

4. Punktoperationen

Quellen:

- EVC_Skriptum_CV, p.20 bis EVC_Skriptum_CV, p.23

Was sind Punktoperationen?

- **Definition:** Punktoperationen betreffen nur die Werte der einzelnen Bildelemente und verändern nicht die Größe, Geometrie oder Struktur des Bildes. Der neue Pixelwert hängt nur vom Wert des ursprünglichen Pixels an derselben Position ab.
- **Formel:** Der neue Wert $I'(u, v)$ wird durch eine Funktion f des Originalwertes $I(u, v)$ bestimmt:

$$I'(u, v) = f(I(u, v))$$

Der neue Wert hängt also nur von den ursprünglichen Pixelwerten und eventuell von konstanten Parametern ab.

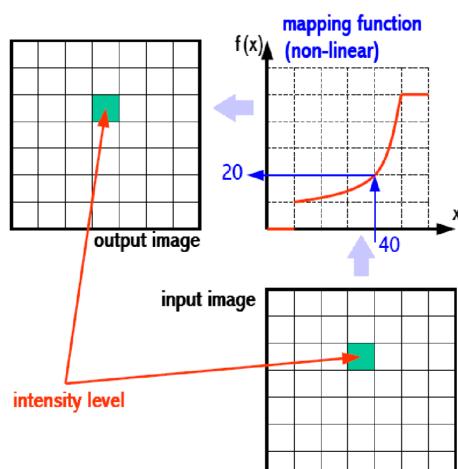


Abbildung 23: Beispiel Punktoperati-
on

Unterklassen der Punktoperatoren:

1. Homogene Punktoperatoren:

- Die Funktion f ist unabhängig von den Bildkoordinaten, d.h., die Operation ist für alle Bildpositionen gleich.
- Beispiele:
 - Helligkeits- und Kontraständerungen
 - Bildinvertierung

- Quantisierung der Bildhelligkeit
- Schwellwertbildung
- Gammakorrektur
- Farbtransformationen
- Diese Operationen verändern die Pixelwerte, aber nicht deren Position im Bild.

2. Inhomogene Punktoperationen:

- Diese Art der Punktoperation berücksichtigt zusätzlich die Bildkoordinaten (u, v) .
- Sie können beispielsweise bei der Verarbeitung von Bildteilen oder bei der Anwendung von Filtern mit Bildpositionen variieren.

Affine Punktoperatoren:

- Diese sind eine spezielle Unterklasse der homogenen Punktoperatoren.
- Sie lassen sich durch eine lineare Gleichung beschreiben:

$$I'(u, v) = a \cdot I(u, v) + b$$

- a und b sind Konstanten. Je nach Wahl von a und b kann man unterschiedliche Bildveränderungen erzielen:
 - Helligkeitsveränderung: $a = 1, b \neq 0$
 - Kontrastveränderung: $a \neq 1$

Abbildungsfunktion (Mapping Function):

- Die Abbildungsfunktion ordnet jedem Pixelwert im Eingangsbild einen neuen Helligkeitswert im Ausgangsbild zu.
- Sie kann verschiedene Formen annehmen:
 - Linear
 - Stufenweise linear
 - Nichtlinear (z.B. Gammakorrektur, welche typischerweise eine nichtlineare Funktion darstellt).

Beispiel einer nichtlinearen Abbildungsfunktion:

- In einem Beispiel könnte die Abbildungsfunktion dem Eingangswert 40 den Ausgangswert 20 zuordnen. Dies zeigt, dass die Zuordnung der Ausgangswerte nicht immer direkt proportional oder linear zum Eingangswert ist.

Identitätsfunktion und Invertierung

Die einfachste Abbildungsfunktion ist die **Identitätsfunktion**, alle Werte behalten denselben Wert, die Kennlinie verläuft von links unten nach rechts oben. Die **Invertierung** ist eine einfache affine Punktoperation, die einerseits die Ordnung der Pixelwerte (durch **Multiplikation mit -1**) umkehrt und andererseits durch Addition eines konstanten Intensitätswerts dafür sorgt, dass das Ergebnis innerhalb des erlaubten Wertebereichs bleibt. Für ein Bild $I(u, v)$ mit dem maximalen Wertebereich $[0, q]$ ist die zugehörige Operation daher: $I'(u, v) \rightarrow -I(u, v) + q = q - I(u, v)$.



