

Университет ИТМО

Информатика

Отчет по лабораторной работе №2 (Синтез помехоустойчивого кода)

ФИО студента: Готовко Алексей Владимирович

Номер варианта: 55

Направление подготовки: 09.03.04 (СППО)

Учебная группа: Р3119

ФИО преподавателя: Балакшин Павел Валерьевич

Санкт-Петербург, 2021 г.

Оглавление

1.	Задание	3
1.1	Порядок выполнения работы	3
1.2	Вариант задания	4
2.	Основные этапы вычисления	4
3.	Вывод	8
4.	Список литературы	8

1. Задание

1.1 Порядок выполнения работы

- 1.1.1 Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.
- 1.1.2 На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
- 1.1.3 Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
- 1.1.4 Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
- 1.1.5 На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
- 1.1.6 Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
- 1.1.7 Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
- 1.1.8 Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
- 1.1.9 Необязательное задания для получения оценки «5» (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БАРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход из командной строки получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а

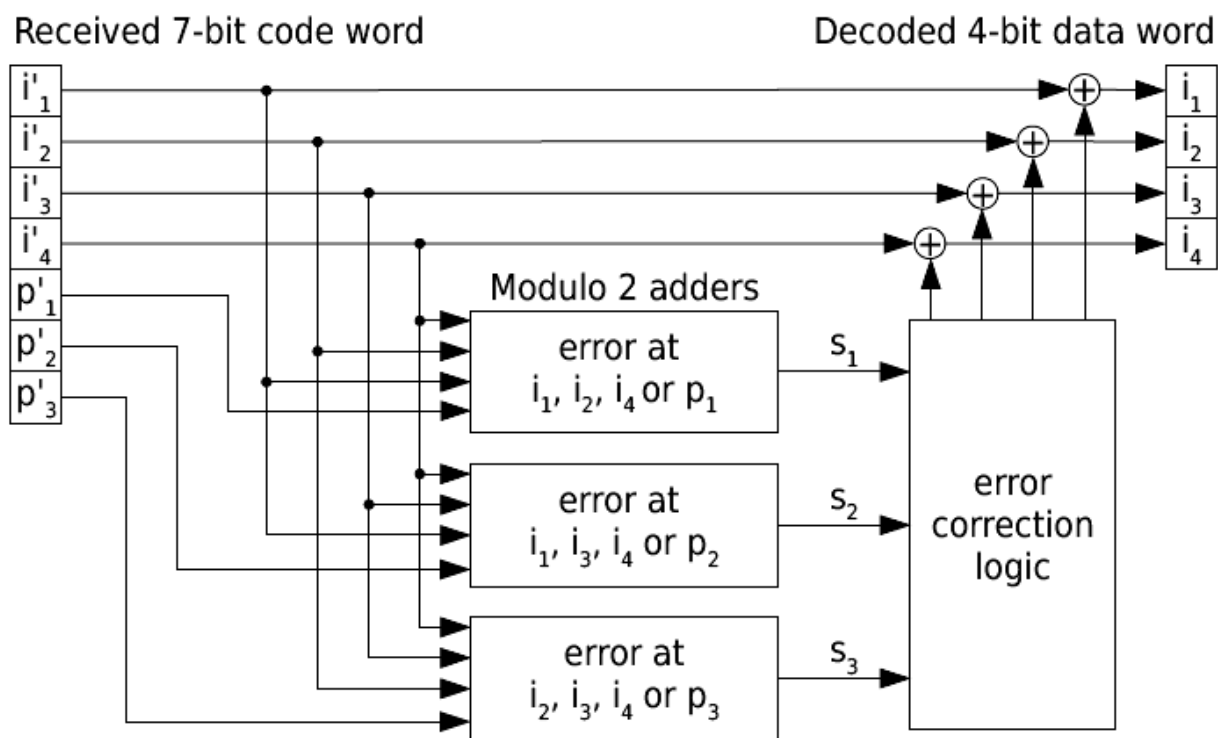
затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

1.2 Вариант задания

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
55		r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁
2	55	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	41	1	1	1	0	0	1	0								
	72	0	0	0	1	1	0	1								
	104	0	1	1	0	1	1	1								
	24	1	0	1	0	0	0	1								

2. Основные этапы вычисления

Схема декодирования кода Хэмминга (7;4):



2.1 Было получено сообщение 1110010. Заполним таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	1	1	1	0	0	1	0	0
2	1	1	1	0	0	1	0	1
4	1	1	1	0	0	1	0	1

Посчитаем синдромы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Запишем синдром S:

$$S = 110_2 = 6_{10} \rightarrow \text{ошибка в 6-ом бите.}$$

Правильное сообщение: 1110000 (с проверочными битами) или 1000 (только информационные биты).

2.2 Было получено сообщение 0001101. Заполним таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	0	0	0	1	1	0	1	0
2	0	0	0	1	1	0	1	1
4	0	0	0	1	1	0	1	1

Посчитаем синдромы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Запишем синдром S:

$$S = 110_2 = 6_{10} \rightarrow \text{ошибка в 6-ом бите.}$$

Правильное сообщение: 0001111 (с проверочными битами) или 0111 (только информационные биты).

2.3 Было получено сообщение 0110111. Заполним таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	0	1	1	0	1	1	1	1
2	0	1	1	0	1	1	1	0
4	0	1	1	0	1	1	1	1

Посчитаем синдромы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Запишем синдром S:

$$S = 101_2 = 5_{10} \rightarrow \text{ошибка в 5-ом бите.}$$

Правильное сообщение: 0110011 (с проверочными битами) или 1011 (только информационные биты).

2.4 Было получено сообщение 1010001. Заполним таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	1	0	1	0	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	0	1	0
4	1	0	1	0	0	0	1	1

Посчитаем синдромы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

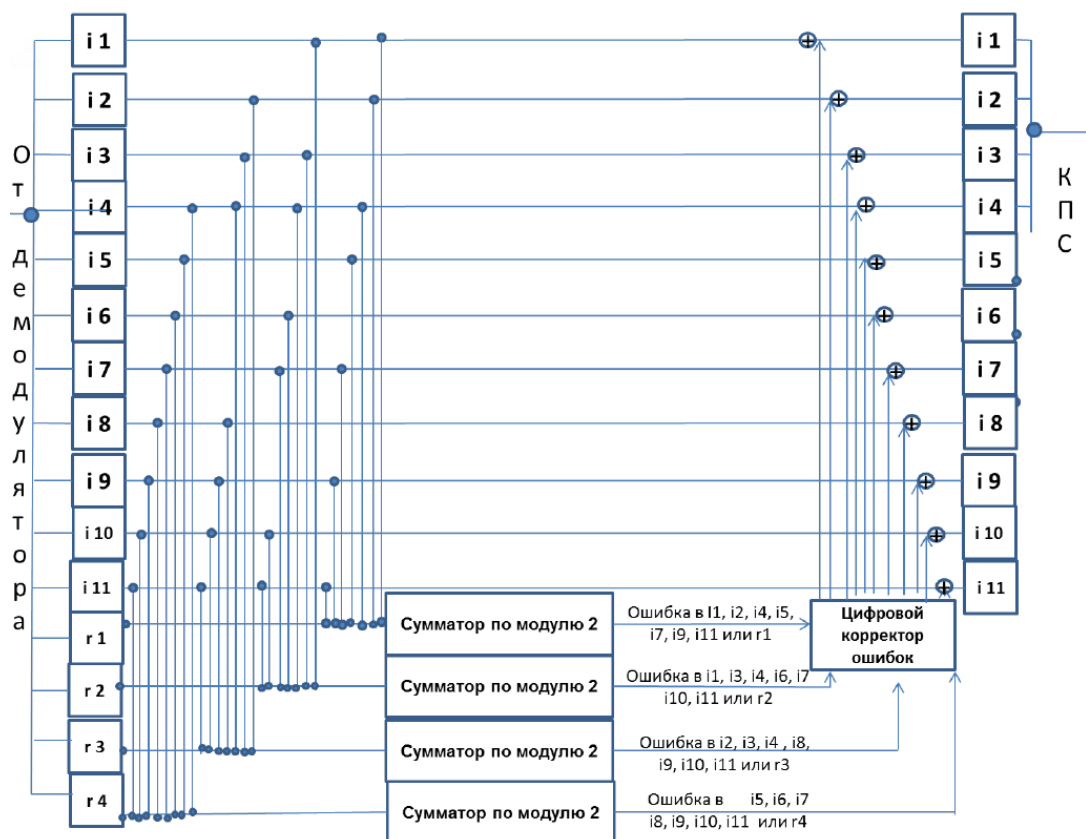
$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Запишем синдром S :

