chapter_02

March 13, 2022

1 0.0. Imports

1.1 0.1. Julia & Python Imports

[1]:
```
using CSV;
using PyCall;
using PyPlot;
using Printf;
using StatsBase;
using DataFrames, FreqTables
using HypothesisTests

np  = pyimport("numpy");
sns = pyimport("seaborn");
ss  = pyimport("scipy.stats");
wrg = pyimport("warnings");
pd  = pyimport("pandas");
gs  = pyimport("matplotlib.gridspec");
```

1.2 0.2. Aux Functions

1.2.1 0.2.1. Functions

[250]:
```
wrg.filterwarnings("ignore")

pearson_r(ti, df) = √( (ti^2) / (ti^2 + df ) );
glass_delt( x_bari, x_barj, stdi ) = (x_bari - x_barj) / stdi;
cohen_d(x_bari, x_barj, stdi, stdj) = ( x_bari - x_barj ) / √( ( stdi^2 +␣
↪stdj^2 ) / 2 );
hedge_g( d, ni, nj ) = ( d * ( 1 - ( 3 / (4*(ni + nj - 9)))));

function cramer_v( x, y )
    cm = freqtable(x, y)
    n  = sum(cm)
    r, k = size(cm)

    chi2 = ChisqTest( cm ).stat
    chi2corr = max( 0, chi2 - ((( k-1 ) * ( r-1 )) / ( n-1 ) ))
```

```
    kcorr = k - ((( k-1 )^2) / ( n-1 ))
    rcorr = r - ((( r-1 )^2) / ( n-1 ))

    return sqrt( ( chi2corr / n ) / ( min( kcorr - 1, rcorr - 1 ) ) )
end;

function permutation(x, n_a, n_b)
    n = n_a + n_b
    rand_b = sample(1:n, n_b)
    rand_a = setdiff(1:n, rand_b)
    return np.mean(x[rand_b]) - np.mean(x[rand_a])
end;

py"""
import numpy as np
def test(diff, diff_mean):
    return np.mean(diff > diff_mean)
"""
```

1.2.2 0.2.1. Plots

[292]:
```
function plot_three_bn( prob, colors, label )
    for i in zip( [0.1, 0.5, 0.9], ["r", "g", "b"], ["Prob: 10%", "Prob: 50%",␣
 ↪"Prob: 90%"] )
        res = [ss.binom.pmf(r, 10, i[1]) for r in 0:10]
        plt.bar(Array(1:11), res, color=i[2], label=i[3]);
        plt.legend()
    end
end;

function plot_poisson( x, c )
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
    ax = sns.distplot(x, color=c, hist=false, label="Poisson");
    ax.vlines( np.mean(x), 0, 0.27, color="k", linestyle="--", label="Média" )
    ax.vlines( np.median(x), 0, 0.27, color="c", linestyle="--",␣
 ↪label="Mediana" )
    ax.vlines( 0, -0.05, 0.28, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.hlines( -0.001, -1.7, 8.5, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.set_xlabel("Contagem");
    ax.set_ylabel("Densidade");
    ax.set_title("Distribuição Poisson")
    ax.legend();
end;

function plot_normal( x, sim=true )
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
```

```
    ax.plot(x, ss.norm.pdf(x), color="b", linewidth=2, label="Normal");
    ax.hlines( .003, -4, 4, color="k")
    ax.vlines( 0, 0, 0.4, color="k", linestyle="--", label="Média")
    ax.set_title("Distribuição Normal")
    fig.legend();
    if sim == true
        [ax.vlines(  i, 0, 0.24, color="r") for i in -1:1 if i != 0]
        [ax.vlines(  i, 0, 0.055, color="r") for i in -2:2 if i != 0]
        [ax.vlines( -i, 0, (0.50/(i*2.0)-.01), color="r", linestyle="--" ) for␣
 ↪i in 1:.1:1.3];
        [ax.vlines( -i, 0, (0.50/(i*2.3)-.01), color="r", linestyle="--" ) for␣
 ↪i in 1.3:.1:1.6];
        [ax.vlines( -i, 0, (0.50/(i*3)-.01), color="r", linestyle="--" )   for␣
 ↪i in 1.6:.1:1.9];
        [ax.vlines(  i, 0, (0.50/(i*2.0)-.01), color="r", linestyle="--" ) for␣
 ↪i in 1:.1:1.3];
        [ax.vlines(  i, 0, (0.50/(i*2.3)-.01), color="r", linestyle="--" ) for␣
 ↪i in 1.3:.1:1.6];
        [ax.vlines(  i, 0, (0.50/(i*3)-.01), color="r", linestyle="--" )   for␣
 ↪i in 1.6:.1:1.9];
    else
    end
end;

function plot_qq(x, y, z, g_type)
    fig, (ax1, ax2, ax3, ax4, ax5, ax6) = plt.subplots( 2, 3, figsize=(16, 7) )
    ss.probplot( x, dist="norm", plot=ax1 );
    ss.probplot( y, dist="norm", plot=ax5 );
    ss.probplot( z, dist="norm", plot=ax3 );
    for i in zip( [ax2, ax6, ax4], [x, y, z], ["Normal", "Log", "Skewed"],␣
 ↪["r", "g", "b"] )
        i[1].hist( i[2], histtype=g_type, linewidth=2, color=i[4], label=i[3] );
        i[1].legend()
        i[1].set_ylabel("Density")
        i[1].set_xlabel("Bins")
        plt.show()
    end;
end;

function plot_exp( x, c )
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
    ax = sns.distplot(x, color=c, hist=false, label="Exponencial");
    ax.set_xlabel("Contagem");
    ax.vlines( np.mean(x), 0, 0.4, color="k", linestyle="--", label="Média" )
    ax.vlines( np.median(x), 0, 0.55, color="c", linestyle="--",␣
 ↪label="Mediana" )
```

```
    ax.vlines( 0, 0, 0.7, color="#12004f", linestyle="-")
    ax.vlines( 0, -0.05, 0.28, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.hlines( -0.001, -1.7, 8.5, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.set_title("Distribuição Exponencial")
    ax.legend();
end;

function plot_wei(x)
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
    ax = sns.distplot( x, color=c, label="Weibull");
    ax.hlines( -.1/(1000*100), 150*150, -200, color="#12004f", linewidth=2,␣
 ↪linestyle="-")
    ax.vlines( -.1/(1000*100), -.1/(500*10), .1/(500), color="#12004f",␣
 ↪linewidth=2, linestyle="-")
    ax.set_title("Distribuição Weibull")
    ax.legend();
end;

function plot_permutation(x, d, c1, c2, ex, with_ex=false)
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(6, 5))
    ax.hist(x, histtype="step", color="r", linewidth=2)
    ax.axvline( x=d, c=c1, lw=1, ls="--", label="Diferença" );
    if with_ex == true
        ax.vlines( ex, 0, 100, color=c2 );
        plt.legend();
    else
        plt.legend();
    end
end;

function plot_page_diff()
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 5) )
    ax.hist( df[df.Page .== "Page A", 2], histtype="step", linewidth=2,␣
 ↪color="r", label="Page A")
    ax.hist( df[df.Page .== "Page B", 2], histtype="step", linewidth=2,␣
 ↪color="b", label="Page B")
    ax.hlines( y=2.0, xmin=-0, xmax=4., linestyle="--", color="k" )
    ax.set_xlabel("Time")
    ax.set_ylabel("Count")
    ax.legend();
end;
```

