Cuadro de texto para mostrar el título y el subtítulo del documento

|  |
| --- |
| **Alejandro Campoy Nieves David Criado Ramón Nour Eddine El Alaoui Luis Gallego Quero** |

# 

Contenido

1. [**1.** **Introducción**](#h.30j0zll)
2. [**1.1** **Algoritmos voraces**](#h.1fob9te)
3. [**1.2** **Presentación del problema**](#h.3znysh7)
4. [**2.** **Código**](#h.2et92p0)
5. [**2.1** **Cálculo del tiempo medio**](#h.tyjcwt)
6. [**2.2** **Generación aleatoria de tuplas**](#h.3dy6vkm)
7. [**2.3** **Main**](#h.1t3h5sf)
8. [**2.4** **Modificaciones para contraejemplos**](#h.4d34og8)
9. [**3. Orden creciente de tamaño de programa**](#h.2s8eyo1)
10. [**4. Orden decreciente de frecuencia de ejecución**](#h.17dp8vu)
11. [**5. Orden decreciente frecuencia entre tamaño**](#h.3rdcrjn)
12. [**Anexo I – Datos utilizados para gráficas**](#h.lnxbz9)

# Introducción

# Algoritmos voraces

Un algoritmo voraz es aquel que, para resolver un determinado problema, sigue una heurística consistente en elegir la opción óptima en cada paso local con la esperanza de llegar a una solución general óptima. Este esquema algorítmico es el que menos dificultades plantea a la hora de diseñar y comprobar su funcionamiento. Normalmente se aplica a los problemas de optimización. Para el funcionamiento de esta técnica, se consta con cinco elementos. Un conjunto C de candidatos (entradas del problema), la función solución que comprueba, en cada paso, si el subconjunto actual de candidatos elegidos forma una solución. La función selección informa de cuál es el elemento más prometedor para completar la solución, la función factibilidad informa si a partir de un conjunto se puede llegar a una solución y por fin la función objetivo que es aquella que determina el valor de una solución.

# Presentación del problema

El problema planteado se base en dispositivo de almacenamiento de capacidad infinita (en la descripción dada una cinta) en la que se almacenan una serie de programas de los cuales sabemos dos datos: su tamaño (en kb) y su frecuencia de ejecución (tomando valores entre 0 y 1). Así pues y sabiendo que cuando se ejecuta un programa la cinta se rebobina al principio la función que nos da el tiempo medio y se pretende minimizar mediante una técnica voraz es la siguiente:

Con el fin de minimizar la función y sabiendo que el orden creciente de i corresponde a la disposición de los programas en el dispositivo de almacenamiento trabajaremos sobre los siguientes criterios de ordenación para demostrar o no su optimalidad.

* Orden creciente de tamaño (.
* Orden decreciente de frecuencia .
* Orden decreciente de frecuencia/tamaño .

# Código

***Nota:*** *El problema propuesto siempre tiene solución (aunque no siempre será óptima) por tanto no tiene sentido hablar de función de factibilidad o conjunto de seleccionados.*

# Cálculo del tiempo medio

La siguiente función corresponde con la ***función solución.***

**Nota:** Con el fin de sacar números fáciles para la lectura humana el valor de la constante c, asociada a la densidad y velocidad de la cinta, es fijada a 0,000004.

El código aquí presentado no realiza nada más que la función matemática presentada previamente.

Cabe destacar que la programa es un alias para una tupla formada por 3 elementos. El primero es un identificador para el dato en el orden inicial, el segundo es el tamaño en kb del programa y el tercero es la frecuencia normalizada en la que puede se ejecuta el programa.

Así pues, para facilitar la legibilidad del código se utilizan las directivas de preprocesamiento #DEFINE para dar el valor 0 a ID, el 1 a KB y el 2 a FREC, correspondiéndose con el orden en el que se encuentran las tuplas predispuestas.

# Generación aleatoria de tuplas

La siguiente función genera las muestras aleatorias que vamos a utilizar para la resolución del problema y por tanto dan lugar al ***conjunto de candidatos.***



Caben destacar tres cosas sobre esta función:

* Devuelve las tuplas ordenadas en orden creciente de ID.
* Los tamaños varían con números enteros entre 0 y 40000 KB.
* La probabilidad se encuentra normalizada entre 0 y 1 y suma exactamente 1 en total.

# Main

El main nos muestra como recibimos por parámetro el tamaño de la muestra a utilizar:

Y las diferentes variaciones en las que modificamos una función anónima (función lambda) que se corresponde con el criterio de ordenación y desde el punto de vista del algoritmo greedy con nuestra ***función selección.***





Para ayudarnos también ha obtener los datos utilizados para realizar las gráficas y disponibles en las tablas del Anexo I. Debido a la necesidad de que los datos generados utilicen la misma muestra nos apoyamos de *ofstream con el siguiente código:*

La siguiente sería una muestra de ejecución de nuestro programa pasando como argumento 25000.



# Modificaciones para contraejemplos

Con el objetivo de facilitar las demostraciones de los contraejemplos añadimos un trozo de código que imprime por pantalla el vector inicial y nos muestra cómo se encuentra el vector ordenado para los criterios dados.



*Nota: Las gráficas que se obtienen a partir de los siguientes apartados se basan en los datos presentados en el Anexo I.*

# 3. Orden creciente de tamaño de programa

Semánticamente resulta fácil de deducir que por la definición del problema el tamaño del programa es un factor importante y el hecho de que la cinta se rebobine al principio tras cada ejecución nos lleva a la idea de que si tenemos que recorrer la cinta hasta un programa nos interesa que los primeros programas sean los menos pesados o desde un punto de vista matemático ya que la sumatoria va a ser realizada muchas veces (*i veces)*nos interesa que los valores dentro de esa sumatoria queden ordenados de menor a mayor para evitar añadir números innecesarios. La siguiente gráfica nos permite verificar que efectivamente es una buena solución.



