INSTITUTO FEDERAL MINAS GERAIS (IFMG) - CAMPUS BAMBUÍ
Lógica
Prof. Marcos Roberto Ribeiro

Lista de Exercícios 9

Exercício 1:

Considere os seguintes predicados:

$A(x, y)$: x admira y

$B(x, y)$: x estava presente em y

$P(x)$: x é um professor

$E(x)$: x é um estudante

$L(x)$: x é uma aula

Considere também a constante m (Maria). Codifique as frases a seguir na Lógica de Predicados:

(a) Maria admira todo professor (a resposta não é $\forall x A(m, P(x))$)

(b) Algum professor admira Maria.

(c) Maria admira a si própria.

(d) Nenhum estudante esta presente em todas as aulas.

(e) Nenhuma aula teve a presença de todos os estudantes.

(f) Nenhuma aula teve a presença de qualquer estudante.

Exercício 2:

Encontre predicados apropriados e suas especificações para codificar as frases a seguir na Lógica de Predicados:

(a) Todas as coisas vermelhas estão na caixa.

(b) Só as coisas vermelhas estão na caixa.

(c) Nenhum animal é ao mesmo tempo um cão e um gato.

(d) Todos os prêmios foram ganhos por um menino.

(e) Um menino ganhou todos os prêmios.

Exercício 3:

Seja ϕ a fórmula $\exists x(P(y, z) \wedge (\forall y(\neg Q(y, x) \vee P(y, z))))$, onde P e Q são predicados binários.

(a) Desenhe a árvore de análise de ϕ.

(b) Identifique as variáveis livres e presas.

(c) Considere a variável w, e as funções $f(x)$ e $g(y, z)$. Calcule $\phi[x/w]$, $\phi[y/w]$, $\phi[y/f(x)]$ e $\phi[z/g(y, z)]$.

Exercício 4:

Faça as seguintes demonstrações.

(a) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$

(b) $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \vdash \forall x(P(x) \vee Q(x))$

(c) $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash \exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

(d) $\exists x F(x) \lor \exists x G(x) \vdash \exists x(F(x) \lor G(x))$

(e) $\neg \forall x \neg P(x) \vdash \exists x P(x)$

(f) $\forall x \neg P(x) \vdash \neg \exists x P(x)$

(g) $\neg \exists x P(x) \vdash \forall x \neg P(x)$

(h) $\exists x \exists y (H(x, y) \lor H(y, x))$, $\neg \exists H(x, x) \vdash \exists x \exists y \neg (x = y)$