2 2.0. Capítulo 2

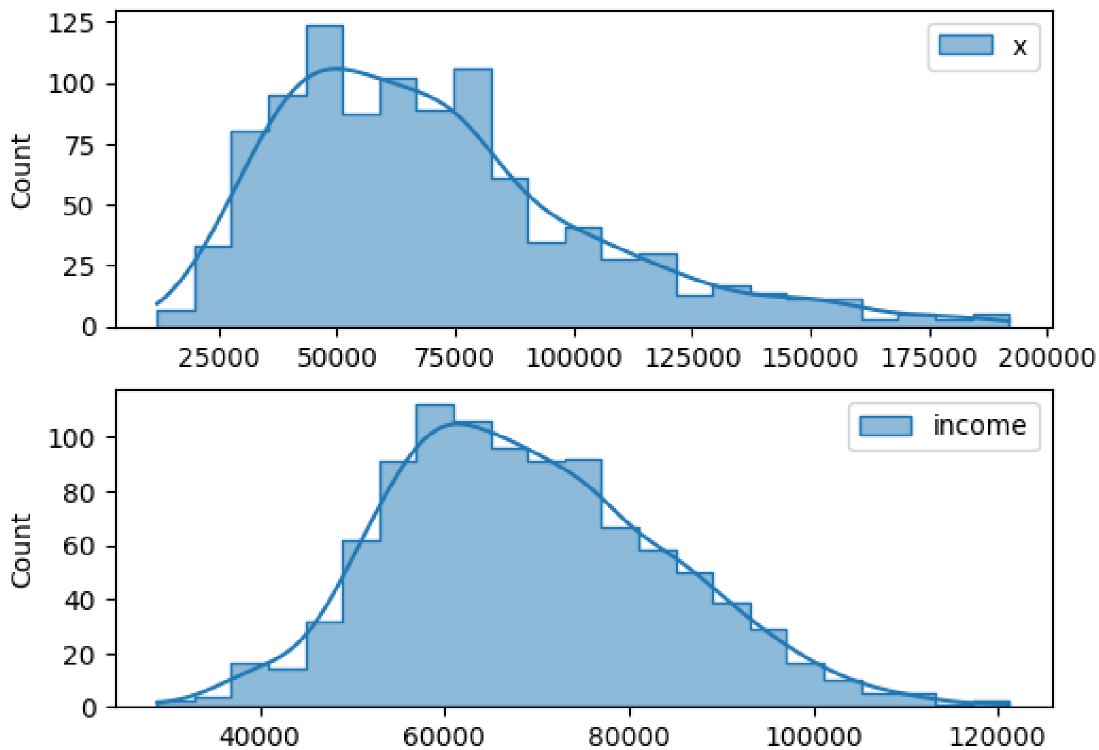
2.1 2.1. Distribuição de Amostragem de uma Estatística

A distribuição de uma estatística amostral como a média costuma ser mais regular e campanular do que a distribuição dos proprios dados quanto maior a amostra em que a estatística se baseia. Além disso, quanto maior a amostra, mais estreita é a distribuição da estatística amostral. "Tende a Normal"…

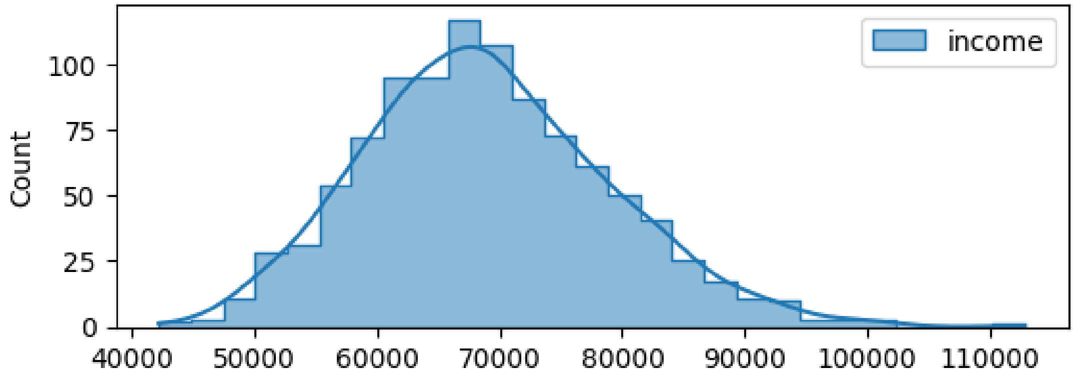
[15]:
```
df = pd.read_csv("data/loans_income.csv");
```

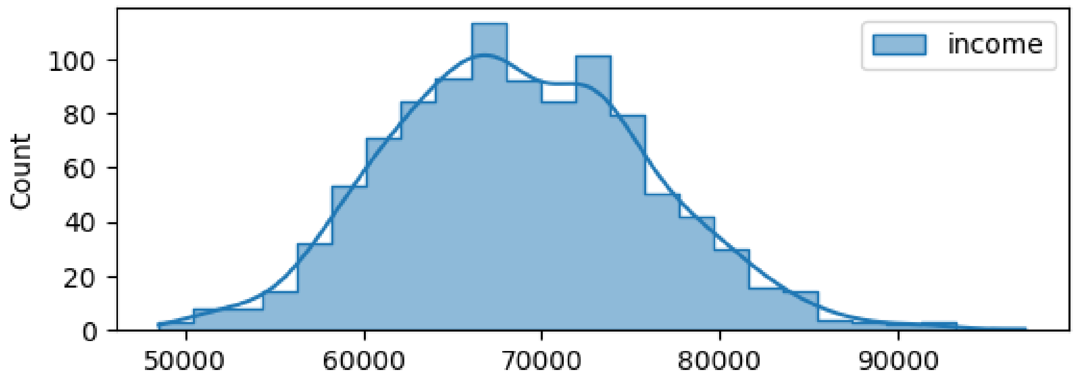
[16]:
```
sample = df.sample(1000)

sample_of_5 = pd.DataFrame( Dict("income" => [df["x"].sample(5).mean() for _ in␣
↪1:1000],
                                 "type" => "mean_of_5") )

sample_of_10 = pd.DataFrame( Dict("income" => [df["x"].sample(10).mean() for _␣
↪in 1:1000],
                                  "type" => "mean_of_10") )

sample_of_20 = pd.DataFrame( Dict("income" => [df["x"].sample(20).mean() for _␣
↪in 1:1000],
                                  "type" => "mean_of_20") )

result = pd.concat([sample, sample_of_5, sample_of_10, sample_of_20]);
```