La pregunta ahora es, ¿es ésta una solución óptima? La respuesta es no. No es muy difícil llegar a la conclusión de que si ponemos un valor con una gran frecuencia y un gran peso veremos cómo los valores se disparan. Para demostrarlo utilizaremos el siguiente contraejemplo, deshabilitando los valores previamente introducidos y metiendo los valores propuestos en la siguiente tabla.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ID | 0 | 1 | 2 | 3 |
| TAMAÑO | 10000 | 3999 | 7000 | 3000 |
| FRECUENCIA | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

El ejemplo de ejecución para dichos valores sería el siguiente:



Con el ejemplo vemos que obtenemos el menor tiempo para la versión decreciente de la división entre la frecuencia y el tamaño, seguido de la versión decreciente en frecuencia que corresponde con el orden llamado “aleatorio” en que los hemos introducido y por último queda el orden creciente de tamaño, por lo que podemos asegurar que el algoritmo no es óptimo.

# 4. Orden decreciente de frecuencia de ejecución

Como hemos visto en el contraejemplo anterior otro de los factores que afectan al cálculo del tiempo medio es la frecuencia de ejecución. Desde un punto de vista puramente semántico es lógico pensar que si la cinta se rebobina tras cada ejecución nos interesa tener los programas que se ejecutan con más frecuencia al principio de la misma para que el número de elementos de la sumatoria con la que se multiplica dicha frecuencia sea el menor posible. La siguiente gráfica nos muestra una comparación entre los datos iniciales y los datos ordenados mediante este criterio:



Análogamente al caso anterior nos preguntamos, ¿este algoritmo garantiza siempre la solución óptima? La respuesta es otra vez no. Si para una frecuencia elevada tenemos un número extremadamente elevado de KB es posible que aun siendo muy frecuente no compense que esté al principio. Aunque incluso en el contraejemplo de antes veíamos como quedaba de manifiesto que había otro método que era mejor realizamos otra prueba con datos más extremos para el nuevo criterio.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ID | 0 | 1 | 2 | 3 |
| TAMAÑO | 10000 | 3999 | 7000 | 3000 |
| FRECUENCIA | 0.5 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |

El ejemplo de ejecución para dichos valores sería el siguiente:



Como podemos ver en este caso el más lento de todos es el decreciente en frecuencia, por detrás el inicial, el creciente en tamaño y el decreciente de la división entre frecuencia y tamaño en ese mismo orden. Por tanto, podemos garantizar con total seguridad que este criterio voraz no es una solución óptima para el problema.

# 5. Orden decreciente frecuencia entre tamaño

Hemos visto como los dos factores no constantes de la fórmula que daba al tiempo medio de acceso han afectado positivamente en reducir dicho tiempo. No obstante, ninguno de ellos por su cuenta propia ha sido suficiente por sí sólo para dar una solución siempre óptima al problema y por tanto nos queda una única opción, ¿y si buscamos un criterio de ordenación que incluya a ambos? Semánticamente hemos visto que nos interesa que los valores más cercanos al inicio tengan la mayor frecuencia posible pero el menor tamaño. El hecho de que la frecuencia sea directamente proporciona garantiza que a mayor frecuencia más valdrá dicho valor y como el tamaño es inversamente proporcional a menor tamaño más valdrá dicho valor con lo que nos interesa que esté en orden decreciente. Como ahora para seleccionar tenemos en cuenta los dos factores y ningún otro factor afecta al tiempo medio podemos ver que la solución que obtenemos siempre es la óptima. En los ejemplos anteriores ya hemos visto que es la que ha tomado ventaja respecto a la otra en ambos casos y ahora para confirmarlo veamos la siguiente gráfica en la que comparamos todos los criterios propuestos. En el Anexo I podemos comprobar numéricamente cómo para todos los valores este último criterio es el mejor.



