Lezione 5 Fisica Generale I

Federico De Sisti

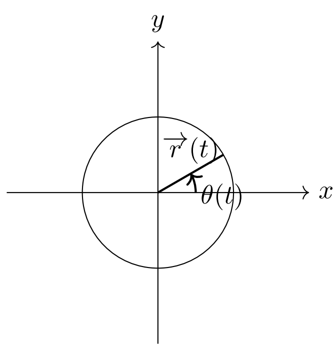
2024-10-09

1 Chissà

$v(t_1) = v_2 \;\; (t_1) = x_2$
$v(t) = v_1 + a(t - t_1)$
$x(t) = x_2 + v_1(t - t_2) = \frac{a}{2}\left[(t - t_1)^2 + (t_2 - t_1)^2\right]$
Se $t_1 = t_2 = 0$
$x(t) = x_2 + v_1(t - t_1) + \frac{a}{2}(t - t_1)^2$
$t_1 = t_2 = 0$
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2$
Dimostrare che questa equazione del moto fa qualcosa di poco chiaro (per esercizio)

$$x(t_2) = x_2 = x_0 + v_0 t_2 + \frac{1}{2}at_2^2.$$

$$v(t_1) = v_1 = v_0 + at_1.$$



$$\begin{cases} x(t) = r\cos\theta(t) \\ y(t) = r\sin\theta(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = -r\sin\theta(t)v(t) \\ v_y(t) = r\cos\theta(t)v(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x(t) = -r\cos\theta(t)[\theta(t)]^2 - r\sin\theta(t)\theta(t) \\ a_y(t) = -r\sin\theta(t)[\theta(t)]^2 + r\cos\theta(t)\theta(t) \end{cases}$$

$$\theta(t)'' = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} = \alpha(t).$$

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2} = r\theta(t) = r\omega(t).$$

$$a(t) = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)} = \sqrt{r^2\theta'(t) + r^2\theta'(t)}$$

$$= \sqrt{r^2\omega^2(t) + r^2\alpha^2(t)} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}.$$

$$\theta'(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}.$$

Nel caso del moto circolare uniforme
$\omega = cost = \frac{d\theta(t)}{dt} \qquad \theta_0 = \theta(0)$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t = \varphi + \omega t.$$

Dove φ è la condizione iniziale dell'angolo

$$\begin{cases} x(t) = r\cos(\omega t + \varphi) = r\cos(\theta(t)) \\ y(t) = r\sin(\omega t + \varphi) = r\sin(\theta(t)) \end{cases}.$$

1.1 Moto circolare uniformemente accellerato

$\alpha = cost$

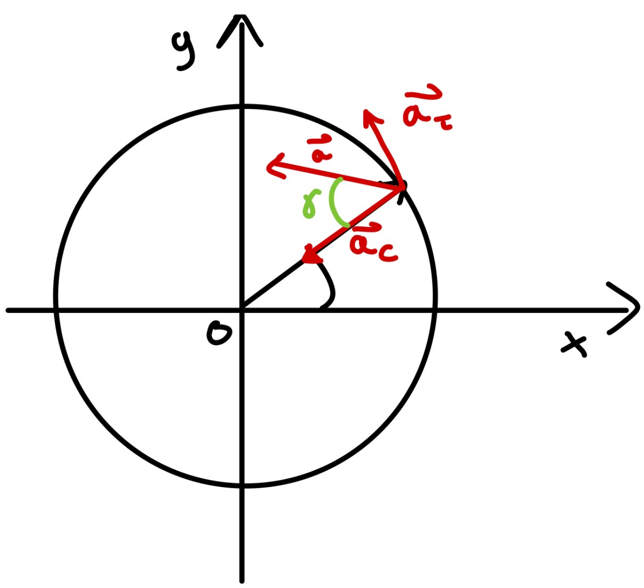
$$\frac{d\omega}{dt}\alpha \Rightarrow \omega(t) = \omega_0 + \alpha t.$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(t) \Rightarrow \theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2.$$

