

# 2023-Test2\_A

## ⚠ Disclaimer

Alles was hier drinnen steht kann Fehler enthalten!, Falls dir etwas auffällt melde dich gerne auf Discord bei mir ([@xmozz](#))

## 1 - 6

### ⓘ Info

Das sind Fragen zum Thema `Floodfill`. Das haben wir nicht in der VO besprochen und ist auch nicht im Skriptum.

## 7-10

**Angabe:** In Abbildung 3 werden Kugeln mit dem *Phong-Beleuchtungsmodell* mit verschiedenen Werten für  $p$  und  $k_s$  dargestellt.

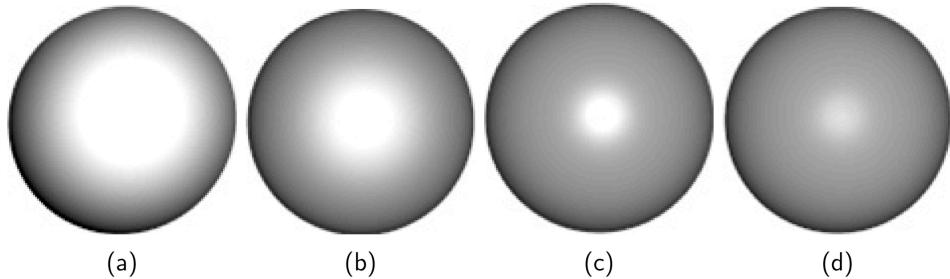


Abbildung 3: Diverse Projektionen

- $k_s$ ... Spekularer Reflexionskoeffizient (Wie stark es spiegelt)
- $p$ ... Poliertheit der Oberfläche (kleineres  $p$  heißt es glänz mehr --> der Glanzspot ist kleiner weil es sich weniger verbreitet)

**Frage: (7)** Wie lauten die jeweiligen Werte für  $p$  und  $k_s$  für die Kugel in Abbildung 3a? (2 Punkte, MC)

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| (A) $p = 5$  | (D) $k_s = 1$   |
| (B) $p = 10$ | (E) $k_s = 0.7$ |
| (C) $p = 40$ | (F) $k_s = 0.3$ |

**Frage: (8)** Wie lauten die jeweiligen Werte für  $p$  und  $k_s$  für die Kugel in Abbildung 3b? (2 Punkte, MC)

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| (A) $p = 5$  | (D) $k_s = 0.7$ |
| (B) $p = 10$ | (E) $k_s = 0.3$ |
| (C) $p = 40$ | (F) $k_s = 0$   |

**Frage: (9)** Wie lauten die jeweiligen Werte für  $p$  und  $k_s$  für die Kugel in Abbildung 3c? (2 Punkte, MC)

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| (A) $p = 5$  | (D) $k_s = 0.7$ |
| (B) $p = 10$ | (E) $k_s = 0.3$ |
| (C) $p = 40$ | (F) $k_s = 0$   |

**Frage: (10)** Wie lauten die jeweiligen Werte für  $p$  und  $k_s$  für die Kugel in Abbildung 3d? (2 Punkte, MC)

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| (A) $p = 5$  | (D) $k_s = 0.7$ |
| (B) $p = 10$ | (E) $k_s = 0.3$ |
| (C) $p = 40$ | (F) $k_s = 0$   |

ich bin mir leider nicht 100% sicher bei dem aber denke so könnte es stimmen.

## 11

**Angabe:** Folgend finden Sie Aussagen zu globaler Beleuchtung und Texturen.

**Frage: (11)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich globaler Beleuchtung an. (2 Punkte, MC)

- |   |  |
|---|--|
| (A) Die Summe aller Formfaktoren $F_{ij}$ für einen Path $P_i$ muss $\geq 1$ sein.  | (C) Für die Formfaktoren gilt das <i>Reziprozitätsprinzip</i> , welches die Abhängigkeit der Formfaktoren zwischen zwei Patches zueinander in Beziehung setzt: $A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji}$ . |
| (B) Beim <i>Path-Tracing</i> müssen pro Pixel viele Strahlen berechnet und gemittelt werden, um kein zu starkes Rauschen im Ergebnisbild zu erhalten. | (D) Bei der <i>Photon-Mapping</i> -Methode werden Lichtstrahlen von der Kamera aus verfolgt, also ähnlich wie bei Ray-Tracing, aber in Rückwärtsrichtung.  |

(A): sollte  $\leq 1$  sein

(D): Die Richtung ist falsch:

- Raytracing geht von Kamara aus
- Photon Mapping von Lichtquelle aus

## 12

**Frage: (12) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich Texturen an. (2 Punkte, MC)**

- (A) Beim *Texture Mapping* wird eine Textur vom Texturraum zunächst in den Bildraum und dann in den Objektraum transformiert.
- (B) Texturen sind für *Aliasing Effekte* besonders anfällig, ausser wenn diese besonders stark vergrößert oder verkleinert werden.
- (C) Beim *Bump Mapping* wird der Eindruck von Oberflächenunebenheiten erzeugt, aber die Oberfläche des Objekts bleibt tatsächlich unverändert.
- (D) Man kann *Environment Mapping* verwenden, wenn reflektierende Gegenstände in komplexen Umgebungen gerendert werden sollen, jedoch ohne Anspruch auf Exaktheit.