[21]:
```
plt.subplot(2, 1, 1);
sns.histplot( sample, kde=true, element="step" );

plt.subplot(2, 1, 2);
sns.histplot( sample_of_5, kde=true, element="step" );
```



[20]:
```
plt.subplot(2, 1, 1);
sns.histplot( sample_of_10, kde=true, element="step" );

plt.subplot(2, 1, 2);
sns.histplot( sample_of_20, kde=true, element="step" );
```





2.2 2.2. O Bootstrap

O bootstrap é uma forma eficiente e eficaz de estimar a distribuição amostral de uma estatística ou de parâmetros de modelo.Conceitualmente pode-se imaginar o Bootstrap como uma replicação da amostra original várias vezes de modo a ter uma população hipotética que representa todo o conhecimento da amostra original só que maior.Logo amostramos com reposição, dessa forma cria-se efetivamente uma população infinita na qual a probabilidade de um elemento ser extraído continua a mesma de extração por extração.Com os resultados é possível encontrar um intervalo de confiança.

2.2.1 2.2.1. Sem Bootstrap

[24]:
```
# Load and Prepare Dataset
df = DataFrame(CSV.File("data/diabetes.csv"));

x = df[:, 1:8];
x = hcat(x[:, 1], x[:, 2], x[:, 3], x[:, 4], x[:, 5], x[:, 6], x[:, 7]);

y = df[:, 9];

# Transform Variables
mms = prepro.MinMaxScaler()
```

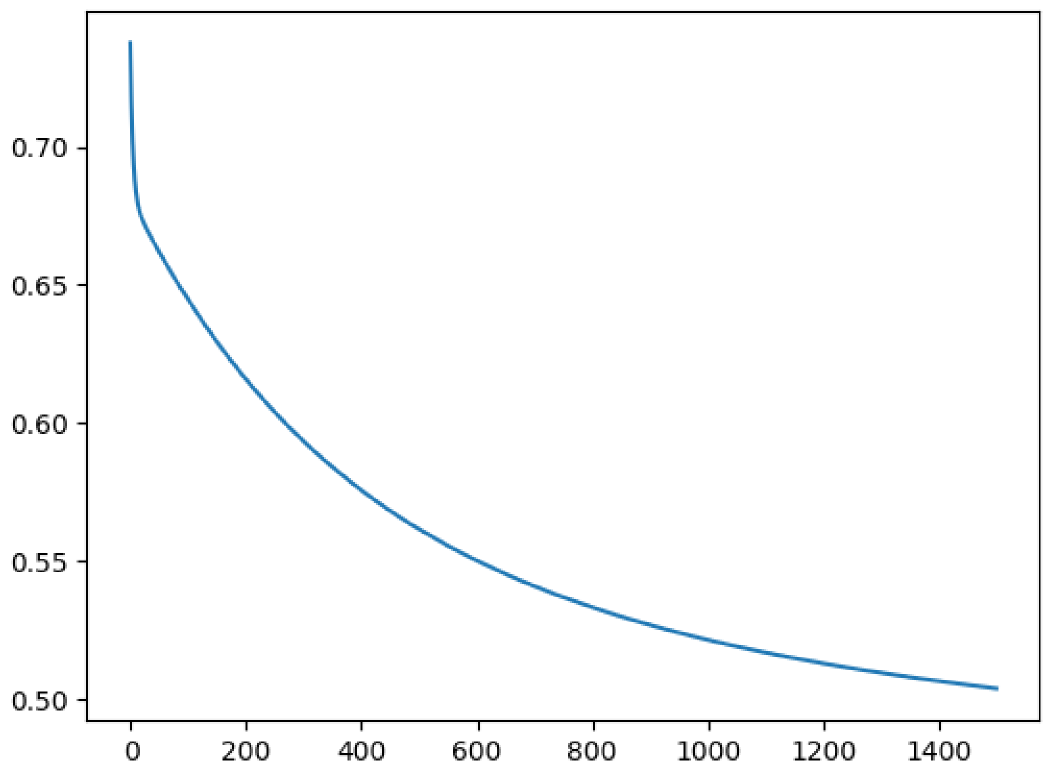
```
x = mms.fit_transform( x );

# Split Dataset
x_train, x_test, y_train, y_test = model_selection.train_test_split( x, y,␣
↪train_size=0.9 );
```

[21]:
```
# Simple Logistic Regression
model = models.Sequential()
model.add( layers.Dense( 1, activation="sigmoid") )
model.compile( optimizer="sgd", loss="binary_crossentropy",␣
↪metrics=["accuracy"])
```

[22]:
```
history = model.fit( x_train, y_train, epochs=2000, verbose=0 );
test = model.evaluate( x_test, y_test );
```

```
3/3 [==============================] - 0s 2ms/step - loss: 0.5010 - accuracy:
0.7143
```

