

# Bases

Eyal Shukrun

November 3, 2020

## 1 Induction

### 1.1 Induction classique <sup>[p9]</sup>

Prouver que c'est vrai pour  $k = 1$ , puis prouver que c'est vrai pour  $k = k + 1$ .

### 1.2 Induction etendue (מורכבת) <sup>[p9]</sup>

Prouver que  $P(m)$  est vrai, puis prouver que c'est vrai pour tous les  $m < n$ , ainsi on prouve que  $P(n)$  est vrai.

## 2 Recursion

On peut définir une fonction par recursion, en définissant  $f(n_0)$  et  $f(n + 1)$  en fonction de  $f(n)$ .

## 3 Ensembles

### 3.1 Ensembles de completion (קבוצה המשלימה)

L'ensemble de completion de A en fonction de U (noté  $A^c(U)$ ) est l'ensemble des chiffres qu'il y a dans U et pas dans A. En bref:  $A^c(U) = U \setminus A$ , dans la plupart des cas, le U n'est pas noté car il fait directement référence à l'ensemble Univers.

#### 3.1.1 Propriétés

1.  $A \cup A^c = U$
2.  $A \cap A^c = \emptyset$
3.  $(A^c)^c = A$
4.  $A \setminus B = A \cap B^c$
5.  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
6.  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

### 3.2 Notations de sous ensembles

1. "[": Inclus (ex:  $[a, b] = \{x \in R | a \leq x \leq b\}$ )
2. "(": Pas inclus (ex:  $(a, b) = \{x \in R | a < x < b\}$ )

### 3.3 Ensemble puissance (קבוצה החמה)

Ensemble puissance de A: L'ensemble des sous ensembles possibles de A. La longueur de l'ensemble puissance d'un ensemble de taille n est  $2^n$ . [p.28]

### 3.4 Operations sur des ensembles

1. Union -  $A \cup B$
2. Intersection -  $A \cap B$
3. Difference -  $A \setminus B$

#### Propriétés

1.  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

### 3.5 Operations en chaine/infinies [p.48]

- Union en chaine de tous les  $A_i$  pour  $i$  de 1 a  $n$ : tous les x qui sont dans au moins un A (notée  $\bigcup_{i=1}^n A_i$ )
- Intersection en chaine de tous les  $A_i$  pour  $i$  de 1 a  $n$ : tous les x qui sont dans tous les A (notée  $\bigcap_{i=1}^n A_i$ ).
- Union des  $A_\alpha$ : Ensemble des x qui sont dans au moins un  $A_\alpha$  (notée  $\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$ )
- Intersection des  $A_\alpha$ : Ensemble des x qui sont dans tous les  $A_\alpha$  (notée  $\bigcap_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$ ).

#### Propriétés

- Lois de morgan applicables  $(B \cap (\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha))^c = \bigcup_{\alpha \in \Gamma} (B \cap A_\alpha)^c$  et  $(\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha)^c = \bigcap_{\alpha \in \Gamma} (A_\alpha)^c$