Abbildung 24: Identitätsfunktion und Invertierung

Schwellwertoperation

Eine **Schwellwertoperation** (engl. *thresholding*) ist eine spezielle Form der Quantisierung, bei der die Bildwerte in **zwei Klassen** p_0 und p_1 getrennt werden, abhängig von einem vorgegebenen **Schwellwert** (engl. *threshold value*) p_{th} :

$$I'(u, v) \leftarrow f_{th}(I(u, v)) = \begin{cases} p_0 & \text{for } I(u, v) < p_{th} \\ p_1 & \text{for } I(u, v) \geq p_{th} \end{cases}$$

wobei $0 < p_{th} \leq q$. Eine häufige Anwendung ist die Binarisierung von **Grauwertbildern** mit $p_0 = 0$ und $p_1 = 1$.

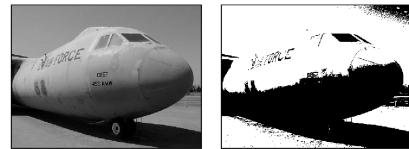


Abbildung 25: Schwellwertoperation

Kontrast und Helligkeit

Um den **Kontrast in einem Bild um 50% (d.h. um den Faktor 1,5)** zu erhöhen, wird dies durch eine affine Punktoperation ausgedrückt:

$$I'(u, v) = I(u, v) \cdot 1.5$$

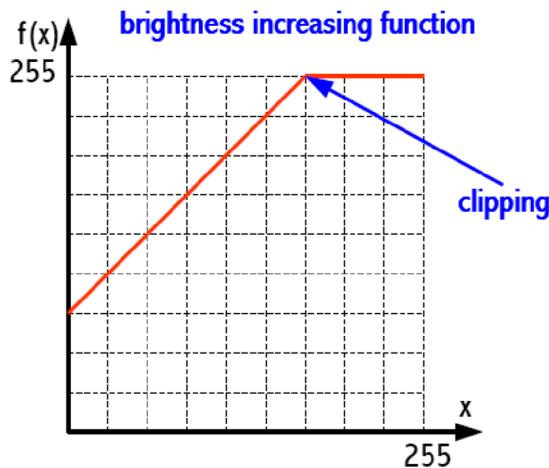
Hierbei wird der Pixelwert $I(u, v)$ des ursprünglichen Bildes mit dem Kontrastfaktor 1.5 multipliziert, was den Kontrast im Bild entsprechend anhebt.

Wichtiger Hinweis: Bei der Anwendung solcher Operationen muss der vorgegebene Wertebereich der Bildpixel beachtet werden. Für **8-Bit-Grauwertbilder** liegt der zulässige Pixelwertbereich zwischen **0** und **255**.

Problematik:

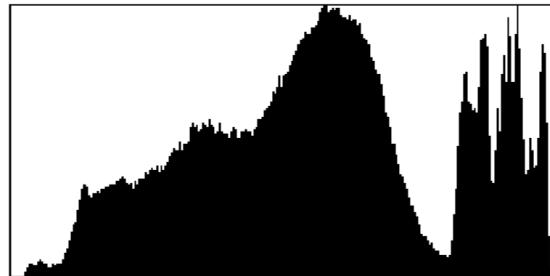
- **Clipping:** Wenn nach der Kontrastanhebung der berechnete Pixelwert **größer als 255** ist, wird dieser Wert auf den Maximalwert **255** begrenzt.
- Ebenso wird, wenn der Pixelwert **kleiner als 0** wird, dieser Wert auf den **Minimalwert 0** begrenzt, um negative Werte zu vermeiden.

Das Clipping verhindert, dass der Wertebereich überschritten wird, wodurch die Berechnungen im zulässigen Bereich bleiben. Diese Begrenzung (Clipping) ist notwendig, um eine korrekte Darstellung und Bildverarbeitung zu gewährleisten, da Bildpixel keine Werte außerhalb des zulässigen Bereichs annehmen können.



