

2019-Test1&2

In diesem Jahr scheint die von ein anderes Skriptum verwendet zu haben, in dem nicht nur andere Begriffe sondern auch teils anderer Stoff gelehrt wurde. Ich behandel hier nur die Fragen zu den Themen / Formeln, die wir auch in unserem Jahr (2025S) gemacht haben. Dementsprechend, werden einige Fragen fehlen.

Test 1

Ein Raster-Bildformat speichert Pixelwerte. Im Gegensatz dazu speichert ein _____ geometrische Beschreibungen.

Vektor-Bildformat

Bei einer Lauflängenkodierung (Run Length Encoding) ist der Kompressionsgrad höher, je mehr benachbarte Pixel sich voneinander unterscheiden	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
Bei der JPEG-Komprimierung wird unter anderem ausgenutzt, dass das Auge Farbunterschiede stärker wahrnimmt als Helligkeitsunterschiede	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
Bei Videos wird bei der Intraframe-Kompression nur der Unterschied zw. den Frames kodiert.	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
JPEG ist ein Raster-Bildformat	<input checked="" type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

1. Nein niedriger
 2. Nein umgekehrt
 3. Nein es gibt noch die I-Frames die ohne Bezug auf die anderen Frames gerendert werden. Die die nur die Unterschiede kodieren sind P und B-Frames.
-

Auf das rechts gezeigte Bild wurden 4 verschiedene Bildoperationen angewendet. Weisen Sie den unten gezeigten Ergebnisbildern die korrekte Bildoperation A-H zu. (kein Punkteabzug bei falscher Zuweisung)

- A:** Fourier-Transformation - **B:** Bildinvertierung - **C:** Vertikaler Sobel-Filter
D: Horizontaler Sobel-Filter – **E:** 5x5 Gaussfilter - **F:** Canny-Operator
G: Histogrammequalisierung – **H:** Schwellwertoperation (T=100)



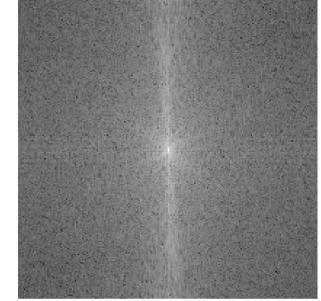
Operation:



Operation:



Operation:



Operation:

Ein Objekt befindet sich 80mm vor der Linse einer Kamera. Der Bildabstand (Entfernung zw. Linse und Bildebene) beträgt 20mm. Mit welcher fokalen Länge f wird die Person mit der größtmöglichen Bildschärfe abgebildet?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{80} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{80} + \frac{4}{80}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{5}{80}$$

$$f = \frac{80}{5}$$

$$f = 16$$

Beim mathematischen Modell zur perspektivischen Projektion bezeichnet die fokale Länge f den Abstand zwischen Bildebene und _____

Was ist der Ausgabewert der plenoptischen Funktion? _____

Wie heißt das Theorem, das besagt, dass man ein Signal $f(t)$ exakt wiedergewinnen kann, wenn man $f(t)$ mit einer Rate abtastet, die größer als das Doppelte seiner höchsten Frequenzkomponente ist? _____

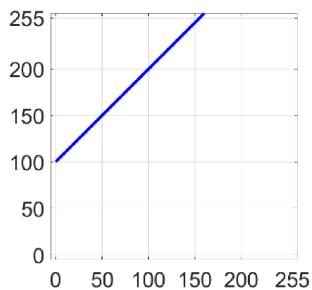
1. Brennpunkt
2. Intensität der Lichtstrahlen an jedem Punkt im Raum
3. Nyquist-Theorem