# Anexo I – Datos utilizados para gráficas

La siguiente tabla presenta los 500 datos obtenidos tomando datos de 30 en 30 hasta 15000 y midiendo el tiempo con orden aleatorio y con los criterios previamente propuestos.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N PROGRAMAS | INICIAL | TAM ↑ | FREC ↓ | FREC/TAM |
| 30 | 1,4532 | 0,778731 | 0,777038 | 0,652239 |
| 60 | 2,33208 | 1,72977 | 1,74641 | 1,345 |
| 90 | 3,60812 | 2,30421 | 2,2112 | 1,80613 |
| 120 | 4,01799 | 3,051 | 3,01462 | 2,33034 |
| 150 | 5,95315 | 4,15295 | 4,39561 | 3,32869 |
| 180 | 7,31762 | 4,84585 | 4,93393 | 3,75444 |
| 210 | 8,64752 | 5,88129 | 5,99392 | 4,76746 |
| 240 | 8,86382 | 5,92371 | 6,13361 | 4,57625 |
| 270 | 10,8618 | 6,89087 | 7,03887 | 5,29422 |
| 300 | 11,7818 | 7,6169 | 8,19041 | 6,27779 |
| 330 | 13,5576 | 9,43262 | 8,85074 | 7,15428 |
| 360 | 14,5123 | 8,90635 | 9,13803 | 6,73079 |
| 390 | 15,7957 | 10,4267 | 10,3942 | 8,00631 |
| 420 | 17,0406 | 10,8421 | 10,8378 | 8,30872 |
| 450 | 17,6019 | 11,8996 | 12,2923 | 9,47509 |
| 480 | 18,6224 | 12,4335 | 12,3206 | 9,6516 |
| 510 | 20,099 | 12,9888 | 13,3249 | 10,2421 |
| 540 | 22,3211 | 14,5674 | 14,4418 | 11,4692 |
| 570 | 23,4223 | 15,7989 | 15,4884 | 12,1562 |
| 600 | 24,5394 | 16,7077 | 17,0755 | 13,2769 |
| 630 | 24,7329 | 17,1919 | 17,3364 | 13,5131 |
| 660 | 26,3464 | 18,1573 | 18,148 | 14,1852 |
| 690 | 26,9748 | 17,6165 | 18,2059 | 13,8821 |
| 720 | 29,2767 | 19,295 | 19,3592 | 15,193 |
| 750 | 31,2638 | 20,0492 | 19,9722 | 15,5453 |
| 780 | 30,8826 | 20,7349 | 20,6209 | 15,911 |
| 810 | 32,8226 | 22,0968 | 21,8401 | 16,9764 |
| 840 | 33,2474 | 21,4262 | 21,8611 | 16,9842 |
| 870 | 36,0427 | 25,2225 | 24,677 | 19,6666 |
| 900 | 36,4231 | 22,9769 | 22,7303 | 17,8552 |
| 930 | 38,5196 | 25,1765 | 25,3944 | 19,8882 |
| 960 | 36,6244 | 24,6834 | 25,3536 | 19,5571 |
| 990 | 38,8295 | 25,1662 | 25,3866 | 19,4782 |
| 1020 | 41,7876 | 27,293 | 27,6016 | 21,3015 |
| 1050 | 41,4659 | 27,4654 | 26,9311 | 21,1126 |
| 1080 | 43,2072 | 29,1129 | 28,6683 | 22,5231 |
| 1110 | 44,9398 | 29,2545 | 28,9406 | 22,6053 |
| 1140 | 46,9449 | 32,0576 | 31,3373 | 24,831 |
| 1170 | 46,5563 | 31,6948 | 31,2424 | 24,409 |
| 1200 | 47,0959 | 32,277 | 32,2561 | 24,7101 |
| 1230 | 48,8816 | 32,225 | 32,6146 | 25,6622 |
| 1260 | 50,5394 | 34,6205 | 33,3527 | 26,5599 |
| 1290 | 51,0153 | 34,2845 | 34,147 | 26,6569 |
| 1320 | 52,8977 | 36,0885 | 36,141 | 28,3432 |
| 1350 | 53,9926 | 35,9705 | 36,3207 | 28,2405 |
| 1380 | 55,1672 | 36,4985 | 36,987 | 28,9327 |
| 1410 | 58,2346 | 38,4408 | 38,6755 | 30,2685 |
| 1440 | 56,1078 | 37,7656 | 38,3819 | 29,867 |
| 1470 | 59,2775 | 39,4106 | 38,7251 | 30,4907 |
| 1500 | 59,5773 | 39,6906 | 39,7961 | 31,1536 |
| 1530 | 60,1343 | 39,4052 | 39,8672 | 30,5609 |
| 1560 | 62,6998 | 42,4017 | 42,918 | 33,2583 |
| 1590 | 64,9894 | 44,0997 | 43,8318 | 34,4433 |
| 1620 | 66,4298 | 44,8861 | 45,4884 | 35,3842 |
| 1650 | 66,3166 | 44,1666 | 44,8729 | 34,5176 |
| 1680 | 66,7439 | 43,2007 | 43,8871 | 33,89 |
| 1710 | 68,6616 | 46,4225 | 46,444 | 36,4364 |
| 1740 | 68,0343 | 45,2117 | 46,2147 | 35,5522 |
| 1770 | 71,749 | 48,5881 | 48,4735 | 37,4925 |
| 1800 | 74,1635 | 49,6112 | 48,5835 | 38,5188 |
| 1830 | 69,5095 | 46,9611 | 48,0955 | 36,8702 |
| 1860 | 76,3613 | 50,5259 | 51,0116 | 40,1332 |
| 1890 | 74,9184 | 51,7308 | 51,7698 | 40,6719 |
| 1920 | 75,6821 | 52,9296 | 52,3491 | 41,4548 |
| 1950 | 79,1134 | 52,7087 | 52,5412 | 40,8554 |
| 1980 | 81,0632 | 54,363 | 54,5213 | 42,4336 |
| 2010 | 80,844 | 53,1329 | 53,9791 | 41,859 |
| 2040 | 82,125 | 54,6718 | 54,4125 | 42,4201 |
| 2070 | 84,1068 | 58,2782 | 57,4593 | 45,8834 |
| 2100 | 84,1937 | 56,6395 | 57,3538 | 44,8972 |
| 2130 | 84,7772 | 57,383 | 58,6971 | 45,6609 |
| 2160 | 85,8914 | 57,7257 | 57,9333 | 45,1707 |
| 2190 | 86,5345 | 57,2766 | 58,0525 | 45,1573 |
| 2220 | 87,9825 | 57,9934 | 58,9017 | 45,2923 |
| 2250 | 91,971 | 60,002 | 60,1091 | 46,9303 |
| 2280 | 92,4709 | 60,0439 | 60,6422 | 47,097 |
| 2310 | 92,6685 | 62,3105 | 62,3407 | 48,4166 |
| 2340 | 95,4956 | 64,9353 | 63,4253 | 50,0836 |
| 2370 | 93,6028 | 63,6648 | 64,5589 | 49,9089 |
