

# Relations - יחסים

Eyal Shukrun

November 2, 2020

## 1 Tuples - זוג סדור

Liste de  $n$  nombres (ordonnée).

### 1.1 Multiplication cartésienne

Multiplication cartésienne de  $n$  ensembles: Tous les  $n$ -uples possibles composés des éléments de chaque ensemble.

$$A * B = \{ \langle a, b \rangle \mid a \in A \wedge b \in B \}$$
$$A * B * C = \{ \langle a, b, c \rangle \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C \}$$

Plus généralement:

$$A_1 * \dots * A_n = \prod_{i=1}^n A_i \quad (1)$$

Donc:

$$(A * B) * C = \{ \langle \langle a, b \rangle, c \rangle \} \quad (2)$$

Ainsi la multiplication cartésienne n'est pas associative.

### 1.2 Propriétés

- $A * (B \cup C) = (A * B) \cup (A * C)$
- $A * (B \cap C) = (A * B) \cap (A * C)$
- $A * (B \setminus C) = (A * B) \setminus (A * C)$

## 2 Relations

Une relation  $R$  est un ensemble composé de  $n$ -uples (couples si c'est une relation à deux places (דו מקומי), 3 si c'est une relation à trois places etc). On l'appelle relation de  $A$  à  $B$  (ou relation sur  $A$  si elle est de  $A$  à  $A$ ).

Cette relation est l'ensemble des  $n$ -uples qui respectent une certaine règle (définie par

nous), donc  $R \in P(A * B)$  . Pour exprimer un n-uple  $\langle a, b \rangle$  qui respecte R on peut utiliser  $\langle a, b \rangle \in R$  ou  $aRb$ .

Pour représenter une relation on peut utiliser soit une matrice ou chaque colonne est un n-uple qui respecte la relation (l'élément en haut est l'élément de gauche du n-uple), soit par un tableau (les titres des lignes sont les éléments de gauche, voir p.77), soit un diagramme à flèches, par exemple pour la relation  $R = \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, a \rangle\}$ :

