# Eyal Shukrun

## November 3, 2020

## שאלה 1

- א ־ נכון •
- ב לא נכון •
- ג־לא נכון •
- ד־לא נכון
  - ה־נכון
- ו־ לא נכון
  - ג־נכון •
  - ח ב נכון •

## שאלה 2

(と

נוכיח את השוויון הזה בעזרת אלגברה של הקבוצות:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$$

לפי משפט 24.1:

$$A \setminus (B \cap C^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$
$$A \cap (B \cap C^c)^c = (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$

לפי דה מורגן:

$$A \cap (B^c \cup C) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$

לפי חוק הפילוג

$$(A \cap B^c) \cup (A \cap C) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$$

משל

(コ

מתוך הנחה ש־ $\{A\}\subseteq P(B)$ , בהכרח  $A\in P(B)$  ולכן A היא תת־קבוצה של B (לפי הגדרה של הקבוצת החזקה). היחס  $\subseteq$  הוא טרנזיטיבי, כלומר כל תת־קבוצה של A גם תת־קבוצה של B. נניח בשלילה ש־ $\{P(B), P(A) \nsubseteq P(B), P(A) \nsubseteq P(B), P(A) \subseteq P(B)\}$  לכן חייב להתקיים  $\{P(B), P(A) \subseteq P(B), P(A) \subseteq P(B)\}$ .

(۵

נניח בשלילה ש־ $A \land A \nsubseteq B$  נוכיח שקיים איבר ב־ $P(A \cup B)$  שלא קיים ב־ $P(A \cup B)$  שלא קיים ב־ $A \land A \nsubseteq B$  נוכיח שקיים איבר ב־ $A \lor B$  ו־ $A \lor B$  ו- $A \lor$ 

#### שאלה 3

א)

 $x \not\in A$  נניח בשלילה ש־ $A \neq U$  נניח בשלילה נפשט את הטענה ב $(A \cap B)^c \subseteq A$ 

לפי דה מורגן:

 $A^c \cup B^c \subseteq A$ 

לפי משפט 12.1

$$A^c \cup B^c \subseteq A \implies A^c \subseteq A \land B^c \subseteq A$$

לכן

 $A^c \subseteq A$ 

A=U אז  $(A\cap B)^c\subseteq A$  אם קיים לכן פה סתירה, לכן אם  $A^c\not\subseteq A$  ולכן ולכן  $x\in A^c$  אז א

(コ

 $C=B^c$ מתוך ההנחה ש־ $A^c\Delta B=A\Delta C$  נוכיח ש-למען ההוכחה נשתמש בשני הוכחות:

- $A\Delta U=A^c$  :38 שאלה
- . הפרש סימטרי הפרש הפעולה אל הפעולה אל א $A\Delta B = A\Delta C \implies B\Delta C$  :32 שאלה •

 $A^c \Delta B = (A \Delta U) \Delta B$ : לפי שאלה 38: לפי שאלה 38: לפי שאלה 32: לפי שאלה 32:

 $A\Delta(U\Delta B)=A\Delta B^c$  :38 שוב לפי

. הגענו לשוויון:  $A\Delta B^c=A\Delta C$  שיזה מה שהיה צריך להוכיח. נובע כי  $A\Delta B^c=A\Delta C$  שיזה מה שהיה צריך להוכיח.

()

מתוך הנחה שC מתוך הנחה אורי.  $x\in (A\cap B)\setminus (A\cap B)$  וכי  $x\notin C$  וכי  $x\in (A\cap B)\setminus C$  מתוך הנחה ש $x\in (A\cap B)\setminus C$  נובע כי  $x\in (A\cap B)\setminus C$  וכי  $x\notin A\Delta B$  בהכרח בהכרח  $x\in (A\cap B)\setminus C$  מהנתון,  $x\notin A\Delta B$  אין צורך לבדוק ש $x\notin A\Delta C$  וש־ $x\notin A\Delta B\Delta C$  הוכחנו ש $x\in (A\cap B)\setminus C$   $x\notin A\Delta B\Delta C$  הוכחנו ש $x\in (A\cap B)\setminus C$ 

### שאלה 4

(と

. $\forall n\in N(A_0^c\subseteq A_n^c)$  משמעות הקבוצה  $A_n^c$  היא: כל המספרים הטבעיים הגדולים מ- $A_n^c$  לכן  $\bigcup_{n=0}^\infty A_n^c=A_0^c=N\setminus\{0\}$  לפי הגדרת האיחוד:  $\{0\}$ 

(コ

משמעות הקבוצה פה לא השתנה, אך הפעולה היא חיתוך ולא איחוד.  $x 
otin A_x^c$  ולכן  $\{a \in N | a > x\}$  שמשמעותה איבר שנמצא בכל הקבוצות יהיה בחיתוך. אך לכל  $x \in N$  קיים קבוצה איבר שנמצא בכל הקבוצות יהיה בחיתוך.  $\mathop{\cap}\limits_{n=0}^{\infty}A_{n}=arnothing$ מזה נובע ש־

()

משמעות  $(A_{2n}\setminus A_n)$  היא: כל האיברים מ־n ל־n, בלשון אחר:  $x\in N^*|n< x\leq 2n$ , אפס הוא מיוחד מכוון ש־n>0, לכך היא: כל האיברים מ־n $n \in N$  אפשר למבוא 1-1 אפשר לכל היא קבוצה היא קבוצה היא היא קבוצה, כי כמובן שר הקבוצה, כי כמובן שר היא קבוצה היא קבוצה היא ממשמעות הכללי של הקבוצה, כי כמובן שר היא קבוצה היא קבוצה היא היא קבוצה הכללי של הקבוצה, כי כמובן א

.1- מכילה את האבעיים הטבעיים מכילה את מכילה מכילה מכילה מכילה מכילה מכילה מכילה את מכילה מכילה את מכילה את מכילה מכילה מכילה את מכילה את מכילה את מכילה מכ

 $\overset{\circ}{\cup}_{n=0}^\infty(A_{2n}\setminus A_n)=N\setminus\{0,1\}$  בלשון אחר:  $N\setminus\{0\}$  ,  $N\setminus\{0\}$  , N מהקבוצות אלא שווה לאחת מהקבוצות

(7

 $x\in N|x>n$  היא קבוצה של כל המספרים הטבעיים הגדולים מ־ $A_n^c$  היא קבוצה של כפי  $\{x \in N | x \leq n+1\}$  משמעות  $A_{n+1}$  היא כל המספרים הטבעיים מ־0 עד  $A_{n+1}$  משמעות היא נלפי הגדרת א  $x\in (A_x\cap A_{x-1}^c)$  : קיים:  $x\in N^*$  לכן לכל  $(A_{n+1}\cap A_n^c)=\{n+1\}$  ,  $n\in N$  לכן לכל לכן האיחוד הזה היא קבוצה של כל המספריים הטבעיים הגדולים מ־0, כלומר:  $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n = N \setminus \{0\}$