prectical statistics

January 24, 2022

```
[194]: using CSV;
       using PyCall;
       using PyPlot;
       using Printf;
       using DataFrames, FreqTables
       using HypothesisTests
       np = pyimport("numpy");
       sns = pyimport("seaborn");
       ss = pyimport("scipy.stats");
       wrg = pyimport("warnings");
       pd = pyimport("pandas");
[200]: ps = pyimport("pyspark.pandas");
       pd = pyimport("databricks.koalas");
       tree = pyimport("sklearn.tree");
       layers = pyimport("keras.layers");
       models = pyimport("keras.models");
       prepro = pyimport("sklearn.preprocessing");
       utils = pyimport("sklearn.utils");
       metrics = pyimport("sklearn.metrics");
       model_selection = pyimport("sklearn.model_selection");
  [2]: wrg.filterwarnings("ignore")
```

1 1.0. Capítulo 1

1.1 1.1. Correlação

1.1.1 1.1.1. R de Pearson

O coeficiente de correlação de pearson é muitas vezes o primeiro coeficiente estudado ou abordado em livros. São ditos os dados que são positivamente correlacionados quando os valores de \mathbf{x} acompanham os valores de \mathbf{y} e negativamente correlacionados se os valores altos de \mathbf{x} acompanharem os valores baixos de \mathbf{y} . Causalidade a variável \mathbf{x} é a causa da variável \mathbf{y} , logo por exemplo a correlação entre número de vendas e clientes é positiva, mas não quer dizer que quantos mais clientes existem mais vendas eu tenha. Ex: O número de consumo de **margarina** e o número de **divórcios** em Maine.

Fórmula do coeficiente de pearson.

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum (x^2) - (\sum x)^2)\ (n\sum (y^2) - (\sum y)^2)}}$$

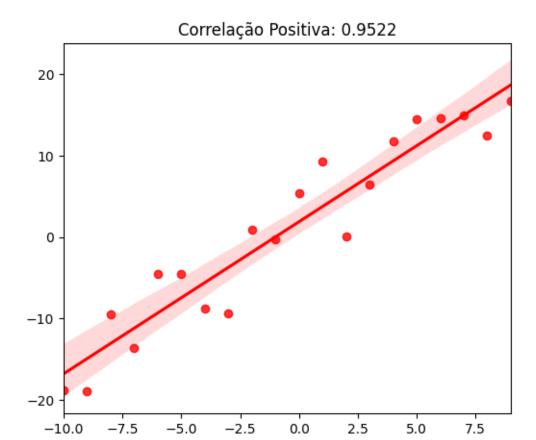
```
function plot_linear(a, b, d, r1, r2)
    fig, ax = plt.subplots( figsize=(6, 5) );

x = np.arange( r1, r2, 1 )
    y = a * x .+ b + np.random.normal( 0, d, length(x) );

r = (length(x)sum(x .* y) - (sum(x)sum(y))) / (sqrt((length(x)sum(x.^2) - (sum(x))^2) * (length(y)sum(y.^2) - (sum(y))^2)))

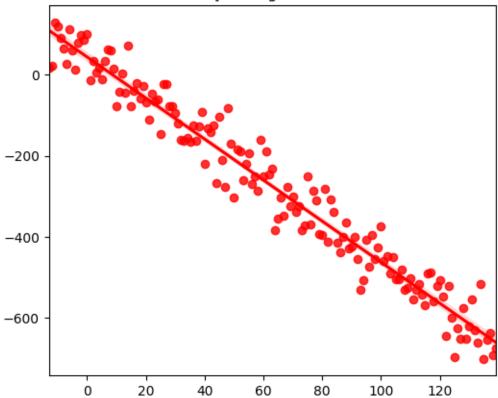
ax = sns.regplot(x, y, color="r")
    if r >= 0
        ax.set_title(("Correlação Positiva: " * string(round(r, digits=4))))
    else
        ax.set_title(("Correlação Negativa: " * string(round(r, digits=4))))
    end
end;
```

```
[7]: plot_linear(2, 2, 3, -10, 10);
```



[8]: plot_linear(-5, 40, 50, -13, 140);





1.1.2 1.1.2. Rho de spearman

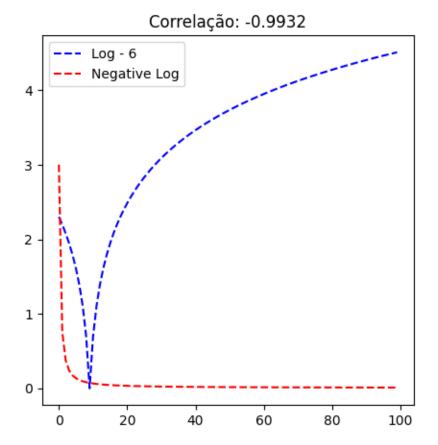
Robusto contra outliers e calculado em relação ao ranqueamento ou ordens dos dados, também mede relações lineares e não lineares.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n^3 - n}$$

