姓名：曾泇瞳　学号：1820221053　课程：数值分析（第一章）

1.2：$\sqrt{3} = 1.732050808\cdots$

三位有效数：$a_1=\sqrt{3} \approx 1.73$

四位有效数：$a_2 = \sqrt{3} \approx 1.732$

五位有效数：$a_3 = \sqrt{3} \approx 1.7321$

$\Delta_1 = |a_1 - A|$

$= |1.73 - \sqrt{3}|$

$= 0.00205 \leq 0.5\times10^{-2}$

$\varepsilon_1 = 0.5\times10^{-2}$

$|\delta_1| = \left|\frac{0.5\times10^{-2}}{1\times10^{0}+7\times10^{-1}}\right| \leq \frac{5}{11}$

$= \left|\frac{0.5\times10^{-2}}{1\times10^{0}+7\times10^{-1}+3\times10^{-2}}\right|$

$< 0.29\%$

$\Delta_2 = |a_2 - A|$

$= 0.0000508 \leq 0.5\times10^{-3}$

$\varepsilon_2 = 0.5\times10^{-3}$

$|\varepsilon_2| = \left|\frac{0.5\times10^{-3}}{1\times10^{0}+7\times10^{-1}+3\times10^{-2}+0}\right|$

$< 0.029\%$

$\Delta_3 = |a_3 - A|$

$= 0.0000508\cdots$

$= 0.000049 \leq 0.5\times10^{-4}$

$\varepsilon_3 = 0.5\times10^{-4}$

$|\varepsilon_3| = \left|\frac{0.5\times10^{-4}}{1\times10^{0}+7\times10^{-1}+3\times10^{-2}+1\times10^{-3}}\right|$

$< 0.0029\%$

1.3：绝对误差限都是 0.0005

$a = -1.00031$，$b = 0.042$，$c = -0.00032$

有效数字：4位　2位　没有

1.4：$\sqrt{10} = 3.162\cdots = 0.3162\times10^{1}$

$m=1$，

$|\delta| = \left|\frac{0.5\times10^{m-n}}{\sqrt{10}}\right| \leq 0.1\times10^{-2}$

$\frac{0.5\times10^{1-n}}{\sqrt{10}} \leq 0.1\times10^{-2}$

$0.1581\times10^{1-n} \leq 0.1\times10^{-2}$

$1-n \leq -3$

$n \geq 4$

至少要取 4 位有效数

1.6 : $e(f(x)) = |f'(x)|\,e(x)$, $e(x) = \frac{1}{2}\times 10^{-1}$, 设 $x^* = 1.4$

$|e(f(x))|$

(1) 设 $f(x) = \frac{1}{(x+1)^6}$, $f'(x) = -\frac{6}{(x+1)^7}$

当 $x = \sqrt{2}$ 时, $e(f(x^*)) = |f'(x^*)|\,e(x^*)$

$= 0.013\overset{0}{8} \times \frac{1}{2}\times 10^{-1}$

$= 0.6\cdots54\times 10^{-3} \leq 0.5\times 10^{-2}$

(2) 设 $f(x) = (3-2x)^3$, $f'(x) = -6(3-2x)^2$

当 $x = \sqrt{2}$ 时, $e(f(x^*)) = |f'(x^*)|\,e(x^*)$

$= \overset{0.24}{0.1766} \times \frac{1}{2}\times 10^{-1}$

$= \overset{0.12}{8.831} \times 10^{-1} \leq 0.5\times 10^{-1}$

(3) 设 $f(x) = (3+2x)^{-3}$, $f'(x) = -6(3+2x)^{-4}$

当 $x = \sqrt{2}$ 时, $e(f(x^*)) = |f'(x^*)|\,e(x^*)$

$= 5.30199\times 10^{-3}\times \frac{1}{2}\times 10^{-1}$

$= 0.265\times 10^{-3} \leq 0.5\times 10^{-3}$

(4) 设 $f(x) = 99-70x$, $f'(x) = -70$

当 $x = \sqrt{2}$ 时, $e(f(x^*)) = |f'(x^*)|\,e(x^*)$

$= 70\times \frac{1}{2}\times 10^{-1}$

$= 0.35\times 10 \leq 0.5\times 10$

∵ (3) 的误差限最小 , ∴ (3) 的结果较好