橋を架けろの組合せゲーム理論に基づく調査

岐阜大学　工学部　電気電子・情報工学科　情報コース
草刈研究室
内田宗明

目次

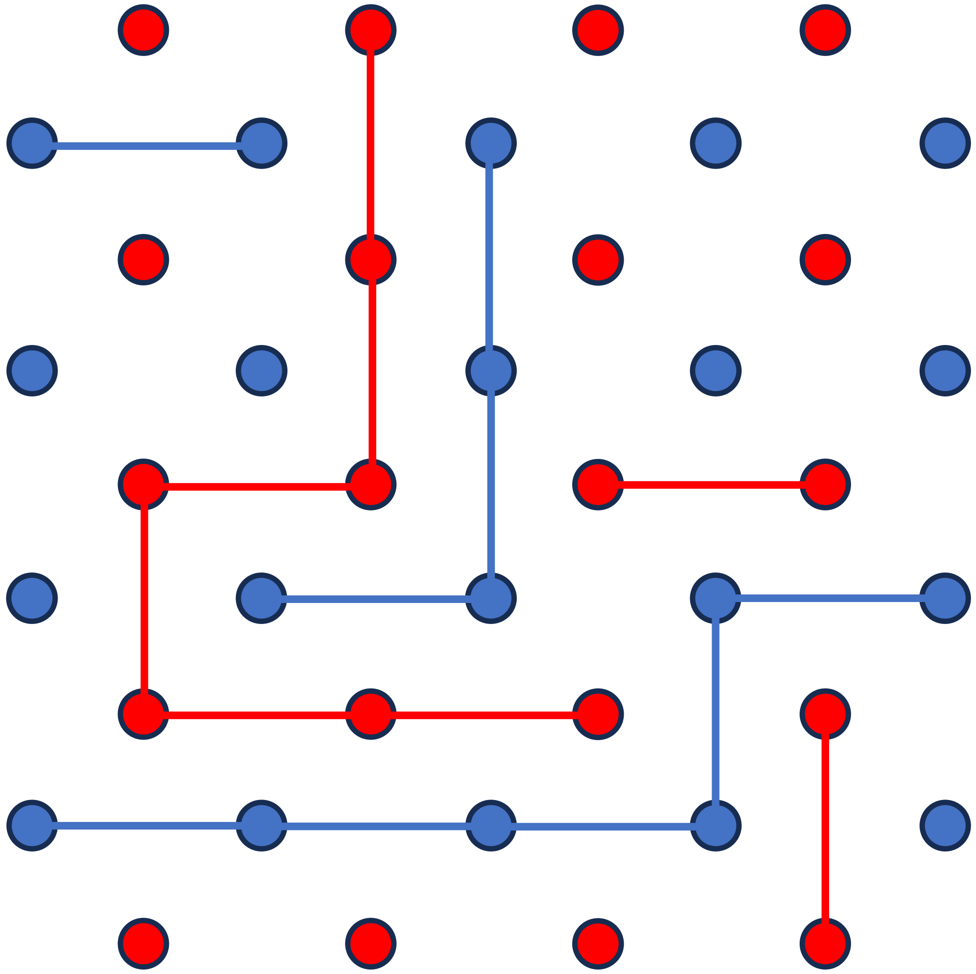
目次

「橋を架けろ」

- 格子状に支柱を設置した盤上で行う
- 青点: 左対局者の支柱
赤点: 右対局者の支柱
- 自分の隣接支柱間に
橋ユニットを交互に架橋する
※重ねて架橋することはできない
- 左(上)端から右(下)端まで
橋を架けることができたら勝ち