Histogramm

- **Definition:** Ein Histogramm ist eine grafische Darstellung der Häufigkeit von Pixelwerten in einem Bild.
- **Verwendung:** Wird zur Analyse von **Belichtungsfehlern**, **Bildverarbeitungsschritten** und **Bildqualität** genutzt.
- **Funktionsweise:** Zeigt die Häufigkeit von Grauwerten oder Farbwerten auf der vertikalen Achse und die Grauwert- bzw. Farbintensitäten auf der horizontalen Achse.
- **Einschränkungen:** Es ist **nicht möglich**, das Originalbild ausschließlich aus dem Histogramm zu rekonstruieren, da viele verschiedene Bilder dasselbe Histogramm aufweisen können.



Grauwert-Histogramme

- **Verwendung:** Besonders nützlich für **Graustufenbilder**.
- **Berechnung:** Zeigt, wie häufig jeder Grauwert x im Bild vorkommt.
- **Beispiel:** In einem 8-Bit-Bild ist das Histogramm von 0 bis 255 (für jeden Grauwert) unterteilt, wobei die vertikale Achse die Häufigkeit der Vorkommen dieses Grauwerts darstellt.

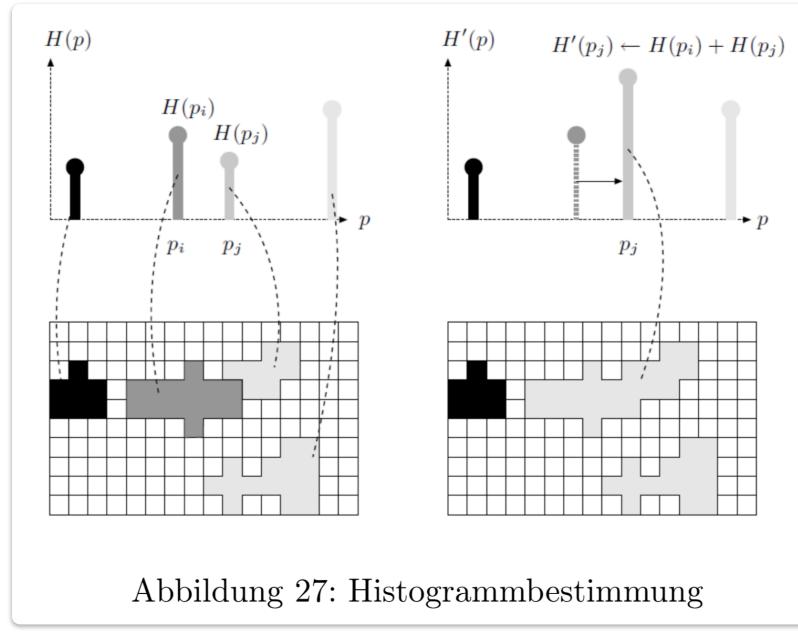
- **Verwendung in der Praxis:** Kann für die **Beurteilung von Belichtungsfehlern** oder die **Optimierung von Bildoperationen** verwendet werden.
- Definition: $H(x) = \text{card}\{(u, v) | I(u, v) = x\}$ für jedes $x \in \{0, \dots, q\}$

Farbhistogramme

- **Verwendung:** Werden für **Farbbilder** verwendet, z. B. im **RGB-** oder **HSV-Farbmodell**.
- **Berechnung:** Hierbei wird die Häufigkeit der Pixelwerte für jeden Farbkanal berechnet.
- **Typen:** Häufig verwendete Varianten sind das **RGB-Histogramm** und das **HS-Histogramm**.
- **Einschränkungen:** Bei 24-Bit Farbbildern können die Histogramme sehr groß werden, daher werden oft **zweidimensionale** Histogramme verwendet (z. B. **HS-Histogramm** für den Farnton und die Sättigung).

Auswirkungen von Bildoperationen auf Histogramme

- **Helligkeitserhöhung:** Verschiebt das gesamte Histogramm nach rechts.
- **Kontrasterhöhung:** Macht das Histogramm breiter und verteilt die Pixelwerte über einen größeren Bereich.
- **Invertieren des Bildes:** Spiegelt das Histogramm entlang der vertikalen Achse.
- **Verschmelzen von Histogrammlinien:** Führt zu einem Verlust von Bilddynamik und Information, wenn unterschiedliche Pixelwerte zusammengeführt werden.



