

# 6. Kantenfilterung

Information:

- EVC\_Skriptum\_CV, p.29 bis EVC\_Skriptum\_CV, p.34
- ist quasi ein Unterkapitel von 5. Lokale Operationen

## Kantenfilterung

- wichtiger Schritt in Bildverarbeitung
- um Kanten hervorzuheben
- Ansatz dafür ist Verwendung von Gradienten die man sich so berechnen kann:

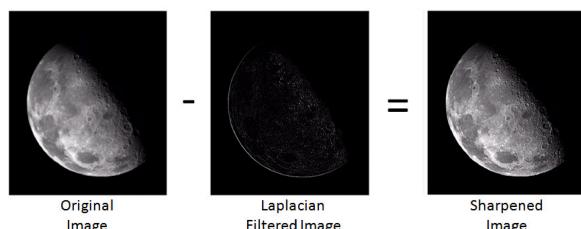
$$\nabla I = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- $G_x$  und  $G_y$  sind die Gradientenkomponenten in horizontaler bzw. vertikaler Richtung
- Stärke davon hängt durch Betrag von  $|\nabla I|$  und dem Winkel  $\phi$  ab

$$|\nabla I| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad \text{und} \quad \theta = \text{atan2}(G_y, G_x)$$

- Es gibt verschiedene Filter die zur Kantenfilterung verwendet werden z.B.:
  - Sobel-Operator
  - Prewitt-Operator
  - ...

## Bildschärfung



## Ziel der Bildschärfung

- Nachträgliches Schärfen von Bildern dient dazu, **Unschärfe zu kompensieren**, die durch:
  - Scannen
  - Skalieren
  - Druck
  - Bildschirmanzeige entstanden sind oder entstehen können.

## Methode

- Hochfrequente Bildanteile enthalten die Bilddetails, die den **Schärfeeindruck** ausmachen.
- Beim Schärfen werden diese **hochfrequenten Anteile angehoben**.

## Laplace-Operator

- Im **zweidimensionalen Fall** erfolgt das Schärfen mit dem **Laplace-Operator**.
- Der **Laplace-Operator**  $\nabla^2$  einer Funktion  $f(x, y)$  ist definiert als:

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

wobei:

$$\frac{\partial f}{\partial^2 x}(x, y) = f(x + 1, y) + f(x - 1, y) - 2f(x, y)$$

in x Richtung und analog in y Richtung.

- Er nutzt die **zweiten Ableitungen** ( $\partial^2$  steht für **2. Partielle Ableitung**) in **horizontaler und vertikaler Richtung** zur Hervorhebung von Kanten und feinen Strukturen.
- Daraus entsteht in der Kombination von x- und y-Richtung mit  $[1 - 21]$  und  $[1 - 21]^T$  der Laplace Operator
- Fürs Filtern von einem Bild, zuerst Laplace Filter und dann das Ergebnis vom Ursprungsbild subtrahieren:

$$I' = I - w * (H^L * I)$$

- $H^L$  ist Laplace Filter
- $w$  bestimmt Intensität der Schärfung

## Kanten

### Bedeutung von Kanten

- **Umgangssprachlich:** Kanten = abrupte Änderungen der Oberflächennormale (z.B. Tischkante).
- **In Bildern:** Kanten = Stellen mit **lokalen Änderungen der Intensität oder Farbe** (Diskontinuitäten).
- **Visuelle Wahrnehmung:**
  - Subjektive Schärfe hängt mit **Deutlichkeit von Diskontinuitäten** zusammen.
  - Kanten sind **strukturell wichtig** für die Interpretation von Bildern.
  - Unser Sehsinn erkennt Inhalte oft schon an **kantenförmigen Strukturen** (z.B. in Karikaturen).

