Lezione N+5 Geometria 2

Federico De Sisti

2025-05-27

0.1 Zenobobi

Definizione 1 (Parametrizzazione di Monge)

$f : V \to \mathbb{R}$ *differenziabile aperto di* $\mathbb{R}^{n-1} \Rightarrow \begin{aligned}\varphi :& V \to U = Im(\varphi)\\ &(a_1, \dots, a_{n-1}) \to (a_1, \dots, a_{n-1}, f)\end{aligned}$

èunaparametrizzazione.

Teorema 1
Sia $S \subseteq \mathbb{R}^3$
una superficie differenziabile immersa allora $\exists$ *una parametrizzazione di Monge per ogni punto di* S

Dimostrazione
$p \in S$
$\begin{aligned}\psi :& V \to U\\ & q \to p\end{aligned}$ *parametrizzazione*
$d\psi$ *è iniettivo,* $q = \psi^{-1}(p)$
ed è dato della matrice Jacobiana
GUARDA 17 25

$$\pi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2.$$

proiezione su (x, y)
$\pi \circ \psi$ *ha differenziale in* q *che è isomorfismo*
$\Rightarrow$ *a meno di restringere l'aperto* U *abbiamo* $\pi \circ \psi : U \to W = \pi(U)$ *invertibile con inversa* C^∞
INSERISCI IMMAGINE 5 28
Otteniamo la parametrizzazione di Mange definita da

$$\begin{aligned}\tilde{\psi} =& \psi \circ (\pi \circ \psi)^{-1} : W \to U\\ &(x, y) \to (x, y, f(x, y))\end{aligned}.$$

È C^∞ *sui punti di* W *componibile con l'inversa della restrizione* $\pi|_U$ $\square$