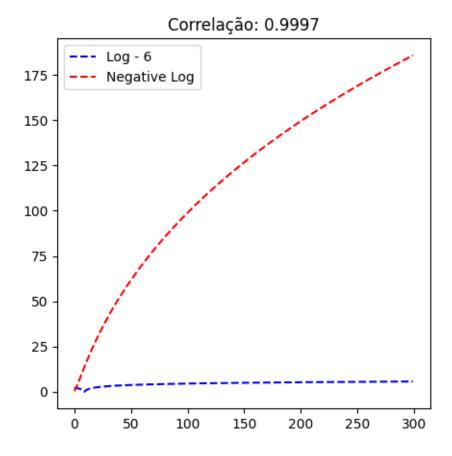
```
[95]: function spearman_plot( size, power )
    log_a = [log1p(abs(j-10)) for j in 1:size]
    log_b = [log1p(j)^power for j in 1:size]
    cor, _ = ss.spearmanr( log_a, log_b );

    fig, ax = plt.subplots( figsize=(5, 5) )
    ax.plot( log_a, color="b", linestyle="--", label="Log - 6" )
    ax.plot( log_b, color="r", linestyle="--", label="Negative Log" )
    ax.set_title( "Correlação: " * string(round(cor, digits=4)) )
    plt.legend();
end;
```

```
[96]: spearman_plot( 100, -3 );
```



```
[97]: spearman_plot( 300, 3 );
```



1.1.3 1.1.4. V de Cramér

O V de cramér basicamente serve para calcular a correlação entre variaveis categoricas.

Existe a versão corrigida da fórmula de cramér que esta abaixo, k e r são as dimensões da matriz.

$$V = \sqrt{\frac{\varphi^2 \text{ ou } X^2/n}{\min(k-1,r-1)}}$$

$$\varphi^2 = \max(0,\varphi^2 - \frac{(k-1) - (r-1)}{n-1}$$

$$\operatorname{cor} k = k - \frac{(k-1)^2}{n-1}$$

$$\operatorname{cor} r = r - \frac{(r-1)^2}{n-1}$$

```
n = sum(cm)
   r, k = size(cm)
    chi2 = ChisqTest( cm ).stat
    chi2corr = max( 0, chi2 - (((k-1) * (r-1)) / (n-1)))
   kcorr = k - (((k-1)^2) / (n-1))
   rcorr = r - (((r-1)^2) / (n-1))
   return sqrt( ( chi2corr / n ) / ( min( kcorr - 1, rcorr - 1 ) ) )
end;
df = DataFrame(CSV.File("data/store.csv"))
df = hcat(df[:, 2:3], df.StoreType )
df = rename(df, Dict("x1" => "State"));
# Rename Rows
df.Assortment = [replace(i, "a" => "BASIC") for i in df.Assortment];
df.Assortment = [replace(i, "b" => "EXTRA") for i in df.Assortment];
df.Assortment = [replace(i, "c" => "EXTENDED") for i in df.Assortment];
# Generate FataFrame
results = []
data = DataFrame()
for i in ["StoreType", "Assortment", "State"]
   a = cramer_v( Array(df.StoreType), Array(df[:, i]) )
   b = cramer_v( Array(df.Assortment), Array(df[:, i]) )
   c = cramer_v( Array(df.State), Array(df[:, i]) )
    corr = Dict(i => [a, b, c])
   append! (results, corr)
end
df2 = DataFrame( results ) # Plotar um Mapa de Calor / Heatmap
```

[226]:

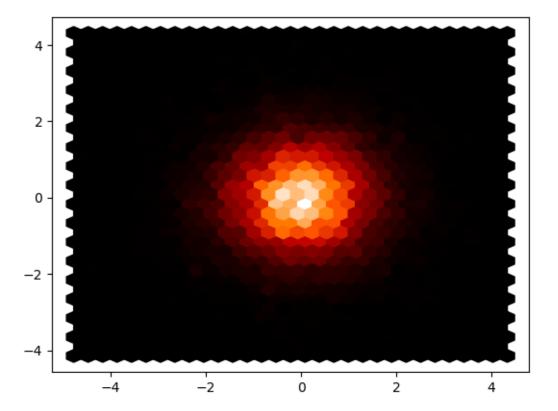
	StoreType	Assortment	State
	Float64	Float64	Float64
1	1.00135	0.54068	1.00135
2	0.54068	1.0009	0.54068
3	1.00135	0.54068	1.00135

