

# CG Repetitorium - Test 2

## Sichtbarkeitsverfahren

### Fragen zur Sichtbarkeit

- Beim Backface-Culling wird ein Polygon entfernt, wenn sein Oberflächennormalvektor vom Betrachter wegzeigt.
- Mittels Backface-Culling können alle nicht sichtbaren Polygone einer Szene entfernt werden (meist etwa 50% aller Polygone).
- Mittels Backface-Culling können im Schnitt in etwa die Hälfte aller Polygone einer Szene als unsichtbar identifiziert werden.
- Der Z-Puffer speichert für jedes Pixel stets die Tiefe des am fernsten liegenden Polygons, das dieses Pixel überdeckt.

(2) Nein, weil auch Polygone nicht sichtbar sind wenn ein anderes Polygon im Weg ist

(4) Nein ist falsch, es ist das nächste

- Beim Ray-Casting wird durch jedes Pixel ein Strahl in Blickrichtung in die Szene gelegt und mit allen Objekten geschnitten.
- Beim z-Buffering wird im Framebuffer ein Pixel eines Polygons nur gezeichnet, wenn sein z-Wert näher zum Betrachter liegt als der im z-Puffer gespeicherte Wert.
- Ein Nachteil von Ray-Casting ist der hohe Speicherbedarf, der durch die vielen Rays (bis zu mehreren Millionen) entsteht.

Speicherbedarf ist kein Problem

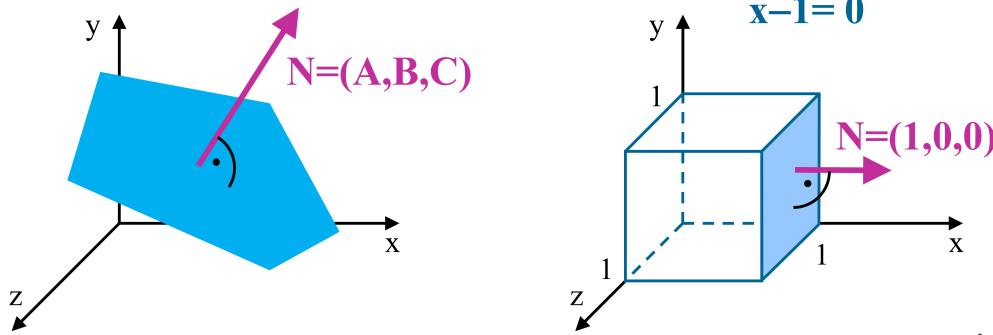
## Sichtbarkeitsverfahren

Welche der folgenden Sichtbarkeitsverfahren arbeiten im Objektraum, welche im Bildraum?

	Objektraumverfahren	Bildraumverfahren
Z-Buffer	O	X
Depth-Sorting	X	O
Area Subdivision	O	X
Backface Detection	X	O
Octree-Methode	X	O
Ray Casting	O	X
Scanline-Methode	O	X

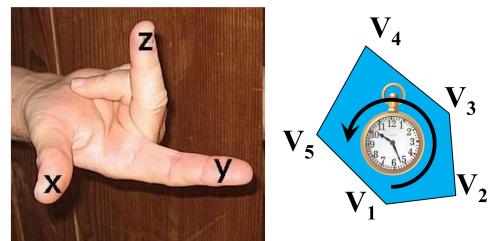
$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- plane parameters  $A, B, C, D$
- normal ( $A, B, C$ )

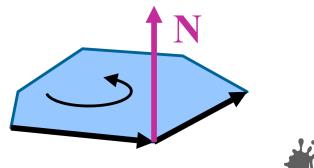


$Ax + By + Cz + D = 0$  for points on the surface  
 $< 0$  for points behind  
 $> 0$  for points in front

if (1) right-handed coordinate system  
 (2) polygon points are  
 ordered counterclockwise



if  $V_1, V_2, V_3$  counterclockwise  $\Rightarrow$   
 normal vector  $N = (V_2 - V_1) \times (V_3 - V_2)$   
 (points to outside!)