Bei einer Lochkamera gibt es keine Tiefunschärfe	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Bei einem RGB-Farbbild mit 8 Bit pro Farbkanal lassen sich 2^{24} verschiedene Farbwerte codieren	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Mittels eines Bayer-Filters werden pro Pixel immer nur 2 RGB-Werte anstelle aller 3 gemessen	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die fokale Länge einer Kamera beeinflusst deren Sichtfeld (Field of View)	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die Anzahl von Grauwertstufen eines Bildes nennt man radiometrische Auflösung	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Je größer der Durchmesser der Blende einer Kamera, desto kleiner ist der Tiefenschärfebereich (Depth of Field)	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

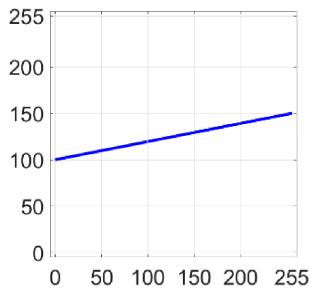
Jeder der drei Farbkanäle (Rot, Grün, Blau) hat $2^8 = 256$ mögliche Werte. Da diese Kanäle kombiniert werden, ergibt sich eine Gesamtzahl von $256 \times 256 \times 256 = 2^{8+8+8} = 2^{24}$ verschiedenen Farbwerten.

Weisen Sie den beiden unten gezeigten Abbildungsfunktionen (transfer functions) die korrekte Punktoperation A-D zu. (Kein Punkteabzug bei falscher Zuweisung)

A: Erhöhung der Bildhelligkeit - **B:** Reduktion der Bildhelligkeit - **C:** lineare Kontrasterhöhung - **D:** lineare Kontrastreduktion



1: _____



2: _____

Geben Sie für die **linke** Abbildungsfunktion **1** die affine (d.h. lineare) Punktoperation an:

$$I'(u,v) = \underline{\quad} \cdot I(u,v) + \underline{\quad}$$

$$I'(u,v) = 1 * I(u,v) + 100$$

Nennen Sie einen linearen Tiefpassfilter: _____

Welcher Filter eignet sich am besten für Salz&Pfeffer Rauschen? _____

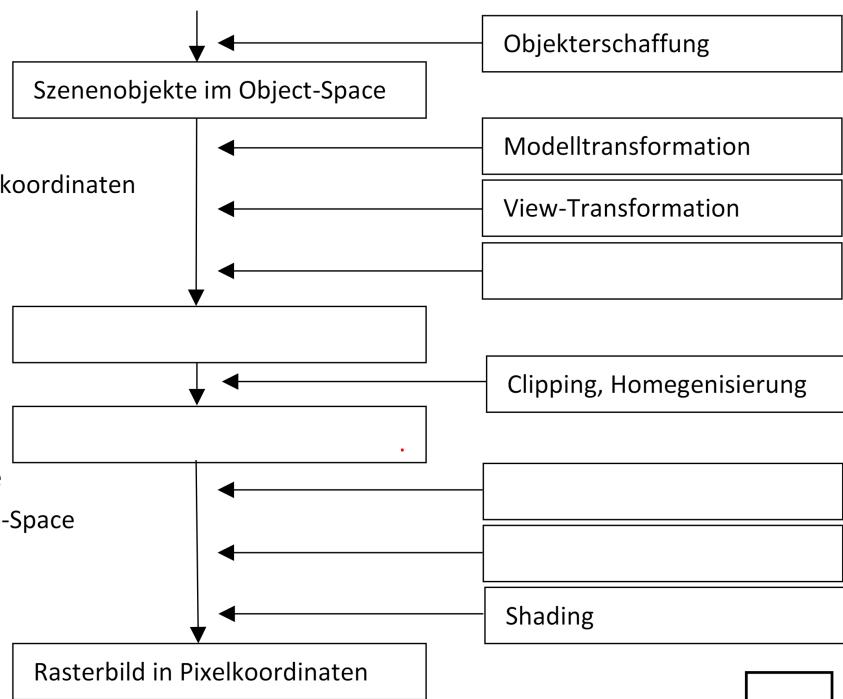
1. Gaußfilter
2. Medianfilter

Je größer der Filter, desto mehr Rechenzeit wird für die Berechnung des Ergebnisbildes benötigt	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die Faltung $*$ ist assoziativ: $(A * B) * C = A * (B * C)$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die Faltung $*$ ist kommutativ: $A * B = B * A$	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die Länge des Gradienten ist ein Maß für die Kantenstärke	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Die Kanten entsprechen den tiefen Frequenzen im Bild	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Ein Ableitungsfilter hat sowohl negative als auch positive Filterkoeffizienten	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch

Der Bresenham- und der DDA-Algorithmus können in manchen Fällen unterschiedliche Ergebnisse liefern.	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Da der Bresenham-Algorithmus auf Integer-Arithmetik basiert, lässt er sich leichter in Firmware und Hardware implementieren als der DDA-Algorithmus.	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Bei der Odd-Even-Rule hat jede Kante eine Seite innen und die andere Seite aussen.	<input type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Bei der Nonzero-Winding-Number-Rule sind alle Punkte, deren Halbstrahl eine ungerade Anzahl an Kanten eines Polygons schneidet, automatisch „draußen“.	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
Ein Polygon heißt konkav wenn alle inneren Winkel kleiner als 180° sind.	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch

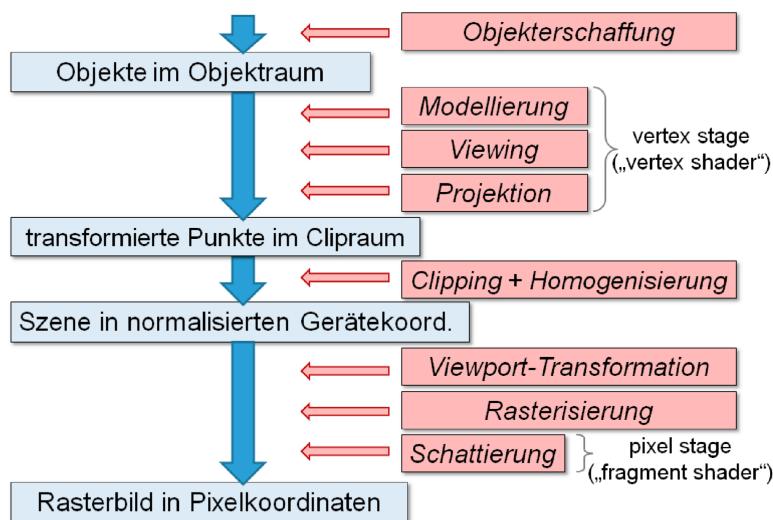
Vervollständigen Sie die nachfolgende Skizze der technischen Implementation der Rendering-Pipeline! Als Hilfe ist eine Liste von Begriffen gegeben, von welchen aber nicht alle Teil der Rendering-Pipeline sind.

- 1) Rasterisierung
- 2) Ray-Tracing
- 3) Projektion
- 4) Weltkoordinaten
- 5) RGB-Farbraum
- 6) Szene in normalisierten Gerätekordinaten
- 7) Viewport-Transformation
- 8) Rotierter Clip-Space
- 9) Back-Space
- 10) Octree-Space
- 11) Translations-Raum
- 12) Gammakorrektur
- 13) Szenenobjekte im World-Space
- 14) Transformierte Vertices im Clip-Space
- 15) Rasterbild im View-Space



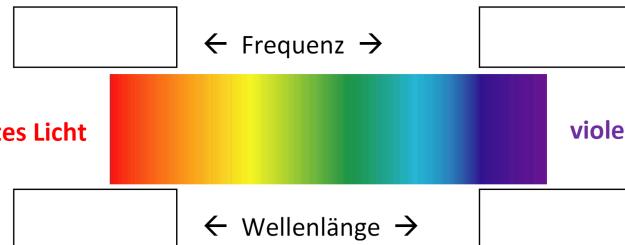
1. Projektion
2. transformierte Punkte im Clipraum
3. Szene in Normalisierten Gerätekordinaten
4. Viewport-Transformation
5. Rasterisierung

siehe:



Die folgende Skizze steht für das gesamte Spektrum des sichtbaren Lichts. Ordnen Sie die gegebenen vier Werte der Skizze zu und tragen Sie diese mit Einheiten die richtigen Kästchen ein:

- 380 nm
- 780 nm
- 380 THz
- 780 THz



380 THz

780 THz

780 nm

380 nm

Beim HSV-Modell steht H für Helligkeit und S für Sättigung.

wahr falsch

Der Raum der darstellbaren Farben wird auch Gamut genannt.

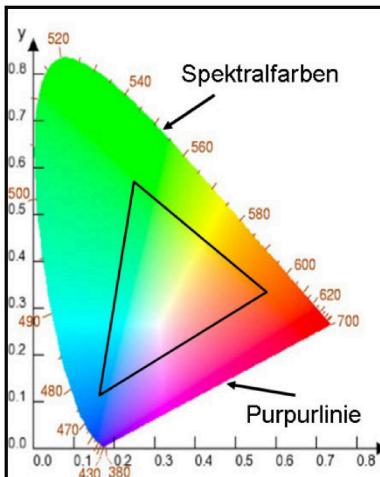
wahr falsch

Das CIE 1931 XYZ Farbmodell umfasst auch Farben, die der Mensch nicht sehen kann.

wahr falsch

Die Kolorimetrie beschäftigt sich unter anderem damit, wie die Verwendung und Bedeutung von Farben zwischen verschiedenen Kulturen divergieren kann

wahr falsch



Tatsächlich gibt es hier Farben die für uns unsichtbar sind nämlich bei den Kombinationen von x und y bei denen wir sozusagen außerhalb von dem Farbbereich sind

Die Größe des Bildausschnitts hat keinen Einfluss auf das Kamerakoordinatensystem.

wahr falsch

Die w-Achse des Kamerakoordinatensystems entspricht der negativen Blickachse.

wahr falsch

Wenn t den Up-Vector beschreibt, dann kann eine perpendikuläre Achse u mittels dem Vektorprodukt $t \times w$ berechnet werden

wahr falsch

Eine wichtige Eigenschaft von Projektionstransformationen ist, dass die relative Ordnung der z-Werte erhalten bleibt.

wahr falsch

Man spricht dann von *Einpunktsperspektive*, wenn genau zwei Achsen von der Bildebene geschnitten werden.

wahr falsch

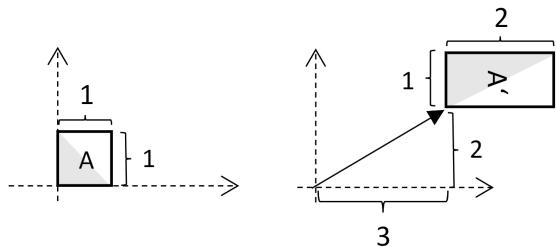
Insbesondere bei der **perspektivischen Projektion** geht die lineare Beziehung der z-Werte (Tiefe) verloren. Objekte, die weiter entfernt sind, erscheinen kleiner, und ihre relativen z-Abstände werden nicht linear auf die Bildebene projiziert. Die Tiefeninformation wird komprimiert, um die Illusion von Perspektive zu erzeugen. Bei der **orthogonalen Projektion** bleibt die relative Ordnung der z-Werte erhalten (es gibt keine perspektivische Verkürzung), aber auch hier werden die tatsächlichen z-Werte auf einen bestimmten Bereich abgebildet.

Bei Einpunktperspektive geht es um Fluchtpunkte. In dem Fall münden alle Linien parallel zur Bildebene und münden in einem Fluchtpunkt.