| 2400 | 96,4336 | 65,1055 | 64,1529 | 50,134 |
| 2430 | 94,3965 | 64,5135 | 65,339 | 50,7516 |
| 2460 | 98,2665 | 67,9312 | 67,496 | 53,2466 |
| 2490 | 96,7688 | 65,5293 | 66,0529 | 51,1511 |
| 2520 | 101,853 | 67,7393 | 68,4558 | 53,5337 |
| 2550 | 102,959 | 68,3248 | 67,8426 | 53,0392 |
| 2580 | 105,164 | 70,0626 | 69,497 | 54,3843 |
| 2610 | 107,952 | 72,4588 | 71,5541 | 56,3318 |
| 2640 | 105,607 | 70,2381 | 71,3028 | 55,695 |
| 2670 | 107,864 | 71,2034 | 71,1626 | 55,2588 |
| 2700 | 109,559 | 72,5774 | 73,9942 | 57,2826 |
| 2730 | 106,731 | 72,1548 | 72,9021 | 56,2583 |
| 2760 | 109,566 | 73,6008 | 74,3479 | 58,0191 |
| 2790 | 109,38 | 74,2881 | 74,1441 | 57,3836 |
| 2820 | 112,83 | 76,5117 | 77,805 | 60,6888 |
| 2850 | 116,281 | 77,0948 | 77,2849 | 60,3086 |
| 2880 | 116,161 | 78,4716 | 77,9613 | 60,776 |
| 2910 | 116,542 | 77,3847 | 77,6647 | 60,5607 |
| 2940 | 116,413 | 78,0859 | 78,854 | 60,8711 |
| 2970 | 118,141 | 79,8114 | 79,7263 | 62,0288 |
| 3000 | 120,061 | 81,9236 | 81,6143 | 63,6557 |
| 3030 | 119,923 | 81,2229 | 80,9756 | 63,0919 |
| 3060 | 121,955 | 83,1987 | 84,2968 | 65,4296 |
| 3090 | 122,875 | 81,4056 | 81,3749 | 63,3048 |
| 3120 | 125,778 | 82,3918 | 82,3458 | 64,0279 |
| 3150 | 125,64 | 83,4168 | 84,117 | 64,9546 |
| 3180 | 128,062 | 85,1848 | 85,5249 | 66,6441 |
| 3210 | 129,45 | 83,2843 | 84,3146 | 65,4095 |
| 3240 | 128,667 | 84,1388 | 85,353 | 65,688 |
| 3270 | 128,798 | 84,2858 | 85,2101 | 65,7975 |
| 3300 | 132,848 | 89,2067 | 88,8092 | 69,0817 |
| 3330 | 131,791 | 86,3371 | 86,713 | 67,1475 |
| 3360 | 134,92 | 90,2427 | 90,3032 | 70,3308 |
| 3390 | 133,938 | 90,1134 | 90,7292 | 70,2801 |
| 3420 | 138,765 | 90,3144 | 90,3588 | 70,7132 |
| 3450 | 140,804 | 92,0236 | 92,2083 | 72,3349 |
| 3480 | 140,407 | 94,0531 | 94,1087 | 73,7316 |
| 3510 | 139,898 | 92,9333 | 93,3622 | 72,5168 |
| 3540 | 140,759 | 95,0173 | 95,4793 | 73,9823 |
| 3570 | 142,411 | 93,3183 | 95,3166 | 73,5749 |
| 3600 | 142,118 | 95,1017 | 96,1074 | 74,1085 |
| 3630 | 145,018 | 96,9151 | 96,8026 | 75,0991 |
| 3660 | 150,343 | 100,055 | 99,9279 | 78,1004 |
| 3690 | 150,632 | 101,602 | 101,616 | 79,6516 |
| 3720 | 149,816 | 99,0937 | 99,3831 | 77,5255 |
| 3750 | 152,003 | 101,426 | 99,6862 | 77,8582 |
| 3780 | 150,235 | 100,224 | 100,09 | 78,2351 |
| 3810 | 152,954 | 102,394 | 103,693 | 80,7898 |
| 3840 | 153,66 | 102,438 | 104,052 | 80,5515 |
| 3870 | 155,193 | 101,466 | 102,088 | 79,6812 |
| 3900 | 158,353 | 106,856 | 105,538 | 83,169 |
| 3930 | 155,566 | 103,106 | 105,365 | 81,2061 |
| 3960 | 157,831 | 108,35 | 109,244 | 85,1327 |
| 3990 | 159,549 | 105,373 | 106,131 | 82,6223 |
| 4020 | 160,333 | 108,076 | 107,352 | 84,3976 |
| 4050 | 161,825 | 107,929 | 107,168 | 83,9964 |
| 4080 | 159,009 | 105,719 | 107,268 | 82,5984 |
| 4110 | 163,922 | 108,915 | 108,364 | 84,8707 |
| 4140 | 164,41 | 108,791 | 110,414 | 85,1518 |
| 4170 | 171,003 | 114,157 | 112,158 | 88,7011 |
| 4200 | 167,894 | 110,013 | 111,314 | 85,6433 |
| 4230 | 171,121 | 114,432 | 113,119 | 88,6241 |
| 4260 | 170,295 | 113,572 | 113,432 | 88,1857 |
| 4290 | 170,436 | 115,312 | 115,153 | 89,7482 |
| 4320 | 169,103 | 113,116 | 115,538 | 89,331 |
| 4350 | 174,156 | 116,454 | 117,529 | 91,07 |
| 4380 | 174,537 | 116,769 | 116,406 | 90,8838 |
| 4410 | 176,51 | 117,264 | 116,113 | 91,1966 |
| 4440 | 178,072 | 117,58 | 118,518 | 91,7041 |
| 4470 | 177,769 | 120,601 | 121,05 | 94,6017 |
| 4500 | 181,845 | 120,767 | 120,504 | 94,3901 |
| 4530 | 180,275 | 122,562 | 123,84 | 96,7611 |
| 4560 | 181,162 | 119,71 | 121,497 | 94,2546 |
| 4590 | 182,398 | 121,774 | 122,529 | 95,1424 |
| 4620 | 184,415 | 119,371 | 121,327 | 93,4769 |
| 4650 | 185,57 | 122,834 | 123,731 | 96,4992 |
| 4680 | 187,433 | 125,014 | 126,089 | 98,067 |
| 4710 | 188,904 | 125,453 | 125,481 | 97,5627 |
| 4740 | 190,03 | 127,732 | 127,685 | 100,104 |
| 4770 | 191,793 | 129,48 | 129,773 | 101,122 |
| 4800 | 191,23 | 126,886 | 127,321 | 98,7507 |
| 4830 | 191,613 | 127,103 | 128,95 | 99,8448 |
| 4860 | 200,204 | 135,683 | 134,308 | 104,993 |
| 4890 | 196,253 | 131,98 | 131,706 | 102,654 |
| 4920 | 196,86 | 130,841 | 131,978 | 102,192 |