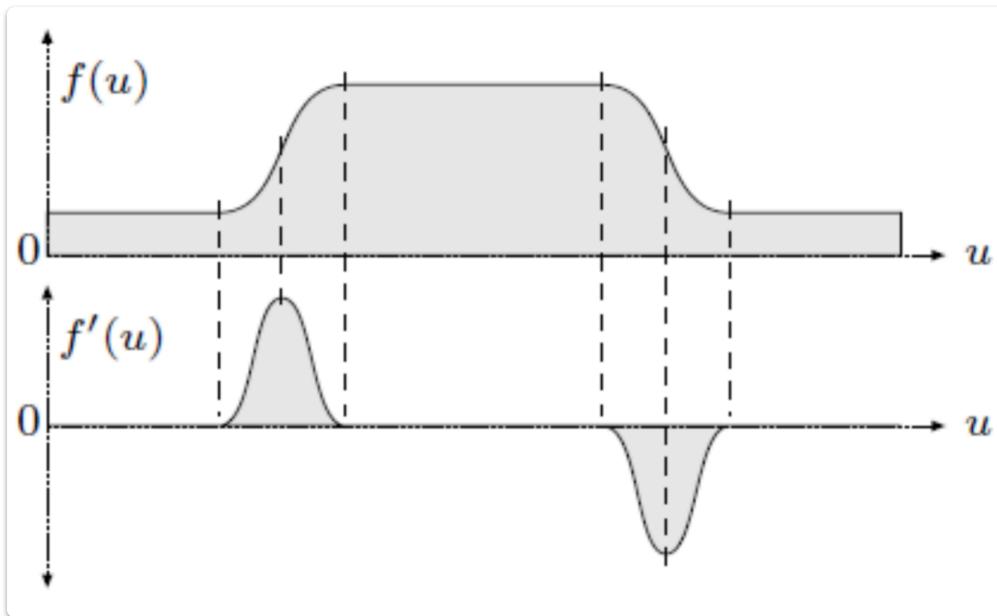
## Bedeutung in der Bildverarbeitung

- Kanten enthalten **nicht-redundante Information**, d.h. wichtige Strukturinformationen.
- Definition: Kanten = Orte im Bild mit **starker Intensitätsänderung auf kleinem Raum** und entlang **ausgeprägter Richtung**.

## Mathematische Beschreibung

- **Stärke der Änderung pro Distanz** = **erste Ableitung** der Intensitätsfunktion.
- Je größer die Ableitung, desto **deutlicher die Kante**.

## Gradientenbasierte Kantendetektion



## Motivation

- Betrachten wir ein eindimensionales **Intensitätsprofil** einer Bildzeile.
- Beispiel: Helle Region im Zentrum, dunkler Hintergrund → typische Kante im Bild.

## Erste Ableitung – Bedeutung

- Bezeichnet als:  
 $f'(u) = \frac{df}{du}(u)$
- **Positive Werte** → Intensität steigt (z.B. dunkler zu heller Übergang).
- **Negative Werte** → Intensität fällt (z.B. heller zu dunkler Übergang).