1.2 1.2. Dois Gráficos de Densidade

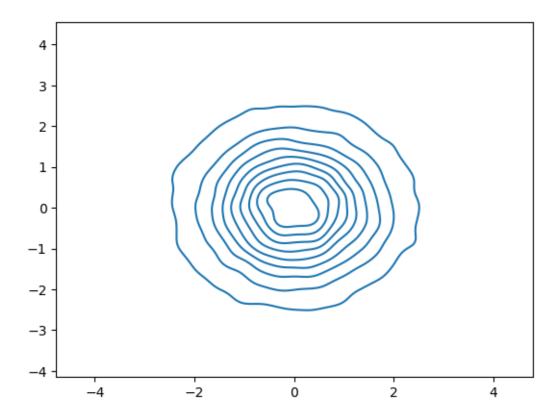
Hexagonal Binning relaciona as duas variaveis aleatorias normais em hexágonos, mesma coisa que o Histograma. Kernel Density Estimate, Análogo análogo ao Hexagonal, porem em densidades com curvas.

```
[205]: plt.hexbin(np.random.randn(20000), np.random.randn(20000), gridsize=30, 

comap="gist_heat");
```



```
[207]: sns.kdeplot(np.random.randn(20000), np.random.randn(20000));
```



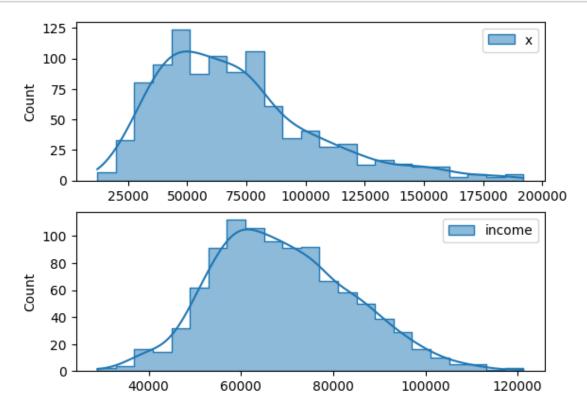
2 2.0. Capítulo 2

2.1 2.1. Distribuição de Amostragem de uma Estatística

A distribuição de uma estatística amostral como a média costuma ser mais regular e campanular do que a distribuição dos proprios dados quanto maior a amostra em que a estatística se baseia. Além disso, quanto maior a amostra, mais estreita é a distribuição da estatística amostral. "Tende a Normal"...

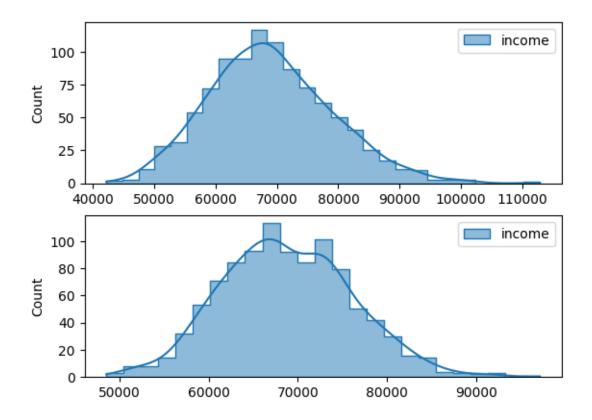
```
PyPlot.subplot(2, 1, 1);
sns.histplot( sample, kde=true, element="step" );

PyPlot.subplot(2, 1, 2);
sns.histplot( sample_of_5, kde=true, element="step" );
```



```
[20]: PyPlot.subplot(2, 1, 1);
sns.histplot(sample_of_10, kde=true, element="step");

PyPlot.subplot(2, 1, 2);
sns.histplot(sample_of_20, kde=true, element="step");
```



2.2 2.2. O Bootstrap

O bootstrap é uma forma eficiente e eficaz de estimar a distribuição amostral de uma estatística ou de parâmetros de modelo. Conceitualmente pode-se imaginar o Bootstrap como uma replicação da amostra original várias vezes de modo a ter uma população hipotética que representa todo o conhecimento da amostra original só que maior. Logo amostramos com reposição, dessa forma cria-se efetivamente uma população infinita na qual a probabilidade de um elemento ser extraído continua a mesma de extração por extração. Com os resultados é possível encontrar um intervalo de confiança.

