Bases

Eyal Shukrun

October 25, 2020

1 Induction

1.1 Induction classique $^{[p_9]}$

Prouver que c'est vrai pour $k = 1$, puis prouver que c'est vrai pour $k = k + 1$.

1.2 Induction etendue (מורכבת)$^{[p_9]}$

Prouver que $P(m)$ est vrai, puis prouver que c'est vrai pour tous les $m < n$, ainsi on prouve que $P(n)$ est vrai.

2 Recursion

On peut définir une fonction par recursion, en definissant $f(n_0)$ et $f(n+1)$ en fonction de $f(n)$.

3 Ensembles

3.1 Ensembles de completion (קבוצה המשלימה)

L'ensemble de completion de A en fonction de U (noté $A^c(U)$) est l'ensemble des chiffres qu'il y a dans U et pas dans A. En bref: $A^c(U) = U \setminus A$, dans la plupart des cas, le U n'est pas note car il fait directement reference a l'ensemble Univers.

3.1.1 Propriétés

1. $A \cup A^c = U$
2. $A \cap A^c = \phi$
3. $(A^c)^c = A$
4. $A \setminus B = A \cap B^c$
5. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
6. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

3.2 Notations de sous ensembles

1. "[": Inclus (ex: $[a,b] = \{x \in R | a \leq x \leq b\}$)
2. "(": Pas inclus (ex: $(a,b) = \{x \in R | a < x < b\}$)

3.3 Ensemble puissance (קבוצה החֶזקה)

Ensemble puissance de A: L'ensemble des sous ensembles possibles de A. La longueur de l'ensemble puissance d'un ensemble de taille n est 2^n.[p28]

3.4 Operations sur des ensembles

1. Union - $A \cup B$
2. Intersection - $A \cap B$
3. Difference - $A \setminus B$

Propriétés

1. $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

3.5 Operations en chaine/infinies [p.48]

- Union en chaine de tous les A_i pour i de 1 a n: tous les x qui sont dans au moins un A (notée $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$)
- Intersection en chaine de tous les A_i pour i de 1 a n: tous les x qui sont dans tous les A (notée $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$).
- Union des A_α: Ensemble des x qui sont dans au moins un A_α (notée $\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$)
- Intersection des A_α: Ensemble des x qui sont dans tous les A_α (notée $\bigcap_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha$).

Propriétés

- Lois de morgan appliquables ($B \cap (\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha) = \bigcup_{\alpha \in \Gamma} (B \cap A_\alpha)$ et $(\bigcup_{\alpha \in \Gamma} A_\alpha)^c = \bigcap_{\alpha \in \Gamma} (A_\alpha)^c$)