(A): Nein zuerst in Objektraum und dann in den Bildraum

(B): Nein erst recht, wenn sie vergrößert oder verkleinert werden

## 13

**Angabe:** Folgend finden Sie mehrere Aussagen zu Kurven und Splines.

**Frage: (13) Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich Kurven und Splines an. (4 Punkte, MC)**

- (A) Achsenunabhängige Darstellung bedeutet, dass die Drehung des Koordinatensystems die Kurve verändert.
- (B) *Interpolierend* bedeutet, dass die Kurve durch ihre Stützpunkte verläuft.
- (C) *Approximierend* bedeutet, dass die Kurve durch ihre Kontrollpunkte verläuft.
- (D) Für *kubische Splines* gilt:  $p_k(u) = a_k u^3 + b_k u^2 + c_k u + d_k$  mit  $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$  und  $0 \leq u \leq 1$ .
- (E) Die *Hermite Interpolation* ist eine spezielle Form der kubischen Splines, bei der an den Stützpunkten auch die Ableitungen  $Dp_k$  vorgegeben werden.
- (F) Für *Bézier-Kurven* gilt: bei  $n$  Kontrollpunkten ist  $p(u)$  vom Grad  $n + 1$ .
- (G) *B-Splines* sind ein Spezialfall der Bézier-Kurven mit  $d = n + 1$ .
- (H) Der Vorteil von *B-Splines* gegenüber *Bézier-Kurven* ist, dass Kontrollpunkte nur lokalen Einfluss haben und der Aufwand nicht quadratisch, sondern linear zur Anzahl der Kontrollpunkte steigt.

(A): nein, dass es nicht verändert wird dadurch

(C): Nein das ist Interpolierend

(F): Eine Bézier-Kurve mit  $n$  Kontrollpunkten hat den Grad  $n - 1$ , nicht  $n + 1$

(G):  $d = n + 1$  heißt man bekommt eine Bezier-Kurve und das sind Spezialfälle von B-Splines

## 14 - 19

**Angabe:** Untenstehend finden Sie Pseudocode für den RayTracing Algorithmus, bei dem einige Variablen durch Platzhalter ersetzt wurden.

```

FOR alle Pixel p0 DO
  1. lege Blickstrahl vom Auge e aus durch [[Q1]]
     schneide mit allen Objekten und wähle den nächsten Schnittpunkt p
  2. FOR alle Lichtquellen s DO
     schneide Schattenführer [[Q2]] -> s mit allen Objekten
     IF kein Schnittpunkt zwischen p, [[Q3]] THEN Schattierung += Einfluss von [[Q4]]
  3. IF Oberfläche von [[Q5]] ist spiegelnd
     THEN verfolge Sekundärstrahl; Schattierung += Einfluss der Reflexion
  4. IF Oberfläche von [[Q6]] ist transparent
     THEN verfolge Sekundärstrahl; Schattierung += Einfluss d. Transparenz

```

**Frage: (14) Welche Variable muss an Position [[Q1]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)**



**Frage:** (15) Welche Variable muss an Position [[Q2]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)

- (A) p (C) e  
(B) p0 (D) s

**Frage: (16) Welche Variable muss an Position [[Q3]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)**

- (A) p (C) e  
(B) p0 (D) s

**Frage: (17) Welche Variable muss an Position [[Q4]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)**



**Frage: (18) Welche Variable muss an Position [[Q5]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)**



**Frage: (19) Welche Variable muss an Position [[Q6]] gesetzt werden? (1 Punkt, SC)**



Begründung: EVC\_Skriptum(CG, p.40)

20 - 21

**Angabe:** Eine hochreflektive Kugel mit Radius  $r = 2$  hat ihren Mittelpunkt  $c$  im Ursprung des Koordinatensystems. Ein Betrachter  $b = [1 \ 5 \ 10]^T$  sieht auf den Punkt  $p = [-\sqrt{2} \ \sqrt{2} \ 0]^T$  der auf der Kugel liegt. Die Skizze in Abbildung 4 zeigt eine schematische Darstellung.

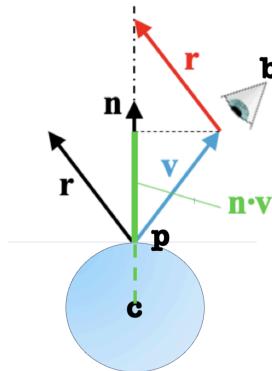


Abbildung 4: Reflektierter Blickstrahl von einer hochreflektiven Kugel

**Frage: (20)** Berechnen Sie die normalisierte Oberflächennormale  $n$  im Punkt  $p$ . (2 Punkte, SC)

- |                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| (A) $[-0.7071 \ 0.7071 \ 0]^T$ | (C) $[0 \ 0.4472 \ 0.8944]^T$ |
| (B) $[0 \ 0 \ 1]^T$            | (D) $[0 \ -1 \ 0]^T$          |

**Frage: (21)** Berechnen Sie die normalisierte Reflexionsrichtung  $r$  des Blickstrahls  $v$  gemäß der Formel  $r = 2(n \cdot v)n - v$ . (HINWEIS:  $v$  ist der normalisierte Vektor von  $p$  nach  $b$ ). (4 Punkte, SC)

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| (A) $[-0.4082 \ -0.4082 \ -0.8165]^T$ | (D) $[-0.3291 \ -0.2216 \ -0.9107]^T$ |
| (B) $[-0.5657 \ -0.4243 \ -0.7071]^T$ | (E) $[-0.5045 \ -0.2673 \ -0.8018]^T$ |
| (C) $[-0.5571 \ -0.3714 \ -0.7428]^T$ | (F) $[-0.5433 \ -0.4657 \ -0.6985]^T$ |

### ⚠ Disclaimer

Ich hab keine Ahnung ob das stimmt, ist nur AI-generiert

### Aufgabe (20): Normalisierte Oberflächennormale $n$

Gegeben:

- Kugelmittelpunkt  $c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$
- Radius  $r = 2$
- Punkt auf der Kugel  $p = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}^T$

Die Normale  $n$  an einem Punkt auf einer Kugel mit Mittelpunkt im Ursprung ist der normalisierte Ortsvektor des Punktes  $p$ .