[117]:
```
PyPlot.plot( history.history["loss"] );
```



Conclusão

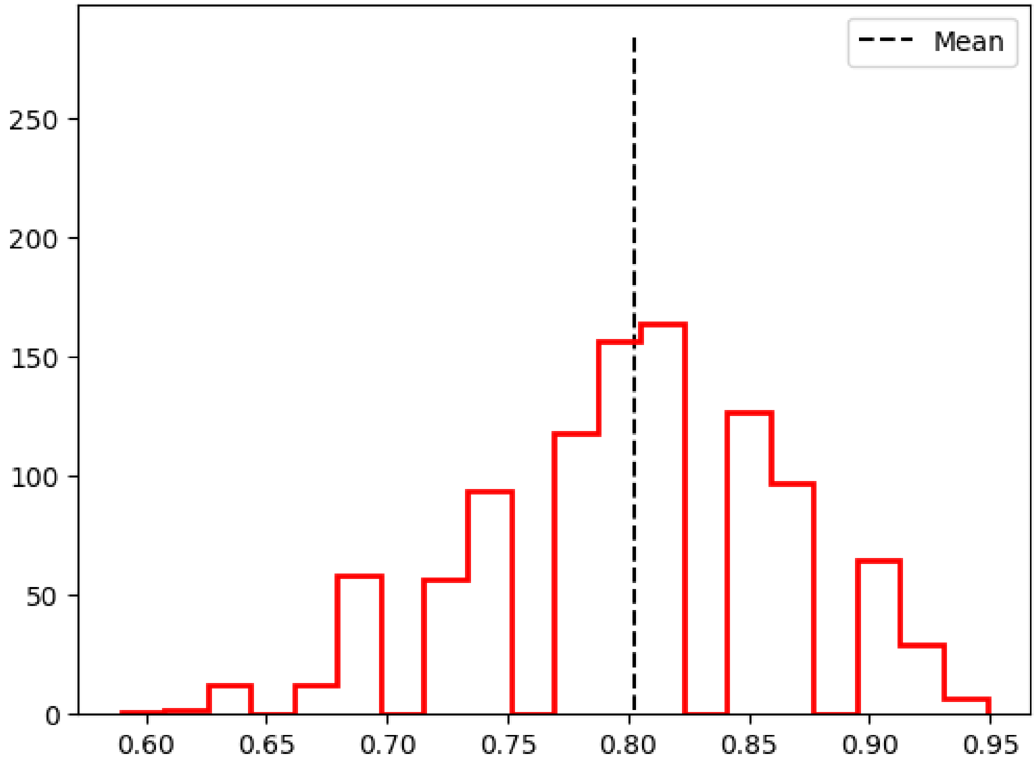
[116]:
```
@printf "Accuracy %.2f%%" maximum(history.history["accuracy"])*100
```

```
Accuracy if 77.71%
```

2.2.2 2.2.1. Com Bootstrap

[25]:
```
# Configuration of Bootstrap
n_inter = 1000
n_size  = trunc(Int, (768 * 0.5))
stats   = []

# Set Up Data
df = hcat(df[:, 1], df[:, 2], df[:, 3], df[:, 4], df[:, 5], df[:, 6], df[:, 7],␣
 ↪df[:, 8], df[:, 9])

for i in 1:n_inter
    sample = utils.resample( df, n_samples=n_size );
    y = sample[:, 9];
    x = sample[:, 1:8];

    x = mms.fit_transform( x );

    # Split Dataset
    x_train, x_test, y_train, y_test = model_selection.train_test_split( x, y,␣
 ↪train_size=0.9 );

    model = tree.DecisionTreeClassifier() # Decision Tree, dont NN.
    model.fit( x_train, y_train )

    prediction = model.predict( x_test )
    score = metrics.accuracy_score( y_test, prediction )

    append!(stats, score)
end
```

[106]:
```
plot_bootstrap( stats, "step", "r" )
```



Conclusão

[110]:
```
  = 0.95

p = ((1.0 -  )/2.0)*100
lower = np.percentile(stats, p)*100

p = (  + (1.0 -  )/2.0) *100
max = np.percentile(stats, p)*100

@printf "%.0f%% Confidence Intervals %.2f%% and %.2f%%"  *100 lower max
```

```
95% Confidence Intervals 66.67% and 92.31%
```

2.3 2.3. Distribuições

2.3.1 2.3.1 Distribuição Binomial

A distribuição Binomial é, vamos dizer assim uma continuação da distribuição de Bernoulli, onde a distribuição de Bernoulli trabalha somente com duas possibilidades, ou 1 geralmente chamado de evento de sucesso ou 0 de fracasso contendo as probabilidades desses eventos ao lado.

[17]:
```
bernoulli = pd.DataFrame([["Azul", 0.35], ["Vermelho", 0.65]]);
bernoulli.columns = ["X", "Probabilidade"];
bernoulli
```

[17]: PyObject

	X	Probabilidade
0	Azul	0.35
1	Vermelho	0.65

Formula da Distribuição Binomial

$$P(r/n,p) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}, onde \binom{n}{r} = C_{nk} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

- r: Eventos de Interesse.
- n: Repetições.
- p: Probabilidade do Evento.

A média da distribuição binomial é dada pela formula: $n \cdot p$A variáncia da distribuição binomial é dada pela formula: $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Na formula da distribuição Binomial também pode se trabalhar com um conceito chamado de "Complementar", que nada mais é que uma forma mais rápida para calcular a binomial quando se tem um intervalo de eventos maior que um. $P(x >= k) = 1 - P(x < k)$ $P(x > k) \ = 1 - P(x <= k)$ $P(x <= k) = 1 - P(x > k)$ $P(x < k) \ = 1 - P(x >= k)$ Por exemplo se você for calcular um $\mathbf{n = 6}$ para uma possibilidade de, digamos $\mathbf{P(\ x >= 2\ )}$, você teria que calcular 5 vezes com a fórmula, logo $P(x = 2) + P(x = 3) + P(x = 4) + P(x = 5) + P(x = 6)$Porém, aplicando a regrazinha, inverte-se, logo: $1 - (P(x = 0) + P(x = 1))$

[16]:
```
P(r, n, p) = (factorial(n) / (factorial(r) * factorial(n-r))) * (p^r) * ((1 -␣
↪p)^(n-r));
```

Qual é a probabilidade de sair 3 caras em 4 jogadas e a probabilidade de cada cara é $\frac{1}{2}$

$$P(2/4, \frac{1}{2}) = 6 \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{6}{16}$$

[18]:
```
@printf "A probabilidade de sair três caras em quatro jogadas é: %.3f%% " P(2,␣
↪4, .5)*100
```

```
A probabilidade de sair três caras em quatro jogadas é: 37.500%
```