Verlust von Bildinformationen

- **Clipping:** Wenn Werte außerhalb des definierten Bereichs (z. B. 0-255 für 8-Bit-Graustufenbilder) berechnet werden, werden diese auf den maximalen oder minimalen Wert beschränkt.
- **Verlust durch Punktoperationen:** Wenn durch eine Bildoperation zwei Histogrammlinien zusammenfallen, werden diese Pixel nicht mehr voneinander unterschieden, was zu

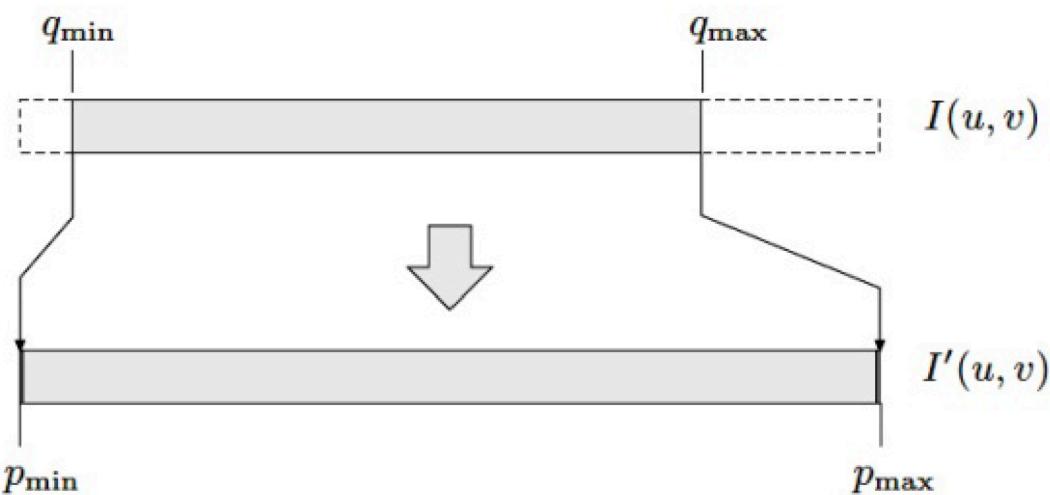
einem Verlust an Bildodynamik führen kann.

Histogrammnormalisierung

- **Ziel:**
 - Erhöhung des Kontrasts durch lineare Umverteilung der Pixelwerte.
 - Maximale Ausnutzung des Intensitätsbereichs.
- **Prinzip:**
 - Dunklerster Pixelwert (q_{\min}) → niedrigster Intensitätswert (0).
 - Hellster Pixelwert (q_{\max}) → höchster Intensitätswert (z. B. 255).
 - Lineare Verteilung der restlichen Pixelwerte dazwischen.
- **Formel zur Umrechnung:**

$$I'(u, v) = \frac{(I(u, v) - q_{\min})}{(q_{\max} - q_{\min})} \cdot q$$

- $I(u, v)$: Pixelwert im Originabild.
 - q_{\min} : Kleinster Pixelwert im Originalbild.
 - q_{\max} : Größter Pixelwert im Originalbild.
 - q : Maximal möglicher Pixelwert im Zielbild (255 für 8-Bit Graustufenbilder).
 - $I'(u, v)$: Neuer Pixelwert im Bild nach der Normalisierung.



- **Problem der geringen Robustheit:**
 - **Ausreißer** (ein Pixel mit Intensität 0 oder q) beeinflussen die gesamte Streckung.
 - Das führt dazu, dass viele Pixelwerte in einem engen Bereich bleiben und die Transformation weniger effektiv wird.

Vermeidung von Ausreißern durch Quantile

- **Lösung:** Bestimmung von q_{\min} und q_{\max} über **Quantile** statt extremen Werten.

- **p-Quantil:** Der Wert, unter dem $p * 100\%$ der Werte einer Verteilung liegen.
 - Beispiel: **0.005-Quantil** (für 0.5% der Pixel an beiden Enden des Intensitätsbereichs).
- **Akkumuliertes Histogramm (Ha):**

$$Ha(x) = \sum_{k=0}^x H(k)$$

- **H(k):** Häufigkeit des Grauwerts **k** im Histogramm.
- **Anwendung:**
 - In Programmen wie **Adobe Photoshop** werden Ausreißer durch Quantile minimiert.
 - **Auto-Kontrast:** Häufige Anwendung der Histogrammnormalisierung mit Quantilen.