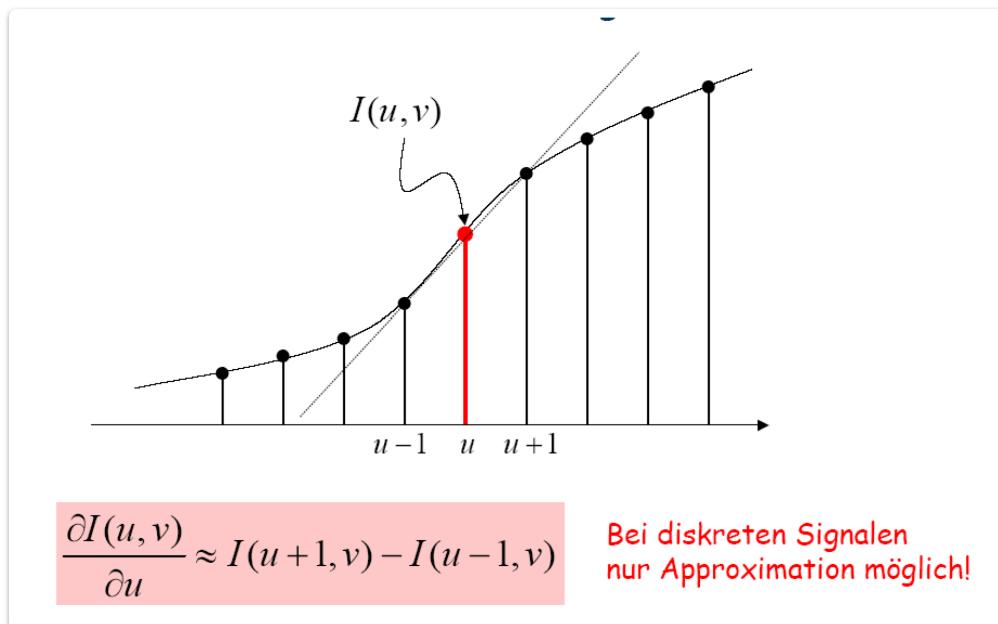
## Problem bei diskreten Bildern

- In digitalen Bildern ist die Funktion **diskret** → Ableitung **nicht direkt definiert**.
- Wir benötigen eine **Schätzung** (Approximation).

## Lösung: Differenzenapproximation

- Ableitung an Position  $u$  kann geschätzt werden durch:

$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1) - f(u-1)}{2}$$



- Dies entspricht dem **Anstieg einer Geraden**, die durch die benachbarten Abtastwerte verläuft.

## Interpretation

- Diese Approximation entspricht einem **Kantenfilter**.
- Wird oft in **Kantendetektion** (z.B. Sobel-Operator) verwendet.
- Erlaubt es, **Kanten als starke Intensitätsänderungen** zu erkennen – genau das, was unser Auge als „Kante“ wahrnimmt.

## Gradienten und Kanten in zweidimensionalen Bildern

- Ein Bild wird als zweidimensionale Funktion  $I(u, v)$  betrachtet
- Kanten im Bild = abrupte lokale Änderungen in Intensität oder Farbe
- Starke Änderungen = hohe Ableitungswerte → Hinweis auf Kante

- Erste Ableitung misst Stärke der Intensitätsänderung
- Für diskrete Funktionen ist die Ableitung nicht definiert → Approximation notwendig
- In 1D wird die erste Ableitung durch den Differenzenquotienten geschätzt:

$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1) - f(u-1)}{2}$$

- In 2D: partielle Ableitungen entlang der Koordinatenachsen:

$$\frac{\partial I}{\partial u}(u, v), \quad \frac{\partial I}{\partial v}(u, v)$$

- Gradient Vektor:

$$\nabla I = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial u} \\ \frac{\partial I}{\partial v} \end{pmatrix}$$

- Betrag des Gradienten (Kantenstärke):

$$\|\nabla I\| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial v}\right)^2}$$

- Betrag des Gradienten ist rotationsinvariant
- Horizontale Ableitung kann geschätzt werden durch linearen Filter:

$$H_{Dx} = \frac{1}{2} \cdot [-1 \quad 0 \quad 1]$$

- Vertikale Ableitung entsprechend:

$$H_{Dy} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 
- Filterantwort ist richtungsabhängig
  - Horizontale Filter erkennen vertikale Kanten, vertikale Filter horizontale Kanten
  - In flachen Bildregionen (konstante Intensität) ist die Filterantwort null

## Kantendetektionsfilter

### Allgemeine Eigenschaften von Ableitungsfiltern

- Ableitungsfilter beliebiger Ordnung dürfen keine Antwort auf konstante Intensitätswerte oder Signal-Offsets zeigen
- **Bedingung:** Summe der Filterkoeffizienten muss 0 sein

- Für gute Kantendetektion: Operatorantwort soll richtungsunabhängig sein → **isotrope Kantendetektion**

## Arten von Kantenfiltern

- **Isotrope Filter**: Reagieren unabhängig von der Richtung, z. B. **Laplace-Operator**
- **Richtungsabhängige Filter**: Reagieren auf u- oder v-Richtung, z. B. **Sobel-** und **Prewitt-Operator**

## Unterschiede der Kantenfilter

- Differenzieren sich durch:
  - die Filter zur Schätzung der Richtungsanteile
  - die Art der Kombination der Richtungsanteile zur Gesamtkanteninformation

