

姓名: 曾加健 班级: 07812201 学号: 1820221053 课程: 离散数学

$$2-7: (1) (p \wedge q) \vee r$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (p \wedge q) &\Leftrightarrow p \wedge q \wedge (r \vee \neg r) & , r &\Leftrightarrow (p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q) \wedge r \\ &\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) & &\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee \\ & & & (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \end{aligned}$$

$$\therefore (p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow m_7 \vee m_6 \vee m_3 \vee m_1 \vee m_7 \vee m_5$$

$$\Leftrightarrow m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$$

$$\Leftrightarrow \neg m_0 \wedge \neg m_2 \wedge \neg m_4$$

$$(2) (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge \neg q) \vee (q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow [\neg p \wedge \neg q \wedge (r \vee \neg r)] \vee [(\neg p \wedge r) \wedge (q \vee \neg q)] \vee [(p \vee \neg p) \wedge (q \wedge r)]$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow m_1 \vee m_0 \vee m_3 \vee m_1 \vee m_7 \vee m_3$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_7$$

$$\Leftrightarrow M_2 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6$$

$$2-8: (1) (p \wedge q) \rightarrow q$$

$$\Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee 1$$

$$\Leftrightarrow 1 \quad \text{重言式}$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3$$

$$(2) (p \leftrightarrow q) \rightarrow r$$

$$\Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow r$$

$$\Leftrightarrow ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \wedge 1 \wedge 1 \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_4$$

$$\Leftrightarrow m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$$

$$(3) \neg(r \rightarrow p) \wedge p \wedge q$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg r \vee p) \wedge p \wedge q$$

$$\Leftrightarrow r \wedge \neg p \wedge p \wedge q$$

$$\Leftrightarrow 0$$

$$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_1 \wedge M_2 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_7$$

(矛盾式)

2-29: 设:  $p_1$ : 王小红为班长  $q_2$ : 王小红为生活委员  
 $q_1$ : 李强为生活委员  $p_3$ : 李强为班长  
 $p_2$ : 丁金生为班长  $r_1$ : 王小红为学习委员

$$\begin{aligned}
 F &\Leftrightarrow (p_1 \wedge \neg q_1) \vee (\neg p_1 \wedge q_1) \wedge (p_2 \wedge \neg q_2) \vee (\neg p_2 \wedge q_2) \wedge (\neg p_3 \wedge r_1) \vee (\neg p_3 \wedge \neg r_1) \\
 &\Leftrightarrow (p_1 \vee \neg p_1) \wedge (p_1 \wedge \neg q_1) \wedge (\neg p_1 \wedge q_1) \wedge (p_2 \vee \neg p_2) \wedge (p_2 \wedge \neg q_2) \wedge (\neg p_2 \wedge q_2) \wedge \\
 &\quad (\neg p_3 \vee p_3) \wedge (\neg p_3 \wedge r_1) \wedge (\neg p_3 \wedge \neg r_1) \\
 &\Leftrightarrow (\neg p_1 \wedge \neg q_1) \wedge (\neg p_2 \wedge \neg q_2) \wedge (\neg p_3 \wedge r_1) \\
 &\Leftrightarrow \neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge q_1 \wedge \neg q_2 \wedge r_1
 \end{aligned}$$

$q_1, q_2$  有且仅有一个为真,  
 $p_1, q_2, r_1$  有且仅有一个为真,  $p_1, p_2, p_3$  有且仅有一个为真

$\therefore$  ~~王小红~~  $p_2, q_1, r_1$  为真, 丁金生为班长, 李强为生活委员, 王小红为学习委员

2-30: 设  $p$ : 赵出国  $s$ : 李出国  
 $q$ : 钱出国  $t$ : 周出国  
 $r$ : 孙出国

(1)  $p \rightarrow q$

(2)  $s \vee t$

(3)  $(q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)$

(4)  $(r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)$

(5)  $t \rightarrow (p \wedge q)$

$$\begin{aligned}
 A &= (p \rightarrow q) \wedge (s \vee t) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \wedge \\
 &\quad ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)) \wedge (t \rightarrow (p \wedge q))
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow ((\neg p \vee q) \wedge (s \vee t)) \wedge ((q \wedge \neg r) \vee (\neg q \wedge r)) \wedge ((r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)) \wedge (\neg t \vee (p \wedge q))$$

$$\Leftrightarrow ((\neg p \wedge s) \vee (\neg p \wedge t) \vee (q \wedge s) \vee (q \wedge t)) \wedge ((q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg q \wedge r \wedge \neg s)) \wedge (\neg t \vee (p \wedge q))$$

$$\Leftrightarrow ((\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge t) \vee (q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge t)) \wedge (\neg t \vee (p \wedge q))$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s \wedge \neg t) \vee (p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \wedge t)$$

$$\Leftrightarrow m_6 \vee m_{25}$$

$\therefore$  采取方案: 成真赋值 00110 与 11001

$\Rightarrow$  孙, 李出国, 而赵、钱、周不出国

$\Rightarrow$  赵、钱、周出国, 而孙、李不出国

$$2-32 : (1) (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg r) \wedge r$$

$$(1) \neg p \vee r$$

$$(2) \neg q \vee \neg r$$

$$(3) \neg p \vee \neg q \quad (\text{①与②消去})$$

$$(4) \neg p \vee q$$

$$(5) \neg p \quad (\text{③与④消解})$$

$$(6) p \vee \neg r$$

$$(7) r$$

$$(8) p \quad (\text{⑥与⑦消解})$$

$$(9) \perp \quad (\text{⑤与⑧消解})$$

这是一个否定，故为矛盾式