

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica) corso A e B

Università degli studi di Bari Aldo Moro

16-11-2021

Esercizio 1. Si lancia una moneta equa N volte, dove N è una variabile aleatoria geometrica di parametro $0 < p < 1$, ossia $P[N = k] = p(1 - p)^{k-1}$ per ogni $k \geq 1$.

- Calcolare la probabilità di ottenere almeno una testa.
- Calcolare la probabilità che $N = 1$ sapendo che non si è ottenuta alcuna testa.
- Calcolare il limite della probabilità determinata al punto precedente quando $p \rightarrow 1^-$, interpretando il risultato ottenuto.

(Si ricorda che $\sum_{l=0}^{\infty} q^l = \frac{1}{1-q}$ per ogni q con $|q| < 1$.)

Esercizio 2. Verificare che per ogni valore del parametro $a > 0$ la funzione

$$f(x; a) := \frac{7a^7}{x^8} \chi_{[a, \infty)}(x)$$

è la densità di probabilità di una certa variabile aleatoria X .

- Calcolare l'attesa di X , verificando che si ha $E[X] = \frac{7}{6}a$.
- Sfruttare il calcolo precedente per esibire uno stimatore corretto di a a partire da un campione di rango n distribuito come X .
- Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di a relativo a un campione di rango n distribuito come X .
- Calcolare la varianza di X .

Esercizio 3.

- Fornire la definizioni di livello di significatività α e di p -value di un dato test statistico.
- I salmoni cresciuti ogni anno in un allevamento commerciale hanno dei pesi con distribuzione normale di deviazione standard $\sigma = 1,2$ libbre. La ditta dichiara che il peso medio dei suoi pesci quest'anno è superiore alle 7.6 libbre. Un campione casuale di $n = 16$ pesci ha dato una media campionaria pari a 7.2 libbre. Si può dire che questo dato sia abbastanza forte da rigettare l'affermazione dell'azienda al 5% di significatività?
- Calcolare il p -value del test statistico utilizzato al punto precedente .