Всё ок? !! Минуя.

2020-11-26 Врем. ряды !!

→ завершаем объявл. выбор

→ ИСМ.

[?] ① Тест на ед. корень. ? $y_t \to \Delta y_t$

[?] ② Тест на сезон. ед. корень ? $y_t \to \Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$

③ Оцен-ся пачка моделей с числом пар-в ≤ 5 [от фонаря]

④ из оценённого пула выб-ся лучшая.

A) $y_t \sim AR(1)$

B) $y_t \sim MA(2)$

C) $\Delta y_t \sim AR(2)$.

①. $\boxed{KPSS}$

долгоср. дисперсия: $\lambda = \lim\limits_{T\to\infty} Var\left(\sqrt{T}\left(\bar{y}_T - \mu\right)\right) =$

$= \gamma_0 + 2\gamma_1 + 2\gamma_2 + \ldots = \lambda$

KPSS-тест:

$y_t = \beta_1 + [\beta_2 t] + \mu_t + u_t$ $H_0: \mu_t = const \ (\sigma^2_\varepsilon = 0)$

$H_A: [\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t]$ $\varepsilon_t \sim$ б. шум.

$E(\varepsilon_t) = 0$

$Var(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon$

$$KPSS = \frac{\sum_{t=1}^{T} \hat{S}_t^2}{\hat{\lambda}^2 T^2}$$

$\hat{\lambda}$ – любая сост-ая оценка для λ.

$$\hat{S}_t = \sum_{i=1}^{t} \hat{u}_i$$

[с конст.]

$$y_t = \beta_1 + \mu_t + u_t$$

$$KPSS \overset{H_0}{\sim} KPSS_c$$

[с конст и трендом]

стац.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \mu_t + u_t$$

$$KPSS \overset{H_0}{\sim} KPSS_{ct}$$

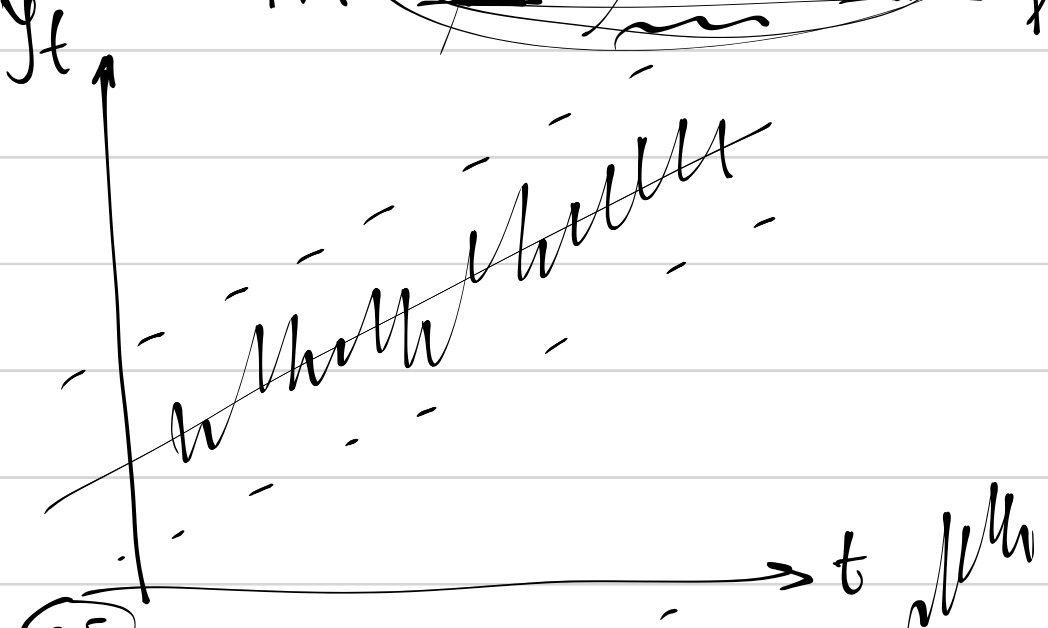
упр. „Типичный" график y_t для случая [с константой и трендом при H_0 и H_a.

