2024-Test1

1

Angabe: Der schiefe Turm von Pisa in Abbildung 2 hat sich seit seiner Errichtung bis 1990 um $5.5°$ im Uhrzeigersinn geneigt. Dabei gilt:

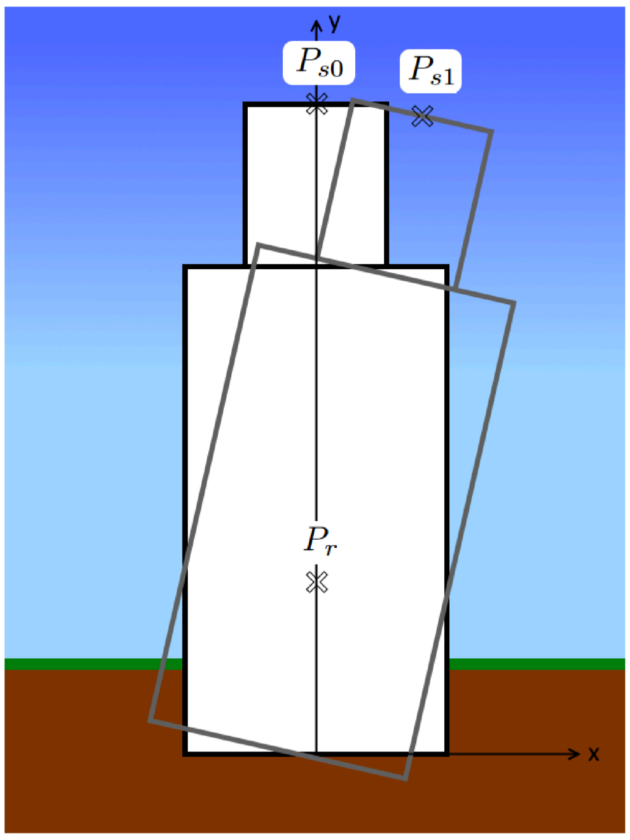


Abbildung 2: Schiefer Turm von Pisa

- Geplante Spitze $P_{s0} = (0, 56)^{\mathrm{T}}$
- Rotationszentrum $P_r = (0, 12)^{\mathrm{T}}$

Beantworten Sie die folgenden Fragen. Die Ergebnisse sind dabei gerundet angegeben.

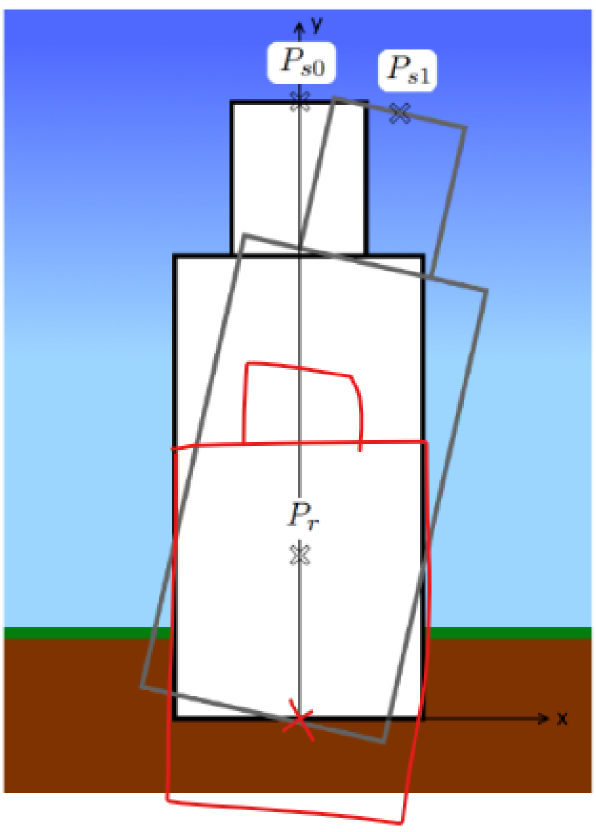
Hinweise:
$\sin(5.5°) \approx 0.096, \sin(-5.5°) \approx -0.096$
$\cos(5.5°) \approx 0.995, \cos(-5.5°) \approx 0.995$

Frage: (1) T sei die Translationsmatrix, die vom Ursprung zu P_r verschiebt und R sei die Rotationsmatrix, die um $5.5°$ gegen den Uhrzeigersinn rotiert. Welche der folgenden Matrizen beschreibt die Rotation von P_{s0} zu P_{s1} um das Rotationszentrum P_r? **(3 Punkte, SC)**

(A) $X = TR^{-1}T^{-1}$
(B) $X = T^{-1}R^{-1}T$
(C) $X = TRT^{-1}$
(D) $X = T^{-1}RT$

Hier stimmt B, da wir zuerst mit T das Rotationszentrum in den Ursprung schieben um es dann dort um R^{-1} zu rotieren. Wir Rotieren hier mit dem Kehrwert, da die Matrix gegen den Uhrzeigersinn rotiert wir aber im Uhrzeigersinn Rotieren wollen. Zu guter Letzt machen wir mit der Multiplikation von T^{-1} die Verschiebung vom Anfang rückgängig.

Hier ist wichtig zu Beachten, dass das nicht Kommutativ ist (man ließt Matrizenmultiplikation von rechts nach links)



2

Frage: (2) Welche Matrix transformiert die Position der ursprünglich geplanten Spitze P_{s0} zur tatsächlichen Position P_{s1}? **(7 Punkte, SC)**

(A) $X = \begin{bmatrix} 0.995 & 0.096 & -1.150 \\ -0.096 & 0.995 & 0.055 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $X = \begin{bmatrix} 0.995 & 0.096 & 1.150 \\ -0.096 & 0.995 & -0.055 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $X = \begin{bmatrix} 0.096 & 0.995 & -1.150 \\ -0.995 & 0.096 & 0.055 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $X = \begin{bmatrix} -0.995 & -0.096 & 1.150 \\ 0.096 & -0.995 & -0.055 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Die Matrix hat das Schema:

$$\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

für die Rotation und

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

für die Translation...

Jetzt muss man nur schauen was die Sin und Cos Werte sind:
$sin(5.5^\circ) = 0.096$, $cos(5.5^\circ) = 0.995$
und man muss sich überlegen wie sich die Abbildung schlussendlich verschiebt.

Ohne jegliche Korrektur, wäre die Abbildung um einiges weiter rechts und bisschen weiter unten.
Daher muss A richtig sein, weil die Sinus und Cosinus Werte passen, aber auch die Korrektur nach links und bisschen nach oben passt.

3

Frage: (3) Bestimmen Sie die neue Position der Turmspitze P_{s1}, mit $P_{s1} = XP_{s0}$. **(5 Punkte, SC)**

(A) $P_{s1} = (4.2, 55.8)$
(B) $P_{s1} = (-4.2, 55.8)$
(C) $P_{s1} = (4.2, 56.2)$
(D) $P_{s1} = (-4.2, 56.2)$

Matrizenmultiplikation:

Wir berechnen:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 56 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.995 \cdot 0 + 0.096 \cdot 56 + (-1.150) \cdot 1 \\ -0.096 \cdot 0 + 0.995 \cdot 56 + 0.055 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 + 0 \cdot 56 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

Rechnen wir das aus:

1. Zeile:

$$0 + 5.376 - 1.150 = 4.226$$

2. Zeile:

$$0 + 55.72 + 0.055 = 55.775$$

3. Zeile:

$$1$$

Ergebnis:

$$\begin{pmatrix} 4.226 \\ 55.775 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4

Frage: (4) Bei einer Sanierung 2001 wurde Erde unter dem Turm entfernt. Dabei wurde die Neigung um $1.5°$ reduziert. Welche Matrix/Matrizen ändern sich dadurch im Vergleich zu Frage 1? **(2 Punkte, MC)**

(A) T^{-1}
(B) T
(C) R
(D) X

Da sich das Rotationszentrum nicht verändert sondern lediglich der Winkel, ändern sich nur die Rotationsmatrix und die daraus resultierende Gesamtmatrix.

