

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)
corso A e B
Università degli studi di Bari Aldo Moro
22-09-2021

Esercizio 1. Si dispone di una moneta equa e di un dado equilibrato a sei facce numerate da 1 a 6. Si conduce il seguente esperimento. Si lancia prima la moneta: se esce testa, si lancia $n \geq 1$ volte il dado; se esce croce lo si lancia $2n$ volte.

- Calcolare la probabilità che il 6 esca almeno una volta.
- Calcolare la probabilità che il 6 esca esattamente n volte.
- Calcolare la probabilità che sia uscita testa sapendo che il 6 è uscito n volte.

Esercizio 2. Dato il parametro reale $\theta > 0$, verificare che la funzione $f(x; \theta) := \theta x^{\theta-1} \chi_{[0,1]}(x)$ è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria X .

- Determinare l'attesa di X , verificando che si ha $E[X] = \frac{\theta}{\theta+1}$.
- Sfruttare il calcolo precedente per determinare lo stimatore dei momenti di θ corrispondente a un campione (X_1, X_2, \dots, X_n) di rango n distribuito come X .
- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di θ corrispondente a un campione (X_1, X_2, \dots, X_n) .
- Trovare la legge (funzione di ripartizione e densità) della variabile aleatoria $Y := -\ln X$.

Esercizio 3.

- Dare la definizione di errore di prima e seconda specie nell'ambito dei test statistici di verifica delle ipotesi, ed illustrarla attraverso qualche esempio o analogia.
- Per studiare le abitudini di caccia dei pipistrelli, 22 esemplari sono stati muniti di un segnalatore per essere monitorati via radio. Di questi 22 pipistrelli, $n = 12$ erano femmine e $m = 10$ erano maschi. Nell'esperimento sono state misurate le distanze percorse tra un pasto e il successivo, ottenendo i risultati seguenti. Per il gruppo dei pipistrelli femmine la media e la varianza campionaria sono rispettivamente $\bar{X} = 180m$ e $S_x^2 = 92m^2$. Per il gruppo dei pipistrelli maschi la media e la varianza campionaria sono rispettivamente $\bar{Y} = 136m$ e $S_y^2 = 86m^2$.

Verificare con un livello di significatività del 5% e del 10% che la distanza media percorsa sia la stessa per maschi e femmine (assumendo che la varianza della popolazione maschile coincida con quella della popolazione femminile).