## Gradient und Kanteninformation

- Gradient enthält:
  - **Betrag** → Kantenstärke
  - **Richtung** → Kantenverlauf

## Prewitt- und Sobel-Operator

- Beide nutzen Filterkerne mit 3 Zeilen bzw. 3 Spalten → reduzierte Rauschanfälligkeit
- **Prewitt-Operator**:
  - Filter:  $HP_x, HP_y$
  - Einfache Box-Glättung vor der Ableitung
- **Sobel-Operator**:
  - Fast identische Filter, aber stärkere Gewichtung der mittleren Zeile/Spalte durch doppelte Glättung

## Mathematische Formulierungen

- Gradienten in x- und y-Richtung:

$$D_x(u, v) = H_x * I$$

$$D_y(u, v) = H_y * I$$

- Kantenstärke:

$$E(u, v) = \sqrt{D_x(u, v)^2 + D_y(u, v)^2}$$

- Kantenrichtung:

$$\Phi(u, v) = \tan^{-1} \left( \frac{D_y(u, v)}{D_x(u, v)} \right)$$

## Ablauf der Kantendetektion

1. Bild  $I$  wird mit Filtern  $H_x$  und  $H_y$  gefaltet
2. Aus  $D_x$  und  $D_y$  werden:
  - Kantenstärke  $E(u, v)$
  - Kantenrichtung  $\Phi(u, v)$  berechnet

## Weitere Kantenoperatoren

- **Roberts-Operator** (ältester Kantenoperator)
  - Sehr kleine Filtergröße:  $2 \times 2$
  - Schätzt Ableitungen entlang der Diagonalen
  - $H_{R1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_{R2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

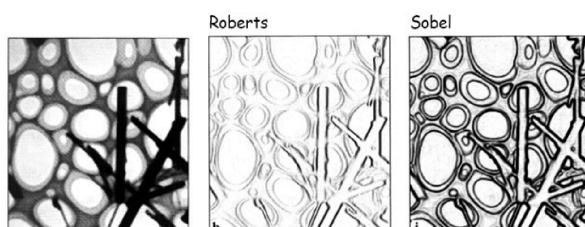
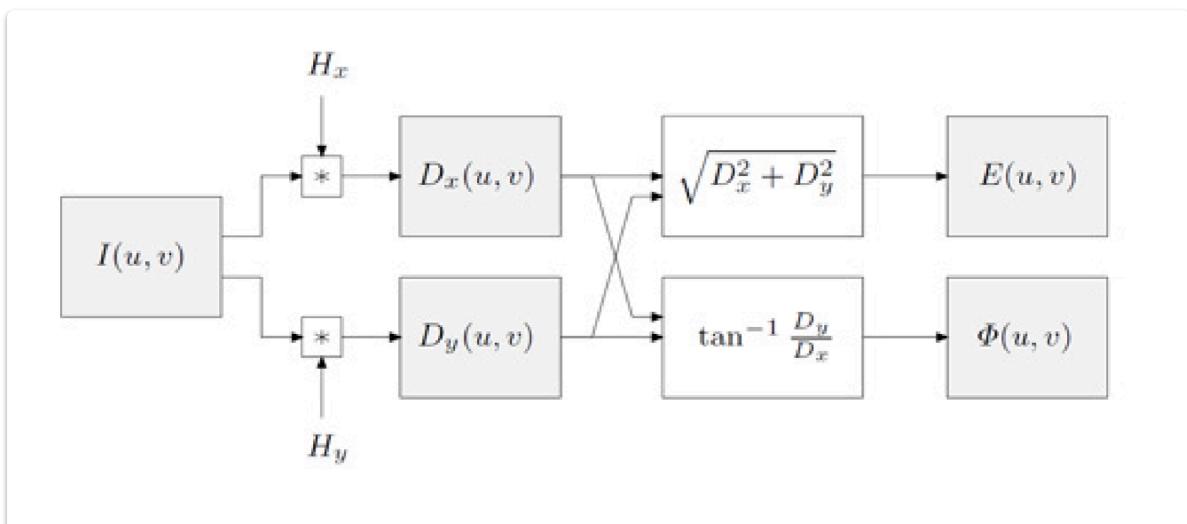