## 1. Vektor p:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 2. Länge von p:

$$|\mathbf{p}| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 + 0^2} = \sqrt{2 + 2 + 0} = \sqrt{4} = 2$$

## 3. Normalisierung:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 4. Numerische Werte:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.70710678$$

$$\mathbf{n} \approx \begin{bmatrix} -0.7071 \\ 0.7071 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

Die korrekte Antwort für Aufgabe (20) ist (A).

---

## Aufgabe (21): Normalisierte Reflexionsrichtung r

Gegeben:

- $\bullet \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix}^T$

- $\bullet \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}^T$

- $\bullet \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} -0.70710678 \\ 0.70710678 \\ 0 \end{bmatrix}^T$  (aus Aufgabe 20)

- Formel:  $\mathbf{r} = 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})\mathbf{n} - \mathbf{v}$ , wobei  $\mathbf{v}$  der normalisierte Vektor von  $\mathbf{p}$  nach  $\mathbf{b}$  ist.

## 1. Vektor von p nach b (unnormalisiert):

$$\mathbf{v}_{\text{unnormiert}} = \mathbf{b} - \mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \sqrt{2} \\ 5 - \sqrt{2} \\ 10 \end{bmatrix}$$

2. Länge von  $\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}$ :

$$|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}| = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 + (5 - \sqrt{2})^2 + 10^2}$$

$$|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}| = \sqrt{(1 + 2\sqrt{2} + 2) + (25 - 10\sqrt{2} + 2) + 100}$$

$$|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}| = \sqrt{3 + 2\sqrt{2} + 27 - 10\sqrt{2} + 100}$$

$$|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}| = \sqrt{130 - 8\sqrt{2}} \approx \sqrt{130 - 8 \cdot 1.41421356} \approx \sqrt{130 - 11.313708} \approx \sqrt{118.686292} \approx 10.894324$$

### 3. Normalisierter Vektor $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{v} = \frac{1}{10.894324} \begin{bmatrix} 1 + \sqrt{2} \\ 5 - \sqrt{2} \\ 10 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.22161 \\ 0.32914 \\ 0.91791 \end{bmatrix}$$

### 4. Skalarprodukt ( $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}$ ):

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{5-\sqrt{2}}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|} + 0 \cdot \frac{10}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|}$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|} \left( \frac{-\sqrt{2}-2}{2} + \frac{5\sqrt{2}-2}{2} \right)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|} \left( \frac{4\sqrt{2}-4}{2} \right) = \frac{2\sqrt{2}-2}{|\mathbf{v}_{\text{unnormiert}}|} \approx \frac{2 \cdot 1.41421356 - 2}{10.894324} \approx \frac{0.828427}{10.894324} \approx 0.076044$$

### 5. Berechnung von $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{r} = 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})\mathbf{n} - \mathbf{v}$$

$$2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \approx 2 \cdot 0.076044 \approx 0.152088$$

$$2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})\mathbf{n} \approx 0.152088 \cdot \begin{bmatrix} -0.70710678 \\ 0.70710678 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -0.107541 \\ 0.107541 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r} \approx \begin{bmatrix} -0.107541 \\ 0.107541 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.22161 \\ 0.32914 \\ 0.91791 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.107541 - 0.22161 \\ 0.107541 - 0.32914 \\ 0 - 0.91791 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r} \approx \begin{bmatrix} -0.329151 \\ -0.22160 \\ -0.91791 \end{bmatrix}$$

Die Werte stimmen am besten mit Option (D) überein, wobei die leichte Abweichung in der z-Komponente ( $-0.91791$  vs.  $-0.9107$ ) wahrscheinlich auf Rundungsfehler im gegebenen Multiple-Choice-Ergebnis zurückzuführen ist.

Die korrekte Antwort für Aufgabe (21) ist (D).

## 22 - 27

**Angabe:** Auf ein Einheitsquadrat mit der linken unteren Ecke im Ursprung müssen folgende Operationen durchgeführt werden:

- (S)kalierung um einen Faktor 5 in der X-Achse und einen Faktor 4 in der Y-Achse
- (R)otation um  $\pi/6$  im Uhrzeigersinn
- (T)ranslation um 3 in der X-Achse und um 2 in der Y-Achse

**Frage: (22) Wie lautet die entsprechende Skalierungsmatrix  $S$ ? (1 Punkt, SC)**

(A)  $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(E)  $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(F)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Frage: (23) Wie lautet die entsprechende Translationsmatrix  $T$ ? (1 Punkt, SC)**

(A)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(E)  $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(F)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Frage: (24) Wie lautet die entsprechende Rotationsmatrix  $R$ ? (1 Punkt, SC)**

(A)  $\begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 & 0 \\ 0.866 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(E)  $\begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(F)  $\begin{bmatrix} 0.5 & 0.866 & 0 \\ -0.866 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(G)  $\begin{bmatrix} 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0.866 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(H)  $\begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

**Frage: (25) Wie müssen die Matrizen multipliziert werden, um eine einzige Transformationsmatrix  $M$  zu erhalten, welche die oben angegebenen Transformationen in der in der Angabe dargestellten Reihenfolge in einem einzigen Schritt ausführen kann? (1 Punkt, SC)**

- (A) T\*R\*S  
 (B) S\*R\*T  
 (C) S\*T\*R

- (D) R\*T\*S  
 (E) R\*S\*T  
 (F) T\*S\*R

**Frage: (26)** Berechnen Sie Matrix  $M$ , welche alle Transformationen in einem einzigen Schritt ausführt.  
**(4 Punkte, SC)**