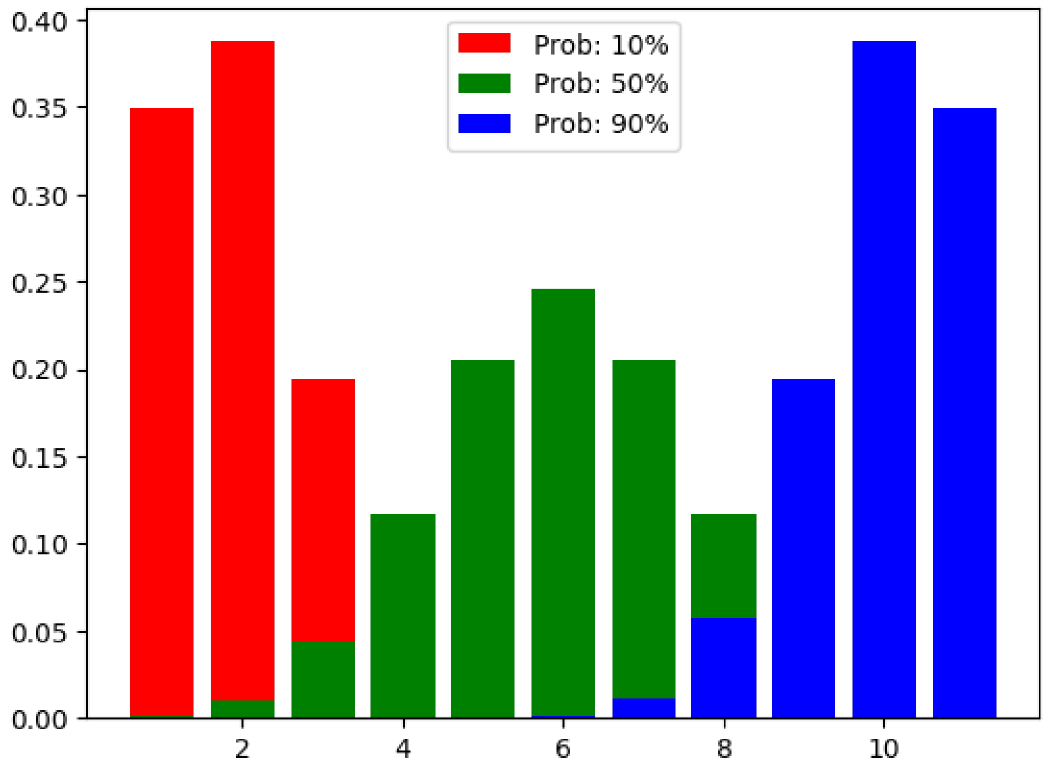
Qual é a chance de 3 pessoas que eu ligar das 10 entrarem em churn sabendo que a probabilidade de uma pessoa em churn na base de dados é 0.15%?

[19]:
```
@printf "A probabilidade de 3 das 10 pessoas ligadas entrarem em churn é: %.
↪3f%%" P(3, 10, .15)*100
```

```
A probabilidade de 3 das 10 pessoas ligadas entrarem em churn é: 12.983%
```

Confome a probabilidade tende a o equilibrio, ou seja, .5% de cair cara ou coroa, logo a distribuição parece uma Normal.

[194]:
```
plot_three_bn( [0.1, 0.5, 0.9], ["r", "g", "b"], ["Prob: 10%", "Prob: 50%",␣
 ↪"Prob: 90%"] )
plt.savefig("Binomial.png")
```



2.3.2 2.3.2 Distribuição de Poisson

Alta concentração de eventos próximos ao eixo y, uma das principais características é que não tem repetições como na distribuição binomial trabalha em um intervalo continuo.Ex: Em um estudo de chuva ou cliques em um site, no exemplo da chuva, qual é a chance de uma chuva, só que não existe o evento "não chuva" entre duas chuvas.

Imagine um intervalo, que começa e 0 até uma variável W por exemplo. E eu divido em **n** intervalos muito pequenos, onde n tende ao infinito., logo a probabilidade está tendendo a 0 pois existem n intervalinhos, com essa quantidade de intervalos, virou uma binomial, ou seja, choveu ou não por exemplo.

$$P(r/\frac{\lambda}{r}, n) = \lim_{n\to\infty} (\frac{\lambda}{n})^r.(1-\frac{\lambda}{n})^{n-r}.\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Distribuição de Poisson, logo λ (Quantidade de Chuva) = p * n, então p = $\frac{\lambda}{n}$. No Limite que n tende ao infinito, o produto de **n** e **r** não vai mudar pois **r** sempre vai ficar menor e **n** sempre vai ficando maior.

$$P(r/\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^r}{r!}$$

A média e a variância da distribuição binomial é dada pelo: λE o Desvio Padrão é $\sqrt{\lambda}$

[11]:
```
P( , r) = np.e^-  *  ^r / np.math.factorial(r);
```

Dado que eu esperava em média 35 carros entrando no shopping, qual a probabilidade de aparecer 20?

[15]:
```
@printf "A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: %.3f%%" P(35, 20)*100
```

```
A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: -0.000%
```

[140]:
```
# Julia tem problema com elevar x a o espoente y
function f(x, y)
    [x*=x for _ in 1:y]
end
f(35, 20)
```

[140]:
```
20-element Vector{Int64}:
                  1225
               1500625
         2251875390625
  6616016035436858689
  7865930784382691969
 -4822766768660441855
 -1652024524321314303
   450275795304469505
 -6392656039275616255
  7551947002216534017
  3654036140188672001
  8358544585278177281
  4785494631104806913
 -2679742982427181055
  2893676706708193281
  8010019347241369601
   -48246705104617471
 -5786811055723249663
 -8394158839848501247
   541221425122377729
```

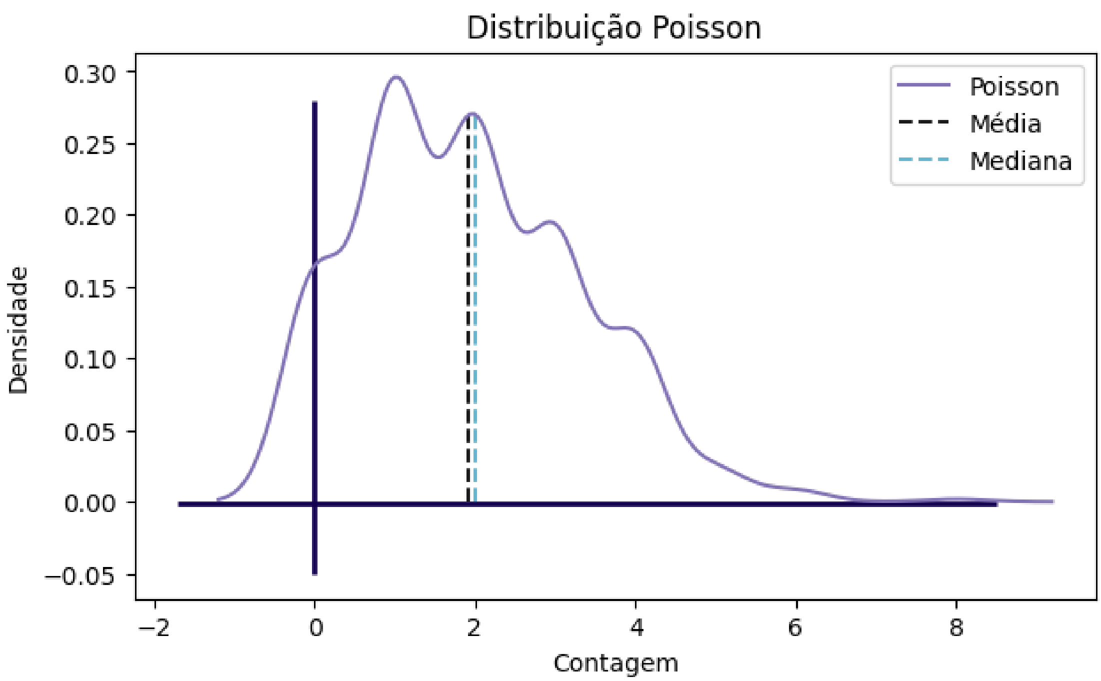
Logo em Python, aplicando a mesma função irá retornar a probabilidade de 0.0019