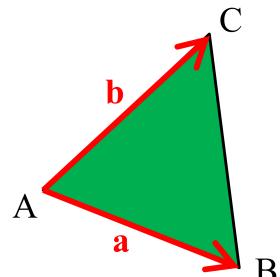


Wie lautet für ein Dreieck mit den Eckpunkten A(0, 2, 3), B(4, 5, 4), C(5, 4, 3) der normalisierte Normalvektor  $\mathbf{n}$  ?

$$\mathbf{a} = \mathbf{B} - \mathbf{A} = (4, 5, 4) - (0, 2, 3) = (4, 3, 1)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{C} - \mathbf{A} = (5, 4, 3) - (0, 2, 3) = (5, 2, 0)$$

$$\mathbf{n}^* = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 0 - 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 5 - 4 \cdot 0 \\ 4 \cdot 2 - 3 \cdot 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}$$



$$|\mathbf{n}^*| = \sqrt{4 + 25 + 49} = \sqrt{78} = 8.83$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}^*/|\mathbf{n}^*| = (-2, 5, -7)/8.83 = (-0.23, 0.57, -0.79)$$

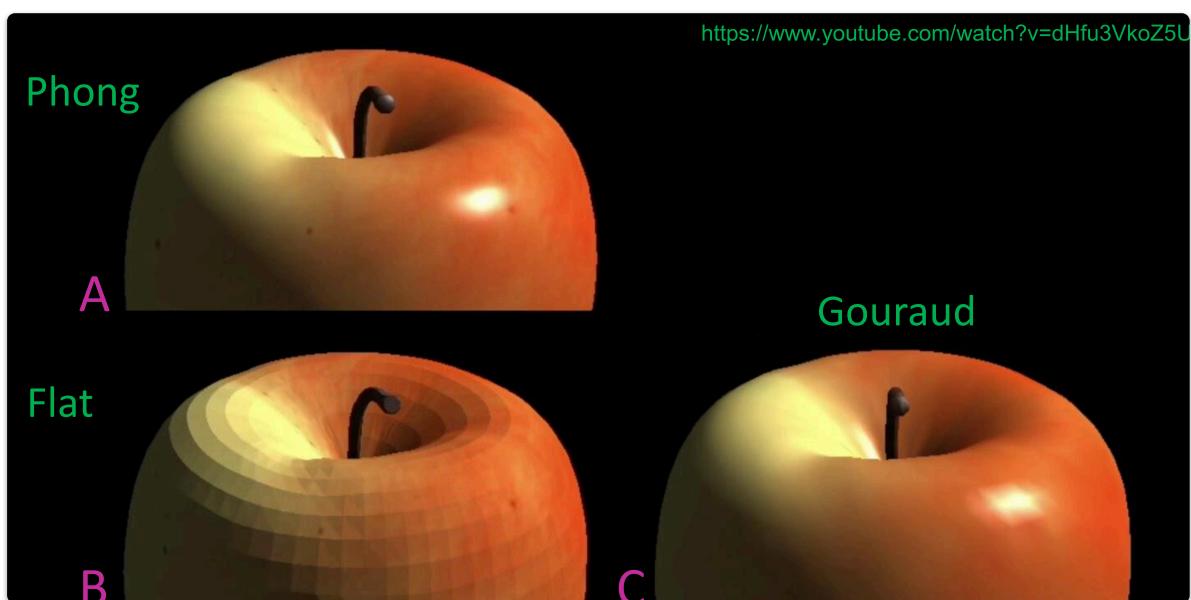
## Beleuchtung und Shading

### Blinn-Phong Beleuchtung

Summe über alle Lichtquellen

$$L = k_a * I_a + \sum_{i=1, \dots, N} (k_d * I_i * (n \cdot l) + k_s * I_i * (n \cdot h_i)^p)$$

ambient                          diffuse                          specular



A - Phong weil man sich die Normale und die Helligkeit an jedem Punkt berechnet

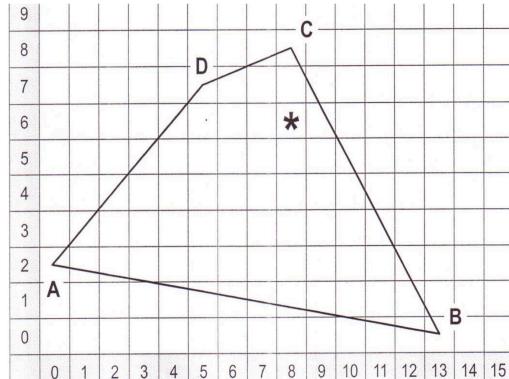
B - Flat weil man harte Kanten sieht.

C - Gouraud weil man die Interpolation an der Kante sieht, da schmiert es sich so.