5

Frage: (5) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an. **(3 Punkte, MC)**

(A) $|(P_{s0} + P_{s1})/2 - P_r| = |P_{s1} - P_r|$
(B) Matrixmultiplikationen werden von rechts nach links abgearbeitet.
(C) Mit homogenen Koordinaten können wir alle elementaren Transformationen (Translation, Skalierung, Rotation, Reflexion) in einer Matrix kombinieren.
(D) X ist eine affine Transformation.
(E) R ist keine affine Transformation.
(F) $|P_{s0} - P_r| = |P_{s1} - P_r|$

Begrifferklärung Affine Transformation =

> ## Affine Transformationen
>
> - Alle behandelten Transformationen = affine Transformationen
> - Definition: Koordinaten werden über lineare Abbildung + Translation transformiert

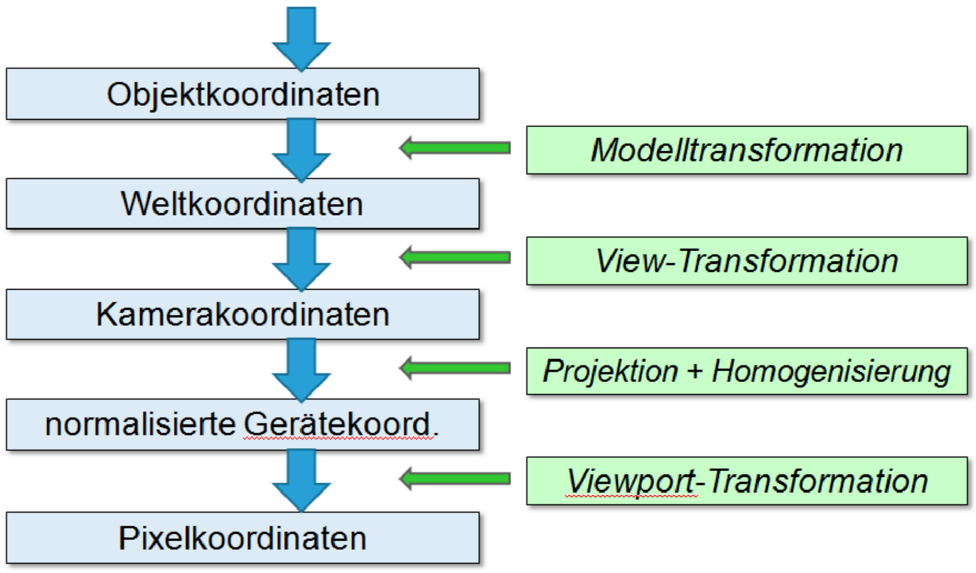
- Eigenschaften:
  - Erhalten Kollinearität (3 Punkte auf Linie bleiben auf Linie)
  - Erhalten Verhältnis von Streckenlängen auf Geraden
  - Parallele Linien bleiben parallel
  - Endliche Punkte bleiben endlich
- Zusammensetzbar aus: Skalierung, Rotation, Translation, Scherung, Spiegelung
- Transformationen mit nur Rotation, Translation, Spiegelung = längen- und winkelerhaltend

---

6

Frage: (6) Welche der folgenden Aussagen bezüglich der Graphikpipeline treffen zu? **(5 Punkte, MC)**

(A) Die Modelltransformation bringt ein Objekt von Objektkoordinaten in Weltkoordinaten.
(B) Objekte befinden sich nach der View-Transformation in Pixelkoordinaten.
(C) Objekte befinden sich nach der View-Transformation in Kamerakoordinaten.
(D) Die Viewport-Transformation findet vor der Modelltransformation statt.



---

7)

Frage: (7) Welche der folgenden Aussagen bezüglich Objektrepräsentationen treffen zu? **(5 Punkte, MC)**

(A) Die Durchschnittsoperation von zwei Objekten in einem CSG-Baum kann inkonsistent sein (z.B. können Löcher in der Oberfläche entstehen.).
(B) Bei der B-Rep Objektrepräsentation wird die Topologie des dargestellten Objektes mittels der Punktliste (Vertex Table) beschrieben.
(C) Durch die exakte Repräsentation von primitiven Objekten ist der Speicherbedarf eines CSG-Baumes enorm.
(D) Octrees erlauben ein schnelles Durchsuchen bestimmter räumlicher Bereiche eines Objektes mittels Rekursion.
(E) Durch die hierarchische Objektdarstellung von Octrees lassen sich einzelne Teile im Octree sehr einfach transformieren.
(F) Indem man die Normale der Trägerebene einer Polygonfläche berechnet, kann man sowohl die Vorderseite, als auch die Rückseite eines mittels der B-Rep Objektrepräsentation dargestellten Objektes bestimmen.

Aussage A:
„Die Durchschnittsoperation von zwei Objekten in einem CSG-Baum kann inkonsistent sein (z.B. können Löcher in der Oberfläche entstehen.).“

Warum das nicht stimmt:
Die **CSG (Constructive Solid Geometry)**-Repräsentation basiert auf **booleschen Operationen** (Vereinigung, Schnitt, Differenz), die auf **volumetrisch geschlossene Primitive** angewendet werden (z. B. Kugeln, Würfel, Zylinder).
Wenn die Primitive korrekt definiert sind und die Operationen richtig umgesetzt werden, sind die Ergebnisse **immer konsistent und geschlossen**. Es können **keine Löcher** in der Oberfläche entstehen, denn CSG arbeitet auf **volumetrischer Ebene** – also mit vollständigen Körpern, nicht mit reinen Oberflächen.

Fehler: Die Aussage unterstellt fälschlicherweise, dass die CSG-Schnittoperation zu geometrischen Inkonsistenzen führen kann.

Aussage B:
„Bei der B-Rep Objektrepräsentation wird die Topologie des dargestellten Objektes mittels der Punktliste (Vertex Table) beschrieben."

Warum das nicht stimmt:
In der **B-Rep (Boundary Representation)** werden Objekte durch **Grenzflächen (Kanten, Flächen)** beschrieben.
Die **Punktliste (Vertex Table)** enthält nur die **geometrischen Positionen der Eckpunkte**, also rein **geometrische Informationen**, **nicht** die **Topologie**.
Die **Topologie** (also welche Kanten welche Punkte verbinden, welche Flächen zu welchen Kanten gehören etc.) wird durch zusätzliche Tabellen beschrieben: **Edge Table**, **Face Table**, **Loop-Strukturen**, etc.

Fehler: Die Aussage vermischt Geometrie (Punkte) mit Topologie (Verbindung und Beziehung).

Aussage C:
„Durch die exakte Repräsentation von primitiven Objekten ist der Speicherbedarf eines CSG-Baumes enorm."

Warum das nicht stimmt:
Gerade das Gegenteil ist der Fall!
Ein **CSG-Baum** speichert primitive Objekte (z. B. Kugel, Würfel) durch **mathematische Gleichungen** und **Transformationen**, was **sehr speichereffizient** ist.
Zum Beispiel wird eine Kugel durch Mittelpunkt und Radius beschrieben – das braucht nur wenige Bytes.
CSG ist **kompakt**, weil es keine expliziten Oberflächen speichern muss.

Fehler: Die Aussage unterstellt fälschlicherweise, dass exakte, mathematische Beschreibungen viel Speicher benötigen – das Gegenteil ist richtig.