[14]:
```
@printf "A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: %.3f%%" P(5, 1)*100
```

```
A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: 3.369%
```

[895]:
```
x = ss.poisson.rvs(2, size=500);
```

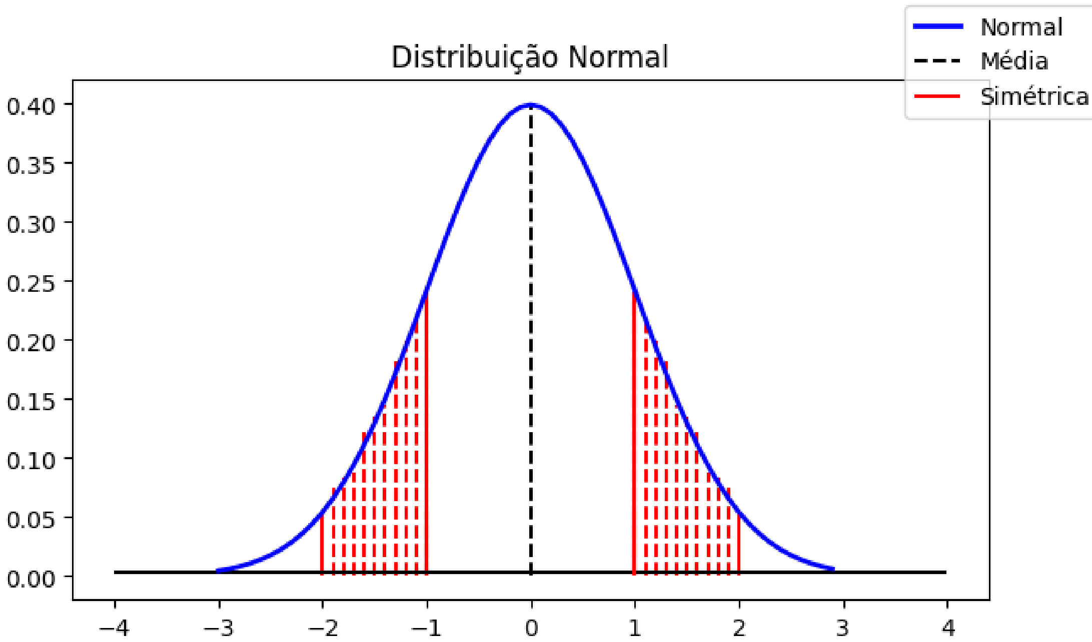
[896]:
```
plot_poisson( x, "m" )
```



2.3.3 2.3.5 Distribuição Normal

A distribuição Normal e simétrica a média e as outras distribuições são geralmente moldadas de forma normal. Em uma distribuição normal 68% dos dados ficam dentro de um desvio-padrão da média e 90% dos dados em dois desvios-padrões.A diferença entre a distribuição normal das outras distribuições (binomial e poisson) é que na noção de distribuição discreta e continua, ambas são distribuições discretas pois as possibilidades dos eventos eram discretos, agora x pode assumir uma probabilidade, logo a função é chamada de densidade de probabilidade.Onde para calcular a área em baixo da curva usa-se a ferramenta de Integral. $\int_0^1 f(x)\,dx$Ou utiliza a tabela da normal. Na Integral, o primeiro valor de baixo (0) é o primeiro valor da esquerda para direita na distribuição, e o valor de cima (1) é justamente até aonde vai a área.

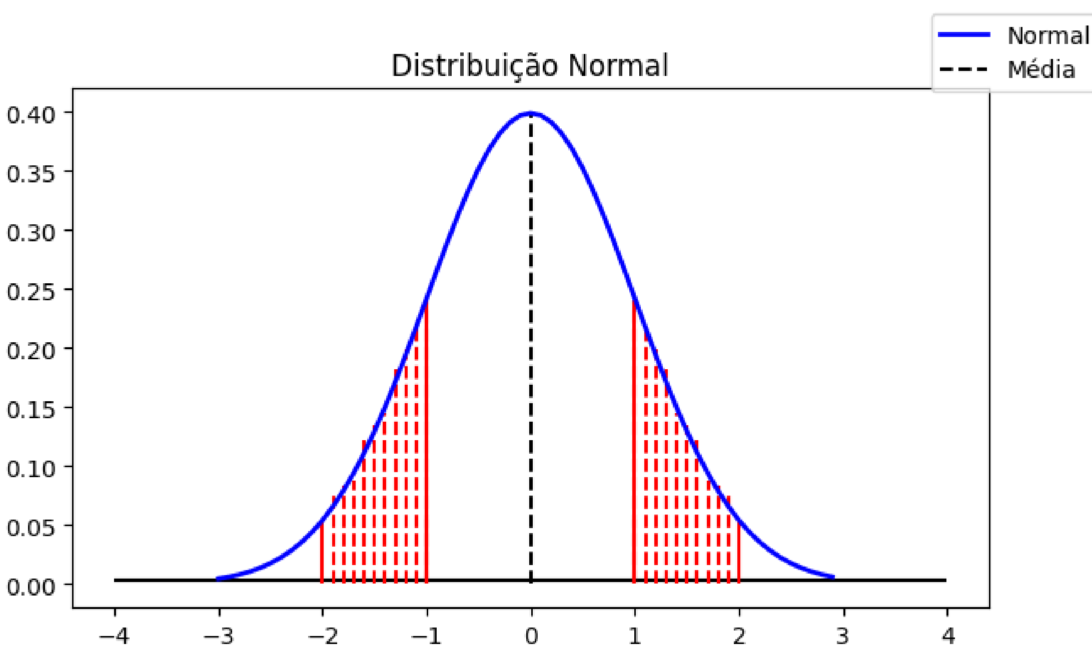
[97]:
```
range = np.arange(-3, 3, 0.1)
plot_normal( range, true )
```