In folgendem 2D Beispiel soll Objekt A zu Objekt A' mithilfe einer Matrix M, welche sich aus einer Translationsmatrix T, einer Rotationsmatrix R und einer Skalierungsmatrix S zusammensetzt, transformiert werden. Das heißt, Punkte p werden mit $p' = Mp$ transformiert. Geben Sie die Matrizen für die Einzelschritte T, R, S, sowie deren richtige Multiplikationsreihenfolge und die Matrix M **inklusive Rechengang** an (verwenden Sie dazu eventuell auch die Rückseiten der Blätter).

Hinweis: $R(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

/ — — — \



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) 2D-Skalierung

(b) 2D-Rotation

(c) 2D-Translation

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnung von M:

$$T \cdot S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + -2 \cdot 0) & (1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + -2 \cdot 0) & (1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + -2 \cdot 1) \\ (0 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1) \\ (0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = R \cdot (T \cdot S) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

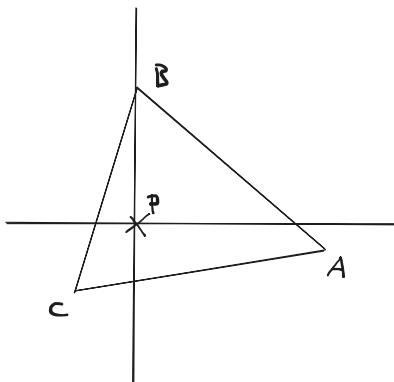
$$= \begin{pmatrix} (0 \cdot 2 + -1 \cdot 0 + 0 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + -1 \cdot 1 + 0 \cdot 0) & (0 \cdot -2 + -1 \cdot 3 + 0 \cdot 1) \\ (1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) & (1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) & (1 \cdot -2 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1) \\ (0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0) & (0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0) & (0 \cdot -2 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jeder Knoten eines Octree hat mindestens acht Subknoten.	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
Durch die hierarchische Objektdarstellung von Octrees lassen sich einzelne Teile im Octree sehr einfach transformieren.	<input type="checkbox"/> wahr	<input checked="" type="checkbox"/> falsch
Mengenoperationen können mit Octrees sehr effizient durchgeführt werden.	<input checked="" type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch
Octrees erlauben ein schnelles Durchsuchen bestimmter räumlicher Positionen eines Objektes.	<input checked="" type="checkbox"/> wahr	<input type="checkbox"/> falsch

Hat nicht mindestens sondern maximal 8 Subknoten, da die Blattknoten keine 8 Nachfolger haben

Welche baryzentrischen Koordinaten hat der Punkt $P(0; 0)$ im Dreieck $A(4; -1)$, $B(0; 4)$, $C(-2; -2)$? Geben Sie **alle** Rechenschritte an und rechnen Sie auf zwei Kommastellen genau! Sie können auch die leeren Rückseiten der Testblätter dafür verwenden.

$$P = \alpha A + \beta B + \gamma C \quad \alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad \beta = \underline{\hspace{2cm}} \quad \gamma = \underline{\hspace{2cm}} .$$



Baryzentrische Koordinaten von $P(0; 0)$ im Dreieck $A(4; -1)$, $B(0; 4)$, $C(-2; -2)$ Wir suchen die baryzentrischen Koordinaten (α, β, γ) des Punktes $P(0, 0)$ bezüglich des Dreiecks $A(4, -1)$, $B(0, 4)$, $C(-2, -2)$. Die baryzentrischen Koordinaten erfüllen die Gleichung:

$$P = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

und die Bedingung:

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

Einsetzen der Koordinaten ergibt das folgende lineare Gleichungssystem:

1. x-Komponente:

$$0 = 4\alpha + 0\beta - 2\gamma \implies 4\alpha - 2\gamma = 0$$

2. y-Komponente:

$$0 = -1\alpha + 4\beta - 2\gamma \implies -\alpha + 4\beta - 2\gamma = 0$$

3. Bedingung für baryzentrische Koordinaten:

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

Lösung des Gleichungssystems: Aus Gleichung (1) folgt:

$$\gamma = 2\alpha$$

Einsetzen in Gleichung (2):

$$-\alpha + 4\beta - 4\alpha = 0 \implies 4\beta = 5\alpha \implies \beta = \frac{5}{4}\alpha$$