Abbildung 28:

- Zeigt die Auswirkungen der Histogrammnormalisierung auf das Histogramm.
- **Regelmäßige Lücken** im Histogramm, die durch die lineare Streckung des Wertebereichs entstehen.

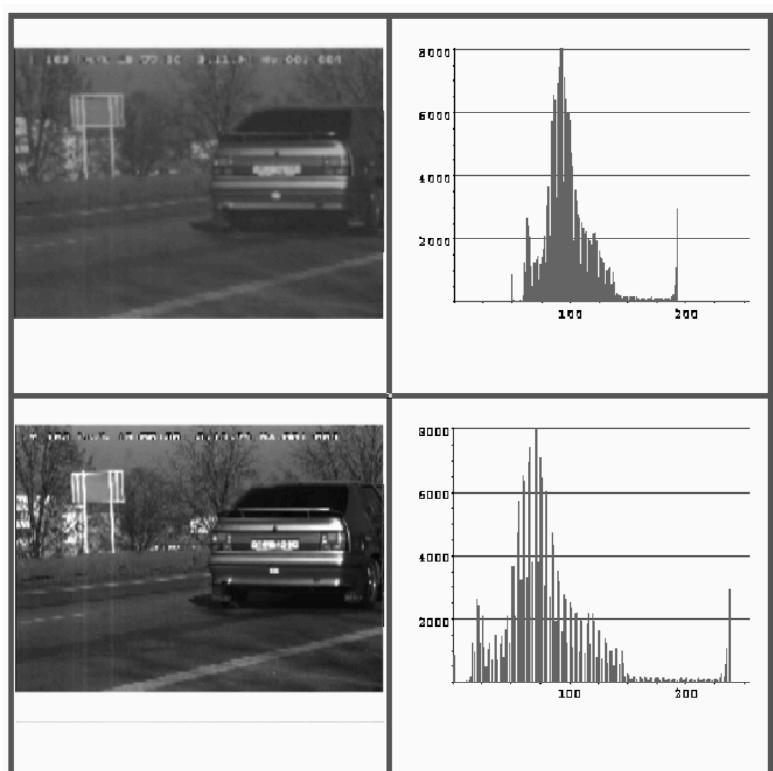


Abbildung 28: Histogrammnormalisierung

Test-ähnliches Beispiel:

Histogram Normalization Beispiel



- Angenommen, ein 10-Bit-Grauwertbild $I(u,v)$ weist einen minimalen Intensitätswert von 50 und einen maximalen Intensitätswert von 200 auf. Wie lautet in diesem Fall die affine (lineare) Punktoperation, die den Kontrast des Bildes auf den gesamten Intensitätsbereich verstärkt?

$$I'(u,v) = q \cdot \frac{I(u,v) - q_{\min}}{q_{\max} - q_{\min}}$$

Einsetzen in Formel:

$$q = 10\text{-bit} = 1024 \text{ Grauwerte} = 1023$$

$$q_{\min} = 50$$

$$q_{\max} = 200$$

$$I'(u,v) = \frac{1023((I(u,v) - 50))}{150}$$

Histogram Normalization Beispiel



- Angenommen, ein 10-Bit-Grauwertbild $I(u,v)$ weist einen minimalen Intensitätswert von 50 und einen maximalen Intensitätswert von 200 auf. Wie lautet in diesem Fall die affine (lineare) Punktoperation, die den Kontrast des Bildes auf den gesamten Intensitätsbereich verstärkt?