- Normalvektoren:  $\mathbf{a}: (-0.5, -0.5, 2.0)$     $\mathbf{b}: (0.8, -0.2, 2.6)$   
 $\mathbf{c}: (1.0, 1.2, 1.8)$     $\mathbf{d}: (-1.3, 1.2, 2.0)$
- Richtung zur Lichtquelle:  $(0, 3, 4)$
- Blickvektor:  $(0, 0, -1)$
- Intensität der Lichtquelle = 2.4
- $k_d = 0.6, k_s = 0.4, k_a = 0, p = 10$
- Berechnen Sie die Schattierung an der Stelle \* mit Phong-Interpolation und Blinn-Phong-Schattierung

Annalena Ulschmid

32



$$\text{Schattierung} = k_d \cdot I \cdot (\mathbf{n} \cdot \ell) + k_s \cdot I \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^p = 0.6 \cdot 2.4 \cdot (\mathbf{n} \cdot \ell) + 0.4 \cdot 2.4 \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^{10}$$

$$\mathbf{n}_1 = 1/5 \cdot \mathbf{a} / \|\mathbf{a}\| + 4/5 \cdot \mathbf{d} / \|\mathbf{d}\|$$

$$\mathbf{n} \cdot \ell = 0.943$$

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^{10} = 0.965^{10} = 0.703$$

$$\mathbf{n}_2 = 2/8 \cdot \mathbf{b} / \|\mathbf{b}\| + 6/8 \cdot \mathbf{c} / \|\mathbf{c}\|$$

$$\mathbf{n}^* = 1/5 \cdot \mathbf{n}_1 / \|\mathbf{n}_1\| + 4/5 \cdot \mathbf{n}_2 / \|\mathbf{n}_2\|$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}^* / \|\mathbf{n}^*\| = (0.246, 0.388, 0.888)$$

$$\ell = (0, 3, 4) / \|(0, 3, 4)\| = (0, 0.6, 0.8)$$

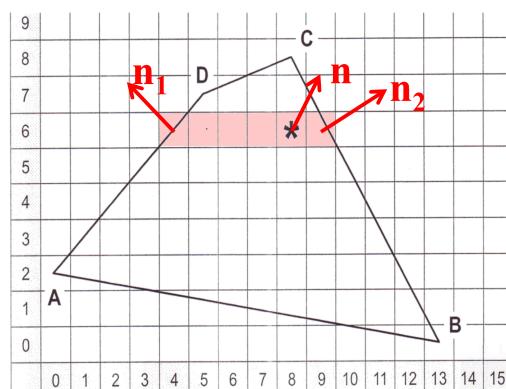
$$\mathbf{v} = (0, 0, 1)$$

$$\mathbf{ah} = \frac{\ell + \mathbf{v}}{\|\ell + \mathbf{v}\|} = (0.8, 0.16, 0.943)$$

$$\mathbf{c}: (1.0, 1.2, 1.8) \quad \mathbf{d}: (-1.3, 1.2, 2.0)$$

Richtung zur Lichtquelle:  $(0, 3, 4)$ Blickvektor:  $(0, 0, -1)$ 

Intensität der Lichtquelle = 2.4

 $k_d = 0.6, k_s = 0.4, p = 10$ Schattierung = 2.033

## Beispiel Schattierung

Ein diffus reflektierendes Polygon mit der Trägerebene  $2x - 4y + 4z = 1$  wird aus der Richtung  $(-2, -2, 1)$  von parallelem Licht der Stärke 7 getroffen. Der Reflexionskoeffizient des Polygons ist 0.6. Es gibt kein Ambientes Licht in der Szene. Wie hell erscheint das Polygon?

$$\text{Oberflächennormale } \mathbf{n}^* = (2, -4, 4) \quad \mathbf{n} = \mathbf{n}^* / \|\mathbf{n}^*\| = \mathbf{n}^* / 6 = (1/3, -2/3, 2/3)$$

$$\text{Richtung zur Lichtquelle} = (-2, -2, 1) \quad \ell = (-2, -2, 1) / 3 = (-2/3, -2/3, 1/3)$$

$$L_{\text{diff}} = k_d \cdot I \cdot (\mathbf{n} \cdot \ell)$$

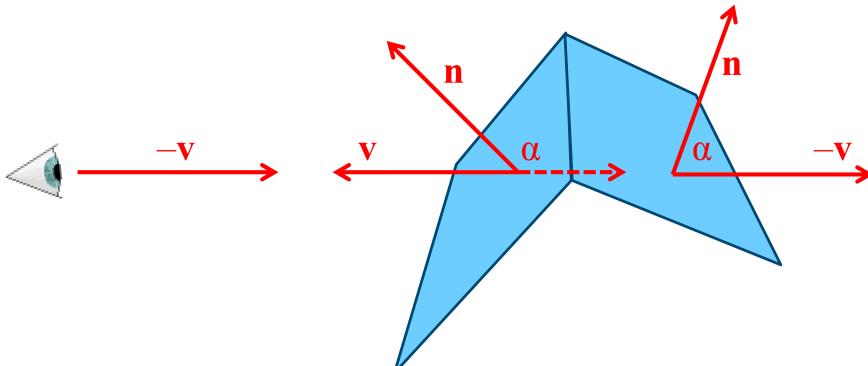
$$L_{\text{diff}} = 0.6 \cdot 7 \cdot (-2/9 + 4/9 + 2/9) = 4.2 \cdot 4/9 = 1.867$$