Função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

[290]:
```
plot_normal( range, true );
```



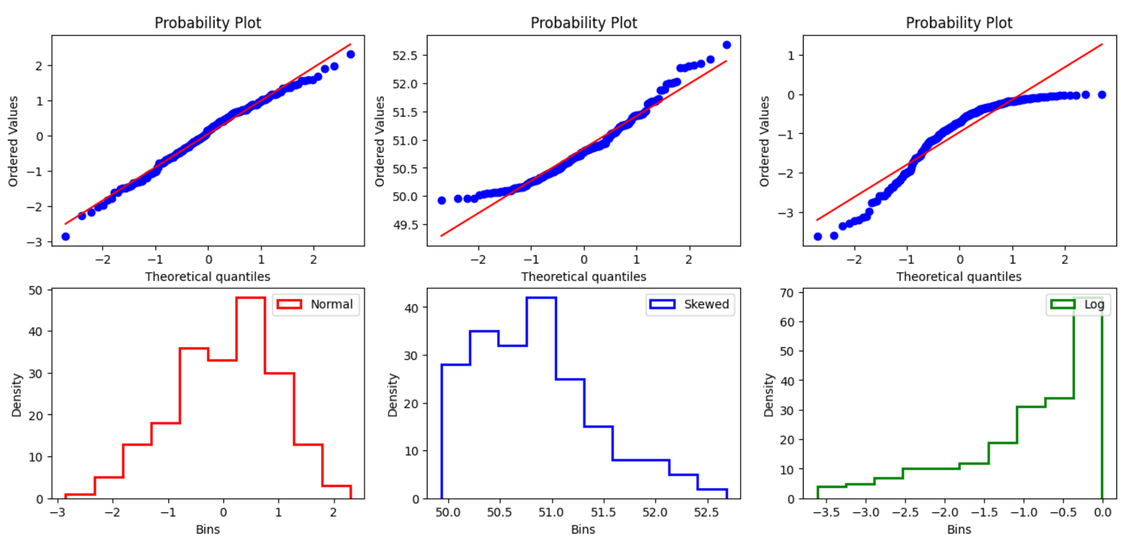
Como a variável x é continua, sendo assim pode assumir infinitos valores, e tamém toda a area da curva gaussiana é 1*. Logo para calcular a área entre 1 e 2 da normal:

$$P = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \, dx$$

2.3.4 2.3.6. QQ Plot

QQ plot nada mais é que um plot para visualizar como está o shape da distribuição, se tem skewness ou kurtosis. **Skewness:** Geralmente se fala em Skewness quando a distribuição está tombada para algum dos lados, uma Skewness **positiva** significa que a distribuição está mais deslocada para a esquerda, e uma skewness **negativa** quando está mais deslocada a direita, o exemplo na imagem da distribuição exponencial abaixo. **Kurtosis:** Mede o quanto a distribuição está esticada para cima ou com formação de longas caldas, quando mais pontuda, maior a kurtosis e quando mais normal, menor a kurtosis, o exemplo é a distribuição exponencial que tem uma certa kurtosis positiva.

[161]:
```python
# Existe um pacote chamado Plots que faz a mesma função de plotar o QQ Plot.
x = np.random.randn(200);
y = [log(abs(p)) for p in np.random.random(200)];
z = ss.skewnorm.rvs(a=10, loc=50, size=200)

plot_qq(x, y, z, "step")
plt.savefig("QQplot.png")
```



2.3.5 2.3.7. Normalização

A normalização é um conceito utilizado principalmente para treinar modelos de machine learning que consiste em movimentar a distribuição para o centro com média 0, resumidamente subtrair a média de todos os dados. Se reparar nos gráficos da distribuição normal, logo a média já está no 0. Se eu somar a média da distribuição em toda a distribuição ela vai ser deslocada para direita, se subtrair ela é deslocada a esquerda. E quando se divide por σ, logo a média e 0 e a dispersão é 1.

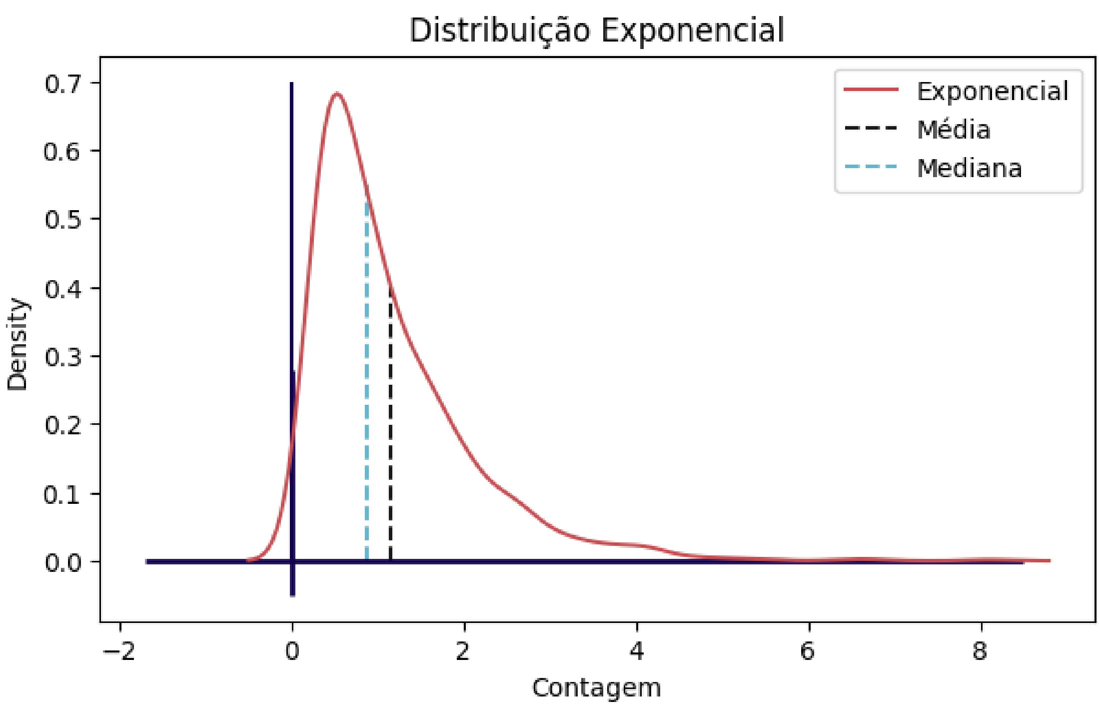
Quando esta normalizada é possível utilizar a tabela da normal padrão paara calcular a área em baixo da curva.Exemplo, dado uma média de 200 e desvio padrão de 4, qual é a $P(x > 210)$? - 1° Passo, calcular o Z, que nada mais é que subtrair a média e dividir pelo desvio padrão. Ou seja $z = \frac{210-200}{4} = 2.5$, esse é o resultado que deve ser encontrado a área, para isso so checara tabela, onde são 2,5 os dois primeiros números e 0 o terceito número, o resultado vai ser 0.4938 - 2° Passo, Realizar a seguinte expressão $(.5 - .4938) \cdot 100$ Subtrair pela metade da distribuição normal o resultado para pegar somente a probabilidade de ser maior que 210, e multiplicar por 100 para deixar em porcentagem, logo o resultado final é: 0.62.

