

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)
corso A e B
Università degli studi di Bari Aldo Moro
13-04-2022

Esercizio 1. Una scatola contiene 100 monete, di cui 50 sono truccate e danno testa con probabilità $\frac{2}{3}$, mentre le restanti 50 sono monete equilibrate. Si prende a caso una moneta e la si lancia.

- Calcolare la probabilità che dia testa.
- Calcolare la probabilità che la moneta sia truccata sapendo che è uscita croce.
- Supponendo che la moneta presa a caso venga lanciata due volte, calcolare la probabilità che al secondo lancio dia testa sapendo che al primo lancio ha dato testa. I due lanci sono indipendenti?

Esercizio 2. Verificare che per ogni valore del parametro $\alpha > 0$ la funzione

$$f(x) = \alpha 2^\alpha x^{-(\alpha+1)} \chi_{[2, \infty)}(x)$$

è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria X .

- Determinare i valori di α per i quali X ha aspettazione finita e determinare il valore dell'aspettazione in corrispondenza di tali valori.
- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di α relativo a un campione di rango n distribuito come X .
- Sapendo che $E[\ln(X)] = \ln 2 + \frac{1}{\alpha}$, dire se lo stimatore ottenuto al punto precedente è consistente.
- Esibire una statistica sufficiente per un campione di rango n distribuito come X .

Esercizio 3.

- Fornire la definizione di intervallo di confidenza a un fissato livello di confidenza $1 - \alpha$, con $0 < \alpha < 1$, per un parametro incognito di una data distribuzione.
- Costruire un intervallo di confidenza (approssimato) al livello $1 - \alpha$ per il parametro p di una distribuzione di Bernoulli.
- Su un campione di 2500 individui 725 sono disoccupati. Costruire l'intervallo di confidenza della proporzione di disoccupati nella popolazione al livello di confidenza $1 - \alpha = 0.99$.