| 4950 | 198,771 | 132,286 | 132,35 | 103,782 |
| 4980 | 198,738 | 134,211 | 133,544 | 104,383 |
| 5010 | 201,75 | 134,674 | 135,331 | 105,173 |
| 5040 | 201,938 | 136,34 | 136,043 | 105,931 |
| 5070 | 202,09 | 137,662 | 137,86 | 107,369 |
| 5100 | 204,962 | 135,944 | 136,108 | 106,138 |
| 5130 | 205,981 | 137,844 | 138,181 | 107,85 |
| 5160 | 203,161 | 135,439 | 136,51 | 105,93 |
| 5190 | 205,558 | 137,084 | 137,182 | 106,39 |
| 5220 | 212,009 | 140,881 | 141,645 | 110,183 |
| 5250 | 212,689 | 140,119 | 140,978 | 109,496 |
| 5280 | 212,225 | 143,84 | 143,192 | 112,227 |
| 5310 | 212,387 | 143,419 | 143,174 | 111,793 |
| 5340 | 210,78 | 138,026 | 141,057 | 108,52 |
| 5370 | 212,151 | 143,799 | 145,548 | 113,056 |
| 5400 | 215,815 | 143,378 | 144,272 | 112,223 |
| 5430 | 218,564 | 144,532 | 145,555 | 113,365 |
| 5460 | 217,968 | 145,96 | 146,671 | 113,891 |
| 5490 | 219,822 | 147,214 | 147,33 | 114,997 |
| 5520 | 222,408 | 148,39 | 149,087 | 116,085 |
| 5550 | 224,765 | 150,407 | 150,038 | 117,301 |
| 5580 | 223,124 | 150,507 | 150,021 | 116,78 |
| 5610 | 223,215 | 148,471 | 149,28 | 115,957 |
| 5640 | 229,472 | 151,338 | 150,384 | 117,682 |
| 5670 | 229,973 | 154,472 | 153,507 | 120,343 |
| 5700 | 226,862 | 148,486 | 148,53 | 115,838 |
| 5730 | 228,1 | 152,743 | 153,666 | 119,257 |
| 5760 | 230,856 | 155,242 | 156,344 | 121,45 |
| 5790 | 228,802 | 152,799 | 153,462 | 118,633 |
| 5820 | 234,564 | 159,597 | 156,506 | 123,199 |
| 5850 | 233,519 | 155,562 | 154,438 | 120,143 |
| 5880 | 235,185 | 156,885 | 157,132 | 121,61 |
| 5910 | 235,296 | 160,176 | 159,746 | 124,532 |
| 5940 | 241,648 | 162,113 | 162,667 | 127,199 |
| 5970 | 241,916 | 162,081 | 162,186 | 126,075 |
| 6000 | 237,331 | 160,258 | 161,167 | 125,792 |
| 6030 | 240,317 | 155,583 | 157,351 | 121,47 |
| 6060 | 245,786 | 164,806 | 165,853 | 129,446 |
| 6090 | 242,702 | 163,094 | 163,239 | 127,727 |
| 6120 | 245,89 | 164,591 | 164,518 | 128,372 |
| 6150 | 245,561 | 161,982 | 163,662 | 127,398 |
| 6180 | 245,074 | 164,05 | 165,677 | 128,751 |
| 6210 | 251,565 | 166,068 | 168,056 | 130,13 |
| 6240 | 252,11 | 169,337 | 170,875 | 133,028 |
| 6270 | 249,403 | 169,566 | 171,158 | 133,356 |
| 6300 | 255,262 | 171,182 | 169,663 | 132,491 |
| 6330 | 252,82 | 168,999 | 169,998 | 132,863 |
| 6360 | 257,769 | 168,921 | 170,463 | 131,734 |
| 6390 | 259,741 | 173,664 | 172,39 | 135,958 |
| 6420 | 254,194 | 167,177 | 170,011 | 131,295 |
| 6450 | 256,009 | 168,291 | 169,934 | 131,844 |
| 6480 | 256,14 | 173,757 | 175,502 | 135,013 |
| 6510 | 262,099 | 173,465 | 173,406 | 135,678 |
| 6540 | 261,608 | 177,576 | 177,627 | 138,259 |
| 6570 | 262,233 | 177,43 | 178,87 | 139,565 |
| 6600 | 262,726 | 174,089 | 175,965 | 136,184 |
| 6630 | 267,233 | 177,938 | 178,964 | 139,537 |
| 6660 | 267,433 | 177,873 | 178,371 | 138,84 |
| 6690 | 266,768 | 176,286 | 178,239 | 137,828 |
| 6720 | 270,587 | 182,7 | 181,295 | 142,053 |
| 6750 | 272,652 | 179,22 | 181,104 | 140,929 |
| 6780 | 269,763 | 176,892 | 179,696 | 138,601 |
| 6810 | 273,39 | 183,773 | 183,66 | 143,696 |
| 6840 | 273,228 | 183,453 | 183,268 | 143,396 |
| 6870 | 274,037 | 181,097 | 182,754 | 140,942 |
| 6900 | 280,593 | 188,201 | 186,942 | 146,813 |
| 6930 | 275,786 | 183,257 | 183,807 | 143,122 |
| 6960 | 282,498 | 188,989 | 189,872 | 148,309 |
| 6990 | 279,798 | 185,722 | 185,456 | 144,273 |
| 7020 | 280,096 | 185,442 | 185,486 | 144,945 |
| 7050 | 280,476 | 184,894 | 187,448 | 145,011 |
| 7080 | 282,626 | 187,88 | 188,803 | 146,712 |
| 7110 | 285,226 | 190,007 | 191,529 | 148,905 |
| 7140 | 287,148 | 189,797 | 191,2 | 149,042 |
| 7170 | 287,193 | 192,111 | 193,65 | 150,328 |
| 7200 | 287,662 | 192,332 | 191,877 | 149,222 |
| 7230 | 291,476 | 194,727 | 196,088 | 153,28 |
| 7260 | 289,479 | 194,867 | 194,242 | 151,403 |
| 7290 | 290,202 | 196,681 | 197,38 | 153,759 |
| 7320 | 296,601 | 195,073 | 196,04 | 152,666 |
| 7350 | 293,84 | 197,416 | 199,393 | 155,625 |
| 7380 | 294,571 | 196,008 | 197,254 | 152,558 |
| 7410 | 297,573 | 197,038 | 199,133 | 153,998 |
| 7440 | 295,175 | 198,223 | 198,943 | 154,367 |
| 7470 | 301,583 | 199,506 | 200,49 | 156,133 |