Einsetzen von β und γ in Gleichung (3):

$$\alpha + \frac{5}{4}\alpha + 2\alpha = 1$$

$$\frac{4}{4}\alpha + \frac{5}{4}\alpha + \frac{8}{4}\alpha = 1$$

$$\frac{17}{4}\alpha = 1 \implies \alpha = \frac{4}{17}$$

Berechnung von β und γ :

$$\beta = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{17} = \frac{5}{17}$$

$$\gamma = 2 \cdot \frac{4}{17} = \frac{8}{17}$$

Numerische Werte (auf zwei Kommastellen genau):

$$\alpha \approx 0.24$$

$$\beta \approx 0.29$$

$$\gamma \approx 0.47$$

Antwort: Die baryzentrischen Koordinaten des Punktes $P(0, 0)$ sind:

$$\alpha = \frac{4}{17} \approx 0.24$$

$$\beta = \frac{5}{17} \approx 0.29$$

$$\gamma = \frac{8}{17} \approx 0.47$$

Test 2

Gegeben ist ein von einem Pixelsensor aufgenommener 3x3 Bildausschnitt und das vom Pixelsensor verwendete Bayer Pattern. Der linke, obere Filter des Bayer-Patterns liegt dabei über dem linken, oberen Pixel des Bildausschnittes. Berechnen Sie für das fett markierte Pixel in der Mitte die linear interpolierten RGB Farbwerte und tragen Sie diese in die dafür vorgesehenen Felder ein. Führen Sie alle Rechenschritte an und rechnen Sie auf zwei Kommastellen genau!

$$R = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$G = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B = \underline{\hspace{2cm}}$$

Bild:	1	10	9
	5	1	9
	2	8	1

Bayer Pattern:	G	R	R ... Rot
	B	G	G ... Grün
	B	G	B ... Blau

G(1) R(10) G(9)

B(5) G(1) B(9)

G(2) R(8) G(1)

Rot:

$$R = \frac{10 + 8}{2} = 9$$

Blau:

$$B = \frac{5 + 9}{2} = 7$$

Grün:

$$G = 1$$

Gegeben ist folgendes korrespondierendes Punktpaar zwischen zwei Bildern: $p_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}; q_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix}$

wobei p_1 den Punkt im ersten Bild und q_1 den korrespondierenden Punkt im zweiten Bild angibt. Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Transformationsmatrix T, die die affine Bildtransformation vom ersten zum zweiten Bild beschreibt:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 14 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Wie wird die Invarianzeigenschaft genannt, die dafür sorgt, dass dieselben lokalen Features extrahiert werden, obwohl korrespondierende Objekte unterschiedlich groß sind? _____ Um welchen Faktor verringert sich die Anzahl der Bildpixel von einer Ebene einer Gausspyramide zur nächsten? _____ SIFT verwendet Histogramme von _____ zur Merkmalsbeschreibung eines lokalen Features.

1. Skaleninvarianz
2. 0.5
3. Gradientenorientierungen

Eine Ebene einer Gausspyramide kann durch die Subtraktion zweier übereinander liegender Ebenen einer Laplacepyramide erstellt werden wahr falsch

Zur Merkmalsbeschreibung lokaler Features eignen sich homogene Bildbereiche (z.B. eine weiße Fläche) besser als inhomogene wahr falsch

Um korrespondierende Punkte zwischen 2 Bildern finden zu können, müssen in beiden Bildern dieselbe Anzahl von SIFT Features extrahiert werden wahr falsch

Der Moravec-Eckendetektor ist rotationsinvariant wahr falsch

- Eine Ebene der Gauss-Pyramide entsteht durch Tiefpassfilterung und Subsampling der vorherigen Ebene, nicht durch Subtraktion von Laplace-Ebenen.
- Homogene Bildbereiche mangels signifikanter Intensitätsänderungen liefern keine aussagekräftigen lokalen Features.
- Für die Korrespondenz reichen übereinstimmende Features; die Gesamtzahl der extrahierten SIFT-Features muss nicht identisch sein.
- Der Moravec-Detektor ist nicht rotationsinvariant, da er die Varianz nur in achsenparallelen und diagonalen Richtungen prüft.