先手番：左（L）
後手番：右（R）

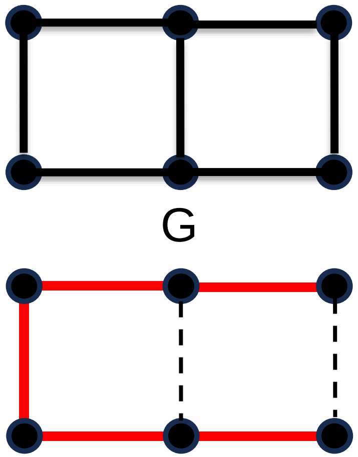
左の勝利



目次

- 橋を架けろ
- 全域木戦略の紹介
- 随意全域木戦略の提案
- 選択肢の優劣判別方法の予想
- 今後の課題

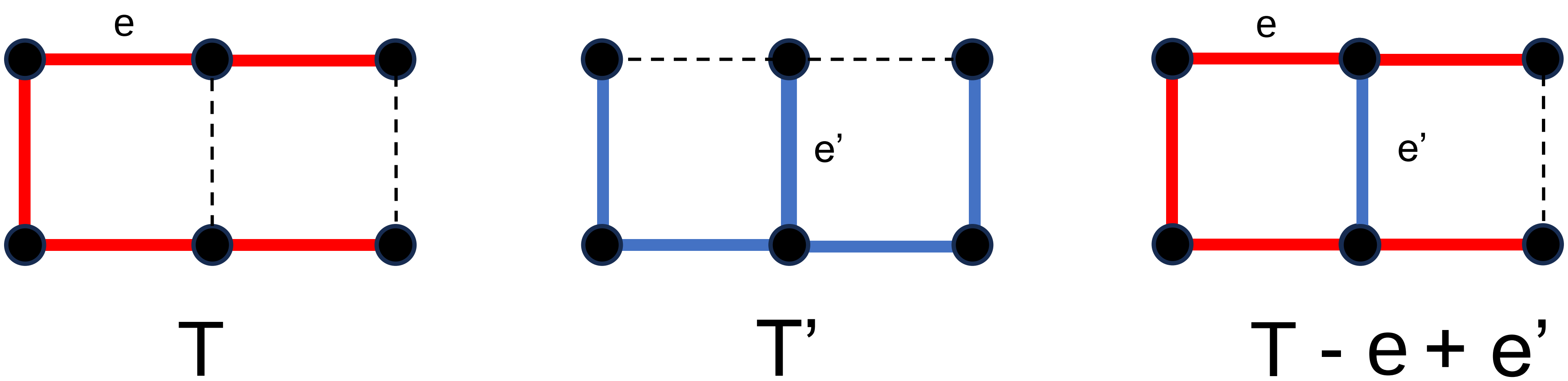
全域木



全域木: 全頂点を含む部分グラフのうち閉路をもたないもの

命題

T,T′という2つの全域木が連結グラフGに含まれていて，e∈E(T)-E(T′)であるとき，T-e+e′がGの全域木となる辺e′ ∈E(T′)-T(T)が存在する



全域木戦略※[3]D.B.West, Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Pearson Education,Inc, 2001

実行手順(左対局者用)

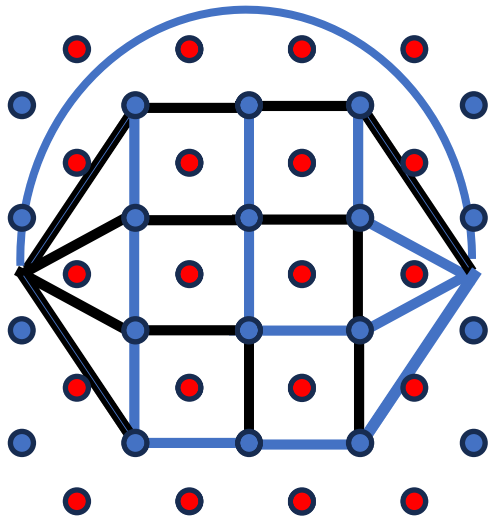
1. 初期局面に対応するグラフGを作成
2. G中の2つの辺素な全域木を求める
3. ゲームが終了するまで手順4.5を繰り返す
4. G中の右が架橋した橋ユニットに対応する辺eを削除し，命題に従って対応する辺e′を選択し，それを二重辺にする
5. e′に対応する橋ユニットを架橋する

全域木戦略

※[3]D.B.West, Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Pearson Education,Inc, 2001

実行手順(左対局者用)

1. 初期局面に対応するグラフGを作成
2. G中の2つの辺素な全域木を求める
3. ゲームが終了するまで手順4.5を繰り返す
4. G中の右が架橋した橋ユニットに対応する辺eを削除し，命題に従って対応する辺e′を選択し，それを二重辺にする
5. e′に対応する橋ユニットを架橋する