---

8)

Frage: (8) Welche der folgenden Aussagen bezüglich Farbwahrnehmung treffen zu? **(5 Punkte, MC)**

(A) Kolorimetrie berücksichtigt nicht nur die visuelle Unterscheidbarkeit von elektromagnetischer Strahlung, sondern auch die physikalisch messbaren Unterschiede verschiedener Spektren.
(B) Die Wellenlänge von rotem Licht ist größer als jene von blauem Licht.
(C) Das menschliche Auge reagiert auf grünes Licht am wenigsten empfindlich, deshalb kommt es oft zu einer Rot-Grün Sehschwäche.
(D) Die HSV- und HSL- Farbmodelle eignen sich besonders gut, um Menschen beim Beschreiben von Farben zu helfen.

A: Kolorimetrie berücksichtigt keine physikalische messbaren Unterschiede
C: Nein reagiert am meisten empfindlich auf grün.

---

9)

Frage: (9) Welche der folgenden Aussagen bezüglich Farbmodellen treffen zu? **(5 Punkte, MC)**

(A) Das RGB-Farbmodell kommt z.B. bei Monitoren zum Einsatz und weist Rot, Grün und Blau jeweils einer Koordinate zu, wobei [0, 0, 0] Weiß entspricht.
(B) $(1, 1, 1) - (R, G, B)$ liefert die Koordinaten im CMYK Farbmodell, wobei (R, G, B) die Anteile der Grundfarben im RGB Modell sind.
(C) Das HSV Modell beschreibt Farben als eine Kombination von Winkel (Position am Farbkreis), Intensität (Abstand von der Mittelachse), und Helligkeit (Abstand von der Spitze der Pyramide).
(D) Im XYZ Farbmodell liegen alle Farben die ein RGB Monitor darstellen kann innerhalb eines Dreiecks dessen Endpunkte auf den Farben Rot, Grün, und Blau liegen.
(E) Das CIE 1931 Diagramm erhält man, wenn man die Farben aus dem XYZ Farbmodell auf die Helligkeit 1 normiert ($x+y+z=1$) und das Ergebnis auf die XY Ebene projiziert.

A: 0, 0, 0 ist Schwarz und nicht weiß
B: Das ist das CMY und nicht das CMYK Farbsystem

---

10)

Frage: (10) Welche der folgenden Aussagen betreffend baryzentrischen Koordinaten sind korrekt? **(5 Punkte, MC)**

(A) Der Punkt mit den baryzentrischen Koordinaten (α, β, γ): $\alpha = 0.5$, $\beta = 1.2$, und $\gamma = -0.7$ liegt außerhalb des Dreiecks.

(B) Ein Eckpunkt des Dreiecks hat die baryzentrische Koordinate $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 1, 1)$

(C) Ein Eckpunkt des Dreiecks hat die baryzentrische Koordinaten $(\alpha, \beta, \gamma) = (0, 0, 0)$

(D) Für Punkte auf den Kanten des Dreiecks gilt für die baryzentrischen Koordinaten (α, β, γ): $\alpha = 1$, $\beta = 1$, oder $\gamma = 1$.

(E) Für Punkte auf den Kanten des Dreiecks gilt für die baryzentrischen Koordinaten (α, β, γ): $\alpha = 0$, $\beta = 0$, oder $\gamma = 0$.

A: Weil ein Punkt liegt dann aufm Dreieck wenn gilt:

$$0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1, \quad 0 < \gamma < 1$$

B/C/D:

Beispiel der Baryzentrischen Koordinaten:

Angenommen, du hast ein Dreieck mit den Eckpunkten:

- **A**,
- **B**,
- **C**.

Dann sind die **baryzentrischen Koordinaten** für jeden Eckpunkt wie folgt:

Eckpunkt A:

→ **(1, 0, 0)**
Bedeutet: 100 % bei A, 0 % bei B, 0 % bei C → also exakt Punkt A.

Eckpunkt B:

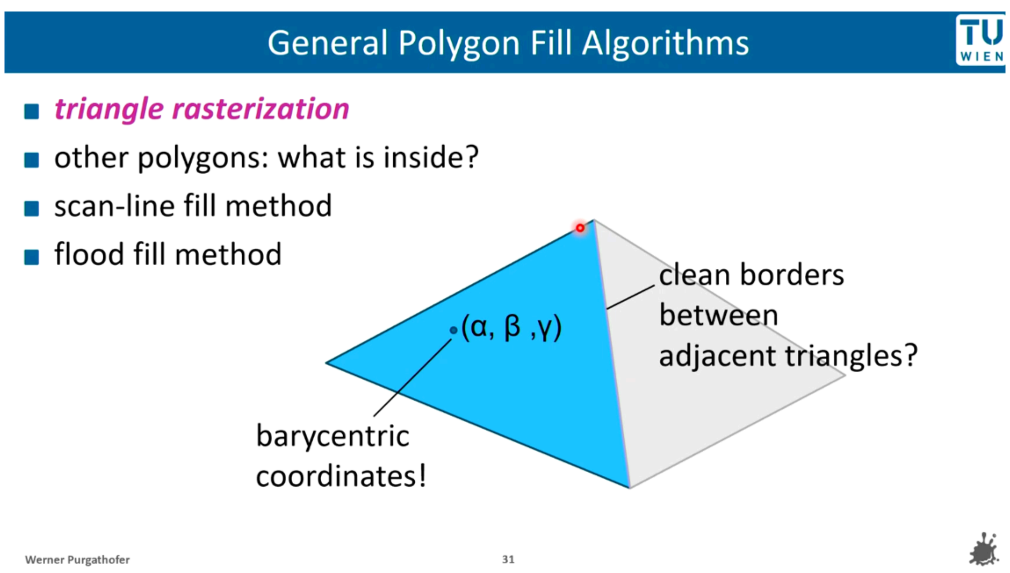
→ **(0, 1, 0)**
Bedeutet: 100 % bei B → also exakt Punkt B.

Eckpunkt C:

→ **(0, 0, 1)**
Bedeutet: 100 % bei C → also exakt Punkt C.

Also:

- Die baryzentrischen Koordinaten **(α, β, γ)** eines Punkts PPP im Dreieck erfüllen immer:
  $P = \alpha A + \beta B + \gamma C \quad \text{mit} \quad \alpha + \beta + \gamma = 1$
- Für Punkte **innerhalb** des Dreiecks sind **alle drei Werte positiv**.
- Für Punkte **auf einer Kante** ist **eine Koordinate = 0**.
- Für die **Eckpunkte** ist **zwei Koordinaten = 0**.



11)

Angabe: Gegeben sei ein Dreieck im dreidimensionalen Raum, das durch die Eckpunkte durch $P_0 = (3,1,3)$, $P_1 = (1,3,2)$ und $P_2 = (2,2,4)$ bestimmt ist. Jedem Eckpunkt werden baryzentrische Koordinaten (α, β, γ) zugeordnet, wobei α die baryzentrische Koordinate bezüglich P_0 ist, und dementsprechend β P_1 und γ P_2 zugeordnet werden. Beantworten Sie die folgenden Fragen.
Frage: (11) Welche der folgenden Aussagen bezüglich des Dreiecks, das von P_0, P_1 und P_2 aufgespannt wird, treffen zu? **(5 Punkte, MC)**

(A) Der Punkt $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3)$ liegt auf der Kante zwischen P_1 und P_2.
(B) Der Punkt $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3)$ liegt auf der Kante zwischen P_0 und P_1.
(C) Der Punkt $(2,2,3)$ ist der Zentralpunkt (= gewichtetes Zentrum) des Dreiecks.
(D) Der Punkt $(3,3,\frac{9}{2})$ ist der Zentralpunkt (= gewichtetes Zentrum) des Dreiecks.