Ordnen Sie die folgenden Methodenbegriffe **A-G** dem jeweiligen Einsatzgebiet zu (kein Punkteabzug bei falscher Zuordnung):

A: Medianfilter - B: Dilation - C: Region Growing - D: Harris - E: Area-Based Matching - F: Similarity Transformation - G: Diskrete Cosinustransformation

Image Warping: _____ Morphologische Operationen: _____ JPEG: _____ Rauschunterdrückung: _____

Eckendetektion: _____ Bildsegmentierung: _____ Stereo: _____

Hatte keine Farben mehr aber

- Bildsegmentierung -- Region Growing
 - Stereo (nicht in vo behandelt) -- Area-Based Matching
-

Eine zu geringe Auflösung bei der Rasterisierung führt zu Aliasing wahr falsch

Numerische Fehler können zu Aliasing Effekten führen wahr falsch

Unter Bump-Mapping versteht man die Reduktion unerwünschter Aliasing-Artefakte wahr falsch

Undersampling ist eine mögliche Strategie Aliasing zu bekämpfen wahr falsch

Beim 2. bin ich mir unsicher...

Gegeben ist ein Dreieck im dreidimensionalen Raum mit den Eckpunkten

$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Im Folgenden sind mehrere Rechenaufgaben zu lösen. Um "Rechenfehler" und etwaige Folgefehler zu vermeiden, sind pro Rechenaufgabe bereits mehrere Antwortmöglichkeiten gegeben, wovon eine immer korrekt ist. Trotz dieser Hilfestellung muss für jede Rechenaufgabe der korrekte Rechenweg verständlich und nachvollziehbar aufgezeigt werden, zusätzlich muss die richtige Antwortmöglichkeit in das Antwortfeld eingetragen werden. Fehlen der Rechengang oder die korrekte Antwort werden KEINE PUNKTE VERGEBEN!

1. Berechnen Sie die normalisierte Oberflächennormale zu dem oben gegebenen Dreieck:

a) $\begin{bmatrix} 0.7811 \\ 0.2377 \\ 0.5774 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 0.9305 \\ 0.0405 \\ 0.3641 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 0.5488 \\ 0.7683 \\ -0.3293 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -0.3038 \\ 0.4774 \\ -0.8245 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} -0.5839 \\ 0.3995 \\ 0.7068 \end{bmatrix}$

ANTWORT: _____

1. Berechnung der normalisierten Oberflächennormale

Gegebene Punkte:

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Rechenschritte:

1. Berechnung der Vektoren \vec{AB} und \vec{AC} :

$$\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = C - A = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

2. Berechnung der Oberflächennormale \vec{n} mit dem Kreuzprodukt:

$$n_x = (25) - (2) = 23$$

$$n_y = (-8) - (-15) = -8 + 15 = 7$$

$$n_z = (-3) - (-20) = -3 + 20 = 17$$

$$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 7 \\ 17 \end{pmatrix}$$

3. Berechnung der Länge (Norm) der Oberflächennormale $\|\vec{n}\|$:

$$\|\vec{n}\| = \sqrt{(23)^2 + (7)^2 + (17)^2} = \sqrt{529 + 49 + 289} = \sqrt{867}$$

4. Berechnung der normalisierten Oberflächennormale \hat{n} :

$$\hat{n} = \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} = \frac{1}{\sqrt{867}} \begin{pmatrix} 23 \\ 7 \\ 17 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.7811 \\ 0.2377 \\ 0.5774 \end{pmatrix}$$

