

# Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica) corso A e B

Università degli studi di Bari Aldo Moro

Docente: Stefano Rossi

19-05-2022

**Esercizio 1.** Una moneta equa viene lanciata  $N$  volte, dove  $N$  è una variabile di Poisson di parametro  $\lambda > 0$ . Detta  $X$  la variabile aleatoria che conta il numero di teste ottenute,

- (1) calcolare  $P[X \geq 1]$ ;
- (2) calcolare  $P[N = n | X = 0]$ ;
- (3) calcolare il limite della probabilità ottenuta al punto precedente quando  $n$  tende a infinito.

**Esercizio 2.** Per ogni valore del parametro reale  $\theta$ , si considera la funzione

$$f(x; \theta) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Dopo aver specificato di quale densità di probabilità notevole si tratta,

- (1) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di  $\theta$  relativo a un campione di rango  $n$ ;
- (2) calcolare la varianza dello stimatore ottenuto al punto precedente;
- (3) esibire una statistica sufficiente per  $\theta$ ;
- (4) calcolare l'informazione di Fisher di un campione di rango  $n$ ;
- (5) dire se lo stimatore di massima verosimiglianza ottenuto sopra è efficiente;

**Esercizio 3.** Un oleificio imbottiglia olio extravergine di oliva in due stabilimenti diversi. Si vuole controllare se il contenuto medio di una bottiglia di olio sia lo stesso nei due stabilimenti. A tal scopo si prendono a caso  $n = 30$  bottiglie per il primo stabilimento e  $m = 40$  per il secondo, e si trovano le medie campionarie  $\bar{x}_1 = 998$  cl e  $\bar{x}_2 = 1001$  cl, rispettivamente. Assumendo che i contenuti siano variabili aleatorie gaussiane indipendenti con la stessa varianza nota  $\sigma^2 = 40$  cl<sup>2</sup>:

- (1) dire quale test occorre eseguire se si vuole verificare che il contenuto medio delle bottiglie sia lo stesso per i due stabilimenti, specificando se si tratta di un test unilaterale o bilaterale.
- (2) condurre il test a un livello di significatività del 10% e del 5%.
- (3) calcolare il  $p$ -value del test.