A):

Du möchtest die baryzentrischen Koordinaten von

$$P = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3\right)$$

relativ zum Dreieck mit den Punkten:

- $P_0 = (3,1,3)$
- $P_1 = (1,3,2)$
- $P_2 = (2,2,4)$

Schritt-für-Schritt-Rechnung:

1. Vektoren berechnen

$$\begin{gathered}
\mathbf{v}_0 = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0 = (1-3,\ 3-1,\ 2-3) = (-2,\ 2,\ -1) \\
\mathbf{v}_1 = \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_0 = (2-3,\ 2-1,\ 4-3) = (-1,\ 1,\ 1) \\
\mathbf{v}_2 = \mathbf{P} - \mathbf{P}_0 = \left(\frac{2}{3} - 3,\ \frac{5}{2} - 1,\ 3-3\right) = \left(-\frac{7}{3},\ \frac{3}{2},\ 0\right)
\end{gathered}$$

2. Skalarprodukte (dot products)

$$\begin{gathered}
\text{dot00} = \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_0 = (-2)^2 + 2^2 + (-1)^2 = 4+4+1 = 9 \\
\text{dot01} = \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_1 = (-2)(-1) + 2(1) + (-1)(1) = 2+2-1 = 3 \\
\text{dot02} = \mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_2 = (-2)\left(-\frac{7}{3}\right) + 2\left(\frac{3}{2}\right) + (-1)(0) = \frac{14}{3} + 3 + 0 = \frac{23}{3} \\
\text{dot11} = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 = (-1)^2 + 1^2 + 1^2 = 1+1+1 = 3 \\
\text{dot12} = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = (-1)\left(-\frac{7}{3}\right) + 1\left(\frac{3}{2}\right) + 1(0) = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} + 0 = \frac{14+9}{6} = \frac{23}{6}
\end{gathered}$$

3. Baryzentrische Gewichte berechnen

$$\begin{gathered}
\text{denom} = \text{dot00} \cdot \text{dot11} - \text{dot01}^2 = 9 \cdot 3 - 3^2 = 27 - 9 = 18 \\
u = \frac{\text{dot11} \cdot \text{dot02} - \text{dot01} \cdot \text{dot12}}{\text{denom}} = \frac{3 \cdot 6 - 3 \cdot 3}{18} = \frac{18-9}{18} = \frac{9}{18} = 0.5 \\
v = \frac{\text{dot00} \cdot \text{dot12} - \text{dot01} \cdot \text{dot02}}{\text{denom}} = \frac{9 \cdot 3 - 3 \cdot 6}{18} = \frac{27-18}{18} = \frac{9}{18} = 0.5 \\
\lambda_0 = 1 - u - v = 1 - 0.5 - 0.5 = 0
\end{gathered}$$

Ergebnis:

Die baryzentrischen Koordinaten von

$$P = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 3\right)$$

C)

$$G = \frac{3}{1}(P0 + P1 + P2)$$

Konkretes Beispiel mit deinen Punkten:

$$P_0 = (3, 1, 3)$$
$$P_1 = (1, 3, 2)$$
$$P_2 = (2, 2, 4)$$

Dann:

$$G_x = \frac{1}{3}(3 + 1 + 2) = \frac{6}{3} = 2$$
$$G_y = \frac{1}{3}(1 + 3 + 2) = \frac{6}{3} = 2$$
$$G_z = \frac{1}{3}(3 + 2 + 4) = \frac{9}{3} = 3$$

Ergebnis:

Der Schwerpunkt des Dreiecks ist:

$$\boxed{G = (2,\ 2,\ 3)}$$

12)

Angabe: Jedem der oben genannten Eckpunkte $P_0 = (3, 1, 3)$, $P_1 = (1, 3, 2)$ und $P_2 = (2, 2, 4)$ werden zweidimensionale Texturkoordinaten zugeordnet: $T_0 = (0.1, 0.5)$, $T_1 = (0.9, 0.1)$ und $T_2 = (0.5, 0.9)$. Die Farbe jedes Eckpunktes ist über die Textur in Abbildung 3 gegeben. So wird zum Beispiel dem Punkt P_0 die Farbe D zugeordnet. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

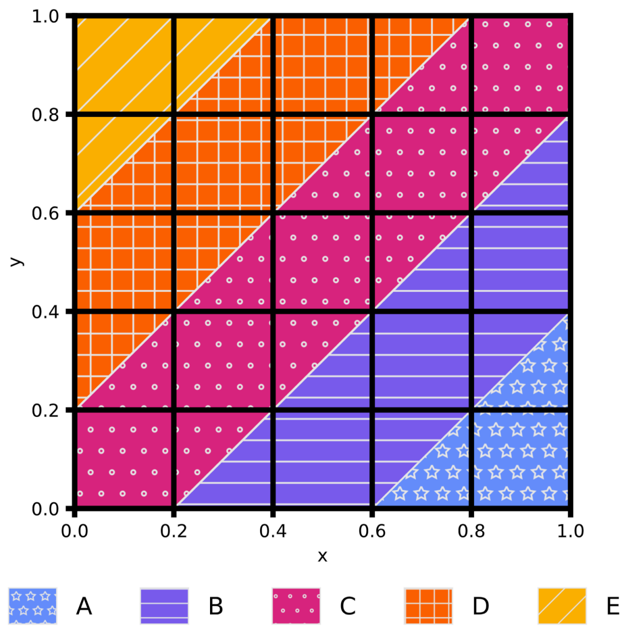


Abbildung 3: Textur

Frage: (12) Welche Farbe hat der Zentralpunkt (= gewichtetes Zentrum) des Dreiecks? **(2 Punkte, SC)**

(A) Farbe A
(B) Farbe B
(C) Farbe C
(D) Farbe D
(E) Farbe E

$$\frac{1}{3} * (T_0 + T_1 + T_2) = \frac{1}{3}(1.5, 1.5) = (0.5, 0.5)$$

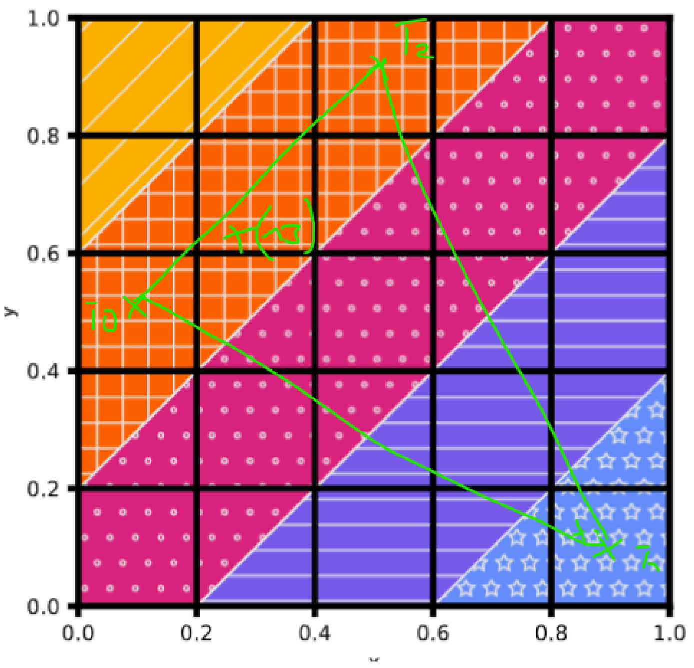
13) |14)

Frage: (13) Welche Farbe hat der Punkt des Dreiecks mit den baryzentrischen Koordinaten $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.01$, und $\gamma = 0.24$? **(2 Punkte, SC)**