2.3.6 2.3.8 Distribuição Exponencial

Usa o mesmo parâmetro λ da distribuição de Poisson, esse parâmetro permanece constante ao longo do período sendo considerado.É utilizado na engenharia para modelar falhas , tempo de visitas de sites, etc.

[870]:
```
x = ss.expon.rvs( 0.2, size=1000);
```

[871]:
```
plot_exp(x, "r")
```



2.3.7 2.3.9 Distribuição Weibull

É uma extensão da distribuição Exponencial, na qual a taxa de evento pode mudar de acordo ocm um "parâmetro de forma" Se > 1, a probabilidade de um evento aumenta com o tempo. Se < 1, a probabilidade de um evento diminui com o tempo.Quando o α da distribuição de Weibull é 1, retorná a distribuição exponencial. Sendo assim, pode ser utilizada na análise de sobrevivência & confiabilidade, e sua função é:

Comulativa:

$$f(x,\alpha,\beta) = 1 - e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}}$$

Densidade de Probabilidade:

$$f(x,\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} \cdot x^{a-1} \cdot e^{-(\frac{x}{\beta})^{\alpha}}$$

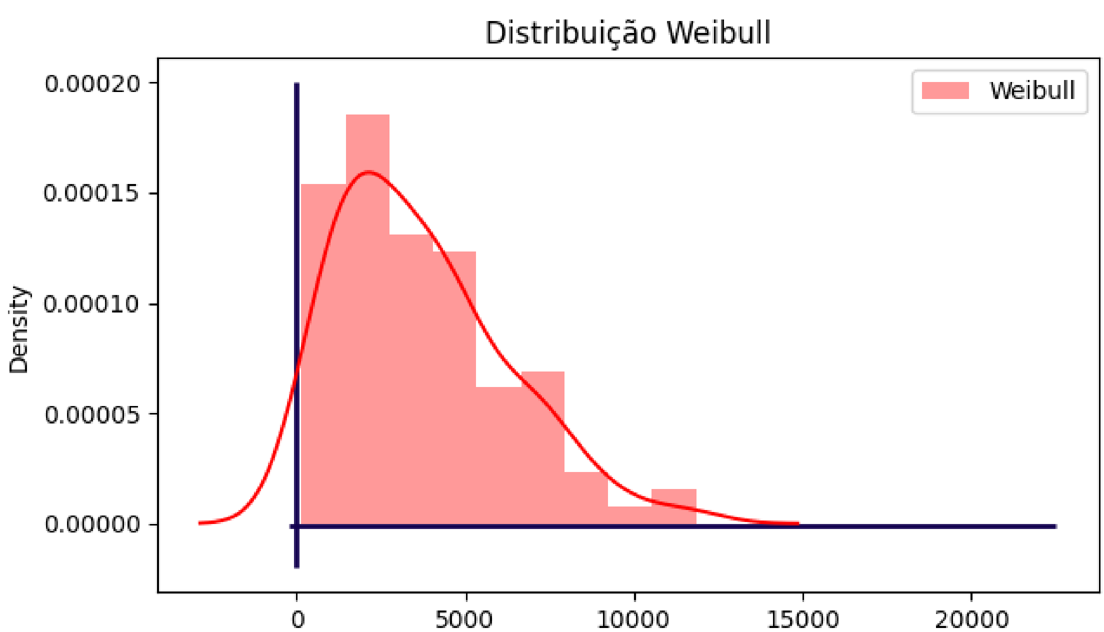
[276]:
```
f(x, a, b) = (a / (b^a)) * (x^(a-1)) * ^(-(x/b)^a)
f(3, 3, 3)
```

[276]: 0.36787944117144233

[275]:
```
20^30 # não é possível utilizar numéros grandes pois o mesmo problema.
```

[275]: -8070450532247928832

[86]:
```
x = ss.weibull_min.rvs(1.5, scale=5000, size=100)
plot_wei(x, "r")
```



3 x.0. Referências

PETER BRUCE & ANDREW BRUCE **Estatística prática para cientistas de dados: 50 conceitos essenciais**. Link: https://www.amazon.com.br/Estat%C3%ADstica-Pr%C3%A1tica-Para-Cientistas-Dados/dp/855080603X DAVID MATOS **8 Conceitos Estatísticos Fundamentais Para Data Science**. Link: https://www.cienciaedados.com/8-conceitos-estatisticos-fundamentais-para-data-science/IGOR SOARES **Correlação não implica em Causalidade**.Link: https://medium.com/@felipemaiapolo/correla%C3%A7%C3%A3o-n%C3%A3o-implica-em-causalidade-8459179ad1bc.annahaensch **Número de Casos de Divórcio em Maine**Link: https://blogs.ams.org/blogonmathblogs/2017/04/10/divorce-and-margarine/Wikipédia **Cramer's_V**Link: https://en.wikipedia.org/wiki/Cram%C3%A9r%27s_VBURKEYACADEMY **What are Skewness and Kurtosis?**Link: https://www.youtube.com/watch?v=lK7nLzxiAQQ (Discourse) **qqnorm & qqplot**Link: https://discourse.julialang.org/t/qqnorm-and-qqplot/6118/8 Professor Guru **Tabela Normal Padrão**Link: https://professorguru.com.br/tabela-normal.html