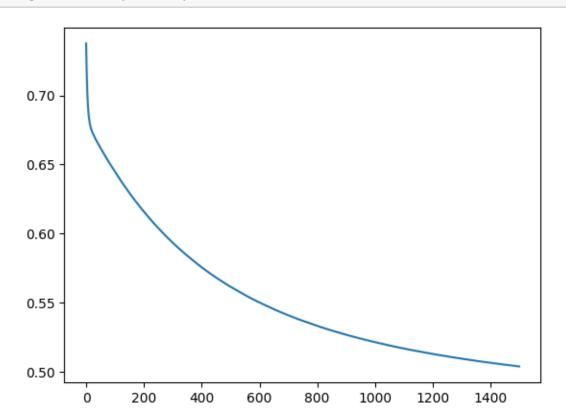
2.2.1 2.2.1. Sem Bootstrap

```
[24]: # Load and Prepare Dataset
df = DataFrame(CSV.File("data/diabetes.csv"));

x = df[:, 1:8];
x = hcat(x[:, 1], x[:, 2], x[:, 3], x[:, 4], x[:, 5], x[:, 6], x[:, 7]);

y = df[:, 9];

# Transform Variables
mms = prepro.MinMaxScaler()
```



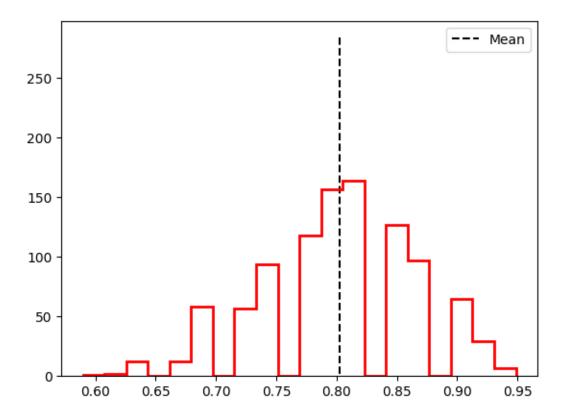
Conclusão

```
[116]: @printf "Accuracy %.2f%%" maximum(history.history["accuracy"])*100
```

Accuracy if 77.71%

2.2.2 2.2.1. Com Bootstrap

```
[25]: # Configuration of Bootstrap
      n_{inter} = 1000
      n_{\text{size}} = trunc(Int, (768 * 0.5))
      stats = []
      # Set Up Data
      df = hcat(df[:, 1], df[:, 2], df[:, 3], df[:, 4], df[:, 5], df[:, 6], df[:, 7],
      \hookrightarrowdf[:, 8], df[:, 9])
      for i in 1:n_inter
          sample = utils.resample( df, n_samples=n_size );
          y = sample[:, 9];
          x = sample[:, 1:8];
          x = mms.fit_transform( x );
          # Split Dataset
          x_train, x_test, y_train, y_test = model_selection.train_test_split( x, y,_
       →train_size=0.9 );
          model = tree.DecisionTreeClassifier() # Decision Tree, dont NN.
          model.fit( x_train, y_train )
          prediction = model.predict( x_test )
          score = metrics.accuracy_score( y_test, prediction )
          append!(stats, score)
      end
```



Conclusão [110]: = 0.95 p = ((1.0 -)/2.0)*100 lower = np.percentile(stats, p)*100 p = (+ (1.0 -)/2.0) *100 max = np.percentile(stats, p)*100

@printf "%.0f%% Confidence Intervals %.2f%% and %.2f%%" *100 lower max

95% Confidence Intervals 66.67% and 92.31%

2.3 2.3. Distribuições

2.3.1 2.3.1 Distribuição Binomial

A distribuição Binomial é, vamos dizer assim uma continuação da distribuição de Bernoulli, onde a distribuição de Bernoulli trabalha somente com duas possibilidades, ou 1 geralmente chamado de evento de sucesso ou 0 de fracasso contendo as probabilidades desses eventos ao lado.

```
[17]: bernoulli = pd.DataFrame([["Azul", 0.35], ["Vermelho", 0.65]]);
bernoulli.columns = ["X", "Probabilidade"];
bernoulli
```

[17]: PyObject X Probabilidade

0 Azul 0.35 1 Vermelho 0.65

Formula da Distribuição Binomial

$$P(r/n, p) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}, onde\binom{n}{r} = C_{nk} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

- r: Eventos de Interesse.
- n: Repetições.
- p: Probabilidade do Evento.