(A) Farbe A
(B) Farbe B
(C) Farbe C
(D) Farbe D
(E) Farbe E

Frage: (14) Welche Farbe hat der Punkt des Dreiecks mit den baryzentrischen Koordinaten $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.98$, und $\gamma = 0.01$? **(2 Punkte, SC)**

(A) Farbe A
(B) Farbe B
(C) Farbe C
(D) Farbe D
(E) Farbe E



15) | 16)

Angabe: Gegeben sei Abbildung 4, wobei die dünne, gestrichelte, hellgraue Linie einzig dazu dient, die Krümmung der Linien in Dreieck A, B und C zu betonen. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

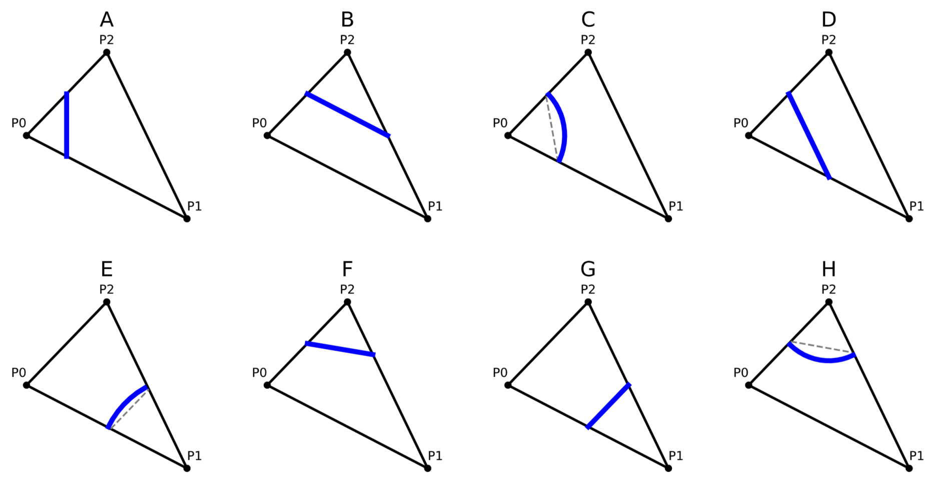


Abbildung 4: Baryzentrische Koordinaten: $P_0 = (3, 1, 3)$, $P_1 = (1, 3, 2)$ und $P_2 = (2, 2, 4)$

Frage: (15) In welcher der in Abbildung 4 gegebenen Figuren entspricht die dicke, durchgängige, blaue Linie innerhalb des Dreiecks Linie allen Punkten für die $\alpha = 0.5$ gilt, wobei α die baryzentrische Koordinate bezüglich P_0 ist? **(2 Punkte, SC)**

(A) Figur A
(B) Figur B
(C) Figur C
(D) Figur D
(E) Figur E
(F) Figur F
(G) Figur G
(H) Figur H

Frage: (16) In welcher der in Abbildung 4 gegebenen Figuren entspricht die dicke, durchgängige, blaue Linie innerhalb des Dreiecks allen Punkten für die $\beta = 0.5$ gilt, wobei β die baryzentrische Koordinate bezüglich P_1 ist? **(2 Punkte, SC)**

(A) Figur A
(B) Figur B
(C) Figur C
(D) Figur D
(E) Figur E
(F) Figur F
(G) Figur G
(H) Figur H

Es ist nicht das gekrümmte da es hier ja nicht ausgehend von Abstand und Winkel ist sondern aufgrund von 3 Koordinaten

---

17)

Frage: (17) Eine Person steht 2m vor einer Kamera. Die fokale Länge der Linse beträgt 20mm. Wie muss der Bildabstand gewählt werden, damit die Person scharf auf der Bildebene erscheint? **(2 Punkte, SC)**

(A) 0.5 m
(B) 20 cm
(C) 20 mm
(D) 1 m
(E) 73.5 cm
(F) 5 mm

$u = 2m$

$f = 20mm$

$v = ?$

--> $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{20} - \frac{1}{2000}$$

$$v = \frac{100 - 1}{2000} = \frac{99}{2000}$$

$$v = \frac{2000}{99} \approx 20.20\,\text{mm}$$

---> C

---

18 | 19

Angabe: Gegeben sind die blauen Pixel eines mit einem Bayer-Patterns aufgenommenen Bildes in Abbildung 5. Vervollständigen Sie die fehlenden Pixel unter Annahme von Zero-Padding des Randes. Die Pixel sollen linear interpoliert werden.

A	2	0
0	B	3
1	3	2

Abbildung 5: Blauer Farbkanal eines mit einem Bayer-Pattern aufgenommenen Bildes

Frage: (18) Bestimmen Sie den Wert von Pixel A. **(2 Punkte, SC)**

(A) 0.1
(B) 0.25
(C) 0.5
(D) 1
(E) 1.25
(F) 1.5

Frage: (19) Bestimmen Sie den Wert von Pixel B. **(2 Punkte, SC)**

(A) 0.5
(B) 0.85
(C) 1.5
(D) 2
(E) 2.25
(F) 3

$$A = \frac{0+0+2+0}{4} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$B = \frac{2+3+0+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

---

20)

Frage: (20) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich Bildaufnahme an. **(4 Punkte, MC)**

(A) Bei einem Bayer-Pattern sind 50% der Pixel rot.
(B) Bei der perspektivischen Projektion werden mehrere Punkte des dreidimensionalen Raums auf denselben Bildpunkt abgebildet.
(C) Je höher die Sensorauflösung, desto kleiner wird der Tiefenschärfebereich.
(D) Die Bildaufnahme (3D -> 2D) ist im Allgemeinen verlustbehaftet.
(E) Die perspektivische Projektion ist eine lineare Transformation.
(F) Mit einem Bild, das eine radiometrische Auflösung von 12 Bit besitzt, können 256 Werte abgebildet werden.

]

❌ (A) *„Bei einem Bayer-Pattern sind 50 % der Pixel rot.“*

Falsch, weil: sind 50% Grün, 25% Rot, 25% blau siehe --> 2. Bildaufnahme > Color Filter Array (CFA)

❌ (E) *„Die perspektivische Projektion ist eine lineare Transformation.“*

Falsch, weil:
Die **perspektivische Projektion ist nicht linear** im euklidischen Raum – sie enthält Division durch die Tiefe (z-Koordinate).
Nur im **projektiven Raum** (Homogene Koordinaten) kann man sie als lineare Matrixoperation darstellen. --> 2. Bildaufnahme > Eigenschaften der Projektion

❌ (F) *„Mit einem Bild, das eine radiometrische Auflösung von 12 Bit besitzt, können 256 Werte abgebildet werden.“*

Falsch, weil:
Mit **12 Bit** lassen sich $2^{12} = 4096\ \text{Werte}$ darstellen, **nicht 256**.
256 Werte wären bei **8 Bit**.