(A)  $\begin{bmatrix} 4.33 & -1.73 & 5.0 \\ -2.6 & 1.0 & 4.0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B)  $\begin{bmatrix} 4.46 & 2.5 & 3.0 \\ -2.0 & 4.33 & 2.0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(C)  $\begin{bmatrix} 4.33 & 2.0 & 3.0 \\ -2.5 & 3.46 & 2.0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D)  $\begin{bmatrix} 2.5 & 5.19 & 3.0 \\ -4.33 & 3.21 & 2.0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

T · R · S

$$\hookrightarrow \begin{bmatrix} 0,866 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,33 & 2 & 0 \\ -2,5 & 3,466 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4,33 & 2 & 0 \\ -2,5 & 3,466 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4,33 & 2 & 3 \\ -2,5 & 3,466 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

**Frage: (27)** Der Punkt  $p_1$  befindet sich in der rechten oberen Ecke des Einheitsquadrats an der Position  $[1 \ 1]^T$ . Berechnen Sie den Punkt  $p'_1$ , auf welchem die vorgegebenen Transformationen ausgeführt wurden. **(4 Punkte, SC)**

(A)  $[8.41 \ 3.91 \ 1]^T$

(B)  $[8.46 \ 2.73 \ 1]^T$

(C)  $[8.96 \ 4.33 \ 1]^T$

(D)  $[9.96 \ 3.59 \ 1]^T$

(E)  $[7.89 \ 5.23 \ 1]^T$

(F)  $[9.33 \ 2.96 \ 1]^T$

$$\begin{bmatrix} 4,33 & 2 & 3 \\ -2,5 & 3,466 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,33 \\ 2,96 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,33 & 2,96 & 1 \end{bmatrix}^T$$

28 - 31

**Angabe:** In Abbildung 5 ist die Viewing Pipeline abgebildet.

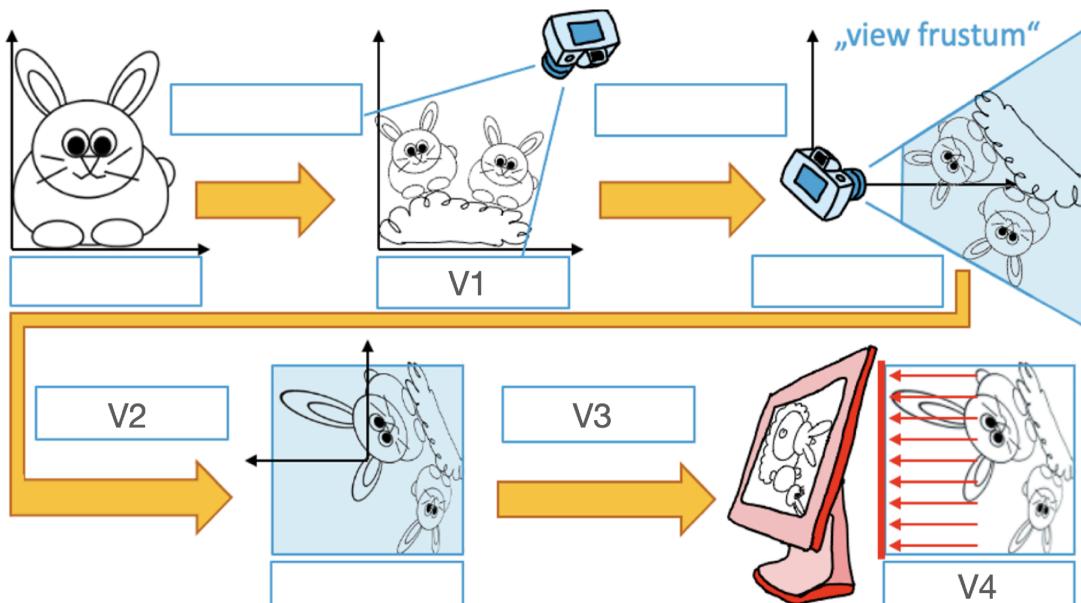


Abbildung 5: Viewing Pipeline

**Frage: (28)** Welches Label gehört an Position V1? (2 Punkte, SC)

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| (A) Multi View Space | (E) World Space    |
| (B) Object Space     | (F) Rotated Space  |
| (C) Clip Space       | (G) Pixel Space    |
| (D) Rendering Space  | (H) Modeling Space |

**Frage: (29)** Welches Label gehört an Position V2? (2 Punkte, SC)

- |                               |                             |
|-------------------------------|-----------------------------|
| (A) Projection Transformation | (E) World Transformation    |
| (B) Camera Transformation     | (F) Frustum Transformation  |
| (C) Object Transformation     | (G) Modeling Transformation |
| (D) Pixel Transformation      | (H) Viewport Transformation |

**Frage: (30)** Welches Label gehört an Position V3? (2 Punkte, SC)

- |                            |                               |
|----------------------------|-------------------------------|
| (A) World Transformation   | (E) Viewport Transformation   |
| (B) Pixel Transformation   | (F) Projection Transformation |
| (C) Camera Transformation  | (G) Object Transformation     |
| (D) Frustum Transformation | (H) Modeling Transformation   |

**Frage: (31)** Welches Label gehört an Position V4? (2 Punkte, SC)

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| (A) Rendering Space | (E) Object Space     |
| (B) World Space     | (F) Multi View Space |
| (C) Clip Space      | (G) Pixel Space      |
| (D) Modeling Space  | (H) Rotated Space    |

32 - 34

Info

Das sind Fragen zum Thema Projektionstypen. Das haben wir nicht in der VO besprochen und ist auch nicht im Skriptum.

## 35 - 38

Ich glaube da ist ein kleiner Fehler in der Angabe und es war Punkt 0,1 statt 1,1 gemeint.

**Angabe:** In Abbildung 7 ist das Ergebnis einer Diskreten Cosinus-Transformation (DCT) gegeben, nebenstehend die dazugehörige Quantisierungsmatrix, um das Bild zu komprimieren. Beantworten Sie folgende Fragen.