Abbildung 34: Roberts- und Sobelfilter

## Roberts-Filter

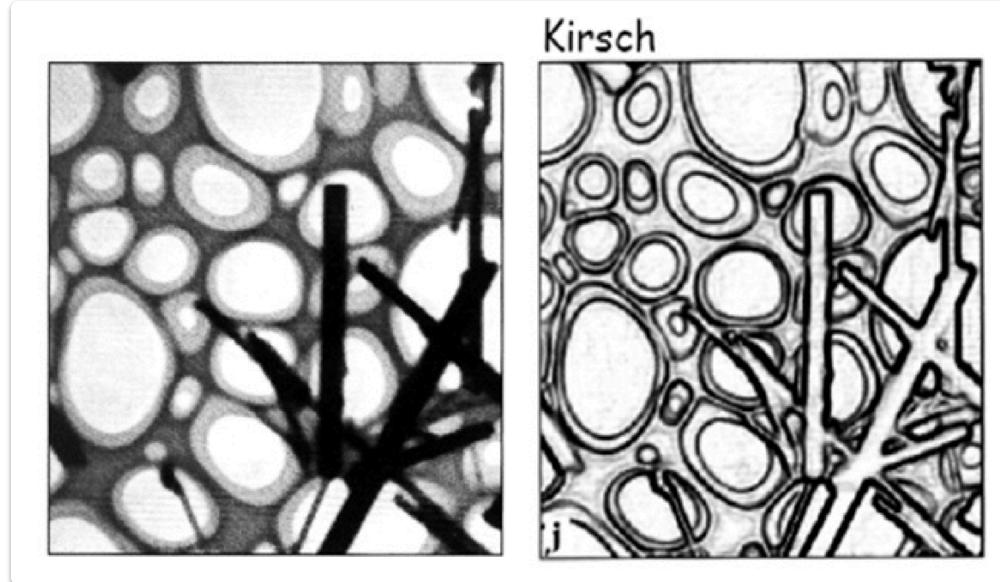
- **Starke Reaktion auf diagonale Kanten**
- Filter sind **weniger richtungsselektiv**: Reagieren über breites Orientierungsband ähnlich stark
- **Mängel bei horizontalen und vertikalen Kanten**:
  - Schlechte Filterantwort bei diesen Kanten, wodurch die Kantendetektion ungenau wird

## Kompromiss im Design von Kantenfiltern

- **Besseres Filterdesign:**
  - Je besser ein Filter auf kantenartige Bildstrukturen reagiert, desto **richtungsabhängiger** wird es
  - **Breitere Filter** reagieren auf viele Orientierungen, aber mit geringerer Präzision in der Richtung
  - **Engere Filter** reagieren stärker in spezifischen Richtungen, bieten jedoch bessere Kantenerkennung

## Kirsch-Operator

- **Kirsch-Operator:** Beispiel für den Einsatz mehrerer Filter in verschiedenen Richtungen



- Filter für **acht verschiedene Richtungen** im Abstand von  $45^\circ$
- Bietet höhere Präzision durch mehrere **enger aufgestellte Filter** für spezifische Richtungen
- Diese Acht Richtungen sehen so aus:

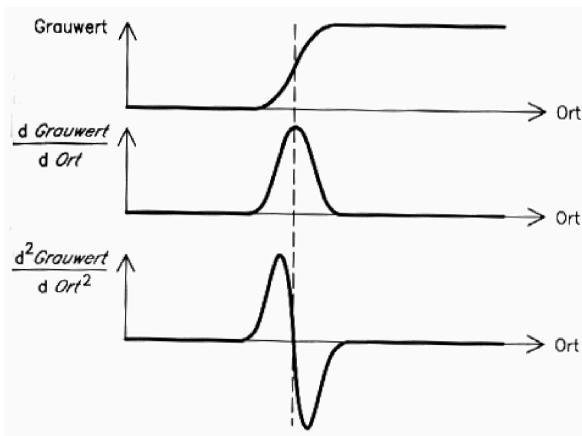
$$H_1^K = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, H_2^K = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, H_3^K = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, H_4^K = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$H_5^K = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, H_6^K = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}, H_7^K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, H_8^K = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Die **Kantenstärke  $E^K$**  an der Stelle  $(u, v)$  ist als **Maximum der einzelnen Filterergebnisse** definiert, d.h.  $E^K(u, v) = \max(D_1(u, v), D_2(u, v), \dots, D_8(u, v))$ , und der am stärksten ansprechende Filter bestimmt auch die zugehörige **Kantenrichtung**. Derartige **Kompass-Operatoren** bieten allerdings kaum **Vorteile** gegenüber einfacheren Operatoren, wie z.B. dem Sobel-Operator. Ein Vorteil des Kirsch-Operators ist, dass er **keine Wurzelberechnung** benötigt.