$$\theta_0 = \omega_0 = 0 - \theta(t) - \frac{1}{2}\alpha t^2.$$

$$a(t) = \sqrt{r^2\theta'(t)^4 + r^2\theta''(t)^2} = \sqrt{r^2\omega^4(t) + r^2\alpha^2}.$$

$$= \sqrt{r^2\alpha^4 t^4 + r^2\alpha^2} = r\alpha\sqrt{\alpha^2 t^2 + 1}.$$



$$\begin{cases} a_t = a\sin\gamma \\ a_c = a\cos\gamma \end{cases}$$

$$\gamma = \arctan\frac{a_t}{a_c} \quad \gamma = \arctan\frac{1}{\alpha t^2}$$

Esercizio:
Ho un orologio in cui le lancette segnano le 3:00
Dopo quanto tempo le lancette formeranno un anoglo di $\pi/2$ tra di loro?
Svolgimento

$$T_ore = 12h \quad T_minuti = 1h \;\; \omega_{ore} = \frac{2\pi}{T_{ore}} \qquad \omega_{minuti} = \frac{2\pi}{T_{minuti}}$$

$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$
$\theta_{ore}(t) = \omega_{ore} t$
$\theta_{minuti}(t) = -\frac{\pi}{2}\omega_{minuti} t$
Dobbiamo trovare il più piccolo t^* tale che
$\theta_{ore}(t^*) - \theta_{minuti}(t^*) = \pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{2\pi}{12h}t^* - \frac{2\pi}{1h}t^* + \frac{\pi}{2} = \pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi.$$

Proviamo prima con il $+$ e poicon il $-$
$n = 0$

$$t^*_+ = \frac{12}{11}h.$$

ora, con il $-$

$$t^*_- = \frac{6}{11}h < t^*_+.$$

$a = 2m/s$
v dopo $5s$
v_m in $[0, 5]s$

$$v(t) = at.$$

$$v(t = 5s) = 2m/s^2 \cdot 5s = 10m/s.$$

$$2)v_m = \frac{x(t = 5s) - x(t = 0s)}{\Delta t}.$$

$$x(t_0) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2.$$

$$\Delta x = x(t) - x(0) = v(0)t + \frac{1}{2}at^2.$$

$$\overline{v} = \frac{v(0) + v(t^*)}{2} = \frac{10}{2}m/s = 5m/s$$

.

Esempio:
Una macchina va, ad una velocità di $v = 100km/h$
$a = -5m/s^2$
$1)\Delta x = x(t) - x(0) = ?$
2) quanti ci mette?

Svolgimento
1)

$$x(t) - x(0) = \Delta x = \frac{v(t)^2 - v(0)^2}{2a}.$$

Dove t^* è il tempo in cui la macchina si ferma

$$x(t^*) - x(0) = \frac{v(t^*) - v(0)^2}{2a} = -\frac{v(0)^2}{2a} = 77m.$$

2)

$$v(t) = v(0) + at.$$

$$v(t^*) = 0 = v(0) + at^*.$$

$$t^* = 5.5s.$$

Con il tempo di reazione?
reazione $= 0.5s$
$x(t) = x_0 + vt$
$x(t_{frenata}) - x_0 = vt_{reazione}$
Problema inverso, ho lo stesso tempo di reazione, se voglio fermarmi dopo 100 metri, qual'è la velocità massima che posso tenere?

$$x(t_{frenata}) - x_0 = vt_{reazione}.$$

$$v(0)t_{reazione} = \frac{v(0)^2}{2a} \leq \Delta x_{max}.$$

$$v_{max}t_{reazione} - \frac{v_{max}^2}{2a} - \Delta x_{max} = 0.$$

$$-2av_{max}t_{max} + v_{max}^2 + 2a\Delta x_{max} = 0.$$

$$v_{max} = at_{reazione} \pm \sqrt{a^2 t_{max}^2 - 2a\Delta x_m ax}.$$