	0	1	2	3	4
0	771	99	136	-9	-55
1	311	-145	13	4	-12
2	107	104	-66	38	-15
3	-53	-36	-102	-29	77
4	16	15	15	-37	56

(a) Ergebnis der DCT

	0	1	2	3	4
0	16	11	10	24	51
1	22	15	13	34	-12
2	31	14	22	38	35
3	39	36	32	29	77
4	52	60	78	89	145

(b) Quantisierungsmatrix

Abbildung 7

**Frage: (35)** Wie lautet das Ergebnis der Quantisierung für Pixel (1,1)? **(1 Punkt, SC)**

- |         |          |
|---------|----------|
| (A) 16  | (D) 48.2 |
| (B) 9   | (E) 771  |
| (C) -16 | (F) 48   |

**Frage: (36)** Wie groß ist der relative Fehler der Quantisierung für Pixel (1,1)? **(1 Punkt, SC)**

- |          |         |
|----------|---------|
| (A) 0    | (C) 0.4 |
| (B) 0.04 | (D) 1   |

**Frage: (37)** Wie lautet das Ergebnis der Quantisierung für Pixel (3,3)? **(1 Punkt, SC)**

- |          |         |
|----------|---------|
| (A) -1   | (D) 0   |
| (B) 29   | (E) 1   |
| (C) 29.5 | (F) -29 |

**Frage: (38)** Wie groß ist der relative Fehler der Quantisierung für Pixel (3,3)? **(1 Punkt, SC)**

- |          |         |
|----------|---------|
| (A) 0    | (C) 0.4 |
| (B) 0.04 | (D) 1   |

Man muss immer das eine durch das andere dividieren und dann gerundet.

## 39

**Frage: (39)** Weshalb erweitert man einen Kantendetektor (zum Beispiel Canny) auf mehrere Skalen (Multiscale)? (1 Punkt, MC)

- (A) Zum Auffinden von Kanten in verschiedenen Auflösungsstufen und Bestimmung der dominanten Kante an jeder räumlichen Position.
- (B) Um die Anzahl der falschen Kantenmarkierungen zu minimieren.
- (C) Um Rotationsinvarianz zu gewährleisten.
- (D) Um die Erkennung von diagonalen Kanten zu verbessern.

## 40

**Frage: (40)** Welche der folgenden Aussagen treffen auf den 2. Ableitungsoperator zu? (2 Punkte, MC)

- (A) Der Filter enthält nur positive Koeffizienten.
- (B) Dient zu Berechnung der Gradienten eines Bildes.
- (C) Ist ein Tiefpassfilter.
- (D) Ist ein linearer Filter.
- (E) Erzeugt zwei lokale Extremstellen bei einer deutlichen Änderung in Graubildern.
- (F) Kommt beim Laplace-Operator zum Einsatz.

- (A): Der Filter enthält sowohl positive als auch negative Koeffizienten, um Änderungen in der Bildintensität zu erkennen.
- (B): Der Gradient eines Bildes wird durch die erste Ableitung berechnet, während die zweite Ableitung die Änderungsrate des Gradienten misst.
- (C): Die zweite Ableitung ist ein Hochpassfilter, da sie hohe Frequenzen (schnelle Intensitätsänderungen wie Kanten) verstärkt.
- (E): An einer Kante erzeugt die zweite Ableitung einen Nulldurchgang, nicht zwei lokale Extremstellen.

## 40 - 44

Kommt ziemlich sicher nicht (diese Frage hatten wir bei unserem 1. Test)

## 45

**Frage: (45)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich SIFT an. (2 Punkte, MC)

- (A) SIFT ist rotationsinvariant.
- (B) SIFT ist skalierungsinvariant.
- (C) SIFT verwendet die lokalen Extrema der Houghtransformierten zur Keypointdetektion.
- (D) SIFT kann für einen Punkt  $(x, y)$  mehrere Keypoints detektieren.

- (C): SIFT detektiert Keypoints als lokale Extrema im Differenz-von-Gauss (DoG) Skalenraum, nicht mithilfe der Hough-Transformation.
- (D): Ein SIFT-Keypoint wird durch seine Position, Skala und eine Hauptorientierung definiert; während an einer Position mit mehreren dominanten Orientierungen mehrere

Deskriptoren generiert werden können, wird dies nicht als Detektion von "mehreren Keypoints" im grundlegenden Sinne der Keypoint-Definition verstanden.

## 46 - 47

**Angabe:** Gegeben ist ein  $5 \times 5$  großer Bildausschnitt in Abbildung 8, auf den der Moravec-Eckendetektor angewendet werden soll. Berechnen Sie die Veränderungen der Intensitäten  $E(x, y)$  für die Stelle  $(2, 2)$  und die Verschiebung  $(1, 0)$ . Verwenden Sie dazu eine Fenstergröße von  $3 \times 3$  und die Summe der quadrierten Differenzen (SSD = sum of squared differences). Bestimmen Sie des Weiteren aus den Veränderungen der Intensitäten den „Interest Value“.