## Kantendetektion mit 2. Ableitungen

## 6. Kantenfilterung



## Problem der ersten Ableitung bei Kantendetektion

- **Breite der Kanten:** Bei der ersten Ableitung wird die Kante genauso breit wie der Anstieg der Bildfunktion, was eine genaue Positionsbestimmung erschwert.

## Nutzung der zweiten Ableitung

- **Zweite Ableitung** misst die **lokale Krümmung** der Funktion
- **Nulldurchgänge der zweiten Ableitung:** Diese stellen die tatsächlichen Kantenpositionen dar
  - **Vorteil:** Genauere Bestimmung der Kantenposition als bei der ersten Ableitung

## Laplace-Operator

- Bekannter und einfachster Kantenfilter basierend auf der zweiten Ableitung
- **Richtungsunabhängig** (Vorteil)
- **Rauschanfällig** (Nachteil)
- **Lösung:** Vor Anwendung des Laplace-Operators sollte ein Glättungsfilter zur Rauschunterdrückung eingesetzt werden

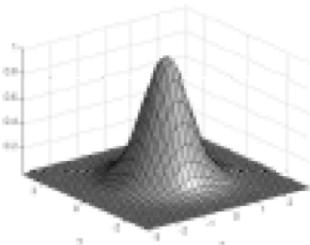
## Laplacian-of-Gaussian-Operator (LoG)

- **LoG-Operator (Laplacian of Gaussian)** oder **Marr-Hildreth-Operator:**
  - Kombiniert **Glättung mit einem Gauß-Filter** und die **zweite Ableitung (Laplace-Filter)** in einem einzigen linearen Filter
  - Aufgrund seiner Form (ähnelt einem mexikanischen Sombrero) auch als **Mexican Hat** oder **Sombrerofilter** bekannt
  - **Diskrete Umsetzung:**
    - Zuerst wird das Bild mit einer **Binomialmaske** geglättet
    - Anschließend erfolgt die Anwendung des **diskreten Laplace-Operators**

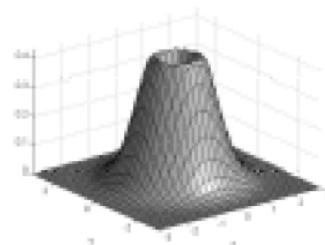
## 2D-Gauß-Funktion

- Ausgangspunkt für die Erzeugung des **LoG-Filterkernels** ist die **2D-Gauß-Funktion**

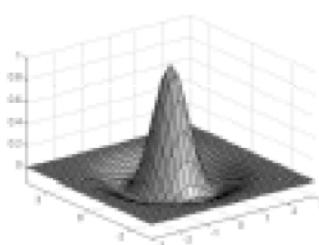
$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Gauss' Bell  
Function



