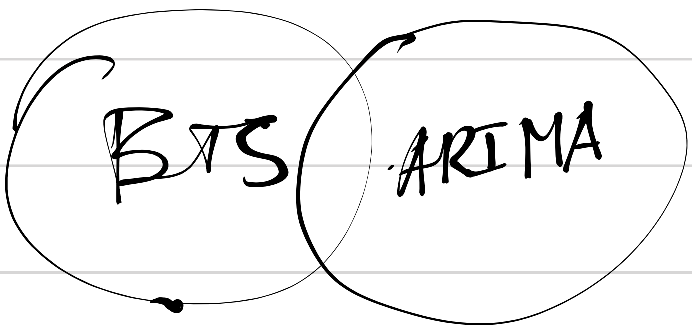
Привет !!

2020-11-12

Врем. ряды!

Лекция 4



Общие критерии выбора:

- прогнозы на тест выборка
- CV
- здравый смысл

ARIMA (+ сезонные)

- если ряд короткий то жалко делить на тестовую/обуч.
- долго.

здесь есть вылизанные десятилетиями автом-кие процедуры выбора.

С высоты птичьего полёта.

SARIMA(p, d, q)-(P, D, Q)

1) d? /KPSS-тест/

$d=0$ (y_t)

$d=1$ $(y_t \to z_t = \Delta y_t)$

$d=2$ $(y_t \to z_t = \Delta^2 y_t = \Delta(\Delta y_t))$

2) $D = ?$ (HEGY)

$D=0$ (y_t)

$D=1$ $(y_t \to z_t = \Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12})$

$D=2$ $(y_t \to z_t = \Delta_{12}^2 y_t = \Delta_{12}(\Delta_{12} y_t))$

3) d, D фиксир-ны.
оценивается мн-во моделей
с небольшим числом параметров
скажем $p+q+P+Q \le 5$

$d=1$, $D=0$

ARIMA $(1,1,2)-(2,0,0)$

ARIMA $(0,1,1)-(1,0,1)$

....

4) выбир-ся наилучшая по AIC

3.5 ~~отход~~ в сторону на 1 параметр
(несколько раз)

ARIMA$(2,1,2)-(1,0,0)$ $p+q+P+Q=5$

(+1) (+1) (+1) (+1)

\+ автоматич., отн. скор-ая П

\- с точки зрения чистой теории все дов. инт-лы врут

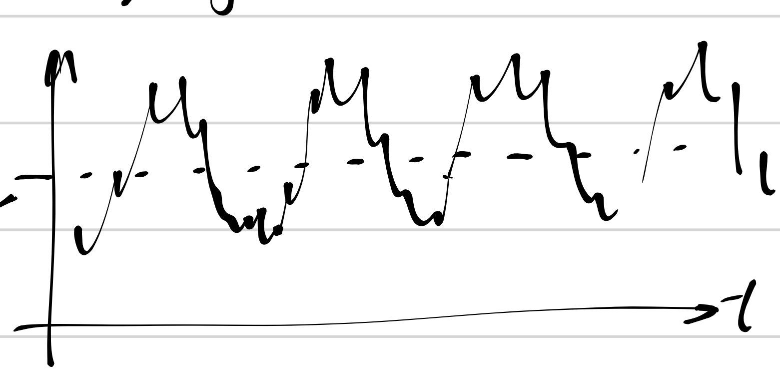
\+ на практике дов. инт строят по старым ф-лам.

→ сез. наивная

→ простое на глаз

→ автоматич. ARIMA.

