

5. FS - Lokale Operationen

Pixel Nachbarschaften

Koordinaten der vier D-Nachbarn:

$$(u - 1, v), (u + 1, v), (u, v - 1), (u, v + 1)$$

Koordinaten der diagonalen Nachbarn:

$$(u - 1, v - 1), (u + 1, v + 1), (u - 1, v + 1), (u + 1, v - 1)$$

[5. Lokale Operationen > Nachbarschaften](#)

Filter

Gaußfilter

Beispiel für eine Filtermaske (für $\sigma = 0.5$):

$$F_{Gauss} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Laplacefilter

Filtermatrix:

$$F_{Laplace} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

[5. Lokale Operationen > Tiefpassfilter](#) und [5. Lokale Operationen > Differenzfilter](#)

Formale Eigenschaften linearer Filtern

$$I'(u, v) = \sum_i \sum_j I(u - i, v - j) \cdot F(-i, -j)$$

- Die ursprüngliche lineare Filterdefinition entspricht einer **linearen Korrelation**, da hier **keine Spiegelung** der Filtermatrix erfolgt.

Kommutativität:

$$I * F = F * I$$

Linearität:

- Skalierung eines Bildes:

$$(a \cdot I) * F = a \cdot (I * F)$$

- Addition zweier Bilder:

$$(I_1 + I_2) * F = (I_1 * F) + (I_2 * F) \quad (I_1 + I_2) * F = (I_1 * F) + (I_2 * F)$$

Assoziativität:

$$A * (B * C) = (A * B) * C$$

→ Filter können **beliebig kombiniert** und **umgruppiert** werden.

5. Lokale Operationen > Formale Eigenschaften lineare Filter

Separierbarkeit

- Ein Filterkern F kann als **Faltungsprodukt kleinerer Filterkerne** beschrieben werden:

$$F = F_1 * F_2 * \dots * F_n$$

- Besonders nützlich: Trennung in **zwei eindimensionale Filter**:

Beispiel:

- $F_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

- $F_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Kombiniert:

$$F_{xy} = F_x * F_y$$

- Vorteil: **Reduktion der Rechenkomplexität**
 - Normal: $3 \times 5 = 15$ Operationen pro Pixel
 - Separiert: $5 + 3 = 8$ Operationen pro Pixel

5. Lokale Operationen > Konsequenz Separierbarkeit