---

21)

Frage: (21) Für ein Bild soll ein Weißabgleich vorgenommen werden. Das auf Weiß abgebildete Pixel hat den Wert R=0.8, G = 0.8, B=0.9. Welchen Wert hat das Pixel mit Wert R=0.2, G=0.4, B=0.3 **nach dem Weißabgleich**? **(3 Punkte, SC)**

(A) R=0.25, G=0.5, B=0.5
(B) R=0.25, G=0.25, B=0.33
(C) R=0.33, G = 0.75, B = 0.33
(D) R=0.5, G=0.5, B=0.5
(E) R=0.1, G=0.5, B=0.33
(F) R=0.25, G=0.5, B=0.33

$$\text{Gain}_R = \frac{1}{R_{weiß}} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\text{Gain}_G = \frac{1}{G_{weiß}} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

$$\text{Gain}_B = \frac{1}{B_{weiß}} = \frac{1}{0.9} \approx 1.11$$

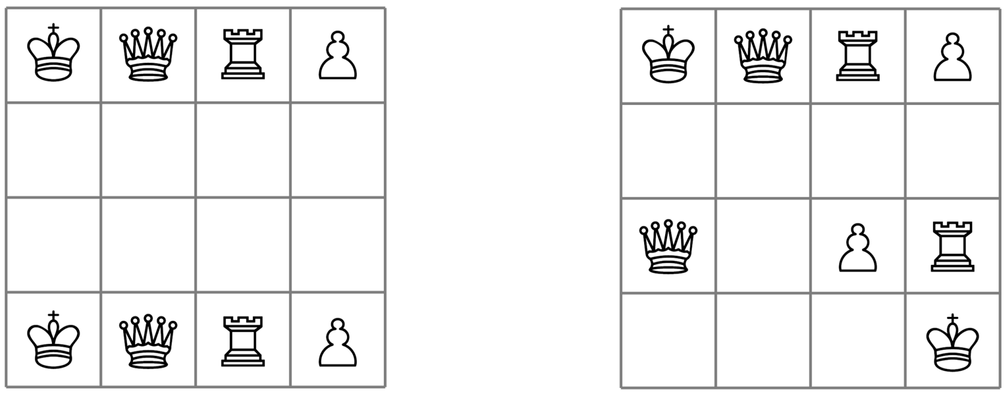
$$R_{korrigiert} = R_{pixel} \times \text{Gain}_R = 0.2 \times 1.25 = 0.25$$

$$G_{korrigiert} = G_{pixel} \times \text{Gain}_G = 0.4 \times 1.25 = 0.5$$

$$B_{korrigiert} = B_{pixel} \times \text{Gain}_B = 0.3 \times 1.11 \approx 0.333$$

22 | 23 | 24 | 25

Angabe: Sie sind Schachspieler und wollen an eine/n FreundIn die Schachbrettstellung in möglichst kompakter Form übermitteln. Sie entscheiden sich daher für eine Lauflängenkodierung (Run Length Encoding - RLE). Aus Gründen der Komplexität beschäftigen wir uns mit einem 4×4 Schachbrett mit vier verschiedenen Figuren: König (♔), Königin (♕), Turm (♖) und Bauer (♙). Die beiden Schachbrettstellungen sind in Abbildung 6 gegeben.



(a) Board 1 (b) Board 2

Abbildung 6: Schachbrettstellungen

Für die Übertragung werden sowohl für die Symbolanzahl als auch für das Symbol selbst jeweils ein Byte verwendet. Sie übertragen immer das gesamte Schachbrett zeilenweise (ohne zusätzliches Symbol für einen Zeilenumbruch). Beantworten Sie die folgenden Fragen.

Was RLE ist: siehe 3. Bildcodierung und Kompression > Run Length Encoding (RLE)

Frage: **(22)** Wieviele Bytes benötigt man für die Übertragung von Board 1 in Abbildung 6a mittels RLE? **(3 Punkte, SC)**

(A) 8
(B) 12
(C) 16
(D) 18
(E) 20
(F) 24

Wie die Aufgabe funktioniert:

Gegeben:

- RLE codiert **nacheinander gleichbleibende Symbole** als: `(Anzahl, Symbol)`
- **Jeweils 1 Byte** für die Anzahl und 1 Byte für das Symbol → **2 Bytes pro RLE-Paar**
- Das Schachbrett ist **4×4**, also **16 Felder**, die zeilenweise gelesen werden.
- Es gibt 4 Figuren: König (♔), Königin (♕), Turm (♖), Bauer (♙)
- Leere Felder werden wohl mit einem eigenen Symbol (z. B. `.` oder `␣`) dargestellt – wichtig für RLE.

Schritt 1: Board 1 zeilenweise aufschreiben:

Von oben links nach unten rechts:

Zeile 1: ♔ ♕ ♖ ♙
Zeile 2: ␣ ␣ ␣ ␣
Zeile 3: ␣ ␣ ␣ ␣
Zeile 4: ♔ ♕ ♖ ♙

→ Als Zeichenkette:
`♔ ♕ ♖ ♙ ␣ ␣ ␣ ␣ ♔ ♕ ♖ ♙ ␣ ␣ ␣ ␣`

Schritt 2: RLE anwenden

Jetzt zählen wir gleiche aufeinanderfolgende Symbole:

- 1×♔ → 2 Bytes
- 1×♕ → 2 Bytes
- 1×♖ → 2 Bytes
- 1×♙ → 2 Bytes
- 8×␣ → 2 Bytes
- 1×♔ → 2 Bytes
- 1×♕ → 2 Bytes

- 1× ♖ → 2 Bytes
- 1× ♙ → 2 Bytes

Schritt 3: Bytes zählen

Es gibt insgesamt **10 RLE-Paare**, jedes braucht **2 Bytes**, also:
$\times 2 = \boxed{18 \text{ Bytes}}$

Und so macht man das auch für die anderen 3 Aufgaben:

Frage: (23) Wieviele Bytes benötigt man für die Übertragung von Board 2 in Abbildung 6b mittels RLE? **(3 Punkte, SC)**

(A) 12
(B) 16
(C) 18
(D) 22
(E) 24
(F) 28

Frage: (24) Nehmen Sie an, Sie können die Figuren am Schachbrett beliebig platzieren. Wieviele Bytes benötigen Sie für die Übertragung der Schachbrettstellung, die die Byteanzahl **minimiert**? **(3 Punkte, SC)**

(A) 4
(B) 8
(C) 10
(D) 12
(E) 16
(F) 18
(G) 22
(H) 24

Frage: (25) Nehmen Sie an, Sie können die Figuren am Schachbrett beliebig platzieren. Wieviele Bytes benötigen Sie für die Übertragung der Schachbrettstellung, die die Byteanzahl **maximiert**? **(3 Punkte, SC)**

(A) 16
(B) 18
(C) 22
(D) 24
(E) 28
(F) 32
(G) 42
(H) 48

---

26)

Frage: (26) Kreuzen Sie die richtigen Antworten bezüglich dem JPEG Kompressionsstandard an. **(3 Punkte, MC)**

(A) JPEG ist ein verlustbehaftetes Kompressionsverfahren.
(B) Die Werte in der Quantisierungsmatrix sind für niedrige Frequenzen kleiner als die für hohe Frequenzen.
(C) JPEG hat einen Kompressionsverhältnis $c_R = 1$.
(D) JPEG ist ein Kompressionsverfahren für Vektor-Bildformate.
(E) JPEG basiert ausschließlich auf verlustfreien Kompressionsmethoden.
(F) JPEG verwendet die Diskrete Cosinustransformation.

(A) JPEG ist ein verlustbehaftetes Kompressionsverfahren.

- Richtig
- Hauptsächlich durch die Quantisierung der DCT-Koeffizienten gehen Bildinformationen verloren.

(B) Die Werte in der Quantisierungsmatrix sind für niedrige Frequenzen kleiner als die für hohe Frequenzen.

- Richtig
- Niedrige Frequenzen enthalten wichtige Bildinformationen und werden weniger stark komprimiert als hohe Frequenzen.

(C) JPEG hat ein Kompressionsverhältnis cR = 1.

- Falsch
- cR = 1 bedeutet keine Kompression; JPEG erreicht typischerweise deutlich höhere Kompressionsverhältnisse.

(D) JPEG ist ein Kompressionsverfahren für Vektor-Bildformate.

- Falsch
- JPEG wird für Rastergrafiken verwendet, nicht für Vektorgrafiken wie SVG.

(E) JPEG basiert ausschließlich auf verlustfreien Kompressionsmethoden.