First derivative



Minus second derivative  
„Mexican Hat“

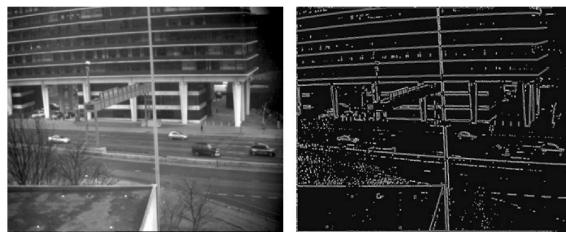
Wendet man den Laplace-Operator auf die Gauß-Funktion an, erhält man die kontinuierliche Repräsentation des LoG:

$$g(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -\frac{1}{\pi\sigma^4} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \left(1 - \frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Die diskrete Approximation sollte für Kernel ungerader Kantenlänge durchgeführt werden, wobei der Ursprung des Kernels jeweils in der Mitte liegt. Für die Kantenlänge 5 entspricht dies dem unten abgebildeten Filter  $H^{\text{LoG}}$ . Die Abbildung zeigt ein Anwendungsbeispiel, die detektierten Kanten sind jetzt Ein Pixel breit.

$$H^{\text{LoG}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## Canny Operator



### Kleinere Kantendetektoren (z. B. Sobel-Operator)

- **Begrenzte Reaktion:** Erkennen nur Intensitätsunterschiede innerhalb ihrer kleinen Filterregionen (z. B.  $3 \times 3$ )
- **Lösungsansatz für größere Unterschiede:**
  - Verwendung größerer Filter (größere Kantenoperatoren)
  - Anwendung der Operatoren auf **skalierte Bilder** (Mehrskalentechniken)

### Multi-Resolution bzw. Multi-Scale-Techniken

- **Grundidee:**

- Kanten werden auf verschiedenen Auflösungsebenen (Skalen) erkannt
- Für jede Bildposition wird entschieden, welche Kante auf welcher Ebene dominant ist

## Canny-Operator

- **Ziel:**

- Verwendet einen Satz großer, **gerichteter Filter** auf mehreren Auflösungsebenen
- Ergebnisse werden zu einem **gemeinsamen Kantenbild** (Edge Map) zusammengeführt

- **Ziele des Canny-Operators:**

- Minimierung der **falschen Kantenmarkierungen**
- **Optimale Lokalisierung** von Kanten
- Sicherstellung, dass pro Kante nur **eine Markierung** erfolgt

## Funktionsweise des Canny-Operators

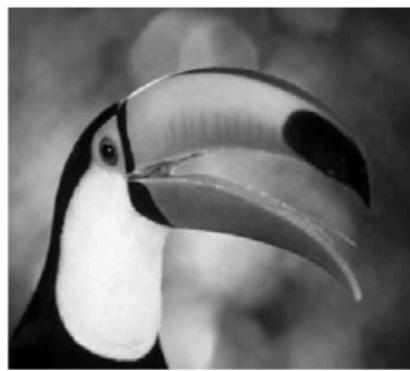
- **Gradientenverfahren:**

- Der Canny-Operator basiert auf dem **Gradientenbetrag** des Bildes
- **Lokale Maximums-Suche**: Sichert, dass Kanten nur **ein Pixel breit** sind

## Nutzung von Single-Scale

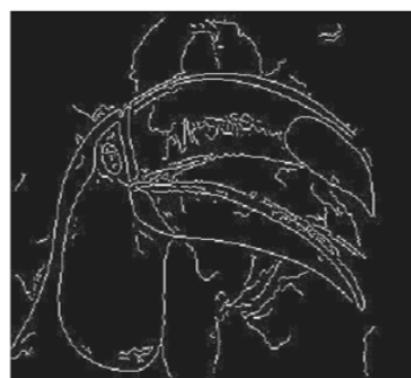
- In der Praxis wird der Canny-Operator häufig in einer **Single-Scale-Version** angewendet
  - **Glättungsparameter  $\sigma$**  (Filterradius des Gaußfilters) wird angepasst, um die Kantendetektion zu verbessern
- **Vorteil:**
  - Verbesserte Kantendetektion im Vergleich zu einfachen Operatoren (wie Sobel)

Der Canny-Operator ist also besonders aufgrund seiner Fähigkeit, Kanten präzise zu erkennen, der Verwendung von Multi-Scale-Ansätze und der Optimierung durch die lokale Maximums-Suche gegenüber anderen Detektoren bevorzugt.



**Sobel**

**LOG**



**Canny**

Kantenerkennung ist generell auch sehr wichtig für [8. Bildmerkmale - Interest Points](#)