2. Möglichkeit:

Lineares Gleichungssystem lösen:

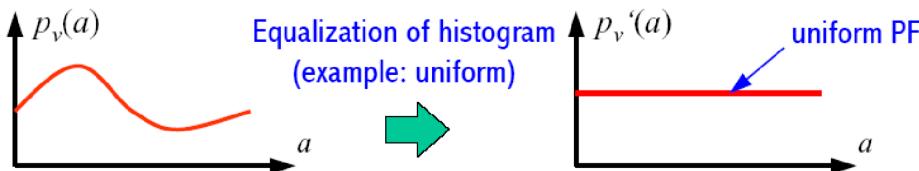
$$y = kx + d$$

$$0 = k \cdot 50 + d$$

$$1023 = k \cdot 200 + d$$

$$\Rightarrow d = 341, k = -6,82$$

Histogrammausgleich



- Ziel:**

- Erzeugung eines **gleichmäßig verteilten Histogramms** im Ergebnisbild durch eine homogene Punktoperation.
- Anwendung:** Verbesserung des Kontrasts in Bereichen mit stark vertretenen Grauwerten.

- Unterschied zur Histogrammnormalisierung:**

- Histogrammausgleichung zielt darauf ab, **häufige Grauwertbereiche auseinanderzuziehen**

- Histogrammnormalisierung hingegen **streckt den gesamten Wertebereich gleichmäßig**.
- **Prinzip:**
 - **Ziel:** Annäherung an ein gleichverteiltes Histogramm (perfekte Gleichverteilung ist nicht möglich).
 - Einzelne **Spitzen im Histogramm** (stark konzentrierte Grauwertbereiche) können nicht vollständig entfernt werden, sondern werden nur auseinandergedrängt.
 - **Veränderung des Kontrasts:** Es wird der Kontrast **in stark vertretenen Grauwertbereichen erhöht**.

Berechnung des Histogrammausgleichs

- **Akkumuliertes Histogramm (H_a):**
 - Das akkumulierte Histogramm wird verwendet, um das Bildkontrast zu modifizieren.
- **Normalisiertes, akkumuliertes Histogramm (H_n):**
 - Berechnung:
$$H_n(x) = \frac{q}{H_a(q)} \cdot H_a(x)$$
 - **$H_a(q)$:** Akkumuliertes Histogramm an der Stelle **q**.
 - **N:** Gesamtzahl der Pixel im Bild.
 - **q:** Maximaler Grauwert des Bildes (z. B. 255 bei 8-Bit).
- **Ziel:**
 - Durch diese Berechnung wird das akkumulierte Histogramm auf den **normalisierten Bereich zwischen 0 und q** abgebildet.

H_n dient als Lookup-Table (Umsetzungstabelle: die Werte einer Funktion werden vorab ermittelt und als Tabelle abgelegt) für die **Neuzuordnung der Grauwerte**. Der Ausgleich bewirkt, dass jedem Pixel mit Grauwert x der p -te Anteil des maximal kodierbaren Grauwerts q zugeordnet wird. Dabei bezeichnet p die relative Häufigkeit, mit der alle Grauwerte von 0 bis einschließlich x im Eingabebild vorkommen. Die Histogrammequalisierung ist - im Gegensatz zur Spreizung und Histogrammdehnung - keine affine Punktoperation. In Abbildung 29 ist eine Histogrammequalisierung veranschaulicht. Im Gegensatz zur Histogrammnormalisierung sind die Lücken zwischen den Balken der Grauwerte nicht mehr gleichverteilt, sondern in Bereichen mit hoher Anzahl von Grauwerten im Eingabebild sind die Lücken größer als in Bereichen mit wenig Grauwerten. Das bewirkt eine Kontrastverstärkung bei den Maxima und eine Kontrastabschwächung bei den Minima, z.B. ist dadurch der Schatten der Bäume auf der Hausmauer in Abbildung 29 besser erkennbar.

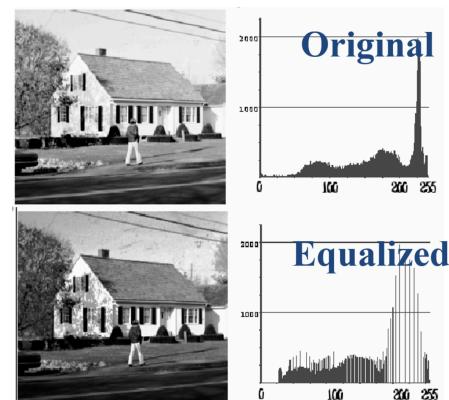


Abbildung 29: Histogrammausgleich