- Falsch
- JPEG enthält verlustbehaftete Schritte, vor allem bei der Quantisierung.

(F) JPEG verwendet die Diskrete Cosinustransformation.

- Richtig
- Die DCT ist ein zentraler Bestandteil der JPEG-Kompression zur Umwandlung in den Frequenzbereich.

siehe 3. Bildcodierung und Kompression > Diskrete Cosinus Transformation (DCT)

---

27 - 32

Angabe: Im Folgenden sollen Sie zwei lineare Filter F_1 und F_2 der Größe 3×3 bzw. deren Koeffizienten angeben. Die Filter haben die Darstellung

$$F_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_2 = \begin{pmatrix} 0 & b_1 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

wobei die Filter folgende Eigenschaften besitzen:

- F_1 ist ein Mittelwertfilter aus dem linken und rechten Nachbar, wobei zusätzlich der Mittelpunkt ebenfalls in die Berechnung miteinbezogen wird.
- F_2 stellt eine Kontrasterhöhung um den Faktor 1.5 dar.

Frage: (27) Bestimmen Sie den Koeffizienten a_1. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) $-1/2$
(C) $-1/3$
(D) $1/3$
(E) $1/2$
(F) 1

Frage: (28) Bestimmen Sie den Koeffizienten a_2. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) $-1/2$
(C) $-1/3$
(D) $1/3$
(E) $1/2$
(F) 1

Frage: (29) Bestimmen Sie den Koeffizienten a_3. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) $-1/2$
(C) $-1/3$
(D) $1/3$
(E) $1/2$
(F) 1

Frage: (30) Bestimmen Sie den Koeffizienten b_1. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) -0.5
(C) $-2/3$
(D) $2/3$
(E) 1.5
(F) -1.5
(G) 1
(H) -1

Frage: (31) Bestimmen Sie den Koeffizienten b_2. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) -0.5
(C) $-2/3$
(D) $2/3$
(E) 1.5
(F) -1.5
(G) 1
(H) -1

Frage: (32) Bestimmen Sie den Koeffizienten b_3. **(1 Punkt, SC)**

(A) 0
(B) -0.5
(C) $2/3$
(D) $2/3$
(E) 1.5
(F) -1.5
(G) 1
(H) -1

---

33 - 34

Angabe: Der Kontrast eines Bildes, dessen Werte im Intervall $[0.2, 0.8]$ liegen, soll maximiert werden. Bestimmen Sie die affine (lineare) Funktion der Kontrasterhöhung der Form $y = kx + d$, wobei x den Pixelwert des Eingangsbildes und y den Pixelwert des Ausgangsbildes beschreibt.

Frage: (33) Bestimmen Sie k. **(2 Punkte, SC)**

(A) -1
(B) -2/3
(C) -1/2
(D) -1/8
(E) 0
(F) 1/2
(G) 1.5
(H) 2

Frage: (34) Bestimmen Sie d. **(2 Punkte, SC)**

(A) -1
(B) -2/3
(C) -0.6
(D) -1/3
(E) 0
(F) 0.5
(G) 0.75
(H) 2

siehe: [4. Punktoperationen > **Histogrammnormalisierung**]

mit folgender Formel:

$$I'(u,v) = \frac{I(u,v) - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}} \cdot q$$

Dabei bedeutet:

- I(u,v): ursprünglicher Pixelwert
- I′(u,v): neuer (kontrastverstärkter) Pixelwert
- $q_{\min}$: kleinstmöglicher Pixelwert im Ursprungsbild → **0.2**
- $q_{\max}$: größtmöglicher Pixelwert im Ursprungsbild → **0.8**
- q: maximale Spanne im Zielbereich → **1**, da [0, 1]

Setzen wir das in die Formel ein:

$$I'(u,v) = \frac{I(u,v) - 0.2}{0.8 - 0.2} \cdot 1 = \frac{I(u,v) - 0.2}{0.6}$$

Das entspricht genau einer linearen Funktion der Form:

$$y = kx + d$$

Umformen:

$$y = \frac{1}{0.6} \cdot x - \frac{0.2}{0.6} = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

Also:

- $k = \frac{5}{3} \approx 1{,}67$ → am nächsten dran: **(H) 2**
- $d = -\frac{1}{3}$d=−31 → exakt Option **(D)**

---

35)

Frage: (35) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich Punktoperationen an. Nehmen Sie dabei gegebenenfalls an, dass die jeweilige Punktoperation die Form $y = kx + d$ besitzt. **(2 Punkte, MC)**

(A) Für eine Bildinvertierung gilt für normalisierte Bildwerte immer $d = 1$.
(B) Für eine Bildinvertierung gilt für normalisierte Bildwerte immer $k = -1$.
(C) Für lineare Kontrastabschwächungen gilt immer $k < 1$.
(D) Für lineare Kontrasterhöhungen gilt immer $k > 0.5$.

D muss nicht stimmen, da hier nicht von normalisierten Werten die Rede ist.

Auch Werte kleiner als 0.5 **könnten** theoretisch einen Kontrast erhöhen, **wenn** das Bild vorher auf einem sehr engen Wertebereich liegt (z. B. [0.4, 0.6]).
→ Die Grenze bei **0.5** ist also **willkürlich** und nicht immer gültig.

---

36)

Frage: (36) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich linearer Faltung (*) und Gaußfiltern an. **(4 Punkte, MC)**

(A) Für die lineare Faltungsoperation gilt mit einem Skalar $a \in \mathbb{R}$: $(a \cdot \mathbf{F}_1) \cdot \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_1 * (\frac{1}{a} \cdot \mathbf{F}_2)$.
(B) Die lineare Faltungsoperation ist assoziativ, d.h. $\mathbf{F}_1 * (\mathbf{F}_2 * \mathbf{F}_3) = (\mathbf{F}_1 * \mathbf{F}_2) * \mathbf{F}_3$.
(C) Der Gaußfilter ist symmetrisch, d.h. $\mathbf{G}(i,j) = \mathbf{G}(j,i)$.
(D) Der Gaußfilter ist ein Hochpassfilter.
(E) Die Summe der Koeffizienten eines Gaußfilters ist 1.
(F) Die lineare Faltungsoperation ist kommutativ, d.h. $\mathbf{F}_1 * \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_2 * \mathbf{F}_1$.

- A, B, F siehe: 5. Lokale Operationen > Eigenschaften der linearen Faltung
- C/E siehe: 5. Lokale Operationen > Filtermaske für einen 3 × 3 Gauß-Filter mit $ sigma = 0.5$
- D siehe: 5. Lokale Operationen > Unterscheidung zwischen Tiefpass- und Hochpassfiltern

---

37 - 42

Angabe: Die Separierbarkeit linearer Filter bezeichnet die Eigenschaft, zweidimensionale Filter in zwei eindimensionale (x-Kernel und y-Kernel) Filter aufzuteilen. Dadurch kann der Rechenaufwand minimiert werden. Gesucht ist die Zerlegung des (approximierten) Gaußkernels $\mathbf{G}$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{G}_x * \mathbf{G}_y^{\mathrm{T}}. \tag{2}$$

Bestimmen Sie die fehlenden Koeffizienten der Filter $\mathbf{G}_{\{x,y\}}$

$$\mathbf{G}_x = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_y = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Frage: (37) Bestimmen Sie den Wert x_1. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Frage: (38) Bestimmen Sie den Wert x_2. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Frage: (39) Bestimmen Sie den Wert x_3. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Frage: (40) Bestimmen Sie den Wert y_1. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Frage: (41) Bestimmen Sie den Wert y_2. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Frage: (42) Bestimmen Sie den Wert y_3. **(1 Punkt, SC)**

(A) -1
(B) -0.5
(C) 0
(D) 0.5
(E) 1
(F) 2

Wie macht man das:

1. Multipliziere G_x und G_y (ohne Faktor $\frac{1}{4}$ erstmal)

Nehmen wir an:

$$G_x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}, \quad G_y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

Dann:

$$G_y \cdot G_x = \begin{pmatrix} y_1x_1 & y_1x_2 & y_1x_3 \\ y_2x_1 & y_2x_2 & y_2x_3 \\ y_3x_1 & y_3x_2 & y_3x_3 \end{pmatrix}$$

Vergleiche das mit der Matrix **ohne den** $\frac{1}{16}$-Faktor:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Hier kann man dann schon ziemlich gut die Lösung ablesen

Überprüfe einfache Vektoren

Da die Werte in der Mitte am höchsten sind, probiere:

$$G_x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

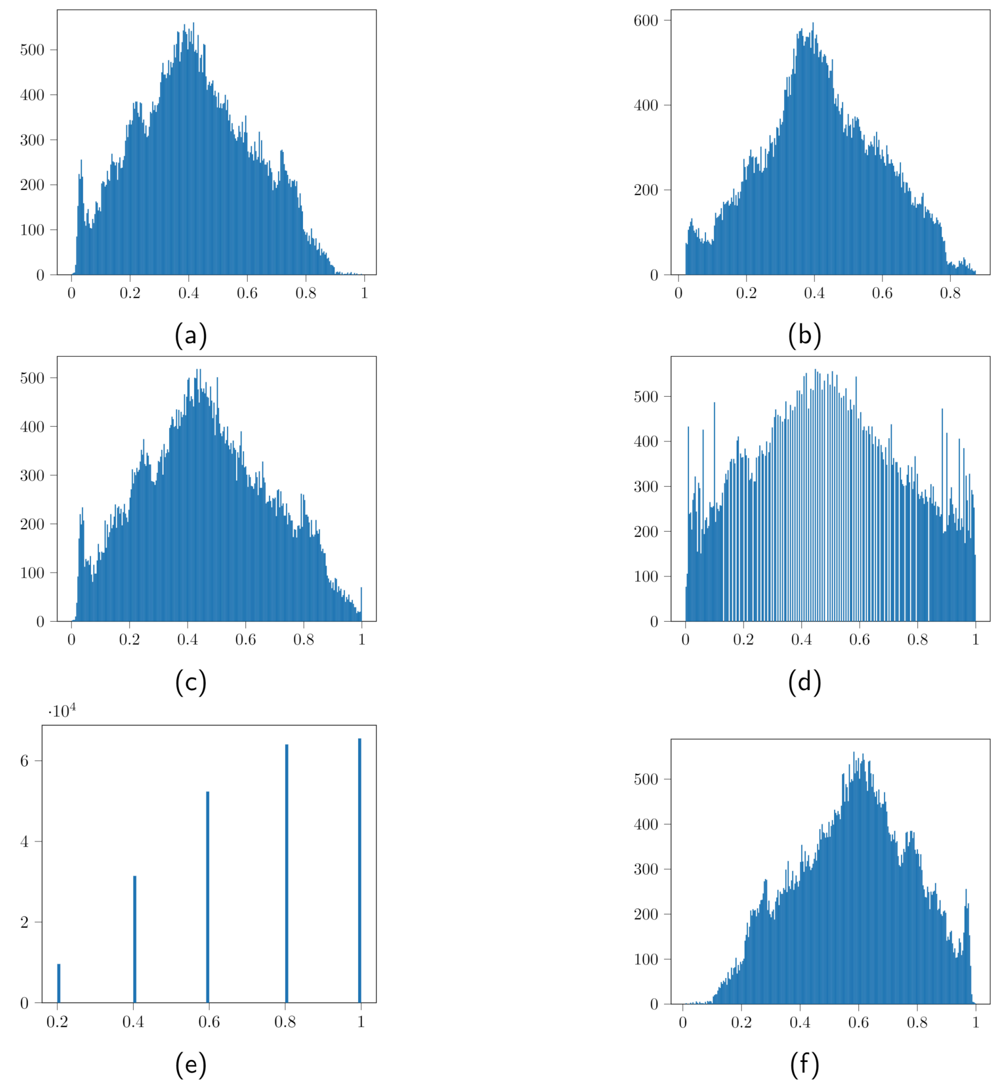
Dann:

$$G_y \cdot G_x = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 & 1 \cdot 2 & 1 \cdot 1 \\ 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 & 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 & 1 \cdot 2 & 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

---

43 - 47

Angabe: In der Abbildung 7 sind sechs Histogramme zu sehen. Abbildung 7a beschreibt das Originalhistogramm des Eingangsbildes, währen in den Abbildungen 7b-7d verschiedene Transformationen angewandt wurden. Bestimmen Sie die jeweiligen Transformationen anhand der Histogramme.



Frage: (43) Abbildung 7b beschreibt eine/n **(2 Punkte, SC)**

(A) Schwellwertoperation
(B) Mittelwertfilter
(C) Kontrasterhöhung
(D) Invertierung
(E) Identitätsabbildung
(F) Histogrammäqualisation

Frage: (44) Abbildung 7c beschreibt eine/n **(2 Punkte, SC)**

(A) Schwellwertoperation
(B) Mittelwertfilter
(C) Kontrasterhöhung
(D) Invertierung
(E) Identitätsabbildung
(F) Histogrammäqualisation

Frage: (45) Abbildung 7d beschreibt eine/n **(2 Punkte, SC)**

(A) Schwellwertoperation
(B) Mittelwertfilter
(C) Kontrasterhöhung
(D) Invertierung
(E) Identitätsabbildung
(F) Histogrammäqualisation

Frage: (46) Abbildung 7e beschreibt eine/n **(2 Punkte, SC)**

(A) Schwellwertoperation
(B) Mittelwertfilter
(C) Kontrasterhöhung
(D) Invertierung
(E) Identitätsabbildung
(F) Histogrammäqualisation

Frage: (47) Abbildung 7f beschreibt eine/n **(2 Punkte, SC)**

(A) Schwellwertoperation
(B) Mittelwertfilter
(C) Kontrasterhöhung
(D) Invertierung
(E) Identitätsabbildung
(F) Histogrammäqualisation

Hier eine kleine Beschreibung wie sich die verschiedenen Operationen auf Histogramme auswirken:

(B) Mittelwertfilter (Blur/Smoothing)

- Glättet das Bild, reduziert Kontraste.
- Histogramm wird schmaler, konzentriert sich auf mittlere Grauwerte.

- Extreme Helligkeitswerte werden abgeschwächt.

(C) Kontrasterhöhung (z. B. $y = kx + d$ mit $k > 1$)

- Vergrößert die Abstände zwischen den Grauwertebenen.
- Histogramm wird gedehnt – breiter verteilt.
- Kann zu Clipping führen, wenn Werte über 1 (bzw. 255) hinausgehen.

(D) Histogrammäqualisation

- Ziel: gleichmäßigere Verteilung der Grauwerte.
- Histogramm wird ausgeglichen, im Idealfall fast flach.
- Erhöht den Kontrast, besonders in kontrastarmen Bildern.

(E) Schwellwertoperation (Thresholding)

- Wandelt Graustufenbild in ein binäres Bild um.
- Histogramm hat danach nur noch zwei Peaks (z. B. bei 0 und 255).
- Alle Zwischenwerte werden entfernt.

(F) Invertierung (Negation)

- Spiegelt alle Grauwerte: x→1−xx \rightarrow 1 - xx→1−x.
- Histogramm wird horizontal gespiegelt.
- Verändert die Helligkeitsverteilung, aber nicht deren Form.