ANTWORT: a)

2. Berechnen Sie den Sinuswert des Dreieckswinkels α welcher am Eckpunkt A anliegt:

a) 0.133

b) 0.324

c) 0.485

d) 0.679

e) 0.737

f) 0.891

ANTWORT: _____

Berechnung der Längen der Vektoren $|\vec{AB}|$ und $|\vec{AC}|$:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{38}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{(4)^2 + (-1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{42}$$

Berechnung des Sinus des Winkels α :

$$\sin(\alpha) = \frac{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{\sqrt{867}}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{42}} = \frac{\sqrt{867}}{\sqrt{1596}} \approx 0.73704$$

3. Bestimmen Sie anhand der Oberflächennormale und eines der gegebenen Vertices den Wert D für die (implizite) Ebenengleichung:
- 2.387
 - 1.426
 - 0.331
 - 1.967
 - 3.744
 - 5.205

Da das Dreieck in der Ebene liegt, müssen die Koordinaten jedes der gegebenen Vertices die Ebenengleichung erfüllen. Wir können einen der Punkte (z.B. $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$) in die Ebenengleichung einsetzen, um den Wert von D zu bestimmen.

Verwenden wir die normalisierte Normale $\hat{n} = \begin{pmatrix} 0.7811 \\ 0.2377 \\ 0.5774 \end{pmatrix}$ und den Punkt $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$:

$$(0.7811)(-1) + (0.2377)(2) + (0.5774)(3) + D = 0$$

$$-0.7811 + 0.4754 + 1.7322 + D = 0$$

$$1.4265 + D = 0$$

$$D = -1.4265$$

ANTWORT: b)

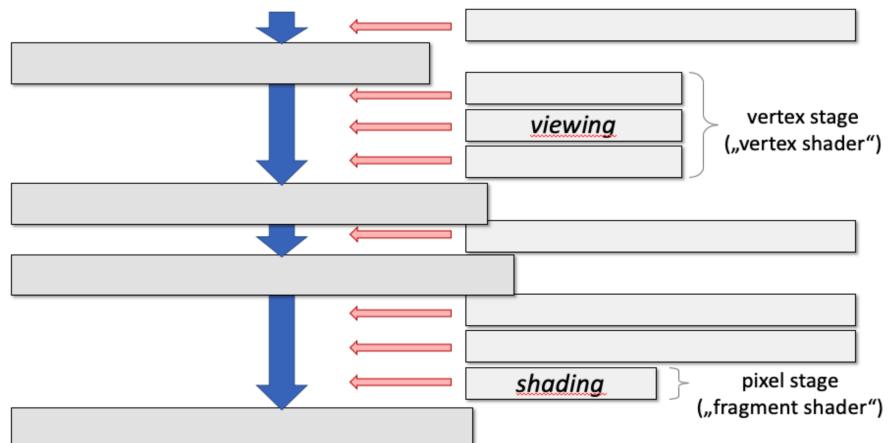
4. Angenommen, bei den angegebenen Werten handelt es sich um Zentimeter (cm), geben Sie die Fläche an, die von dem Dreieck ABC aufgespannt wird:
- 2.65 cm
 - 10.23 cm
 - 14.72 cm**
 - 19.57 cm
 - 23.36 cm
 - 37.83 cm

das ist einfach die Länge von dem Normalvektor zur Ebene (Fläche vom Parallelogramm) durch 2. Das haben wir uns schon bei 1. berechnet und ist:

$$\frac{\sqrt{867}}{2} = 14.72243186$$

Fügen Sie die untenstehenden Elemente an die richtige Position in der abgebildeten Struktur der Rendering Pipeline ein:

- modeling
- viewport transformation
- raster image in pixel coordinates
- scene in normalized device coordinates
- Object capture / creation



siehe:

