5. FS - Lokale Operationen

Pixel Nachbarschaften

Koordinaten der vier D-Nachbarn:
$(u-1, v), (u+1, v), (u, v-1), (u, v+1)$
Koordinaten der diagonalen Nachbarn:
$(u-1, v-1), (u+1, v+1), (u-1, v+1), (u+1, v-1)$

5. Lokale Operationen > Nachbarschaften

Filter

Gaußfilter

Beispiel für eine Filtermaske (für $\sigma = 0.5$):

$$F_{Gauss} = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Laplacefilter

Filtermatrix:

$$F_{Laplace} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Lokale Operationen > Tiefpassfilter und 5. Lokale Operationen > Differenzfilter

---

Formale Eigenschaften linearer Filtern

$I'(u, v) = \sum_i \sum_j I(u-i, v-j) \cdot F(-i, -j)$

- Die ursprüngliche lineare Filterdefinition entspricht einer linearen Korrelation, da hier keine Spiegelung der Filtermatrix erfolgt.

Kommutativität:
$I * F = F * I$

Linearität:

- Skalierung eines Bildes:
  $(a \cdot I) * F = a \cdot (I * F)$
- Addition zweier Bilder:
  $(I_1 + I_2) * F = (I_1 * F) + (I_2 * F)(I1 + I2) * F = (I1 * F) + (I2 * F)$

Assoziativität:
$A * (B * C) = (A * B) * C$
→ Filter können beliebig kombiniert und umgruppiert werden.

5. Lokale Operationen > Formale Eigenschaften lineare Filter

Separierbarkeit

- Ein Filterkern F kann als Faltungsprodukt kleinerer Filterkerne beschrieben werden:
  $F = F_1 * F_2 * \cdots * F_n$
- Besonders nützlich: Trennung in zwei eindimensionale Filter:

Beispiel:

- $F_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
- $F_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Kombiniert:
$F_{xy} = F_x * F_y$

- Vorteil: Reduktion der Rechenkomplexität
  - Normal: $3 \times 5 = 15$ Operationen pro Pixel
  - Separiert: $5 + 3 = 8$ Operationen pro Pixel

5. Lokale Operationen > Konsequenz Separierbarkeit