например.
Спрос, сок



$d=0$

$D=0$

ARIMA$(1,0,1)-(1,0,1)$

Упр

y_t — стац. процесс $\quad \Big|\ Cov(y_t, y_s) = \gamma_{t-s}$

$$\lim_{T\to\infty} Var\left(\sqrt{T}\cdot(\bar{y}_T - \mu)\right) \overset{?}{=}$$

/считаем, что у (y_t) нулевое ож-ие $E(y_t)=0$/

y_1, y_2, y_3 $\qquad Var\left(\sqrt{3}\cdot\left(\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)\right) \overset{?}{=}$

$$= \frac{1}{3}\Big[Var(y_1)+Var(y_2)+Var(y_3)+2Cov(y_1,y_2)+2Cov(y_1,y_3)+2Cov(y_2,y_3)\Big] =$$

$$= \frac{1}{3}\Big[3\cdot\gamma_0 + 2\cdot\gamma_1 + 2\gamma_2 + 2\gamma_1\Big] =$$

(упр) $\quad Var(\sqrt{3}\cdot\bar{y}_3) = 1\cdot\gamma_0 + \frac{4}{3}\gamma_1 + \frac{2}{3}\gamma_2$

$$\lim_{T\to\infty} Var(\sqrt{T}\cdot\bar{y}_T) \overset{?}{=} 1\cdot\gamma_0 + 2\gamma_1 + 2\gamma_2 + 2\gamma_3 + \ldots = \lambda$$

Skip! Как выбрать α?

набл: если автор пишет ур-ие и не пишет нач. условия:

набл. про источники

- → он имеет в виду стац. решение
- → если стац нет, то решение вида $y_t = \underbrace{f(t)}_{\text{детерминист}} + стац_t$
- → если и такого нет, то такое решение, что Δy_t - стац-но.
- → . . . . $\Delta^2 y_t$ - стац-но.

Какое решение имеет в виду автор?

$$\begin{cases} y_t = 6 + 0{,}3t + 0{,}7y_{t-1} + u_t \\ u_t \sim WN(0; 3^2) \text{ б. шум.} \end{cases}$$

$y_0 = 7$ → решение

$y_0 = u_8$ → решение

$y_0 = u_{42}/u_{41}$ → решение.

Есть ли у этого ур-ия стац решение?

$$\underbrace{E(y_t)}_{\mu_y} = 6 + 0.3t + 0{,}7\underbrace{E(y_{t-1})}_{\mu_y} + 0$$

противоречие.

Есть ли у ур-ия решения типа

$y_t =$ детерминистич + стац ?

$$y_t = \cancel{6 + 0{,}3t} + 0{,}7y_{t-1} + u_t$$

$$y_t = 0{,}7y_{t-1} + u_t$$

есть стац. реш?

$$y_t = 0{,}7y_{t-1} + u_t =$$

$$= 0{,}7(0{,}7y_{t-2} + u_{t-1}) + u_t =$$

$$= 0{,}7(0{,}7(0{,}7y_{t-3} + u_{t-2}) + u_{t-1}) + u_t$$

$$y_t = u_t + 0{,}7u_{t-1} + 0{,}7^2u_{t-2} + 0{,}7^3u_{t-3} + \ldots$$

. . . . .

реш:

$$\boxed{y_t = \alpha + \beta t + \underbrace{u_t + 0{,}7u_{t-1} + 0{,}7^2u_{t-2} + \ldots}}$$

$$\boxed{y_t = 6 + 0{,}3t + 0{,}7y_{t-1} + u_t}$$

$$\alpha + \beta t = 6 + 0{,}3t + 0{,}7(\alpha + \beta(t-1))$$

своб член: $\alpha = 6 + 0{,}7\alpha - 0{,}7\beta$

коэф при t: $\beta = 0{,}7\beta + 0{,}3$

α, β?

- стац. реш?
- детерм-т стац. реш?
- Δy_t – стац?
- $\Delta^2 y_t$ – стац?
- ...

что имеет в виду автор без указания нач. условий.

1) $d = 0/1/2$.

y_t?

Δy_t?

$\Delta^2 y_t$?

$$\Delta^3 y_t = \overset{\text{мусор}}{\mu} + \text{стац}_t$$

→ в реальности это что-то оч. кратко-срочное!

