

**Ingeniería Matemática e Inteligencia Artificial**

**Memoria – Práctica 3**

GPS

Asignatura de Matemática Discreta

GP04

Alejandro Martínez de Guinea García - 202113492

Javier Prieto Domínguez - 202103783

**Índice**

[**1.** **Introducción** 2](#_Toc123643791)

[**2.** **GPS** 3](#_Toc123643792)

[2.1. INTERFAZ 3](#_Toc123643793)

[2.2. EXTRACT 3](#_Toc123643794)

[2.3. HANDLER\_SIGNAL 4](#_Toc123643795)

[2.4. XX 4](#_Toc123643796)

[2.5. X 4](#_Toc123643797)

[2.6. X 4](#_Toc123643798)

[2.7. X 4](#_Toc123643799)

[2.8. X 4](#_Toc123643800)

[2.9. XX 4](#_Toc123643801)

[2.10. X 4](#_Toc123643802)

[2.11. X 4](#_Toc123643803)

[2.12. X 4](#_Toc123643804)

[2.13. X 4](#_Toc123643805)

[2.14. X 4](#_Toc123643806)

[**3.** **MODULAR.PY** 5](#_Toc123643807)

[**4.** **RSA.PY** 6](#_Toc123643808)

[4.5. ATAQUE\_TEXTO\_PLANO 7](#_Toc123643809)

[**5.** **TEXTO PLANO RECUPERADO** 8](#_Toc123643810)

[**6.** **BIBLIOGRAFÍA** 9](#_Toc123643811)

# **Introducción**

En nuestra tercera y última práctica de Matemática Discreta se nos pedía realizar un programa que simulase un GPS de la ciudad de Madrid. Para ello, emplearíamos nuestros conocimientos de teoría de grafos para desarrollar una librería grafo.py y más adelante el programa principal.

Al comenzar a programar cada función primero hacíamos un algoritmo básico, intentando ceñirnos a los conocimientos aprendidos en clase. Posteriormente a eso, tratamos de optimizar dichas funciones de cara a poder ejecutar el GPS en menor tiempo y por tanto, acercarnos a la realidad todo lo posible (los GPSs actuales son casi inmediatos en sus búsquedas).

# **GPS**

## INTERFAZ

Al correr gps.py se muestra un menú que permite realizar las diferentes funciones:

* Encontrar la ruta más rápida/corta entre dos puntos: esta es la funcionalidad principal, en la cual se introducen un origen y un destino y se encuentra el camino mínimo entre ellos.
* Visualizar el mapa de Madrid: se permite al usuario
* Visualizar una calle del mapa de Madrid: el usuario debe introducir la clave pública del destinatario al que va a enviar el mensaje para poder cifrarlo.
* Salir del programa

Una vez el usuario elige la opción que desea realizar, esta se ejecuta y posteriormente se vuelve a mostrar el menú para elegir de nuevo otra opción.

Ahora pasamos a explicar cómo se ejecuta cada opción.

Encontrar la ruta entre dos puntos

Esta opción es la principal del programa, que simula tal cual la función de un GPS: buscar el camino mínimo entre un origen y un destino. Por ello, lo primero que se le pide al usuario es que introduzca ese origen y ese destino de manera correcta. De no ser así, se mostrará de nuevo el menú para evitar un error. Una vez introducidos ambos puntos, se le pedirá al usuario si quiere encontrar la ruta más corta (distancia) o la más rápida (tiempo). Una vez hecho esto, el programa generará una imagen con el camino encontrado.

Visualizar el mapa de Madrid

Esta opción simplemente genera una imagen con el mapa de Madrid sin resaltar ninguna calle o camino. Esto se nos ocurrió ya que en la aplicación de Google Maps, es posible ver el mapa sin necesidad de buscar ninguna dirección.

Visualizar una calle específica

De nuevo, por inspiración de Google Maps, decidimos hacer que si se busca una calle específica, generar una imagen con dicha calle resaltada.

## EXTRACT

Esta función se encarga de extraer los datos de los CSVs con la información del callejero de Madrid. Además, aprovechamos para quitar errores del dataset de direcciones y cambiamos el tipo de un par de columnas.

## DISTANCE

Dadas dos coordenadas de la forma , devuelve la distancia euclídea entre ambas, es decir:

Esto lo empleamos para el cálculo del peso de las aristas.

## CLEAN

En esta función, limpiamos el dataset para que todos los datos estén tal y como nosotros queremos, para su posterior tratamiento.

## UNIFY\_VERTICES

LDSFKV

## SELECT\_RELEVANT\_INFO

SERG

## ASSIGN VERTICES

SGDD

## GET\_WEIGHT

FDGN

## CREATE\_GRAPH

FYUK

## LEVENSHTEIN

GYUK

## COMPROBAR\_DIRECCION

GHK

## COMPROBAR\_NUMERO

FGHJ

## DRAW\_STREET

FYUK

## INSTRUCCIONES

GYJ

## HANDLER\_SIGNAL

Esta función se encarga de controlar la interrupción intencionada por teclado *“Ctrl+C”*. Al ejecutar dicha acción, el programa se interrumpe mostrando un error por pantalla. En este caso, evitamos que se muestre dicho error, y en su lugar, mostramos el mensaje *“Saliendo por interrupción…”*.

# **MODULAR.PY**

En la librería modular.py hemos realizado cambios para asegurarnos que ninguna función da error.

En primer lugar, hemos modificado la función factorizar para que solo ejecutase el algoritmo de Rho Pollard en caso de que el número a factorizar fuese mayor que 10000. De esta forma, nos hemos asegurado de que ejemplos como “factorizar(4)” no nos daba error.

