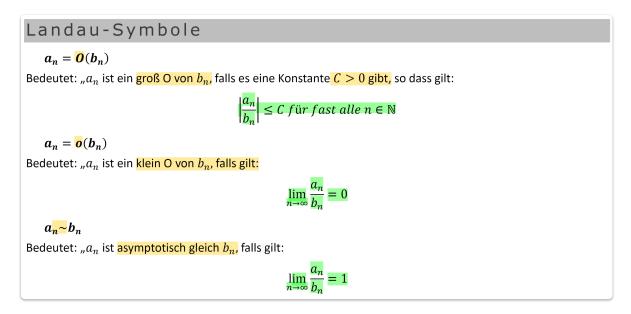
## 4.3 Asymptotischer Vergleich

Link zur Formelsammlung: FS\_4.3 Asymptotischer Vergleich



"Obere, untere Schranke und asymptotisch gleich"

Mathematik für Informatik, p.173

## Stichpunkte zur Performance-Analyse von Algorithmen

- Folgen: Anwendung in Performance-Analyse von Algorithmen (z.B. Laufzeit).
- Algorithmen & Datenstrukturen: Operieren auf Größe n (Beispiel: Sortieren von n Zahlen).
- $a_n$ : Bezeichnet benötigte Laufzeit.
- Laufzeit in Sekunden: Nicht zweckmäßig (abhängig von Hardware/Implementierung).
- Sinnvolles Maß (Komplexität): Anzahl benötigter Operationen (elementare Schritte).
- Analyse-Unterscheidung:
  - Average-Case:  $a_n$  = mittlere Anzahl Operationen für Datensatzgröße n.
  - Worst-Case:  $a_n$  = maximale Anzahl Operationen für Datensatzgröße n.

## **♦ Definition 4.62 (Landau-Symbole)**

Mathematik für Informatik, p.174

Seien  $(a_n)_{n\geq 0}$  und  $(b_n)_{n\geq 0}$  Folgen. Dann schreibt man

(i)  $a_n=O(b_n)$  für  $n\to\infty$  (gesprochen: "  $a_n$  ist ein groß O von  $b_n$  "), falls es eine Konstante C>0 gibt, so dass

$$\left|rac{a_n}{b_n}
ight| \leq C ext{ f\"{u}r alle } n \in \mathbb{N}$$

gilt,

(ii)  $a_n = o(b_n)$  für  $n \to \infty$  (gesprochen: ",  $a_n$  ist ein klein O von  $b_n^*$  ), falls

$$\lim_{n o\infty}rac{a_n}{b_n}=0$$

gilt.

(iii)  $a_n \sim b_n$  (gesprochen: ,  $a_n$  ist asymptotisch gleich

$$\lim_{n o\infty}rac{a_n}{b_n}=1$$

gilt.

(iv)  $a_n=\Omega(b_n)$  für  $n\to\infty$  (gesprochen: " $a_n$  ist Omega von  $b_n$ "), falls es eine Konstante C>0 gibt, so dass

$$\left| rac{b_n}{a_n} 
ight| \leq C \quad ext{für fast alle } n \in \mathbb{N}$$

gilt. Weiter gilt:  $a_n = \Omega(b_n)$  genau dann, wenn  $b_n = O(a_n)$ .

(v)  $a_n=\Theta(b_n)$  für  $n\to\infty$  (gesprochen: " $a_n$  ist Theta von  $b_n$ "), falls es positive Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  gibt, so dass

$$|C_1|b_n| \leq |a_n| \leq C_2|b_n| \quad ext{für fast alle } n \in \mathbb{N}$$

gilt, d.h.  $a_n = \Theta(b_n)$  genau dann, wenn sowohl  $a_n = O(b_n)$  als auch  $a_n = \Omega(b_n)$  zutrifft.

Tafelbild1 Tafelbild2

## Quellen:

- Mathematik für Informatik;
- 4. Folgen Reihen und Funktionen