A média da distribuição binomial é dada pela formula: $n \cdot p$ A variáncia da distribuição binomial é dada pela formula: $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

[16]:
$$P(r, n, p) = (factorial(n) / (factorial(r) * factorial(n-r))) * (p^r) * ((1 - p)^(n-r));$$

Qual é a probabilidade de sair 3 caras em 4 jogadas e a probabilidade de cada cara é $\frac{1}{2}$

$$P(2/4, \frac{1}{2}) = 6 \cdot (\frac{1}{2})^2 \cdot (\frac{1}{2})^2 = \frac{6}{16}$$

[18]: @printf "A probabilidade de sair três caras em quatro jogadas é: %.3f%% " P(2, ⊔ ↔4, .5)*100

A probabilidade de sair três caras em quatro jogadas é: 37.500%

Qual é a chance de 3 pessoas que eu ligar das 10 entrarem em churn sabendo que a probabilidade de uma pessoa em churn na base de dados é 0.15%?

```
[19]: @printf "A probabilidade de 3 das 10 pessoas ligadas entrarem em churn é: %.

→3f%%" P(3, 10, .15)*100
```

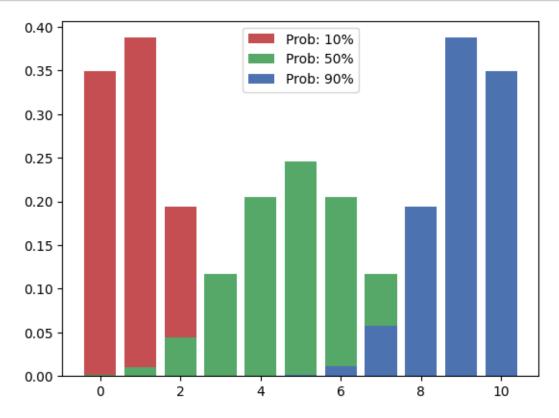
A probabilidade de 3 das 10 pessoas ligadas entrarem em churn é: 12.983%

Confome a probabilidade tende a o equilibrio, ou seja, .5% de cair cara ou coroa, logo a distribuição parece uma Normal.

```
[1012]: prob = [0.1, 0.5, 0.9]
    color = ["r", "g", "b"]
    label = ["Prob: 10%", "Prob: 50%", "Prob: 90%"]

for i in 1:3
    res = [ss.binom.pmf(r, 10, prob[i]) for r in 0:10]
```

```
plt.bar(r_values, res, color=color[i], label=label[i]);
  plt.legend()
end
```



2.3.2 Distribuição de Poisson

Alta concentração de eventos próximos ao eixo y, uma das principais características é que não tem repetições como na distribuição binomial trabalha em um intervalo continuo. Ex: Em um estudo de chuva ou cliques em um site, no exemplo da chuva, qual é a chance de uma chuva, só que não existe o evento "não chuva" entre duas chuvas.

Imagine um intervalo, que começa e 0 até uma variável W por exemplo. E eu divido em \mathbf{n} intervalos muito pequenos, onde n tende ao infinito., logo a probabilidade está tendendo a 0 pois existem n intervalinhos, com essa quantidade de intervalos, virou uma binomial, ou seja, choveu ou não por exemplo.

$$P(r/\frac{\lambda}{r}, n) = \lim_{n \to \infty} (\frac{\lambda}{n})^r \cdot (1 - \frac{\lambda}{n})^{n-r} \cdot \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Distribuição de Poisson, logo λ (Quantidade de Chuva) = p * n, então p = $\frac{\lambda}{n}$. No Limite que n tende ao infinito, o produto de \mathbf{n} e \mathbf{r} não vai mudar pois \mathbf{r} sempre vai ficar menor e \mathbf{n} sempre vai ficando maior.

$$P(r/\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^r}{r!}$$

A média da distribuição binomial é dada pelo: λ

```
[11]: P(, r) = np.e^- * ^r / np.math.factorial(r);
```

Dado que eu esperava em média 35 carros entrando no shopping, qual a probabilidade de aparecer 20?

```
[15]: Oprintf "A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: %.3f%%" P(35, 20)*100
```

A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: -0.000%

```
[140]: # Julia tem problema com elevar x a o espoente y
function f(x, y)
        [x*=x for _ in 1:y]
end
f(35, 20)
```

```
[140]: 20-element Vector{Int64}:
                        1225
                     1500625
               2251875390625
         6616016035436858689
         7865930784382691969
        -4822766768660441855
        -1652024524321314303
          450275795304469505
        -6392656039275616255
         7551947002216534017
         3654036140188672001
         8358544585278177281
         4785494631104806913
        -2679742982427181055
         2893676706708193281
         8010019347241369601
          -48246705104617471
        -5786811055723249663
        -8394158839848501247
          541221425122377729
```