	0	1	2	3	4
0	70	60	70	60	60
1	80	80	90	80	80
2	80	80	100	100	100
3	80	90	100	100	100
4	70	80	100	100	110

Abbildung 8: Moravec Eckendetektor

**Frage: (46)** Das Ergebnis für die Verschiebung  $E(1, 0)$  lautet: **(2 Punkte, SC)**

- |         |          |
|---------|----------|
| (A) 500 | (C) 1200 |
| (B) 700 | (D) 2000 |

**Frage: (47)** Nehmen Sie an, die Menge der Verschiebungen ergibt sich zu  $E = \{500, 800, 1200, 2000\}$ . Der Interest Value lautet daher: **(2 Punkte, SC)**

- |          |          |
|----------|----------|
| (A) 500  | (C) 1250 |
| (B) 2000 | (D) 1125 |

(46)

$$\begin{aligned}
 & (80 - 90)^2 + (90 - 80)^2 + (80 - 80)^2 + (80 - 100)^2 + \\
 & \quad (100 - 100)^2 + (100 - 100)^2 + \\
 & \quad (90 - 100)^2 + (100 - 100)^2 + (100 - 100)^2 \\
 & = 700
 \end{aligned}$$

(47) Immer das Minimum nehmen

## 48

**Frage: (48)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich der Fouriertransformation an. (3 Punkte, MC)

- |  |   |
|--|---|
| (A) Jede Funktion besitzt eine Fouriertransformierte.                  | (D) Die Fouriertransformierte ist im Allgemein komplexwertig.               |
| (B) Die Gaußfunktion ist eine Eigenfunktion der Fouriertransformation. | (E) Die Basisfunktionen der Fouriertransformation sind Rechtecksfunktionen. |
| (C) Die Fouriertransformation ist linear.                              | (F) Die Fouriertransformierte einer Sinusfunktion ist eine Konstante.       |

- (A): Nicht jede Funktion besitzt eine Fouriertransformierte; die Funktion muss bestimmte mathematische Bedingungen erfüllen (z.B. absolut oder quadratisch integrierbar sein).
- (E): Die Basisfunktionen der Fouriertransformation sind komplexe Sinus- und Kosinusfunktionen (oder komplexe Exponentialfunktionen), nicht Rechtecksfunktionen.
- (F): Die Fouriertransformierte einer reinen Sinusfunktion ist keine Konstante, sondern besteht aus Dirac-Delta-Funktionen an den jeweiligen Frequenzen der Sinusfunktion.

## 49

**Frage: (49)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich der Houghtransformation an. (3 Punkte, MC)

- |  |   |
|--|---|
| (A) Die Dimension des Houghraums ist im Allgemeinen gleich der Dimension des Eingangs.     | (D) Im Houghraum sind vor allem die lokalen Maxima relevant.                  |
| (B) Der Houghraum ist diskret.   | (E) Die Houghtransformation wird zur Bildkompression verwendet.               |
| (C) Die Houghtransformation wird zur Detektion geometrischer Figuren in Bildern verwendet. | (F) Die Houghtransformation arbeitet standardmäßig mit binarisierten Bildern. |

- (A): Die Dimension des Hough-Raums hängt von der Anzahl der Parameter ab, die zur Beschreibung der zu erkennenden geometrischen Figur benötigt werden, und ist im Allgemeinen nicht gleich der Dimension des Eingabebildes.
- (E): Die Hough-Transformation wird zur Merkmalsextraktion und Mustererkennung eingesetzt, nicht zur Bildkompression.

## 50

**Frage: (50)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich Stereo und Korrespondenzanalyse an. (4 Punkte, MC)

- |   |   |
|---|---|
| (A) Die Disparität ist proportional zur Tiefe.                                | (C) Das Area-Based Matching ist im Allgemeinen schneller als das merkmalbasierte.                 |
| (B) Beim Area-Based Matching werden Pixel-zu-Pixel Korrespondenzen berechnet. | (D) Beim merkmalbasiertem Matching wird das Korrespondenzproblem beispielsweise via SIFT gelöst . |

- (A): Disparität ist umgekehrt proportional zur Tiefe, nicht proportional.
- (C): Nein ist langsamer

## 51

Frage: (51) Eine Szene wird mit einem Stereo-Setup aufgenommen. Der Abstand der beiden Kameras mit einer fokalen Länge von 300 Pixeln beträgt 8 cm. Welche Disparität hat ein Szenenpunkt, der 2m weit entfernt ist? (2 Punkte, SC)

- |       |        |
|-------|--------|
| (A) 1 | (D) 10 |
| (B) 6 | (E) 12 |
| (C) 7 | (F) 15 |

Gegeben:

- Fokale Länge  $f = 300$  Pixel
- Basislinie  $B = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$
- Tiefe  $Z = 2 \text{ m}$

Formel:

$$d = (f * B) / Z$$

Einsetzen:

$$d = (300 \cdot 0.08) / 2$$

$$d = 24 / 2$$

$$d = 12$$

Antwort: (E) 12

## 52 - 54

**Angabe:** In Abbildung 9 sind drei Fälle bezüglich Generalisierung von Machine Learning Algorithmen abgebildet. Das Ziel des Algorithmus ist es, die zwei Klassen (Kreuz und Kreis) zu klassifizieren. Ordnen Sie die Fälle dem jeweiligen Begriff zu.

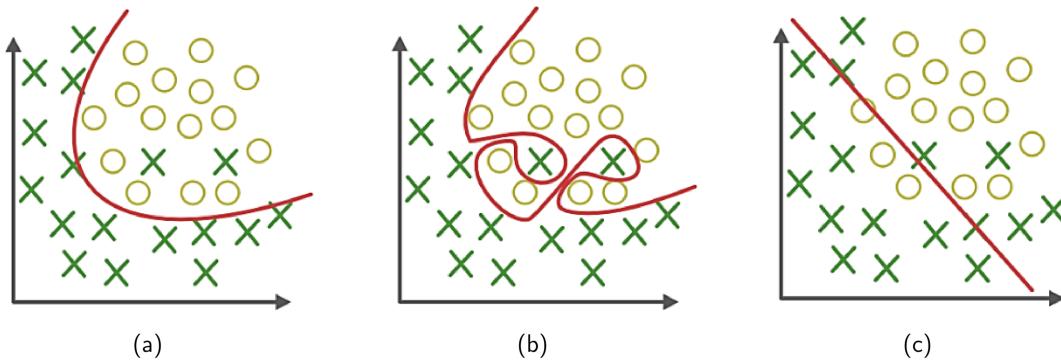


Abbildung 9: Klassifikation

**Frage: (52)** Abbildung 9a beschreibt (2 Punkte, SC)

- (A) Underfitting.  
(B) eine hinreichend gute Generalisierung zur Klassifizierung.  
(C) Overfitting.  
(D) Regression.

