

# Lezione 14 Geometria 1

Federico De Sisti

2024-04-04

## 1 Precisazione

Siano  $S, T$  sottospazi affini in uno spazio euclideo  $\delta$  di dimensione  $n$ . Diciamo che  $S, T$  sono ortogonali se, posto  $S = p + U$ ,  $T = q + W$ ,  $p \in S, q \in T$   $U, W$  sottospazi vettoriali di  $V$ ,

$$\langle U, W \rangle = 0 \quad \text{se } \dim(S) + \dim(T) < n.$$

$$\langle U^\perp, W^\perp \rangle = 0 \quad \text{se } \dim(S) + \dim(T) \geq n.$$

### Esempi

1. Due rette  $r, s$  in  $\mathbb{E}^3$  con vettori direttori  $v_s, v_r$

**COMPLETARE CON DISEGNI**

2. retta e piano in  $\mathbb{E}^3$

**COMPLETARE CON DISEGNI**

3. due piani in  $\mathbb{E}^3$

**COMPLETARE CON DISEGNI**

sarò sincero, non si capisce un cazzo

## 2 Esercizi foglio 4

### es 3

$$r : \begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad r' = \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_3 = -1 \end{cases}$$

Posizione reciproca

La direzione di  $r$  è  $\mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , quella di  $r' = \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Essendo tali vettori indipendenti, le rette non sono parallele

$$p' = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \in r', \quad O \in r$$

$$\overrightarrow{Op'} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

quindi  $r, r'$  sono sghembi

$S = \pi \cap \pi'$   $\pi$  piano per  $r$  parallelo a  $v \wedge v'$

$\pi'$  piano per  $r'$  parallelo a  $v \wedge v'$

$$v \wedge v' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad v \wedge v' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$\pi : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$$\pi' : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

trasformiamo in coordinate cartesiane

$$\pi \rightarrow \det \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow x_1 - x_2 = 0$$

analogo per  $\pi'$

**es 4**

proiezione ortogonale su  $\pi$

simmetria ortogonale di asse  $\pi$

$$\pi : 2x_1 + x_2 - x_3 + 2 = 0.$$

vettore normale a  $\pi$   $p_0 \in \pi$

$$p(p) = p_0 + \tilde{p}(\overrightarrow{p_0 p})$$

$$\sigma(p) = p_0 + \tilde{\sigma}(\overrightarrow{p_0 p})$$

$$\text{scelgo } p_0 \in \pi \quad p_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$W \text{ giacitura di } \pi = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \mathbb{R}^3 = W \oplus W^\perp$$

Dobbiamo decomporre  $\overrightarrow{p_0 p}$  rispetto a  $W \oplus W^\perp$   $W^\perp = \mathbb{R} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 - 2 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Questo poi è solo un sistema noioso da risolvere

$$p \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 3 \end{pmatrix} = ( \text{ guarda le lavagnate, è un super vettore}).$$

sulle lavagnate trovi anche il risultato della simmetria