DF и KPSS

Dickey Fuller

.... (4 разных человека)

DF_c, DF_t, DF_0 (три теста)

$u_t \sim W.N.$

DF_c:

$$\Delta y_t = c + \varphi \cdot y_{t-1} + [\alpha_1 \Delta y_{t-1} + \alpha_2 \Delta y_{t-2}] + u_t$$

$H_0: \varphi = 0$ (нет стац решения)

$H_A: \varphi \in (-2;0)$ (есть стац. решение)

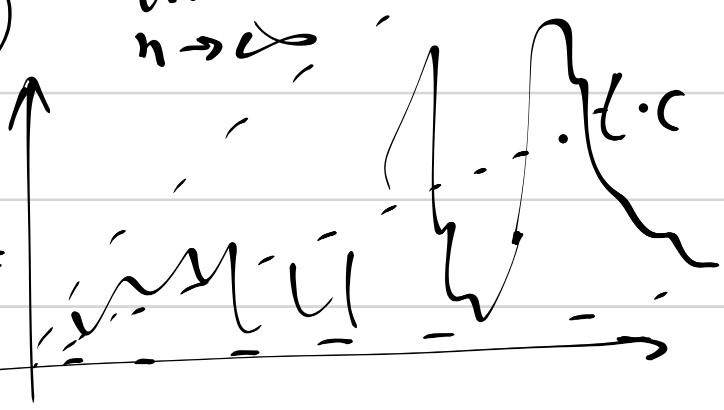
МНК $\Rightarrow \hat{\varphi}_{МНК}$.

$$DF = \frac{\hat{\varphi} - 0}{se(\hat{\varphi})} \xrightarrow[n\to\infty]{H_0 \text{ dist}} DF_c$$

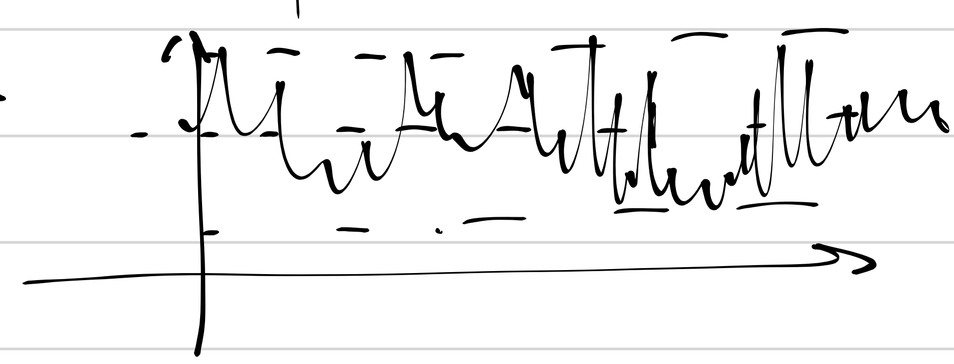
$\boxed{\text{особое распр.}}$

$\varphi = 0$ (H_0): $\Delta y_t = c + u_t$

$y_t = y_0 + t\cdot c + u_1 + \ldots + u_t$



$\varphi \in (-2;0)$ (H_A): y_t = стац. ряд



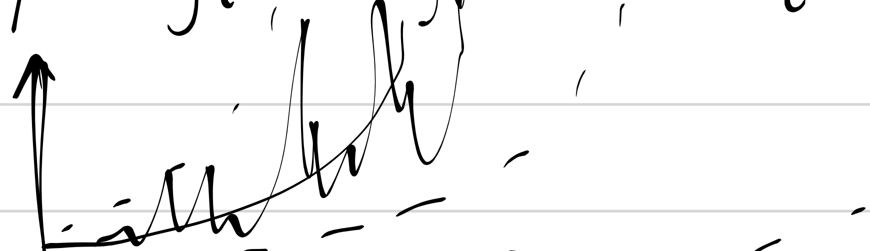
DF_t $\quad \Delta y_t = c + \delta t + \varphi y_{t-1} + [\ \ldots\ ] + u_t$