También hemos arreglado la función “es\_primo”. Antes era determinista con el algoritmo de Miller-Rabin hasta 64 bits. Como para esta práctica hemos necesitado calcular primos más grandes, hemos asumido como cierta la hipótesis de Riemann de manera que pudiésemos ejecutar una versión determinista para cualquier número , y tomando como base los primos hasta comprobamos la primalidad de un número.

# **RSA.PY**

* 1. GENERAR\_CLAVES

Inicialmente este algoritmo tomaba los límites entre los que los primos podían estar comprendidos y ejecutaba el comando de la librería modular “lista\_primos”, de la que cogíamos 2 números primos para calcular la clave pública y privada. Rápidamente vimos que no era óptima y decidimos cambiar la manera en la que cogíamos 2 primos.

Creamos una nueva función en rsa.py llamada “generar\_primos” que no devuelve una lista de todos los primos, ya que es una operación que necesita mucha memoria. Devuelve solamente 2 primos dentro del intervalo para calcular con ellos claves. Coge un número aleatorio dentro del intervalo y comprueba si es primo o no. Si no lo es le suma 1 y vuelve a comprobarlo. Así hasta encontrarlo. Si llega al máximo del intervalo, empieza desde el límite inferior. Si llega hasta el número aleatorio inicial, devuelve que no existen primos dentro del intervalo. Hacemos el mismo proceso para el segundo primo, comprobando también que no sea el mismo número que el primer primo.

Últimamente, comprobamos que el seleccionado es comprimo con phi(n). De no ser así, aumentamos en dos, hasta que sea coprimo.

Con la nueva función de generar primos, no solo nos genera claves de 20 dígitos rápidamente, si no que nos genera hasta claves de 200 dígitos ( bits aproximadamente) en menos de 20 segundos.

* 1. APLICAR\_PADDING Y ELIMINAR\_PADDING

Estas funciones permiten añadir dígitos padding para cifrar el mensaje y eliminar dichos dígitos a la hora de descifrarlo. Esto se hace para evitar que ataques como el ataque a texto plano descifren fácilmente el mensaje.

Para aplicar el padding, la función recibe un número entero que determina la cantidad de cifras a añadir detrás de cada mensaje. De esta forma, ejecutamos un bucle for de duración , en el que añadimos al final de cada mensaje un número aleatorio entre 0 y 9.

A la hora de eliminar el padding, una vez aplicada la clave privada, eliminamos el número de dígitos establecido y obtenemos el mensaje original.

* 1. CIFRAR\_RSA Y DESCIFRAR\_RSA

Estas funciones se encargan de recibir un mensaje y tranformarlo realizando operaciones matemáticas. Para dichas operaciones necesitamos las claves públicas y privadas correspondientes.

A la hora de cifrar un mensaje requerimos de la clave pública (, ). Tomamos el mensaje y habiendo aplicado el padding correspondiente, realizamos la siguiente operación matemática para cifrar:

Donde es el mensaje cifrado.

Para descifrar, la operación es parecida. Requerimos de la clave pública (, ) y la clave privada . Esta última es la inversa de módulo . De esta forma, la operación que realizamos para descifrar es la opuesta a la que realizamos para cifrar:

Después de ejecutar esto, eliminamos el padding correspondiente y obtenemos el mensaje original.

* 1. ROMPER\_CLAVE

La función romper clave trata de encontrar dicha dada la clave pública (, ). De esta forma, si conseguimos encontrarla, podríamos descifrar cualquier mensaje enviado con dicha clave.

Para ello, debemos factorizar para poder calcular fácilmente . Una vez encontrado esto, simplemente debemos aplicar la propiedad siguiente:

Por lo tanto, debemos calcular la inversa de módulo . La única limitación que tiene este método para romper mensajes es que la función factorizar es muy costosa para números muy grandes, por lo que no es eficiente.

## ATAQUE\_TEXTO\_PLANO

Esta función se encarga de descifrar un texto cifrado sin conocer la clave privada, es decir, es un método alternativo al anterior. Dicho texto cifrado debe no tener padding. El procedimiento es el siguiente:

* Almacenamos en un diccionario todos los caracteres de Unicode junto con su respectivo cifrado.
* Para conseguir dicho cifrado, se pasa cada caracter a su código asociado y se cifra con la clave pública con la que se ha cifrado previamente el mensaje a descifrar.
* Una vez hecho esto, se recorre el mensaje cifrado buscando las coincidencias con los caracteres cifrados del diccionario y se sustituyen.

De esta manera, evitamos tener que factorizar para calcular , y por lo tanto, de no haber padding es una función bastante eficiente.

La única limitación como ya hemos mencionado anteriormente es que el mensaje no debe tener padding, ya que de ser así no habría coincidencias con los cifrados calculados.

# **TEXTO PLANO RECUPERADO**

El texto plano descifrado de la práctica presencial es:

“*En un lugar de la Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme, no ha mucho tiempo que vivía un hidalgo de los de lanza en astillero, adarga antigua, rocín flaco y galgo corredor. Una olla de algo más vaca que carnero, salpicón las más noches, duelos y quebrantos los sábados, lantejas los viernes, algún palomino de añadidura los domingos, consumían las tres partes de su hacienda.*”

Este descifrado tarda aproximadamente segundos.

# **BIBLIOGRAFÍA**

“Prueba De Primalidad De Miller-Rabin.” Frwiki.wiki, <https://es.frwiki.wiki/wiki/Test_de_primalit%C3%A9_de_Miller-Rabin>.

“Ataque De Texto Plano Elegido Introducción y Diferentes Formas.” Hmong, <https://hmong.es/wiki/Chosen_plaintext_attack>.