$H_0: \mu_t = const$

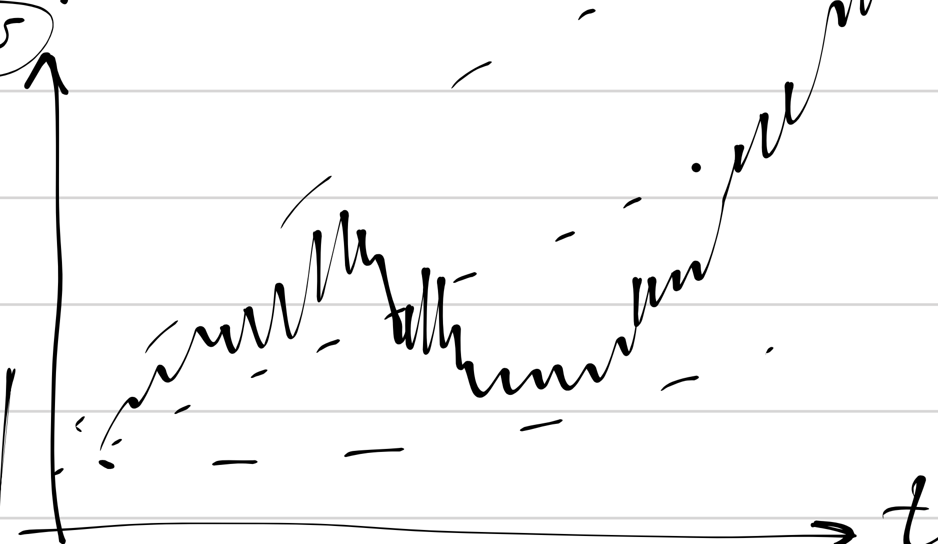
$H_A: \mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$

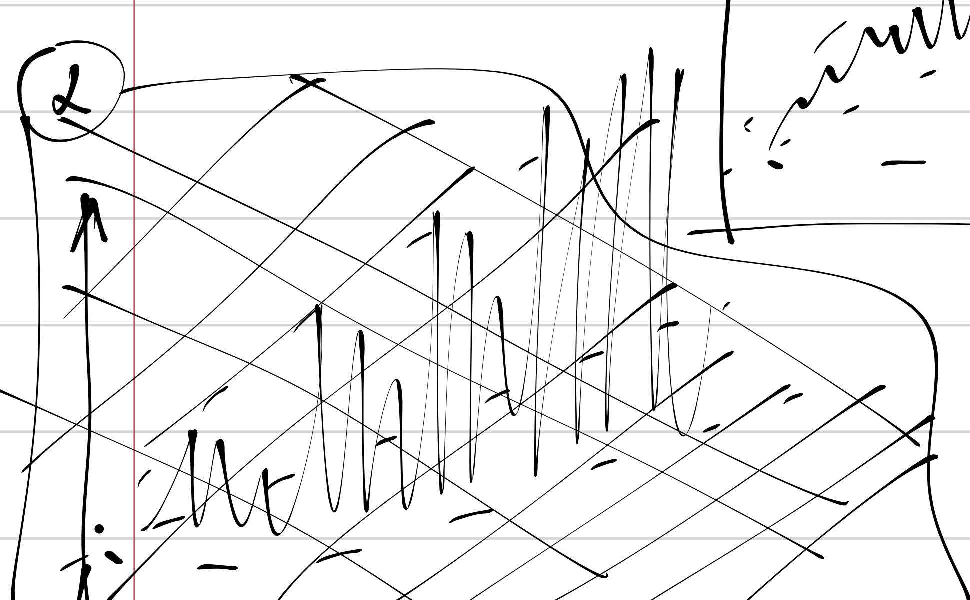
$$\begin{cases} H_0: \sigma_\varepsilon^2 = 0 \\ H_1: \sigma_\varepsilon^2 > 0 \end{cases}$$

H_0:



H_A:





Если: $KPSS > KPSS_{crit}$

то: H_0 отвергается в пользу H_A

($y_t \to \Delta y_t$)

