姓名：曾沏睫　学号：1820221053　班级：07812201　课程：离散数学

4.(1) $F(x)$：x是有理数

$G(x)$：x能表示为分数

$\Rightarrow \forall x(F(x)\to G(x))$

(2) $F(x)$：x是北京卖菜的人

$G(x)$：x是外地人

$\Rightarrow \exists x[F(x)\wedge \neg G(x)]$

(3) $F(x)$：x是乌鸦

$G(x)$：x是黑色

$\Rightarrow \forall x[F(x)\to G(x)]$

(4) $F(x)$：x是人

$G(x)$：x天天锻炼身体

$\Rightarrow \exists x[F(x)\wedge G(x)]$

5.(1) $F(x)$：x是火车

$G(y)$：y是轮船

$L(x,y)$：x比y快

$\Rightarrow \forall x\forall y[F(x)\wedge G(y)\to L(x,y)]$

(2) $F(x)$：x是火车

$G(y)$：y是汽车

$L(x,y)$：x比y快

$\Rightarrow \exists x\exists y[F(x)\wedge G(y)\wedge L(x,y)]$

(3) $F(x)$：x是火车

$G(y)$：y是汽车

$L(x,y)$：x比y快

$\cancel{\Rightarrow \exists x[F(x)\wedge \forall y(G(y)}$

$\Rightarrow \forall x\neg\exists y[F(x)\wedge G(y)\to \neg L(x,y)]$

(4) $F(x)$：x是火车

$G(y)$：y是汽车

$L(x,y)$：x比y快

$\Rightarrow \neg\forall x\forall y[F(x)\wedge G(y)\to L(x,y)]$

9.(1) $\forall x(G(x,y)\to \exists y F(x,y))$

在I与σ下解释为

对于任意x，若x<-1，则有存在y使得x=y

∴真值为1

(2) $\forall y(F(f(x,y),a)\to \forall x G(x,y))$

解释为，对于任意y，如果1-y=0，则对任意实数x，x<y

∴真值为0

(3) $\exists x \, G(x,y) \to \forall y F(f(x,y),a)$

存在实数x，若x<~~1~~，则对任意y有1-y=0

真值为 0

(4) $\forall y G(f(x,y),a) \to \exists x F(x,y)$

对于任意~~的~~实数y~~有~~，如果 1-y=0，则存在~~x~~实数x，有 x=~~y~~-1

真值为 1

11. (1) $F(x,y) \to (G(x,y) \to F(x,y))$

设(1)为公式A

$A = F(x,y) \to (G(x,y) \to F(x,y))$

$\Leftrightarrow F(x,y) \to (\neg G(x,y) \vee F(x,y))$

$\Leftrightarrow \neg F(x,y) \vee (\neg G(x,y) \vee F(x,y))$

$\Leftrightarrow \neg F(x,y) \vee F(x,y) \vee \neg G(x,y)$

$\Leftrightarrow 1$ （永真式）

(2) $\forall x (F(x) \to F(x)) \to \exists y (G(y) \wedge \neg G(y))$

设(2)为公式A，

$A = \forall x (F(x) \to F(x)) \to \exists y (G(y) \wedge \neg G(y))$

$= \forall x (\neg F(x) \vee F(x)) \to \exists y (G(y) \wedge \neg G(y))$

$= 1 \to 0$

$= 0$ （矛盾式）

设

(3) $A = \forall x \exists y F(x,y) \to \exists x \forall y F(x,y)$

取解释 I_1 为 $F(x,y)$: $x \le y$

此时，前件为真，后件也为真，所以 A 为真

取解释 I_2 为 $F(x,y)$: $x = y$

此时，前件为真，后件为假，所以 A 为假

可以看出 A 有真有假，为可满足式

(4) 设 $A = \exists x \forall y F(x,y) \to \forall y \exists x F(x,y)$

设 I 任意解释，在 I 下，若前件为假，则 A 为真；若前件为真，则必存在 I 的个体域 D 中的个体常项 x_0 使 $\forall y F(x_0,y)$ 为真，即对任意 $y \in D$，$F(x_0,y)$ 为真。由于有 $x_0 \in D$ 使得 $F(x_0,y)$ 为真，所以 $\exists x F(x,y)$ 为真，其中 y 为任意个体常项，所以后件为真，故 A 为真，那么公式 A 为永真式。

(5) $A = \forall x \forall y (F(x,y) \to F(y,x))$

取解释 I_1 为 $F(x,y)$: $x < y$

此时若 $F(x,y)$ 为真，则 $F(y,x)$ 为假，$A = \forall x \forall y (1 \to 0) = 0$

取解释 I_2 为 $F(x,y)$: $x = y$

此时，若 $F(x,y)$ 为真，则 $F(y,x)$ 为真，$A = \forall x \forall y (1 \to 1) = 1$

$\therefore$ A 为可满足式

(6) $A = \neg(\forall x F(x) \to \exists y G(y)) \wedge \exists y G(y)$

$A \Leftrightarrow \neg(\neg \forall x F(x) \vee \exists y G(y)) \wedge \exists y G(y)$

$\Leftrightarrow \forall x F(x) \wedge \neg \exists y G(y) \wedge \exists y G(y)$

$\Leftrightarrow 0$ （矛盾式）