| 7500 | 298,303 | 198,501 | 198,732 | 154,512 |
| 7530 | 301,419 | 199,432 | 200,275 | 155,097 |
| 7560 | 299,258 | 202,088 | 201,236 | 156,359 |
| 7590 | 306,451 | 205,29 | 204,365 | 160,184 |
| 7620 | 303,923 | 204,688 | 203,088 | 158,827 |
| 7650 | 302,006 | 198,935 | 200,322 | 155,159 |
| 7680 | 307,339 | 204,18 | 204,561 | 158,902 |
| 7710 | 308,143 | 205,212 | 208,278 | 161,528 |
| 7740 | 302,169 | 199,556 | 202,973 | 156,245 |
| 7770 | 311,189 | 208,991 | 208,814 | 162,534 |
| 7800 | 313,396 | 207,416 | 208,652 | 161,474 |
| 7830 | 318,354 | 208,002 | 210,988 | 164,204 |
| 7860 | 318,047 | 213,465 | 214,183 | 166,589 |
| 7890 | 316,581 | 210,177 | 211,362 | 164,252 |
| 7920 | 315,883 | 208,172 | 211,018 | 163,371 |
| 7950 | 311,976 | 208,733 | 209,962 | 162,983 |
| 7980 | 320,306 | 215,296 | 214,354 | 166,326 |
| 8010 | 321,194 | 214,44 | 215,467 | 167,636 |
| 8040 | 317,064 | 213,831 | 215,097 | 166,04 |
| 8070 | 320,248 | 210,364 | 212,877 | 165,781 |
| 8100 | 324,889 | 217,083 | 218,388 | 169,661 |
| 8130 | 326,557 | 218,232 | 219,358 | 169,679 |
| 8160 | 325,424 | 215,659 | 218,112 | 168,785 |
| 8190 | 327,245 | 219,597 | 221,224 | 172,825 |
| 8220 | 329,238 | 222,783 | 223,315 | 174,242 |
| 8250 | 320,888 | 217,37 | 220,488 | 170,127 |
| 8280 | 334,949 | 221,719 | 222,746 | 172,857 |
| 8310 | 329,771 | 221,278 | 224,227 | 173,453 |
| 8340 | 338,082 | 228,519 | 227,228 | 178,35 |
| 8370 | 333,325 | 219,32 | 221,279 | 170,901 |
| 8400 | 339,002 | 225,455 | 226,624 | 176,296 |
| 8430 | 338,399 | 223,225 | 223,556 | 173,9 |
| 8460 | 342,455 | 228,047 | 227,323 | 177,337 |
| 8490 | 339,133 | 228,276 | 230,341 | 178,337 |
| 8520 | 340,289 | 222,697 | 223,672 | 173,739 |
| 8550 | 337,575 | 223,941 | 228,502 | 175,528 |
| 8580 | 341,702 | 230,179 | 231,015 | 179,632 |
| 8610 | 353,043 | 233,875 | 233,799 | 182,605 |
| 8640 | 352,826 | 231,426 | 232,567 | 181,155 |
| 8670 | 344,045 | 230,037 | 231,558 | 179,605 |
| 8700 | 349,472 | 233,499 | 233,961 | 181,96 |
| 8730 | 347,969 | 233,947 | 233,165 | 181,763 |
| 8760 | 352,97 | 236,85 | 235,927 | 184,571 |
| 8790 | 350,862 | 233,604 | 235,15 | 182,86 |
| 8820 | 349,855 | 235,782 | 235,346 | 182,6 |
| 8850 | 357,643 | 240,348 | 239,106 | 185,941 |
| 8880 | 356,203 | 235,386 | 236,951 | 184,389 |
| 8910 | 356,274 | 232,927 | 236,246 | 183,086 |
| 8940 | 360,765 | 240,841 | 242,467 | 188,355 |
| 8970 | 363,324 | 244,09 | 242,733 | 190,142 |
| 9000 | 359,613 | 236,992 | 239,17 | 186,15 |
| 9030 | 362,561 | 245,03 | 243,569 | 190,706 |
| 9060 | 361,489 | 240,502 | 242,424 | 188,802 |
| 9090 | 358,361 | 238,96 | 241,085 | 186,098 |
| 9120 | 361,794 | 242,598 | 246,324 | 190,452 |
| 9150 | 365,658 | 241,462 | 243,892 | 189,102 |
| 9180 | 364,545 | 244,308 | 246,981 | 191,048 |
| 9210 | 367,493 | 245,208 | 246,931 | 192,227 |
| 9240 | 373,059 | 247,744 | 247,497 | 192,008 |
| 9270 | 372,303 | 247,633 | 247,33 | 192,856 |
| 9300 | 373,663 | 248,658 | 250,581 | 195,31 |
| 9330 | 377,387 | 252,057 | 251,885 | 196,681 |
| 9360 | 371,029 | 250,47 | 251,792 | 196,327 |
| 9390 | 380,68 | 255,696 | 255,877 | 199,335 |
| 9420 | 376,599 | 249,473 | 251,72 | 194,765 |
| 9450 | 378,408 | 252,34 | 254,325 | 196,764 |
| 9480 | 379,296 | 250,191 | 250,77 | 194,574 |
| 9510 | 382,877 | 254,603 | 256,858 | 200,026 |
| 9540 | 387,762 | 256,811 | 257,171 | 200,562 |
| 9570 | 380,654 | 251,264 | 254,652 | 196,807 |
| 9600 | 384,344 | 253,14 | 255,802 | 198,684 |
| 9630 | 386,19 | 255,511 | 257,438 | 200,03 |
| 9660 | 384,243 | 252,835 | 254,744 | 196,898 |
| 9690 | 385,142 | 257,005 | 258,518 | 200,104 |
| 9720 | 385,915 | 254,684 | 260,182 | 201,31 |
| 9750 | 388,172 | 259,483 | 260,696 | 202,962 |
| 9780 | 391,724 | 264,432 | 264,592 | 206,267 |
| 9810 | 397,919 | 260,326 | 262,055 | 203,225 |
| 9840 | 397,473 | 262,621 | 264,523 | 205,578 |
| 9870 | 392,957 | 264,123 | 263,993 | 205,345 |
| 9900 | 395,152 | 263,977 | 263,915 | 205,581 |
| 9930 | 400,3 | 267,499 | 267,71 | 209,212 |
| 9960 | 401,442 | 266,472 | 268,323 | 208,292 |
| 9990 | 399,153 | 266,225 | 265,778 | 207,714 |
| 10020 | 397,271 | 265,817 | 266,547 | 207,379 |
