

1 שאלה 1

- א - נכון
- ב - לא נכון
- ג - לא נכון
- ד - לא נכון
- ה - נכון
- ו - לא נכון
- ז - נכון
- ח - נכון

2 שאלה 2

3 שאלה 3

3.1 א

3.2 ב

מתוך ההנחה ש- $A^c \Delta B = A \Delta C$ נוכיח שנובע $C = B^c$. למען ההוכחה נשתמש בשני הוכחות:

• שאלה 38: $A \Delta U = A^c$

• שאלה 32: $A \Delta B = A \Delta C \implies B \Delta C$ והפעולה של הפרש סימטרי קיבוצית.

לפי שאלה 38: $A^c \Delta B = (A \Delta U) \Delta B$

לפי שאלה 32: $(A \Delta U) \Delta B = A \Delta (U \Delta B)$

שוב לפי 38: $A \Delta (U \Delta B) = A \Delta B^c$

הגענו לשוויון: $A \Delta B^c = A \Delta C$, לכן לפי שאלה 32 נובע כי $B^c = C$ שזה מה שהיה צריך להוכיח.

3.3 ג

מתוך הנחה ש- $x \in (A \cap B) \setminus C$ נובע כי $x \in (A \cap B)$ וכי $x \notin C$, אך לפי הגדרת ההפרש הסימטרי: $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$, לכן בהכרח $x \notin A \Delta B$ כי $x \in (A \cap B)$.

מהנתון, $x \notin C$ לכן אין צורך לבדוק ש- $x \notin A \Delta C$ וש- $x \notin B \Delta C$.

הוכחנו ש- $x \in (A \cap B) \setminus C \implies x \notin A \Delta B \Delta C$.

4 שאלה 4

4.1 א

משמעות הקבוצה A_n^c היא: כל המספרים הטבעיים הגדולים מ- n . לכן $\forall n \in \mathbb{N} (A_0^c \subseteq A_n^c)$.

לפי הגדרת האיחוד: $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n^c = A_0^c = \mathbb{N} \setminus \{0\}$

4.2 ב

משמעות הקבוצה פה לא השתנה, אך הפעולה היא חיתוך ולא איחוד.
 לכן רק איבר שנמצא בכל הקבוצות יהיה בחיתוך. אך לכל $x \in N$ קיים קבוצה A_x^c שמשמעותה $\{a \in N | a > x\}$ ולכן $x \notin A_x^c$.
 מזה נובע ש- $\bigcap_{n=0}^{\infty} A_n = \emptyset$

4.3 ג

משמעות $(A_{2n} \setminus A_n)$ היא: כל האיברים מ- n ל- $2n$, בלשון אחר: $\{x \in N^* | n < x \leq 2n\}$, אפס הוא מיוחד מכיון ש- $0 = 2 * 0$, לכן אפשר להוציא אותו ממשמעות הכללי של הקבוצה, כי כמובן ש- $A_0 \setminus A_0$ היא קבוצה ריקה. לכל x פרט ל-1 אפשר למצוא $n \in N$ כך ש- $n < x \leq 2n$.
 ולכן $\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{2n} \setminus A_n)$ מכילה את כל המספרים הטבעיים הגדולים מ-1.
 בלשון אחר: $\bigcup_{n=0}^{\infty} (A_{2n} \setminus A_n) = N \setminus \{0, 1\}$
 לכן היא לא שווה לאחת מהקבוצות N , $N \setminus \{0\}$, \emptyset .

4.4 ד

כפי שכבר ראינו, A_n^c היא קבוצה של כל המספרים הטבעיים הגדולים מ- n , כלומר $x \in N | x > n$.
 ולפי הגדרת A : משמעות A_{n+1} היא כל המספרים הטבעיים מ-0 עד $n+1$, כלומר $\{x \in N | x \leq n+1\}$.
 לכן לכל $n \in N$, $(A_{n+1} \cap A_n^c) = \{n+1\}$, ולכן לכל $x \in N^*$ קיים: $x \in (A_x \cap A_{x-1}^c)$.
 לכן האיחוד הזה היא קבוצה של כל המספרים הטבעיים הגדולים מ-0, כלומר:
 $\bigcup_{n=0}^{\infty} A_n = N \setminus \{0\}$