Grundlagen der Bildverarbeitung

Übung 3 – Fourier Transformation II

Gurbandurdy Dovletov, M.Sc.

Raum: BC 414
Tel.: 0203-379-3583
Email: gurbandurdy.dovletov@uni-due.de

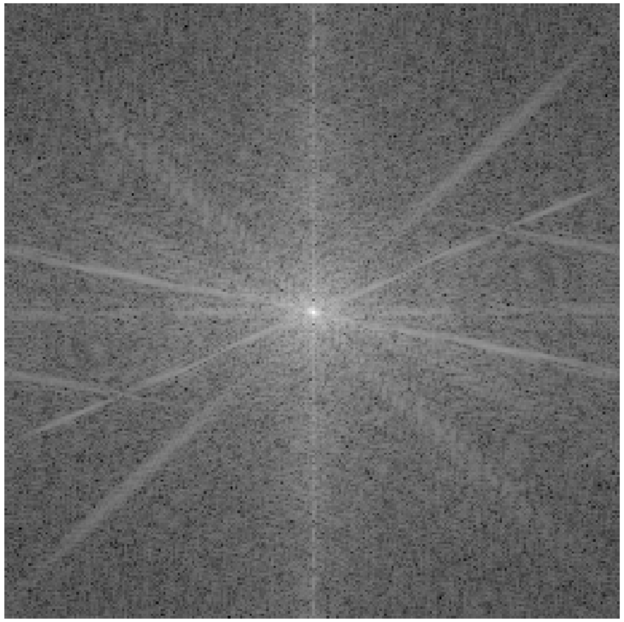
5. Mai 2022

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Open-Minded
IS

Besprechung der Lösungen

- Übung 2
  - Aufgabe 2a
  - Aufgabe 2b
  - Aufgabe 2c
  - Aufgabe 2d

Log-Amplitudenspektrum



Quiz

- Wie ist die (diskrete) Fourier Transformation in 2D definiert?

Quiz

- Wie ist die (diskrete) Fourier Transformation in 2D definiert?

$$FT_{im}(u,v) := \frac{1}{M \cdot N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f^{im}(x,y) \cdot e^{-i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

