姓名 曾泳睫 学号 18202210053 课程 离散数学

10-28

(1) G的生成元有 $a^1, a^2, a^4, a^7, a^8, a^{11}, a^{13}, a^{14}$

(2) G的子群有 $\langle e\rangle = |e|$, $\langle a\rangle = G$, $\langle a^3\rangle = |e, a^3, a^6, a^9, a^{12}|$,

$\langle a^5\rangle = |e, a^5, a^{10}|$

10-29 $\sigma\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&1&4&5&3\end{pmatrix}$, $\tau = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&4&5&1&2\end{pmatrix}$

(1) $\sigma\tau = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&3&1&2&5\end{pmatrix}$, $\tau\sigma = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&5&3&2&1\end{pmatrix}$

$\sigma^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&1&5&3&4\end{pmatrix}$, $\tau^{-1} = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&5&1&2&3\end{pmatrix}$

$\sigma^{-1}\tau\sigma = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&4&1&3&2\end{pmatrix}$

(2) $\sigma\tau = (1\ 4\ 2\ 3)$, $\tau^{-1}(1\ 4\ 2\ 5\ 3)$

$\sigma^{-1}\tau\sigma = (1\ 5\ 2\ 4\ 3)$

(3) $\sigma\tau = (1\ 4)(1\ 2)(1\ 3)$, 奇置换

$\tau^{-1} = (1\ 4)(1\ 2)(1\ 5)(1\ 3)$ 偶置换

$\sigma^{-1}\tau\sigma = (1\ 5)(1\ 2)(1\ 4)(1\ 3)$ 偶置换

10-31

围绕中心旋转 60°, 120°, 180°, 240°, 300° 的置换结构下

60°、300° $(\bullet\bullet\bullet\ \bullet\bullet\bullet)$ 2个

120°、240° $(\bullet\bullet\bullet)(\bullet\bullet\bullet)$ 2个

180° $(\bullet\bullet)(\bullet\bullet)(\bullet\bullet)$ 1个

围绕过一对空中点的对称轴(3个)翻转180°

180° $(\cdot\cdot)(\cdot\cdot)(\cdot\cdot)$ 3个

围绕过一对顶点的对称轴(3个)翻转180°

180° $(\cdot\cdot)(\cdot\cdot)()(\cdot)$ 3个

恒等置换

0° $(\cdot)(\cdot)(\cdot)(\cdot)(\cdot)(\cdot)$ 1个

$$M=\frac{1}{12}\times(3^6+3\times3^4+4\times3^3+2\times3^2+2\times3)=92$$

10-34

(1) 是环，是整环，也是域

(2) 不是环，因为关于加法不封闭

(3) 是环，不是整环和域，因为乘法没有单位元

(4) 不是环，因为正整数关于加法的负元不存在，A关于加法不构成群

(5) 不是环，因为关于乘法不封闭

10-35 (1) $x=4 \mod 5$

(2) $x=1 \mod 5$

$y=4 \mod 5$

$z=0 \mod 5$