| 10050 | 407,787 | 269,794 | 269,962 | 210,501 |
| 10080 | 399,127 | 264,685 | 268,033 | 207,784 |
| 10110 | 406,408 | 269,714 | 269,224 | 210,283 |
| 10140 | 406,467 | 271,439 | 273,603 | 212,901 |
| 10170 | 403,952 | 269,475 | 271,517 | 210,968 |
| 10200 | 404,041 | 269,546 | 272,5 | 211,997 |
| 10230 | 406,33 | 272,145 | 274,283 | 213,098 |
| 10260 | 405,304 | 273,116 | 276,756 | 214,776 |
| 10290 | 407,238 | 273,397 | 275,974 | 214,078 |
| 10320 | 413,178 | 274,699 | 277,338 | 215,936 |
| 10350 | 417,349 | 277,447 | 277,817 | 216,743 |
| 10380 | 420,664 | 280,78 | 282,392 | 219,548 |
| 10410 | 417,331 | 278,342 | 280,118 | 217,759 |
| 10440 | 420,648 | 279,227 | 281,282 | 218,313 |
| 10470 | 421,935 | 280,101 | 279,022 | 217,141 |
| 10500 | 417,247 | 278,285 | 279,44 | 217,574 |
| 10530 | 427,957 | 285,722 | 284,075 | 223,005 |
| 10560 | 424,144 | 282,234 | 284,685 | 221,781 |
| 10590 | 423,4 | 280,775 | 282,902 | 220,177 |
| 10620 | 421,784 | 278,833 | 279,884 | 217,228 |
| 10650 | 422,931 | 281,484 | 285,856 | 221,77 |
| 10680 | 424,967 | 281,93 | 283,367 | 220,588 |
| 10710 | 425,647 | 282,058 | 283,208 | 219,611 |
| 10740 | 431,903 | 288,438 | 287,777 | 225,224 |
| 10770 | 434,718 | 290,515 | 291,447 | 226,674 |
| 10800 | 432,805 | 290,185 | 291,002 | 226,919 |
| 10830 | 436,973 | 290,806 | 289,587 | 226,065 |
| 10860 | 439,976 | 292,462 | 293,886 | 228,853 |
| 10890 | 434,493 | 285,595 | 286,328 | 222,284 |
| 10920 | 444,019 | 292,653 | 291,995 | 227,574 |
| 10950 | 439,391 | 295,401 | 295,328 | 231,226 |
| 10980 | 434,602 | 292,79 | 292,208 | 228,35 |
| 11010 | 440,96 | 295,467 | 297,222 | 231,376 |
| 11040 | 442,051 | 294,517 | 297,266 | 230,149 |
| 11070 | 441,757 | 296,557 | 296,784 | 230,454 |
| 11100 | 441,342 | 293,947 | 296,15 | 230,725 |
| 11130 | 443,675 | 295,93 | 296,409 | 231,262 |
| 11160 | 442,596 | 296,515 | 297,91 | 230,97 |
| 11190 | 447,258 | 300,858 | 300,228 | 233,969 |
| 11220 | 453,848 | 302,706 | 303,877 | 236,833 |
| 11250 | 447,449 | 294,917 | 298,068 | 230,907 |
| 11280 | 453,336 | 299,047 | 299,073 | 232,163 |
| 11310 | 453,911 | 306,791 | 306,648 | 239,125 |
| 11340 | 453,137 | 302,753 | 304,587 | 237,433 |
| 11370 | 460,666 | 306,34 | 304,617 | 238,104 |
| 11400 | 451,224 | 298,834 | 301,856 | 234,293 |
| 11430 | 462,65 | 309,34 | 310,834 | 241,894 |
| 11460 | 460,342 | 305,497 | 303,482 | 237,73 |
| 11490 | 456,922 | 304,196 | 306,808 | 238,315 |
| 11520 | 462,272 | 308,709 | 310,001 | 241,361 |
| 11550 | 461,57 | 305,174 | 308,882 | 238,6 |
| 11580 | 467,44 | 314,61 | 315,458 | 245,534 |
| 11610 | 463,477 | 308,005 | 311,114 | 242,583 |
| 11640 | 461,998 | 307,601 | 311,354 | 240,746 |
| 11670 | 464,687 | 309,342 | 312,974 | 242,542 |
| 11700 | 463,637 | 307,424 | 310,882 | 241,476 |
| 11730 | 467,307 | 310,677 | 314,888 | 243,545 |
| 11760 | 468,614 | 310,671 | 312,791 | 242,356 |
| 11790 | 470,775 | 316,713 | 317,579 | 247,536 |
| 11820 | 470,727 | 315,164 | 318,532 | 247,534 |
| 11850 | 472,118 | 314,287 | 316,876 | 245,288 |
| 11880 | 476,634 | 317,629 | 319,159 | 248,782 |
| 11910 | 475,829 | 315,038 | 317,025 | 246,792 |
| 11940 | 474,252 | 318,388 | 321,509 | 249,578 |
| 11970 | 477,538 | 317,34 | 320,967 | 248,835 |
| 12000 | 479,281 | 317,719 | 319,377 | 248,993 |
| 12030 | 478,049 | 316,316 | 319,479 | 247,279 |
| 12060 | 487,52 | 324,811 | 326,031 | 254,254 |
| 12090 | 483,003 | 319,712 | 321,468 | 250,526 |
| 12120 | 488,887 | 324,791 | 323,659 | 253,411 |
| 12150 | 480,679 | 318,679 | 323,133 | 249,543 |
| 12180 | 486,803 | 323,107 | 328,334 | 254,244 |
| 12210 | 490,381 | 326,44 | 326,605 | 253,294 |
| 12240 | 488,455 | 324,009 | 324,8 | 253,238 |
| 12270 | 488,676 | 325,201 | 328,567 | 253,881 |
| 12300 | 494,654 | 330,434 | 332,806 | 259,355 |
| 12330 | 495,808 | 330,468 | 332,31 | 259,361 |
| 12360 | 495,913 | 333,291 | 331,971 | 259,194 |
| 12390 | 496,443 | 329,008 | 329,628 | 256,877 |
| 12420 | 497,636 | 331,533 | 334,306 | 259,694 |
| 12450 | 504,716 | 333,625 | 335,126 | 260,738 |
| 12480 | 501,414 | 331,97 | 334,287 | 259,325 |
| 12510 | 500,671 | 329,53 | 332,57 | 258,119 |
