

## 5. FS - Rasterisierung

### Linien

Linien werden in der Form  $y = m * x + b$  angegeben wobei  $m$  den Anstieg beschreibt und  $(0, b)$  den Schnittpunkt der y Achse.

Aus Endpunkten  $(x_0, y_0)$  und  $(x_1, y_1)$  kann man sich  $m$  und  $b$  berechnen:

$$m = \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)}$$

$$b = y_0 - m * x_0$$

### 5. Rasterisierung > Linienalgorithmen

---

### Bresenham-Verfahren

Bei Linien lässt sich der nächste Punkt so berechnen:

$$y = m * (x_k + 1) + b$$

(lässt sich ganz einfach aus Linearen Funktionen erschließen)

Hier werden dann nicht die genauen  $y$  Werte berechnet sondern lediglich die Entscheidung getroffen, ob  $y_k$  oder  $y_{k+1}$  näher zum exakten  $y$ -Wert liegt.

Abstand zu  $y_k$  ist:

$$d_{lower} = y - y_k = m * (x_k + 1) + b - y_k$$

Abstand zu  $y_k + 1$  ist:

$$d_{upper} = (y_k + 1) - y = y_k + 1 - m * (x_k + 1) - b$$

Nun berechnet man sich die Differenz zwischen  $d_{lower}$  und  $d_{upper}$  :

$$d_{lower} - d_{upper}$$

- Wenn diese Differenz negativ ist, dann nimmt man den unteren Punkt  $(x_{k+1}, y_k)$
- Wenn positiv den oberen  $(x_{k+1}, y_{k+1})$

### Optimierung durch Entscheidungsvariable

Um keine Fließkommaoperationen (Multiplikation/Division) durchführen zu müssen, wird eine **Entscheidungsvariable** eingeführt. Dazu setzt man:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{mit} \quad \Delta x = x_1 - x_0, \quad \Delta y = y_1 - y_0$$

Multipliziert man die obige Differenz mit  $\Delta x$ , ergibt sich:

$$p_k = \Delta x \cdot (d_{lower} - d_{upper}) = 2\Delta y \cdot x_k - 2\Delta x \cdot y_k + c$$

Diese Entscheidungsvariable hat dasselbe Vorzeichen wie  $d_{lower} - d_{upper}$ , benötigt aber keine Division mehr.

**Rekursive Berechnung** der nächsten Entscheidungsvariable:

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y - 2\Delta x \cdot (y_{k+1} - y_k)$$

Das bedeutet: Die neue Entscheidungsvariable lässt sich **einfach aus der vorherigen berechnen**, je nachdem, ob  $y$  erhöht wurde oder nicht – also ganz ohne Neuberechnung des exakten  $y$ -Werts.

**Startwert:**

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

## 5. Rasterisierung > Bresenham-Verfahren

---

### Mischen von Farben

$B$ ... Hintergrundfarbe

$F$ ... Vordergrundfarbe

$$F : P = t * F + (1 - t) * B$$

## 5. Rasterisierung > Attribute von (2D-) Polygonen und Flächen

---

### Barzentrische Koordinaten berechnen

Für ein Dreieck mit  $P_0, P_1, P_2$ , berechne für einen Punkt  $P = (x, y)$ :

$$g_{ij}(x, y) = (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y + (x_i y_j - x_j y_i)$$

Dann:

- $\alpha = \frac{g_{12}(x, y)}{g_{12}(x_0, y_0)}$

- $\beta = \frac{g_{20}(x, y)}{g_{20}(x_1, y_1)}$

- $\gamma = \frac{g_{01}(x, y)}{g_{01}(x_2, y_2)}$

## Punkt liegt im Dreieck, wenn:

$$0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1, \quad 0 < \gamma < 1$$

## Kantendefinition (für benachbarte Dreiecke):

Damit Kanten **nicht doppelt** gezeichnet werden:

- Nur Pixel rendern, wenn Mittelpunkt **echt im Inneren liegt**
- Für Kanten auf dem Rand: z. B. **nur „unten“ und „rechts“ rendern**, nicht „oben“ oder „links“ → eindeutige Kantenregel

## 5. Rasterisierung > Berechnen der baryzentrischen Koordinaten

---