**Frage: (53)** Abbildung 9b beschreibt (2 Punkte, SC)

- (A) Underfitting.  
(B) eine hinreichend gute Generalisierung zur Klassifizierung.  
(C) Overfitting.  
(D) Regression.

**Frage: (54)** Abbildung 9c beschreibt (2 Punkte, SC)

- (A) Underfitting.  
(B) eine hinreichend gute Generalisierung zur Klassifizierung.  
(C) Overfitting.  
(D) Regression.

55 - 59

**Angabe:** In Abbildung 10 ist eine schematische Darstellung eines Perceptrons abgebildet. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

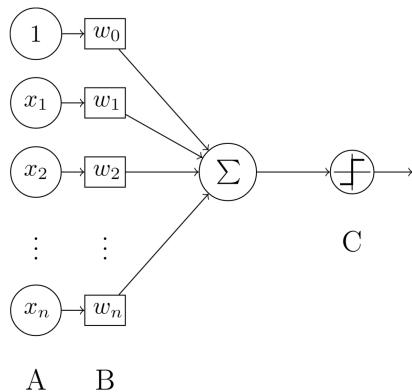


Abbildung 10: Perceptron

**Frage: (55)** A beschreibt (1 Punkt, SC)

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| (A) den Eingangsvektor.       | (C) die Parameter des Netzwerks. |
| (B) die Aktivierungsfunktion. | (D) den Bias des Netzwerks.      |

**Frage: (56)** B beschreibt (1 Punkt, SC)

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| (A) den Eingangsvektor.       | (C) die Parameter des Netzwerks. |
| (B) die Aktivierungsfunktion. | (D) den Bias des Netzwerks.      |

**Frage: (57)** C beschreibt (1 Punkt, SC)

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| (A) den Eingangsvektor.       | (C) die Parameter des Netzwerks. |
| (B) die Aktivierungsfunktion. | (D) den Bias des Netzwerks.      |

**Frage: (58)** Wieviele zu optimierende Parameter besitzt das Netzwerk? (1 Punkt, SC)

- |             |              |
|-------------|--------------|
| (A) n       | (D) $2n + 2$ |
| (B) $2n$    | (E) $2n - 1$ |
| (C) $n + 1$ | (F) $2n + 1$ |

**Frage: (59)** Kreuzen Sie die richtige Aussage bezüglich des Biasparameters des Netzwerkes an. (1 Punkt, SC)

- |   |  |
|---|--|
| (A) Der Biasparameter ist äquivalent zu $w_0$ . | (C) Dieses Netzwerk besitzt keinen Biasparameter.                              |
| (B) Der Biasparameter ist 1.                    | (D) Keine der Möglichkeiten, der Bias ist aus dieser Grafik nicht ersichtlich. |

- (55): (A) –  $x_1$  bis  $x_n$  sind die Eingabewerte → Eingangvektor.
- (56): (D) – Die Konstante 1 mit Gewicht  $w_0$  repräsentiert den Bias.
- (57): (B) – C ist die Aktivierungsfunktion (z.B. Schwelle).
- (58): (C) – Es gibt n Gewichte + 1 Bias →  $n + 1$  Parameter.
- (59): (A) – Der Bias wird als Gewicht  $w_0$  zur Konstante 1 modelliert.

**Angabe:** Gegeben ist das Quadrat  $\mathcal{Q}$  definiert durch seine Punkte

$$\mathbf{P}_Q = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bestimmen Sie die affine Transformationsmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & t_x \\ c & d & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

welche  $\mathcal{Q}$  in ein Parallelogramm  $\mathcal{P}$  mit den Punkten

$$\mathbf{P}_P = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

transformiert.

**Frage: (60)** Bestimmen Sie  $t_x$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

**Frage: (61)** Bestimmen Sie  $t_y$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

**Frage: (62)** Bestimmen Sie  $a$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

**Frage: (63)** Bestimmen Sie  $b$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

**Frage: (64)** Bestimmen Sie  $c$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

**Frage: (65)** Bestimmen Sie  $d$ . (2 Punkte, SC)

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 0   | (D) 1.5 |
| (B) 0.5 | (E) 2   |
| (C) 1   | (F) 3   |

## Schritt 1: Bestimme $t_x$ und $t_y$

Aus

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

folgt:

$$\begin{pmatrix} a \cdot 0 + b \cdot 0 + t_x \\ c \cdot 0 + d \cdot 0 + t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow t_x = 2, \quad t_y = 1$$

## Schritt 2: Bestimme $a$ und $c$

Aus

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \cdot 1 + b \cdot 0 + t_x \\ c \cdot 1 + d \cdot 0 + t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + t_x \\ c + t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Einsetzen von  $t_x = 2$  und  $t_y = 1$ :

$$\begin{aligned} a + 2 &= 4 \Rightarrow a = 2 \\ c + 1 &= 1 \Rightarrow c = 0 \end{aligned}$$

## Schritt 3: Bestimme $b$ und $d$

Aus

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \cdot 0 + b \cdot 1 + t_x \\ c \cdot 0 + d \cdot 1 + t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b + t_x \\ d + t_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Einsetzen von  $t_x = 2$  und  $t_y = 1$ :

$$b + 2 = 3 \Rightarrow b = 1 \quad d + 1 = 3 \Rightarrow d = 2$$

## Ergebnis:

Die Transformationsmatrix lautet

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

66

**Frage: (66)** Kreuzen Sie die richtigen Aussagen bezüglich einer **allgemeinen** affinen Transformationsmatrix **A** an. (4 Punkte, MC)

- |  |  |
|--|--|
| (A) A kann eine Rotation abbilden.                                 | (C) A kann eine Translation abbilden.    |
| (B) A ist winkeltreu, d.h. die Größen von Winkel bleiben erhalten. | (D) A besitzt höchstens 6 Freiheitgrade. |

- (B) falsch: Affine Transformationen können Scherungen enthalten, die Winkel verändern.
- (D) falsch: In 3D hat eine affine Transformation 12 Freiheitsgrade (9 linear + 3 Translation), nicht nur 6. + man kann auch bei noch mehr Dimensionen noch mehr Grade

haben...