$$S = 101_2 = 5_{10} \rightarrow \text{ошибка в 5-ом бите.}$$

Правильное сообщение: 1010101 (с проверочными битами) или 1101 (только информационные биты).

Схема декодирования кода Хэмминга (15;11):



2.5 Было получено сообщение 010001101110011.

Заполним таблицу:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	S
1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
2	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1

Посчитаем синдромы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Запишем синдром S:

$$S = 1010_2 = 10_{10} \rightarrow \text{ошибка в 10-ом бите.}$$

Правильное сообщение: 010001101010011 (с проверочными битами) или 00111010011 (только информационные биты).

2.6 Сложим номера заданий, умножим на 4:

$$i = (41 + 72 + 104 + 24 + 55) * 4 = 1184$$

Оценим количество проверочных битов r:

$$2^r \geq r + i + 1 \leftrightarrow 2^r \geq r + 1184 + 1 \rightarrow r \geq 11$$

Вычислим коэффициент избыточности:

$$k = \frac{r}{r + i + 1} = \frac{11}{11 + 1184} \approx 0.009$$

2.7 Программа, реализующая код Хэмминга (7;4), написанная на языке C++:

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2
3  using namespace std;
4
5  int main() {
6      while (true) {
7          string msg;
8          cout << "Enter 7-digit binary message (or type \"q\" to quit): ";
9          cin >> msg;
10         if (msg == "q") return 0;
11         if (msg.size() != 7) {
12             cout << "Too long or too short." << '\n';
13             continue;
14         }
15         for (char c : msg) if (c != '0' && c != '1') {
16             cout << "Invalid symbols." << '\n';
17             continue;
18         }
19         int r1 = msg[0] - '0', r2 = msg[1] - '0', r3 = msg[3] - '0', i1 = msg[2] - '0', i2 =
msg[4] - '0', i3 = msg[5] - '0', i4 = msg[6] - '0';
20         int s1 = r1 ^ i1 ^ i2 ^ i4, s2 = r2 ^ i1 ^ i3 ^ i4, s3 = r3 ^ i2 ^ i3 ^ i4;
21         int S = s3 * 4 + s2 * 2 + s1;
22         if (S == 0) {
23             cout << "No errors. Decrypted message is " << msg << '\n';
24             continue;
25         }
26         cout << "Error in bit " << S << ". ";
27         msg[S - 1] = (msg[S - 1] - '0') ^ 1 + '0';
28         cout << "Decrypted message is " << msg[2] << msg[4] << msg[5] << msg[6] << '.' <<
'\n';
29     }
30 }
31

```

3. Вывод

В процессе выполнения лабораторной работы удалось узнать, как работает код Хэмминга, и научиться им пользоваться.

4. Список литературы

- [Презентация лекции №2](https://isu.ifmo.ru/pls/apex/f?p=2002:0:116200300992488::DWNLD_F:NO::FILE:DB6358154F59FBECDC43C9AAA77D3409)
(https://isu.ifmo.ru/pls/apex/f?p=2002:0:116200300992488::DWNLD_F:NO::FILE:DB6358154F59FBECDC43C9AAA77D3409)
- [Черновик методического пособия «Информатика»](https://vk.com/doc-31201840_566998093)
(https://vk.com/doc-31201840_566998093)