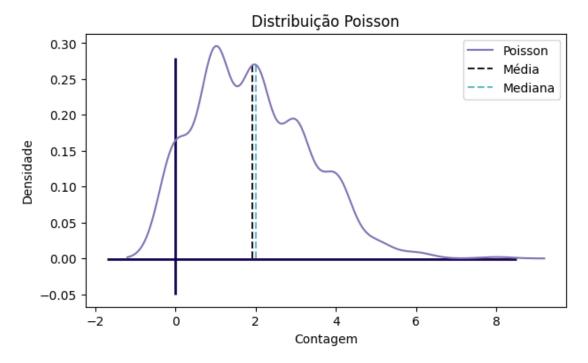
Logo em Python, aplicando a mesma função irá retornar a probabilidade de 0.0019

```
[14]: Oprintf "A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: %.3f%%" P(5, 1)*100
```

A probabilidade de somente uma chuva no mês é de: 3.369%

```
[895]: x = ss.poisson.rvs(2, size=500);

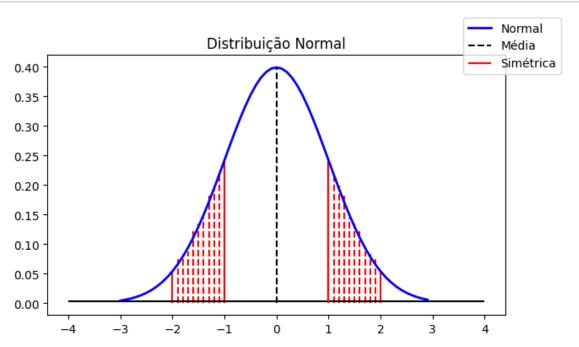
[896]: fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
    ax = sns.distplot(x, color="m", hist=false, label="Poisson");
    ax.vlines( np.mean(x), 0, 0.27, color="k", linestyle="--", label="Média" )
    ax.vlines( np.median(x), 0, 0.27, color="c", linestyle="--", label="Mediana" )
    ax.vlines( 0, -0.05, 0.28, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.hlines( -0.001, -1.7, 8.5, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.set_xlabel("Contagem");
    ax.set_ylabel("Densidade");
    ax.set_title("Distribuição Poisson")
    ax.legend();
```



2.3.3 2.3.5 Distribuição Normal

A distribuição Normal e simétrica a média e as outras distribuições são geralmente moldadas de forma normal. Em uma distribuição normal 68% dos dados ficam dentro de um desvio-padrão da média e 90% dos dados em dois desvios-padrões. A diferença entre a distribuição normal das outras distribuições (binomial e poisson) é que na noção de distribuição discreta e continua, ambas são distribuições discretas pois as possibilidades dos eventos eram discretos, agora x pode assumir uma probabilidade, logo a função é chamada de densidade de probabilidade. Onde para calcular a área em baixo da curva usa-se a ferramenta de Integral. $(\int_0^1 f(x) \, dx)$

```
[97]: range = np.arange(-3, 3, 0.1)
      fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
      ax.plot(range, ss.norm.pdf(range), color="b", linewidth=2, label="Normal");
      [ax.vlines( i, 0, 0.24, color="r") for i in -1:1 if i != 0]
      [ax.vlines( i, 0, 0.055, color="r") for i in -2:2 if i != 0]
      [ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*2.0)-.01), color="r", linestyle="--") for i in 1:.
      \hookrightarrow 1:1.3;
      [ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*2.3)-.01), color="r", linestyle="--") for i in 1.3:
      →.1:1.6];
      [ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*3)-.01), color="r", linestyle="--") for i in 1.6:
      →.1:1.9];
      [ax.vlines(-i, 0, (0.50/(i*2.0)-.01), color="r", linestyle="--") for i in 1:.
      \hookrightarrow 1:1.3;
      [ax.vlines(-i, 0, (0.50/(i*2.3)-.01), color="r", linestyle="--") for i in 1.3:
      →.1:1.6];
      [ax.vlines( -i, 0, (0.50/(i*3)-.01), color="r", linestyle="--")
                                                                          for i in 1.6:
      \rightarrow .1:1.9];
      ax.hlines(.003, -4, 4, color="k")
      ax.vlines(0,0,0.4, color="k", linestyle="--", label="Média")
      ax.vlines(1,0,0.24,color="r",label="Simétrica")
      ax.set_title("Distribuição Normal")
      fig.legend();
```