ARIMA + предикторы

ARIMAX – разные штуки под одним названием

ARMA(1,1) + x_t

сразу

$$(y_t-\mu)=\alpha(y_{t-1}-\mu)+u_t+\beta u_{t-1}$$

интерпр. 1

$$y_t-\mu=\alpha(y_{t-1}-\mu)+\theta\cdot x_t+u_t+\beta u_{t-1}$$

$$y_t-\mu=\alpha L(y_t-\mu)+\theta x_t+(1+\beta L)u_t$$

$$(1-\alpha L)(y_t-\mu)=\theta x_t+(1+\beta L)u_t$$

$$y_t-\mu=\frac{\theta}{1-\alpha L}x_t+\frac{1+\beta L}{1-\alpha L}u_t$$

интерпр (2)

$$\begin{cases} y_t-\mu=\theta x_t+\rho_t \\ (1-\alpha L)\cdot\rho_t=(1+\beta L)\cdot u_t \end{cases}$$

$$\boxed{y_t-\mu=\theta x_t+\frac{1+\beta L}{1-\alpha L}\cdot u_t}$$

Куда тут обобщают?

$\theta_1 x_t+\theta_2 x_{t-1}$

$$y_t-\mu=\frac{A(L)}{B(L)}\cdot x_t+\frac{C(L)}{D(L)}u_t.$$

Что будет в качестве предиктора?

$\rightarrow \boxed{\cos / \sin}$

$$x_{1t} = \sin\left(\frac{2\pi t}{m}\right)$$

$$x_{2t} = \cos\left(\frac{2\pi t}{m}\right)$$

$$x_{3t} = \sin\left(\frac{4\pi t}{m}\right)$$

$$x_{4t} = \cos\left(\frac{4\pi t}{m}\right)$$

$$x_{5t} = \sin\left(\frac{6\pi t}{m}\right)$$

$$x_{6t} = \cos\left(\frac{6\pi t}{m}\right)$$

для учёта цикл-х эффор

Модель с ненаблюдаемыми компонентами

Unobserved Component Model.

+ очень гибкая

+ интерпретируемость

UCM = ETS + много источников шума.

Тренд + цикл плохо с сез + цикл хорошо + предикторы + шум

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + c_t + \beta x_t + \varepsilon_t$$

Тренд

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \nu_{t-1} + \eta_t$$

$$\nu_t = \nu_{t-1} + \xi_t$$

темп роста

$$\xi_t \sim N(0; \sigma_\xi^2)$$

$$y_t = l_t + (1-\alpha)u_t$$

ETS (AAN)

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + u_t$$

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha u_t$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta \cdot u_t$$

$$u_t \sim N(0; \sigma_u^2)$$

$$\eta_t \sim N(0; \sigma_\eta^2)$$

$\sigma_\eta^2 > 0 \quad \sigma_\xi^2 = 0 \quad \nu_t = const$

$\sigma_\eta^2 > 0 \quad \sigma_\xi^2 = 0 \quad \nu_t = 0$

ошибка.

$\varepsilon_t \sim$ стац. процесс

$\varepsilon_t \sim ARMA(1,2)$

„ сезонные" [без тригонометрии].

UCM.

$m=12$

ограб. $y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + \ldots + y_{t-11} = w_t$

$w_t \sim N(0; \sigma^2_w)$

ошибка в док! ⇓ | Возм. НА.

$y_1 = -y_0 - y_{-1} - \ldots - y_{-10} + w_1$

$$y_2 = -y_1 - y_0 - \ldots - y_{-9} + w_2$$

ETS(ANA).

$m=12$

$s_t = s_{t-12} + \gamma \cdot u_t$

Иниц-ция.

$s_0, s_{-1}, s_{-2}, s_{-3} \ldots s_{-11}$

$s_0 + s_{-1} + s_{-2} + s_{-3} + \ldots + s_{-11} = 0$

своб-х пар-в:

$s_0, s_{-1}, s_{-2}, s_{-3} \ldots s_{-10}$

$s_1 = s_{-11} + \gamma u_1 =$

$$s_1 = -s_0 - s_{-1} - s_{-2} - \ldots - s_{-10} + \gamma u_1$$

$s_2 = s_{-10} + \gamma u_2 =$

$$s_2 = -s_1 - s_0 - s_{-1} - s_{-2} \ldots - s_{-9} + \gamma u_1 + \gamma u_2$$