$H_0: \varphi = 0$ $\quad y_t = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + u_1 + u_2 + \ldots + u_t$

$H_A: \varphi \in (-2;0)$ $\quad y_t = \alpha + \beta t + стац_t$

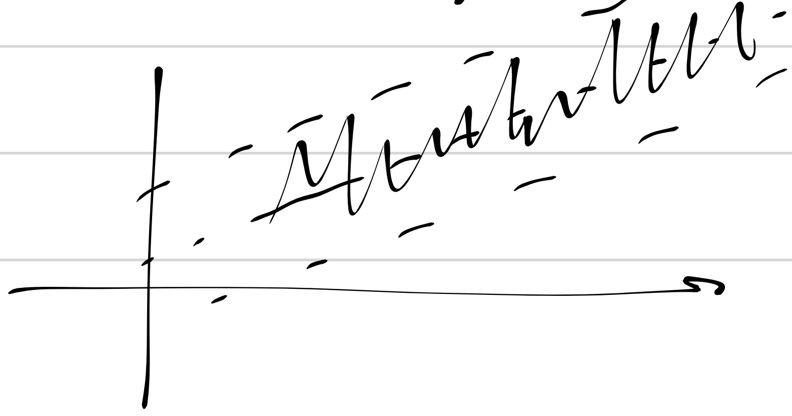
$$DF = \frac{\hat{\varphi} - 0}{se(\hat{\varphi})}$$

H_0:



$$DF \xrightarrow[n\to\infty]{H_0 \text{ dist}} DF_t$$

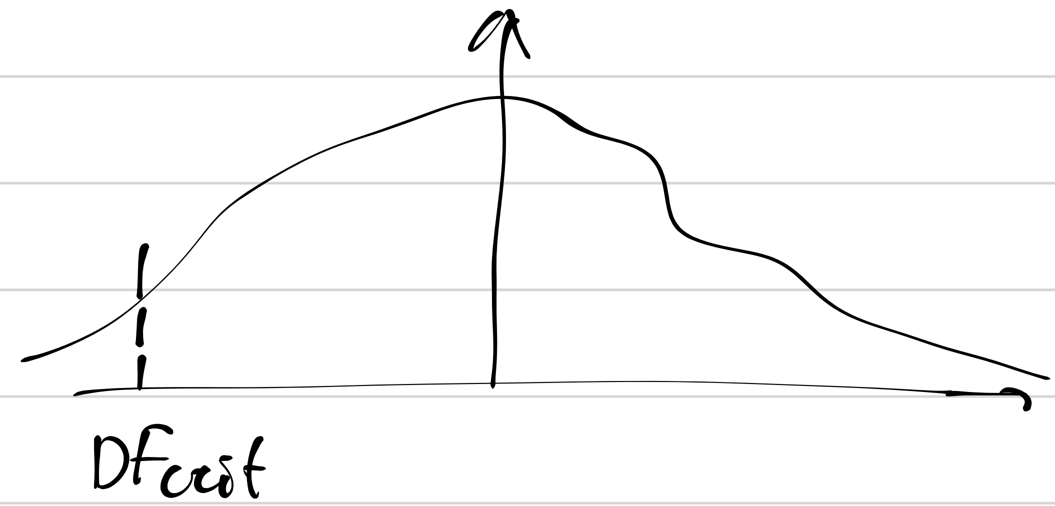
H_A:



Step 1. Вычисление d. (через DF)

$H_0: \varphi = 0$

$H_1: \varphi \in (-2; 0)$



Если $DF_c < DF_{crit}$ то H_0 отвергается

→ модел. y_t

Если $DF_c > DF_{crit}$ то H_0 не отвергаем

$$y_t \to \Delta y_t$$

$$z_t = \Delta y_t$$

Повторяем тест с z_t

$$z_t \to \Delta^2 y_t, \quad \Delta y_t, \quad y_t$$