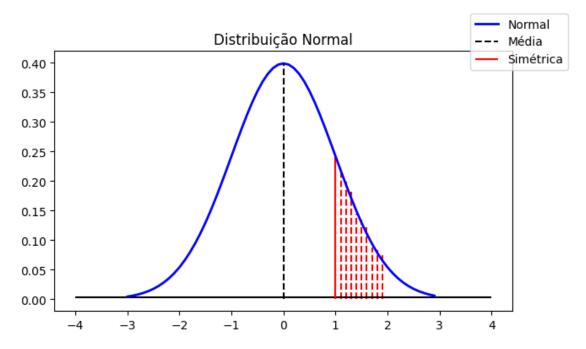


Função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

```
[94]: range = np.arange(-3, 3, 0.1)
fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
ax.plot(range, ss.norm.pdf(range), color="b", linewidth=2, label="Normal");
[ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*2.0)-.01), color="r", linestyle="--" ) for i in 1:.

$\infty$1:1.3];
[ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*2.3)-.01), color="r", linestyle="--" ) for i in 1.3:
$\infty$1:1.6];
[ax.vlines( i, 0, (0.50/(i*3)-.01), color="r", linestyle="--" ) for i in 1.6:
$\infty$1:1.9];
ax.hlines( .003, -4, 4, color="k")
ax.vlines( 0, 0, 0.4, color="k", linestyle="--", label="Média")
ax.vlines( 1, 0, 0.24, color="r", label="Simétrica")
ax.set_title("Distribuição Normal")
fig.legend();
```



Como a variável x é continua, sendo assim pode assumir infinitos valores, e tambem toda a area da curva gaussiana é 1. Logo para calcular a área entre 1 e 2 da normal:

$$P = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx$$

2.3.4 2.3.6. QQ Plot

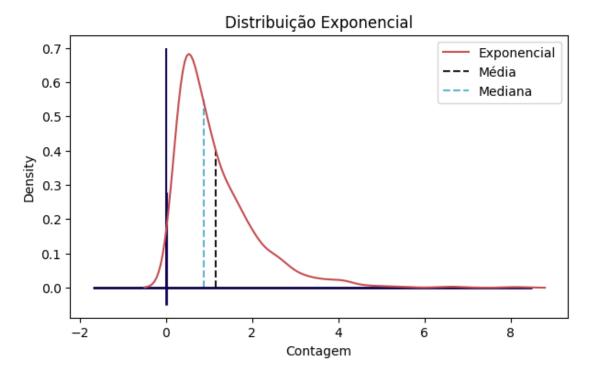
```
[]: |##
```

2.3.5 2.3.3 Distribuição Exponencial

A concentração dos dados em uma distribuição exponencial é diferente.

```
[870]: x = ss.expon.rvs( 0.2, size=1000);

[871]: fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
    ax = sns.distplot(x, color="r", hist=false, label="Exponencial");
    ax.set_xlabel("Contagem");
    ax.vlines( np.mean(x), 0, 0.4, color="k", linestyle="--", label="Média" )
    ax.vlines( np.median(x), 0, 0.55, color="c", linestyle="--", label="Mediana" )
    ax.vlines( 0, 0, 0.7, color="#12004f", linestyle="-")
    ax.vlines( 0, -0.05, 0.28, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.hlines( -0.001, -1.7, 8.5, color="#12004f", linewidth=2, linestyle="-")
    ax.set_title("Distribuição Exponencial")
    ax.legend();
```



2.3.6 2.3.4 Distribuição Weibull

[12]: # Melhorar Informações

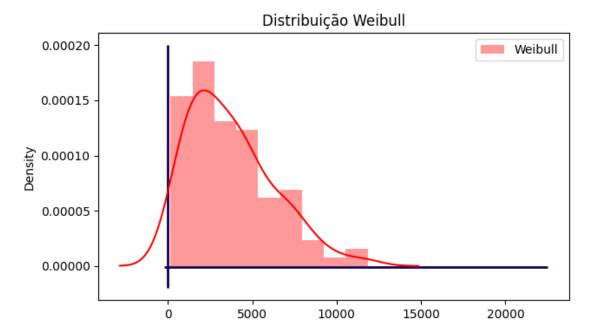
É uma extensão da distribuição Exponencial, na qual a taxa de evento pode mudar de acordo ocm um "parâmetro de forma" Se > 1, a probabilidade de um evento aumenta com o tempo. Se < 1, a probabilidade de um evento diminui com o tempo. Sendo assim, pode ser utilizada na análise de sobrevivência & confiabilidade, e sua função é:

```
[86]: x = ss.weibull_min.rvs(1.5, scale=5000, size=100)

fig, ax = plt.subplots( figsize=(7, 4) )
ax = sns.distplot( x, color="r", label="Weibull");
ax.hlines( -.1/(1000*100), 150*150, -200, color="#12004f", linewidth=2,u

ilinestyle="-")
ax.vlines( -.1/(1000*100), -.1/(500*10), .1/(500), color="#12004f",u

ilinewidth=2, linestyle="-")
ax.set_title("Distribuição Weibull")
ax.legend();
```