## 67

**Angabe:** Die affine Transformationsmatrix  $\mathbf{A}$  ist definiert über Ihre Matrix  $\mathbf{A}^* \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  und den Translationsanteil  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^2$ :

$$\mathbf{A} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}^* & \mathbf{t} \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right], \quad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Affine Transformationsmatrizen sind im Allgemeinen nicht flächentreu, d.h. der Flächeninhalt  $A$  einer Figur bleibt nach der Transformation nicht erhalten. Der Faktor, um welchen sich der Flächeninhalt nach Anwendung der Transformation ändert, wird in der linearen Algebra als sogenannte Determinante  $\det(\mathbf{A}^*)$  bezeichnet. Für eine  $2 \times 2$ -Matrix  $\mathbf{A}^*$  gilt

$$\det(\mathbf{A}^*) = |ad - bc|.$$

**Frage: (67)** Bestimmen Sie  $\det(\mathbf{A}^*)$  der Matrix  $\mathbf{A}$ , die  $\mathbf{P}_Q$  in  $\mathbf{P}_P$  transformiert. (2 Punkte, SC)

- |       |       |
|-------|-------|
| (A) 1 | (C) 3 |
| (B) 2 | (D) 4 |

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

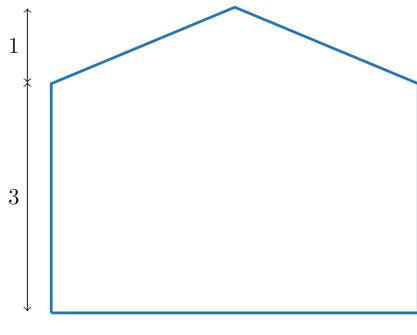
$$\det A = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

## 68

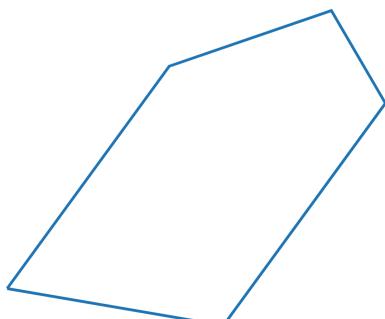
**Angabe:** Gegeben sind nun zwei Figuren in Abbildung 11, wobei Abbildung 11a mit der Matrix

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

transformiert wurde, um Abbildung 11b zu erhalten.



(a) Input



(b) Output

Abbildung 11

**Frage: (68)** Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Figur in Abbildung 11b. (2 Punkte, SC)

- |           |           |
|-----------|-----------|
| (A) 19.00 | (E) 15.75 |
| (B) 18.00 | (F) 16.50 |
| (C) 25.00 | (G) 12.00 |
| (D) 22.25 | (H) 18.75 |

Um den Flächeninhalt der Figur in Abbildung 11b zu bestimmen, müssen wir den Flächeninhalt der Ausgangsfigur (Abbildung 11a) berechnen und dann die Auswirkung der Transformation  $T$  auf den Flächeninhalt berücksichtigen.

### Schritt 1: Flächeninhalt der Eingangsfigur (Abbildung 11a) berechnen.

Die Figur in Abbildung 11a kann in ein Rechteck und ein Dreieck zerlegt werden.

- Flächeninhalt des Rechtecks:
  - Breite: 2
  - Höhe: 3
  - $A_{Rechteck} = \text{Breite} \times \text{Höhe} = 2 \times 3 = 6$ .
- Flächeninhalt des Dreiecks:
  - Basis: 2 (entspricht der oberen Seite des Rechtecks)
  - Höhe: 1 (abgelesen aus der Skalierung links)
  - $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \times \text{Basis} \times \text{Höhe} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$ .
- Gesamtflächeninhalt der Figur in Abbildung 11a:
  - $A_{11a} = A_{Rechteck} + A_{Dreieck} = 6 + 1 = 7$ .

### Schritt 2: Determinante der Transformationsmatrix $T$ bestimmen.

Die gegebene Transformationsmatrix  $T$  ist:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Für die Berechnung des Flächeninhalts ist nur die  $2 \times 2$  Submatrix der linearen Transformation relevant, die wir als  $T^*$  bezeichnen:

$$T^* = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ -0.5 & 2 \end{bmatrix}$$

Die Determinante von  $T^*$  berechnet sich als:

$$\det(T^*) = (1 \times 2) - (0.5 \times -0.5)$$

$$\det(T^*) = 2 - (-0.25)$$

$$\det(T^*) = 2 + 0.25$$

$$\det(T^*) = 2.25$$

**Schritt 3: Flächeninhalt der Ausgabefigur (Abbildung 11b) berechnen.**

Der Flächeninhalt der transformierten Figur  $A_{11b}$  ist der ursprüngliche Flächeninhalt  $A_{11a}$  multipliziert mit dem Betrag der Determinante der linearen Transformationsmatrix  $T^*$ .

$$A_{11b} = A_{11a} \times |\det(T^*)|$$

$$A_{11b} = 7 \times 2.25$$

$$A_{11b} = 15.75$$