$$f_{im}^{fs}(u,v) := FT_{im}(u,v)$$

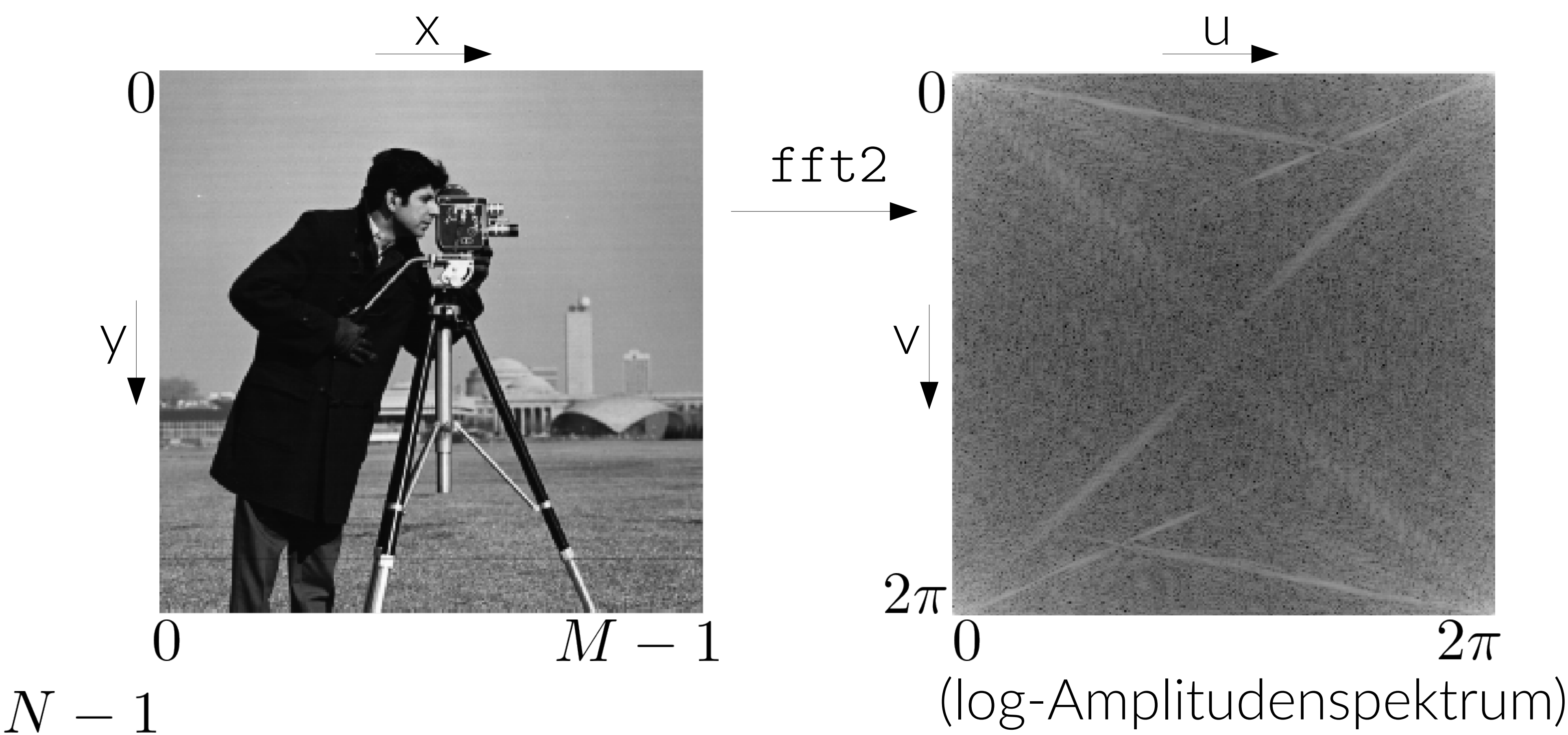
$$e^{ix} = cos(x) + i \cdot sin(x)$$

$$e^{-ix} = cos(-x) + i \cdot sin(-x) = cos(x) - i \cdot sin(x)$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Open-Minded