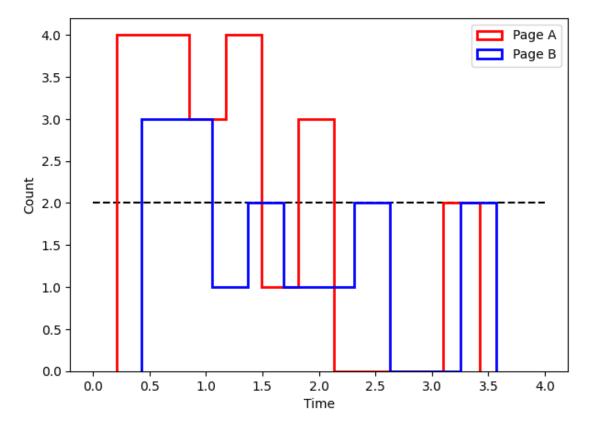


3 3.0. Capítulo 3

3.1 3.1. Teste T de Student

O teste T de Student nada mais é que um teste de comparação de dois grupos em relação a sua média. Nas quais os dados são numéricos, mas para que seja utilizado é necessário usar uma forma padronizada de estatística de teste.

 H_o : A média do tempo de sessão para a página A é maior ou igual que a B H_a : A média do tempo de sessão para a página A é menor que a B



```
[179]: list = ["less", "two-sided"]
  mean_a = np.mean( df[df.Page .== "Page A", 2] )
  mean_b = np.mean( df[df.Page .== "Page B", 2] )
  std_a = np.std( df[df.Page .== "Page A", 2] )
  std_b = np.std( df[df.Page .== "Page B", 2] )
```

P-Value One Sided 0.141 T-Statistic: -1.098 P-Value Two Sided 0.282 T-Statistic: -1.098

```
[189]: pearson_r(ti, df) = √( (ti^2) / (ti^2 + df ) );
    glass_delt( x_bari, x_barj, stdi ) = (x_bari - x_barj) / stdi;
    cohen_d(x_bari, x_barj, stdi, stdj) = ( x_bari - x_barj ) / √( ( stdi^2 + to stdj^2 ) / 2 );
    hedge_g( d, ni, nj ) = ( d * ( 1 - ( 3 / (4*(ni + nj - 9)))));

    gl = glass_delt( mean_a, mean_b, std_a )
    r = pearson_r( t_test[1], 34 )
    d = cohen_d( mean_a, mean_b, std_a, std_b )
    g = hedge_g( d, n1, n2 )

    @printf "Glass : %.4f" gl
    @printf "\nPearson : %.4f" r
    @printf "\nCohen's d: %.4f" d
    @printf "\nHedge's g: %.4f" g
```

Glass: -0.4131 Pearson: 0.1851 Cohen's d: -0.3869 Hedge's g: -0.3761

- Glass : É a diferença média entre os dois grupos dividido pelo desvio padrão do grupo controle.
- Pearson : Pearson / Rosenthal serve para calcular a correlação utilizando o P Value e os Graus de Liberdade.
- Cohen's d: Diferença das médias, é uma formula do "tamanho do efeito", que resumidamente mede o tamanho das associações entre as variáveis ou da diferença entre as médias dos grupos.

• Hedge's g: Correção do D de Cohen.

4 x.0. Referências

[]:

[]:

[]:

PETER BRUCE & ANDREW BRUCE Estatística prática para cientistas de dados: 50 conceitos essenciais. Link: https://www.amazon.com.br/Estat%C3%ADstica-Pr%C3%A1tica-Para-Cientistas-Dados/dp/855080603X DAVID MATOS 8 Conceitos Estatísticos Fundamentais Para Data Science. Link: https://www.cienciaedados.com/8conceitos-estatisticos-fundamentais-para-data-science/IGOR SOARES Correlação não implica em Causalidade.Link: https://medium.com/@felipemaiapolo/correla%C3%A7%C3%A3on%C3%A3o-implica-em-causalidade-8459179ad1bc.annahaensch **Número de Casos de Di**vórcio \mathbf{em} MaineLink: https://blogs.ams.org/blogonmathblogs/2017/04/10/divorce-andmargarine/Wikipédia Cramer's VLink: https://en.wikipedia.org/wiki/Cram%C3%A9r%27s V