



Lista de Exercícios 6

**Exercício 1:**

Usando a dedução natural, faça as seguintes demonstrações:

- (a)  $(p \wedge q) \wedge r, s \wedge t \vdash q \wedge s$
- (b)  $(p \wedge q) \wedge r \vdash p \wedge (q \wedge r)$
- (c)  $q \rightarrow (p \rightarrow r), \neg r, q \vdash \neg p$
- (d)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$
- (e)  $q \rightarrow r \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- (f)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash (p \vee r) \rightarrow (q \vee s)$
- (g)  $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$
- (h)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)$
- (i)  $p \rightarrow (q \wedge r) \vdash (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
- (j)  $p \vee (p \wedge q) \vdash p$
- (k)  $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$
- (l)  $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p \wedge (q \vee r)$
- (m)  $\neg p \rightarrow \neg q \vdash q \rightarrow p$
- (n)  $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$
- (o)  $\neg p, p \vee q \vdash q$
- (p)  $p \vee q, \neg q \vee r \vdash p \vee r$
- (q)  $p \rightarrow (q \vee r), \neg q, \neg r \vdash \neg p$
- (r)  $\neg p \wedge \neg q \vdash \neg(p \vee q)$
- (s)  $p \wedge \neg p \vdash \neg(r \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)$
- (t)  $\neg(\neg p \vee q) \vdash p$

**Exercício 2:**

Usando a dedução natural, demonstre os seguintes teoremas:

- (a)  $\vdash \neg p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow q))$
- (b)  $\vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$
- (c)  $\vdash (p \wedge q) \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$