Quiz

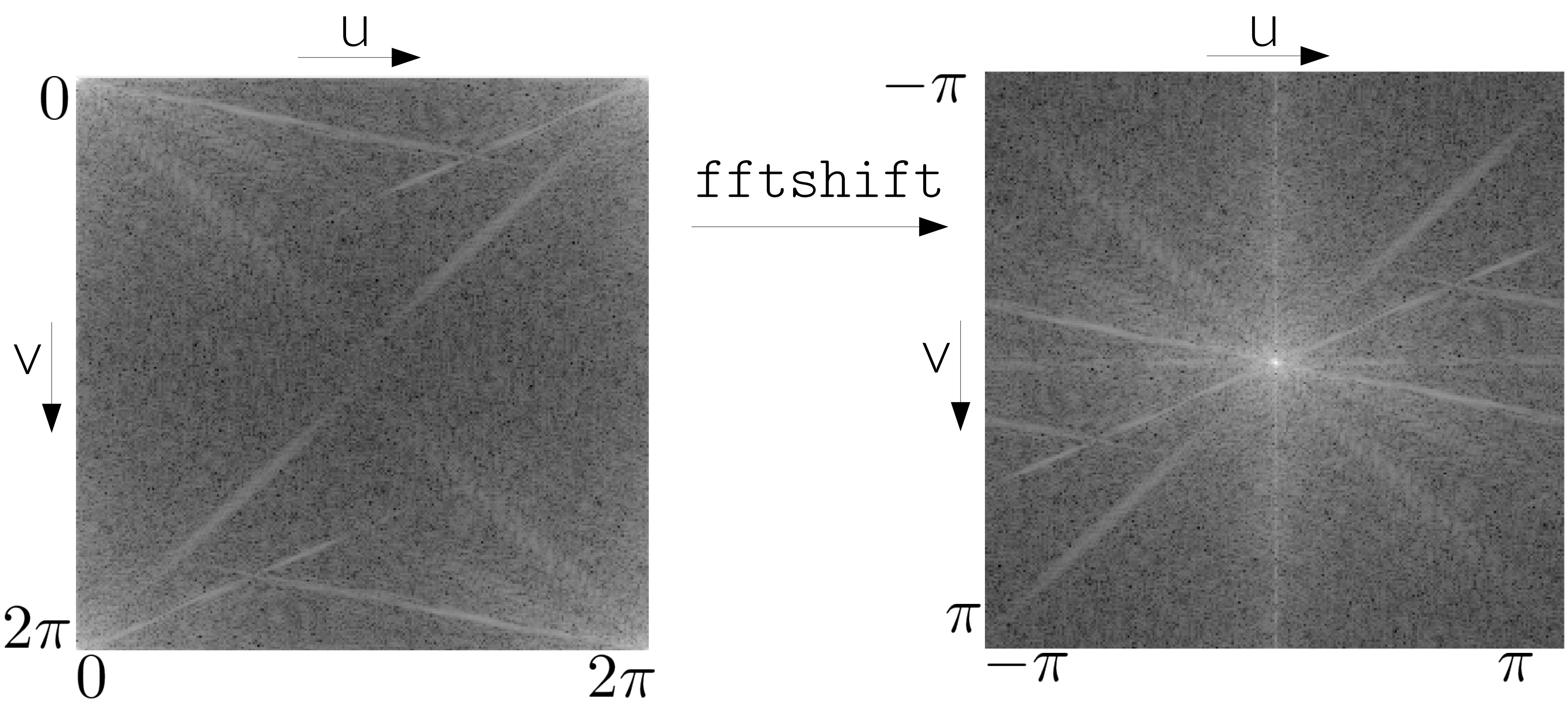


UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Open-Minded

IS

Quiz



(log-Amplitudenspektrum) (log-Amplitudenspektrum)

Quiz

- Wie ist die (diskrete) Inverse Fourier Transformation in 2D definiert?

Hinweis

- Wie kann man ein digitales Bild mit der Fourier Transformation in 2D punktweise definieren?

$$f^{im}(x,y) := \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} f_{im}^{fs}(u,v) \cdot e^{i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

Komplexe Zahlen   Komplexe Wellen

- Beachten Sie die Ähnlichkeit mit:

$$f^{im}(x,y) := \sum_{x_s=0}^{M-1} \sum_{y_t=0}^{N-1} w_{x_s,y_t} \cdot \delta_{x_s,y_t}(x,y)$$

Quiz

- Wie ist die (diskrete) Inverse Fourier Transformation in 2D definiert?

$$f^{im}(x,y) := \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} f_{im}^{fs}(u,v) \cdot e^{i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Open-Minded

DFT vs IDFT

- DFT:

$$f_{im}^{fs}(u,v) := \frac{1}{M \cdot N} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f^{im}(x,y) \cdot e^{-i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

- IDFT:

$$f^{im}(x,y) := \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} f_{im}^{fs}(u,v) \cdot e^{i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Open-Minded

DFT vs IDFT

- DFT:

$$f_{im}^{fs}(u,v) := \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f^{im}(x,y)\cdot e^{-i2\pi\left(\frac{x\cdot u}{M}+\frac{y\cdot v}{N}\right)}$$

- IDFT:

$$f^{im}(x,y) := \frac{1}{M\cdot N}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} f_{im}^{fs}(u,v)\cdot e^{i2\pi\left(\frac{x\cdot u}{M}+\frac{y\cdot v}{N}\right)}$$

DFT vs IDFT

- DFT:

