Lezione 4 Fisica Generale 1

Federico De Sisti

2024-10-07

1 Ripasso scorsa lezione

Accelerazione ha due componenti:
$\overrightarrow{a_t}$ tangente al vettore velocità
$\overrightarrow{a_n}$ normale al vettore velocità

$$ds \simeq dr = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

$$ds = dt\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

$$\int_{S(0)}^{S(t)} ds = \int_0^t dt\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

$$S(t) = \int_0^t dt\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

$$\begin{cases} x(\theta) = r\cos\theta \\ y(\theta) = r\sin\theta \end{cases}.$$

$$\int_{S(\theta=0)=0}^{S(\theta)} ds = \int_0^\theta r d\theta = r\theta.$$

$$S(\theta) = \theta r.$$

Voglio adesso parametrizzare in funzione del tempo

$$\begin{cases} x(t) = r\cos(\theta(t)) \\ y(t) = r\sin(\theta(t)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -r\sin(\theta(t))\theta'(t) \\ \frac{dy}{dt} = r\cos(\theta(t))\theta'(t) \end{cases}.$$

$$ds = dt\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}.$$

Scrivendo $\theta'(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ otteniamo

$$ds = dtr\left|\frac{d\theta}{dt}\right| \Leftrightarrow v(t) = \frac{dr}{dt} = r\omega(t).$$

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{r}.$$

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_t} + \overrightarrow{a_c}.$$

$$\overrightarrow{a_t} = \frac{dv(t)}{dt}\hat{v}(t).$$

$$\overrightarrow{a_c} = \overrightarrow{\omega}(t) \times \overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{\omega}(t) \times \left(\overrightarrow{\omega}(t) \times \overrightarrow{r}(t)\right).$$

2 Moto Circolare Uniforme

$v(t) = v = cost \Leftrightarrow \omega(t) = \omega = cost$

$\begin{cases} x(t) = r\cos(\omega t) \\ y(t) = r\sin(\omega t) \end{cases} \quad x^2(t) = y^2(t) = r^2 = cost$

$\begin{cases} v_x(t) = -r\omega\sin(\omega t) \\ v_y(t) = r\omega\cos(\omega t) \end{cases}$

$$|v(t)| = \sqrt{v_x^2(t) + v_t^2(t)} = \sqrt{r^2\omega^2\sin^2(\omega t) + r^2\omega^2\cos^2(\omega t)} = r\omega.$$

Quindi la velocità non dipende dal tempo

Accelerazione:

$\begin{cases} a_x(t) = -r\omega^2\cos(\omega t) \\ a_y * t(= -r\omega^2\sin(\omega t) \end{cases}$

$$|a(t)| = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)} = r\omega^2.$$

Che risulta coinncidere solo con $|a_c(t)|$ poichè la componente $a_n(t)$ non è presente nel moto circolare uniforme

Definizione 1 (Periodo)
Tempo impiegato da un punto materiale a percorrere l'intera circonferenza

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = \frac{2\pi r}{T}.$$

Con v(t) costante (caso moto circolare uniforme)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\omega r} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Definizione 2 (Frequenza)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Nota sulle unità di misura

$\begin{cases} \omega : \frac{rad}{s} \\ f : s^{-1} \end{cases}$

3 Moto Circolare

$\overrightarrow{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{r}(t)}{dt}$

$\overrightarrow{a}(t) = \frac{d\overrightarrow{v}(t)}{dt}$

Per una qualunque funzione derivabile possiamo scrivere

$$\frac{df(x)}{dx} = u(x).$$

$$f(x) = \int u(x)dx.$$

$$f(x) = f(x_0) + \int_{x_0}^{x} v(x)dx.$$

Analogo è il ragionamento per i vettori

$$\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{r}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \overrightarrow{u}(t')dt' \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_x(t')dt' \\ y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_y(t')dt' \\ z(t) = z(t_0) + \int_{t_0}^{t} v_z(t')dt' \end{cases}.$$

$$\overrightarrow{v}(t) = \overrightarrow{v}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \overrightarrow{a}(t')dt'.$$

Anche questa vale per 3 equazioni scalari

4 Moto rettilineo uniforme

$v = costante = 5m/s$
$x(0) = 2m$
$s(5) = ?$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(t')dt' \;\Rightarrow\; 2 + \int_{0}^{5} 5dt' = 27m.$$

Generalizzazione

$$v(t) = v_0 + \int_{0}^{t} adt' = v_0 + at.$$

$$x(t) = x_0 + \int_{0}^{t} (v_0 + at')dt' = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Espressione del moto uniformemente accelerato

Esercizio
$a = cost$
Se il punto è in x_1 la sua velocità è v_1
Se il punto è in x_2 la sua velocità è v_2
Trova l'accelerazione
Svolgimento

$$x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2 \quad v(t) = v(0) + at.$$

$$x_1 = x(0) + v(0)t_1 + \frac{1}{2}at_1^2 \quad v_1 = v(0) + at_1.$$

$$x_2 = x(0) + v(0)t_2 + \frac{1}{2}at_2^2 \quad v_2 = v(0) + at_2.$$

Scelgo da dove inizio a contare:
$x(t = 0) = x_1$
$v(t = 0) = v_1$

$$x(t_2) = x_2 = x_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2}at_1^2.$$

$$v(t_2) = v_2 = v_1 + at_2.$$

$$t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a}.$$

$$x_2 = x_1 + v_1\frac{v_2 - v_1}{a} + \frac{1}{2}\cancel{a}\frac{(v_2 - v_1)^2}{a^{\cancel{2}}}$$

.

$$x_2 = x_1 + \frac{\cancel{v_1}v_2 - v_1^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_2^2 + v_1^2 \cancel{-2v_1v_2}}{a}.$$

$$\Rightarrow x_2 = x_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}.$$

$$a = \frac{1}{2}\frac{v_2^2 - v_1^2}{x_2 - x_1}.$$