## Sichtbarkeit

Gegeben sind drei diffuse Dreiecke mit den Oberflächennormalen  $(\sqrt{3}, 0, 1)$ ,  $(-3, 3, 3)$ ,  $(1, -1, -2)$  und parallel einfallendes Licht aus der Richtung  $(0, 0, 1)$  mit der Intensität  $I_L = 128$ . Der diffuse Reflexionskoeffizient des 1. Dreieckes ist  $k_d = 0.75$ , der des 2. und 3. ist  $k_d = 0.25$ . Das ambiente Licht hat die Stärke 12. Berechnen Sie die Intensitäten  $I_i$  des reflektierten Lichtes, das ein Beobachter aus der Richtung  $(1, 0, 0)$  von den 3 Dreiecken sieht.



$\alpha < 90^\circ \rightarrow$  nicht sichtbar [  $(-\mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} > 0$  oder  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0$  ]  
 $\alpha > 90^\circ \rightarrow$  sichtbar [  $(-\mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} < 0$  oder  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0$  ]



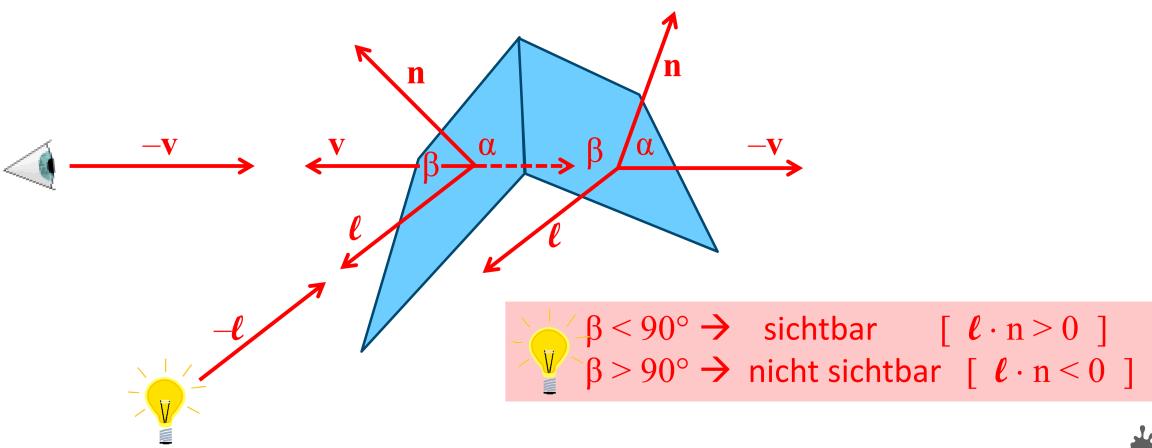
$$\cos(\text{Normale, Lichtrichtung}) =$$

$$(\sqrt{3}, 0, 1)/2 \cdot (0, 0, 1) = \frac{1}{2} \quad \text{daher } I_1 = 12 \cdot 0.75 + 128 \cdot 0.75 \cdot 0.5 = \underline{\underline{57}}$$

$$(-3, 3, 3) \cdot (1, 0, 0) = -3 < 0$$



$\alpha < 90^\circ \rightarrow$  nicht sichtbar [  $(-\mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} > 0$  oder  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0$  ]  
 $\alpha > 90^\circ \rightarrow$  sichtbar [  $(-\mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} < 0$  oder  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0$  ]



$$\cos(\text{Normale, Lichtrichtung}) =$$

$$(\sqrt{3}, 0, 1)/2 \cdot (0, 0, 1) = \frac{1}{2} \quad \text{daher } I_1 = 12 \cdot 0.75 + 128 \cdot 0.75 \cdot 0.5 = \underline{\underline{57}}$$

$$(-3, 3, 3) \cdot (1, 0, 0) = -3 < 0 \rightarrow (-3, 3, 3) \text{ ist aus } (1, 0, 0) \text{ nicht sichtbar!}$$

$$(1, -1, -2) \cdot (0, 0, 1) = -2 < 0$$

## Ray Tracing

## Fragen zu Raytracing

- Mit dem Ray-Tracing-Verfahren ist es nicht möglich, einfache Schatten zu berechnen.
- Lässt man alle Blickstrahlen von einem Punkt ausgehen, so wird das Bild in Perspektive gerendert.
- Die Basisidee beim Ray-Tracing besteht darin, Licht, welches auf einen Bildpunkt trifft, zurückzuverfolgen und daraus auf das Aussehen (Farbe) dieses Bildpunktes zu schließen.
- Ray-Tracing kann – unter Anderem – Spiegelungen und Lichtbrechung simulieren.

## Rechenbeispiel

Ein Strahl  $\mathbf{p}(t) = (1, -2, -6) + t \cdot (1, 2, 3)$  trifft die Kugel K mit Mittelpunkt  $(6, 0, 0)$  und Radius  $r = 5$ . Berechnen Sie den **Normalvektor im Schnittpunkt**.

$$\text{Kugel: } ((x, y, z) - (6, 0, 0))^2 = 25$$

$$((1, -2, -6) + t \cdot (1, 2, 3) - (6, 0, 0))^2 = 25$$

$$(t \cdot (1, 2, 3) + (-5, -2, -6))^2 = 25$$

$$14t^2 + 2 \cdot (-27)t + 65 = 25$$

$$14t^2 - 54t + 40 = 0 \quad \text{also} \quad 7t^2 - 27t + 20 = 0$$

$$t_{1,2} = (27 \pm \sqrt{(27^2 - 4 \cdot 7 \cdot 20)}) / 2 \cdot 7 = (27 \pm \sqrt{(729 - 560)}) / 14 = (27 \pm 13) / 14$$

$$t_1 = 1 \quad t_2 = 40 / 14 \quad \text{also 1. Schnittpunkt } (2, 0, -3)$$

$$\text{also } \mathbf{n}^* = (2, 0, -3) - (6, 0, 0) = (-4, 0, -3)$$

$$\text{bzw. } \mathbf{n} = \mathbf{n}^* / \| \mathbf{n}^* \| = (-4, 0, -3) / 5 = (-4/5, 0, -3/5)$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\mathbf{r} = (2\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v}$$

$$\text{Strahl: } (1, -2, -6) + t \cdot (1, 2, 3) \text{ also } \mathbf{v} = (-1, -2, -3) / \sqrt{14} = (-0.27, -0.53, -0.80)$$

$$\text{Schnittpunkt: } (2, 0, -3)$$

$$\text{Normalvektor: } \mathbf{n} = (-4/5, 0, -3/5)$$

$$\mathbf{r} = (2 \cdot (4/5 + 0 + 9/5) / \sqrt{14}) \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v} = 1.39 \cdot \mathbf{n} - \mathbf{v} = (-0.84, 0.53, -0.03)$$

$$\mathbf{R}(t) = (2, 0, -3) + t \cdot (-0.84, 0.53, -0.03)$$

## Globale Beleuchtung + Texturen

- Die Radiosity-Methode eignet sich sehr gut dazu, Objekte mit diffusen und spiegelnden Oberflächen darzustellen.
- Die Formfaktoren sind rein geometrische Größen, also unabhängig von Lichtquellen und Radiositywerten.
- Radiosity ist eine blickpunktabhängige Methode zur Berechnung der Helligkeit der einzelnen Patches.
- Beim Environment Mapping wird die exakte Reflexionsrichtung für die Schattierung verwendet.
- Beim Bump-Mapping ändert sich die Geometrie nicht, lediglich die Oberflächennormale wird geändert.

(A) Kann nicht mit Spiegelungen umgehen  
 (C) Nein nicht abhängig vom Blickpunkt, Blickpunktunabhängig, weil ich das in den Patches abspeichere  
 (D) Die Map ist vorberechnet für ein Objekt was sich von der Map im Zentrum befindet.  
 Sobald sich das Objekt verschiebt, dann wird trz der Strahl von diesem Punkt ausgesendet.  
 Also die Box wandert mit. Wir tun immer so als wäre unser Objekt in der Mitte  
 Man denkt von dem Punkt von dem man aus gecaptured hat

### Rechenbeispiel

Gegeben ist eine Szene mit 2 Lichtquellenpatches  $L_1$  und  $L_2$ . Berechnen Sie für das nicht selbstleuchtende Patch  $P$  die Radiosity nach einem Shooting-Schritt.

Flächen:  $A_1 = 20$ ,  $A_2 = 25$ ,  $A_P = 30$

Eigenemissionen:  $E_1 = 125$ ,  $E_2 = 83$ ,  $E_P = 0$

Formfaktoren:  $F_{12} = 0.02$ ,  $F_{1P} = 0.03$ ,  $F_{2P} = 0.04$

Reflexionskoeffizienten:  $\rho_1 = 0.6$ ,  $\rho_2 = 0.4$ ,  $\rho_P = 0.8$

Diese 3 Patches stehen jeweils um  $30^\circ$  geneigt zueinander.

$L_1$  ist die hellere Lichtquelle weil  $E_1 \cdot A_1 > E_2 \cdot A_2$   
 also  $i = 1$ ,  $j = P$

$$B_{P \text{ due to } B_1} = \rho_P B_1 F_{1P} \frac{A_1}{A_P} \quad B = 0.8 \cdot 125 \cdot 0.03 \cdot 20/30 = \underline{\underline{2}}$$

## Kurven und Flächen

Welchen Einfluss haben die Stützpunkte von Bézier-Kurven auf die Kurve?

- (A) Globalen Einfluss    (B) Lokalen Einfluss

Welchen Einfluss haben die Stützpunkte von B-Spline-Kurven auf die Kurve?

- (A) Globalen Einfluss    (B) Lokalen Einfluss

Wie bezeichnet man Freiformflächen/-kurven, deren Stützpunkte auf der Fläche/Kurve liegen?

- (A) Interpolierend    (B) Approximierend

Wie bezeichnet man Freiformflächen/-kurven, deren Stützpunkte nicht (alle) auf der Fläche/Kurve liegen, sondern die Fläche/Kurve nur durch ihre Lage beeinflussen?

- (A) Interpolierend    (B) Approximierend

Die Hermite-Interpolation erfolgt mit Polynomen welchen Grades?

- (A) Ersten    (B) Zweiten    (C) Dritten



## Rechenbeispiel - Natural Cubic Splines

Gesucht: Natural Cubic Spline-Segment mit den Stützpunkten:  $P_1(0,0)$ ,  $P_2(2,-4)$ .

Weiters ist gegeben: Anstieg in  $P_2$  ist 4, die zweite Ableitung am Punkt  $P_2$  ist 2.

Wie lautet die explizite Form des Polynoms, d.h. die Form

$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  mit 4 Koeffizienten pro Segment?

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad p'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad p''(x) = 6ax + 2b$$

$$p(0) = 0 \quad 0 = d$$

$$p(2) = -4 \quad -4 = 8a + 4b + 2c (+d)$$

$$p'(2) = 4 \quad 4 = 12a + 4b + c \quad \left. \begin{array}{l} 2 = 2b + c \\ 2 = 12a + 2b \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} -4 = 8a + 4 \\ -8 = 8a \end{array} \right\}$$

$$p''(2) = 2 \quad 2 = 12a + 2b \quad \left. \begin{array}{l} -4 = 8a + 4 \\ -8 = 8a \end{array} \right\} \quad -1 = a$$

$$4 = 4b + 2c \quad \left. \begin{array}{l} -4 = 8a + 4 \\ -8 = 8a \end{array} \right\} \quad -12 = c$$

$$16 = 4b + c \quad \left. \begin{array}{l} -4 = 8a + 4 \\ -8 = 8a \end{array} \right\} \quad -12 = c$$

$$14 = 2b \quad \rightarrow \quad 7 = b$$

$$p(x) = -x^3 + 7x^2 - 12x$$

## Rechenbeispiel - Hermite Spline

Gesucht ist die parametrische Form eines Hermite Spline Segmentes. Die parametrische Form ist eine Vektorgleichung  $\mathbf{P}(u) = \mathbf{au}^3 + \mathbf{bu}^2 + \mathbf{cu} + \mathbf{d}$  mit 4 Koeffizientenvektoren pro Segment. Gegeben sind die folgenden Stützpunkte:  $P_1(-3,7)$ ,  $P_2(2,4)$ , und folgende Tangentensteigungen: in  $P_1$ :  $(1,1)$ , in  $P_2$ :  $(6,-2)$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \mathbf{b}_k \\ \mathbf{c}_k \\ \mathbf{d}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{p}_{k+1} \\ \mathbf{Dp}_k \\ \mathbf{Dp}_{k+1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_k = 2\mathbf{p}_k - 2\mathbf{p}_{k+1} + \mathbf{Dp}_k + \mathbf{Dp}_{k+1}$$

$$\mathbf{b}_k = -3\mathbf{p}_k + 3\mathbf{p}_{k+1} - 2\mathbf{Dp}_k - \mathbf{Dp}_{k+1}$$

$$\mathbf{c}_k = \mathbf{Dp}_k$$

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{p}_k$$

$$\mathbf{a}_k = (-3, 5)$$

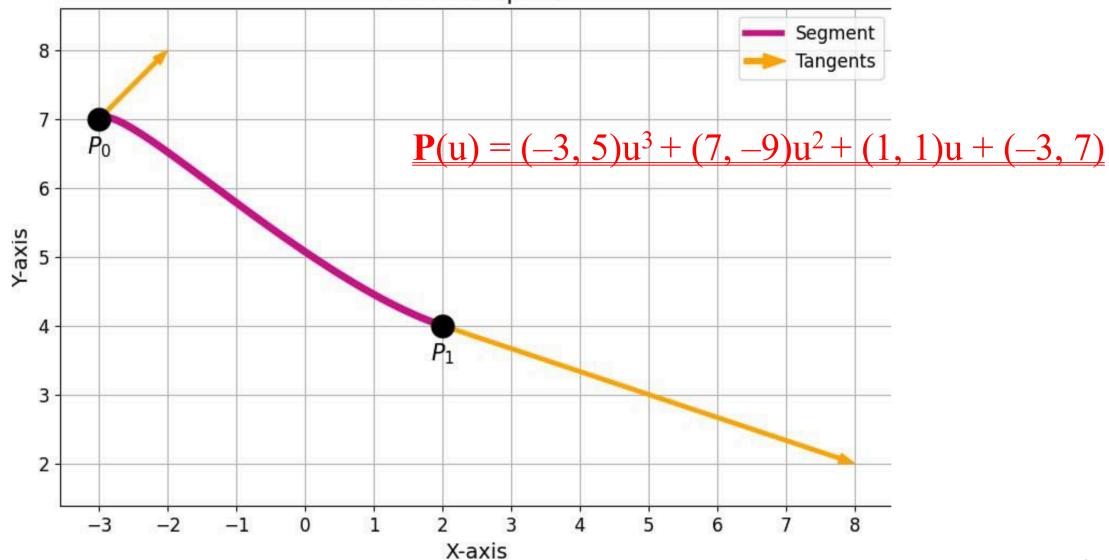
$$\mathbf{b}_k = (7, -9)$$

$$\mathbf{c}_k = (1, 1)$$

$$\mathbf{d}_k = (-3, 7)$$

$$\mathbf{P}(u) = (-3, 5)u^3 + (7, -9)u^2 + (1, 1)u + (-3, 7)$$

## Hermite Spline



## Computer Animation

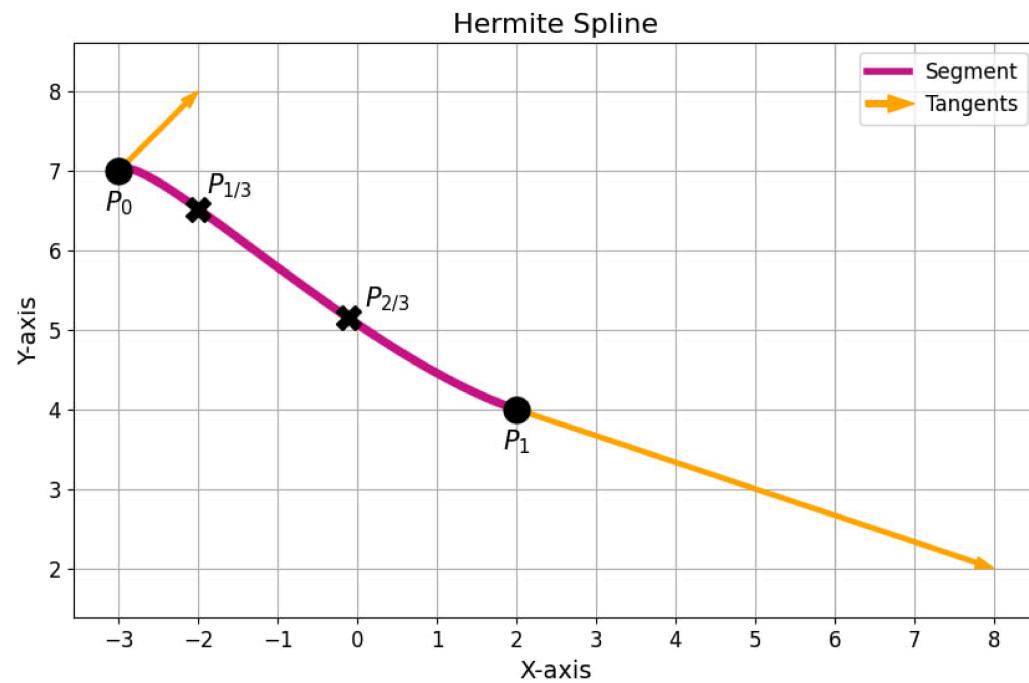
- Wir bewegen ein Objekt entlang des Hermite Spline Segmentes mit parametrischer Form:

$$\underline{P(u) = (-3, 5)u^3 + (7, -9)u^2 + (1, 1)u + (-3, 7)}$$

- Wir tasten den Parameter  $u$  gleichförmig an 4 Positionen ab (d.h.  $u=0, 1/3, 2/3, 1$ ). Wo befindet sich das Objekt zum Zeitpunkt  $u=1/3$ ?

$$\underline{P(1/3) = (-3, 5)1/27 + (7, -9)1/9 + (1, 1)1/3 + (-3, 7)}$$

$$\underline{P(1/3) = (-2, 6 \frac{11}{27})}$$



■ Distanz-Zeit Funktion  $s(t)$  berechnen entlang des Hermite Spline

Segmentes:

$$\mathbf{P}(0) = (-3, 7)$$

$$\mathbf{P}(1/3) = (-2, 6 \frac{11}{27})$$

$$\mathbf{P}(2/3) = (-\frac{1}{9}, 5 \frac{4}{27})$$

t	s(t)
0	0
1/3	1.16
2/3	1.16+2.46=3.62
1	3.62+2.40=6.02

$$\mathbf{P}(1) = (2, 4)$$

$$|\mathbf{P}(1/3) - \mathbf{P}(0)| = \sqrt{(1, -16/27)} \approx 1.16$$

$$|\mathbf{P}(2/3) - \mathbf{P}(1/3)| = \sqrt{(-2 1/9, -1 7/27)} \approx 2.46$$

$$|\mathbf{P}(1) - \mathbf{P}(2/3)| = \sqrt{(-2 1/9, -1 4/27)} \approx 2.40$$

## Explizite Euler Methode

■ For example:

$$\text{Object with } \mathbf{p}^{(0)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}, m = 1$$

$$\mathbf{v}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}^{(0)} = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}, \mathbf{F}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{a}^{(t)} = \mathbf{F}^{(t)}/m$$

$$\mathbf{p}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{p}^{(t)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(t)}$$

$$\mathbf{v}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{v}^{(t)} + \Delta t \cdot \mathbf{a}^{(t)}$$

■ Calculate position after two timesteps

with  $\Delta t = 0.5$  using an explicit Euler

$$\mathbf{p}^{(0)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}, m = 1, \mathbf{v}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{F}^{(0)} = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}^{(0.5)} = \mathbf{p}^{(0)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(0)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}^{(0.5)} = \mathbf{v}^{(0)} + \Delta t \cdot \mathbf{a}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{F}^{(0)}/m = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{p}^{(0.5)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.6 \\ -1.3 \end{pmatrix}$$

## Semi Implizite Euler Methode

- For example:

Object with  $\mathbf{p}^{(0)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $m = 1$

$$\mathbf{v}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}^{(0)} = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}, \mathbf{F}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{p}^{(t)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(t+\Delta t)}$$

$$\mathbf{v}^{(t+\Delta t)} = \mathbf{v}^{(t)} + \Delta t \cdot \mathbf{a}^{(t)}$$

$$\mathbf{a}^{(t)} = \mathbf{F}^{(t)}/m$$

- Calculate position after two timesteps with  $\Delta t = 0.5$  using a semi-implicit Euler

- $\mathbf{p}^{(0)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}, m = 1, \mathbf{v}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{F}^{(0)} = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}, \mathbf{F}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{p}^{(0.5)} = \mathbf{p}^{(0)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.6 \\ -1.3 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{v}^{(0.5)} = \mathbf{v}^{(0)} + \Delta t \cdot \mathbf{a}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{F}^{(0)}/m = \begin{pmatrix} -1.6 \\ -1.2 \end{pmatrix}, \mathbf{a}^{(0.5)} = \mathbf{F}^{(0.5)}/m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{p}^{(0.5)} + \Delta t \cdot \mathbf{v}^{(1)} = \begin{pmatrix} 5.6 \\ -1.3 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.2 \\ -1.6 \end{pmatrix}$
- $\mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{v}^{(0.5)} + \Delta t \cdot \mathbf{a}^{(0.5)} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix} + 0.5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.6 \end{pmatrix}$

Annalena Ulschmid

## Machine Learning

 Dreiecksnetze sind eine implizite Darstellung.

 Gaussian Splatting bietet eine explizite Darstellung durch Gauss-Funktionen als Primitive.

 Signed Distance Function ist eine explizite Darstellung.

 Neural Radiance Fields bieten eine implizite Darstellung durch Gewichte in einem neuronalen Netz.