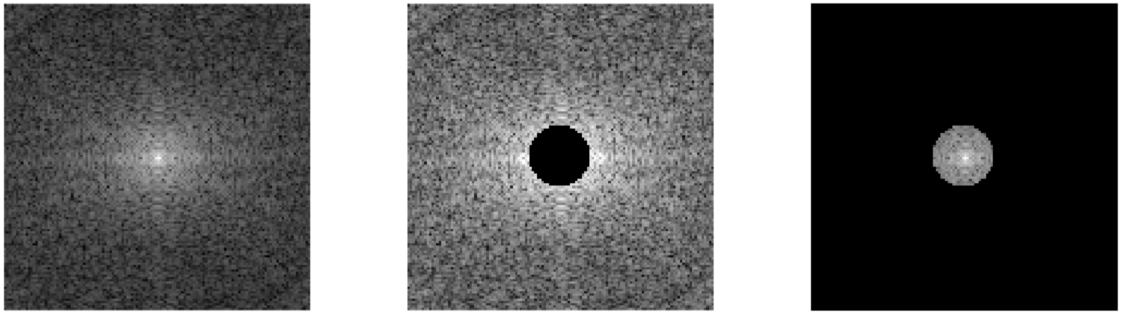
$$f_{im}^{fs}(u,v) := \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f^{im}(x,y) \cdot e^{-i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

- IDFT:

$$f^{im}(x,y) := \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} f_{im}^{fs}(u,v) \cdot e^{i2\pi\left(\frac{x \cdot u}{M} + \frac{y \cdot v}{N}\right)}$$

Quiz

- Was repräsentieren die letzten beiden Bilder?



Aufgabe 3.2a

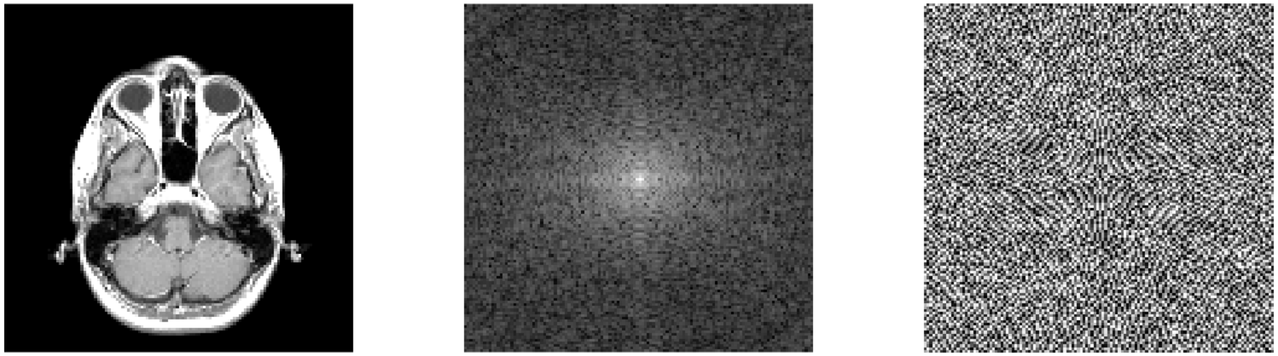
- Laden Sie die von Matlab zur Verfügung gestellten MRT Daten mit dem Befehl `load mri` in den Workspace.
- Was für Datenstrukturen werden geladen?
- Wofür werden diese verwendet?

Aufgabe 3.2a

Aufgabe 3.2b

- Extrahieren Sie aus dem Datensatz einen Axialschnitt auf beliebiger Höhe.
- Zeigen Sie den Schnitt an.
- Lassen Sie die Fourier Transformierte mit der Funktion `fft2` berechnen.
- Zeigen Sie das Amplituden- und das Phasenspektrum an.

Aufgabe 3.2b



Aufgabe 3.2c

- Rekonstruieren Sie das Bild mit der Funktion ifft2 nur aus dem Amplituden- bzw. Phasenspektrum
- Auf welche Schwierigkeiten stoßen Sie?
- Was ist zu beobachten?

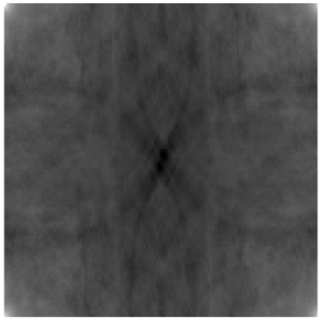
Aufgabe 3.2c

Original

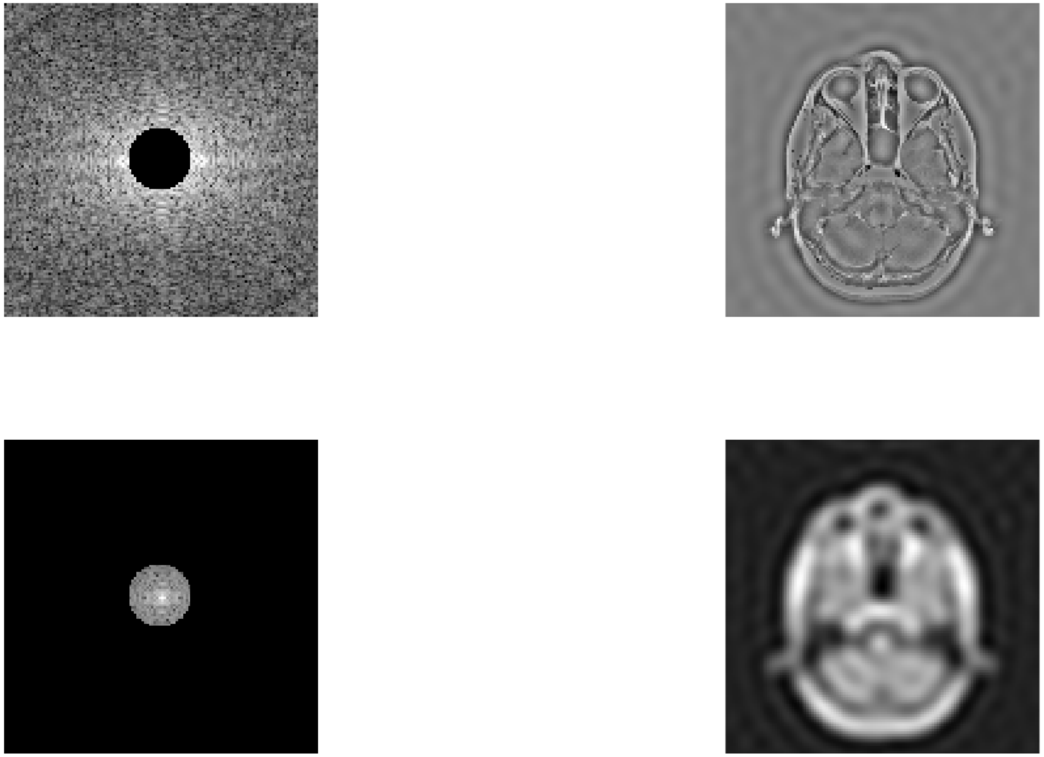
Reconstruction

Reconstruction Phasenspektrum

Reconstruction Amplitudenspektrum



Aufgabe 3.2d



Aufgabe 3.2d

- Modifizieren Sie das Amplitudenspektrum so, dass die Amplitude bei betraglich kleinen Frequenzen auf null gesetzt wird (High-pass filter)
- Modifizieren Sie das Amplitudenspektrum so, dass die Amplitude bei betraglich großen Frequenzen auf null gesetzt wird (Low-pass filter)
- Visualisieren Sie die Modifikationen
- Rekonstruieren Sie das Bild mit den modifizierten Spektren (vergessen Sie nicht, die Phase mit einzubeziehen)