| 12540 | 507,261 | 337,991 | 339,941 | 264,245 |
| 12570 | 503,935 | 334,155 | 335,477 | 262,064 |
| 12600 | 504,925 | 334,936 | 337,758 | 262,368 |
| 12630 | 504,709 | 338,702 | 340,138 | 264,428 |
| 12660 | 506,253 | 338,676 | 340,281 | 264,326 |
| 12690 | 505,72 | 338,686 | 342,955 | 266,005 |
| 12720 | 504,703 | 335,848 | 337,954 | 262,048 |
| 12750 | 508,656 | 337,959 | 339,729 | 263,877 |
| 12780 | 512,317 | 337,201 | 335,136 | 261,586 |
| 12810 | 517,182 | 345,817 | 347,13 | 269,266 |
| 12840 | 518,525 | 347,857 | 345,453 | 270,482 |
| 12870 | 514,683 | 344,794 | 346,372 | 269,156 |
| 12900 | 515,275 | 346,587 | 345,59 | 269,99 |
| 12930 | 519,239 | 345,991 | 349,042 | 271,852 |
| 12960 | 520,824 | 350,163 | 349,324 | 272,12 |
| 12990 | 521,985 | 350,222 | 352,264 | 273,987 |
| 13020 | 523,502 | 346,81 | 349,262 | 272,735 |
| 13050 | 523,705 | 350,167 | 351,478 | 273,525 |
| 13080 | 523,597 | 348,582 | 350,481 | 273,385 |
| 13110 | 524,701 | 346,965 | 349,607 | 272,287 |
| 13140 | 525,325 | 351,108 | 352,433 | 274,726 |
| 13170 | 531,927 | 358,413 | 356,874 | 278,256 |
| 13200 | 528,336 | 349,844 | 351,477 | 273,747 |
| 13230 | 523,78 | 349,455 | 350,623 | 271,943 |
| 13260 | 523,421 | 348,717 | 349,11 | 271,668 |
| 13290 | 532,601 | 359,573 | 358,992 | 280,262 |
| 13320 | 535,993 | 358,981 | 358,802 | 279,83 |
| 13350 | 530,734 | 352,493 | 354,79 | 275,949 |
| 13380 | 537,542 | 359,145 | 359,71 | 280,026 |
| 13410 | 530,482 | 352,085 | 356,7 | 275,577 |
| 13440 | 542,501 | 359,077 | 359,019 | 280,933 |
| 13470 | 541,028 | 360,162 | 359,6 | 280,591 |
| 13500 | 543,227 | 364,343 | 366,544 | 285,549 |
| 13530 | 540,764 | 359,121 | 362,87 | 281,476 |
| 13560 | 543,057 | 365,378 | 365,095 | 285,694 |
| 13590 | 541,072 | 360,303 | 361,27 | 280,213 |
| 13620 | 545,152 | 364,624 | 365,073 | 284,437 |
| 13650 | 544,049 | 365,322 | 368,421 | 286,329 |
| 13680 | 546,459 | 369,328 | 369,209 | 287,641 |
| 13710 | 545,514 | 368,761 | 367,832 | 286,746 |
| 13740 | 547,45 | 369,265 | 370,457 | 288,082 |
| 13770 | 549,7 | 366,98 | 369,244 | 287,017 |
| 13800 | 560,982 | 369,596 | 371,058 | 288,463 |
| 13830 | 553,373 | 367,926 | 372,49 | 289,944 |
| 13860 | 550,521 | 369,262 | 370,594 | 288,515 |
| 13890 | 556,457 | 373,019 | 373,706 | 290,997 |
| 13920 | 557,91 | 373,007 | 373,958 | 290,381 |
| 13950 | 564,603 | 377,804 | 377,907 | 294,675 |
| 13980 | 558,801 | 368,945 | 371,994 | 289,164 |
| 14010 | 554,027 | 367,017 | 368,888 | 286,37 |
| 14040 | 564,184 | 372,028 | 373,779 | 291,315 |
| 14070 | 557,01 | 371,531 | 375,225 | 290,559 |
| 14100 | 571,874 | 377,887 | 378,467 | 295,57 |
| 14130 | 565,198 | 378,406 | 380,227 | 295,084 |
| 14160 | 566,452 | 375,105 | 377,341 | 293,086 |
| 14190 | 572,756 | 380,33 | 380,409 | 295,451 |
| 14220 | 568,395 | 376,976 | 380,41 | 295,099 |
| 14250 | 570,671 | 380,691 | 381,781 | 297,829 |
| 14280 | 574,346 | 383,038 | 383,489 | 299,422 |
| 14310 | 567,644 | 380,588 | 384,645 | 298,027 |
| 14340 | 573,401 | 380,885 | 382,608 | 298,485 |
| 14370 | 573,746 | 386,686 | 387,866 | 301,689 |
| 14400 | 571,244 | 381,648 | 384,462 | 298,406 |
| 14430 | 576,726 | 382,875 | 386,817 | 300,544 |
| 14460 | 575,718 | 386,061 | 386,622 | 300,787 |
| 14490 | 582,024 | 382,6 | 386,749 | 300,651 |
| 14520 | 579,251 | 388,713 | 390,952 | 303,832 |
| 14550 | 579,937 | 381,741 | 387,289 | 300,256 |
| 14580 | 571,718 | 387,354 | 389,6 | 303,422 |
| 14610 | 587,1 | 395,661 | 394,974 | 307,489 |
| 14640 | 584,822 | 390,699 | 392,075 | 304,105 |
| 14670 | 585,047 | 392,615 | 393,501 | 306,061 |
| 14700 | 591,266 | 396,185 | 398,051 | 309,354 |
| 14730 | 585,911 | 391,118 | 393,115 | 306,143 |
| 14760 | 592,664 | 396,252 | 396,396 | 308,761 |
| 14790 | 590,562 | 394,972 | 397,209 | 309,526 |
| 14820 | 595,85 | 404,526 | 404,129 | 315,638 |
| 14850 | 587,593 | 394,498 | 396,49 | 309,242 |
| 14880 | 587,661 | 387,569 | 390,622 | 302,578 |
| 14910 | 595,694 | 398,376 | 401,338 | 311,468 |
| 14940 | 600,412 | 399,272 | 398,423 | 311,147 |
| 14970 | 601,4 | 402,807 | 403,046 | 314,005 |
| 15000 | 599,79 | 400,507 | 401,292 | 313,125 |