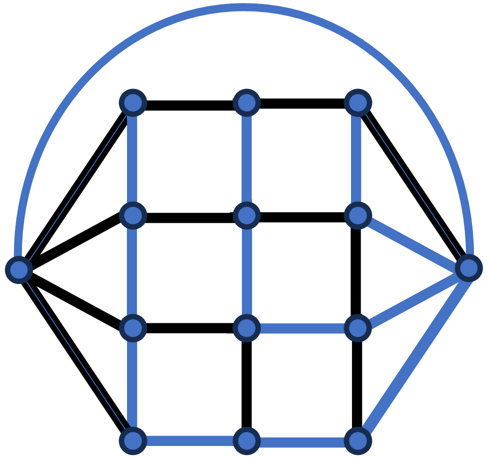


対応初期局面グラフG

全域木戦略※[3]D.B.West, Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Pearson Education,Inc, 2001

実行手順(左対局者用)

1. 初期局面に対応するグラフGを作成
2. G中の2つの辺素な全域木を求める
3. ゲームが終了するまで手順4.5を繰り返す
4. G中の右が架橋した橋ユニットに対応する辺eを削除し，命題に従って対応する辺e′を選択し，それを二重辺にする
5. e′に対応する橋ユニットを架橋する

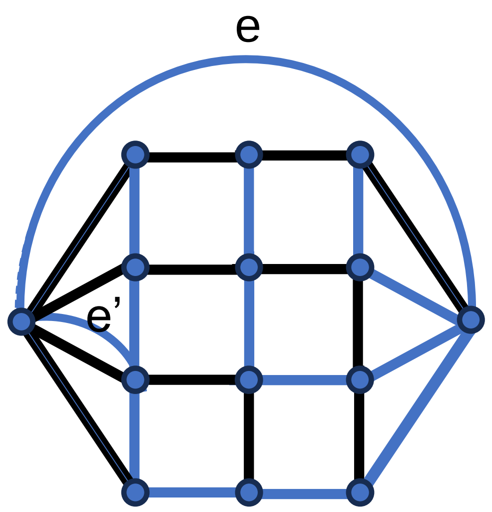


対応するグラフG

全域木戦略※[3]D.B.West, Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Pearson Education,Inc, 2001

実行手順(左対局者用)

1. 初期局面に対応するグラフGを作成
2. G中の2つの辺素な全域木を求める
3. ゲームが終了するまで手順4.5を繰り返す
4. G中の右が架橋した橋ユニットに対応する辺eを削除し，命題に従って対応する辺e′を選択し，それを二重辺にする
5. e′に対応する橋ユニットを架橋する

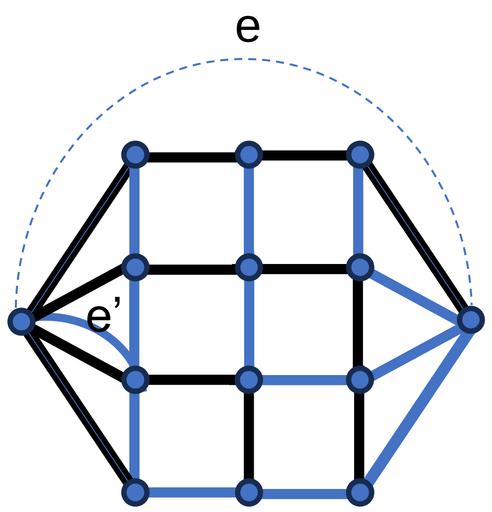


実際の初手戦略例

全域木戦略※[3]D.B.West, Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Pearson Education,Inc, 2001

実行手順(左対局者用)

1. 初期局面に対応するグラフGを作成
2. G中の2つの辺素な全域木を求める
3. ゲームが終了するまで手順4.5を繰り返す
4. G中の右が架橋した橋ユニットに対応する辺eを削除し，命題に従って対応する辺e′を選択し，それを二重辺にする
5. e′に対応する橋ユニットを架橋する



実際の初手戦略例

目次

- 橋を架けろ
- 全域木戦略の紹介
- 随意全域木戦略の提案
- 選択肢の優劣判別方法の予想
- 今後の課題

本研究の内容

全域木戦略: 途中の局面からは実行できない
一度戦略外の手を打つと実行できない
右対局者は実行できない

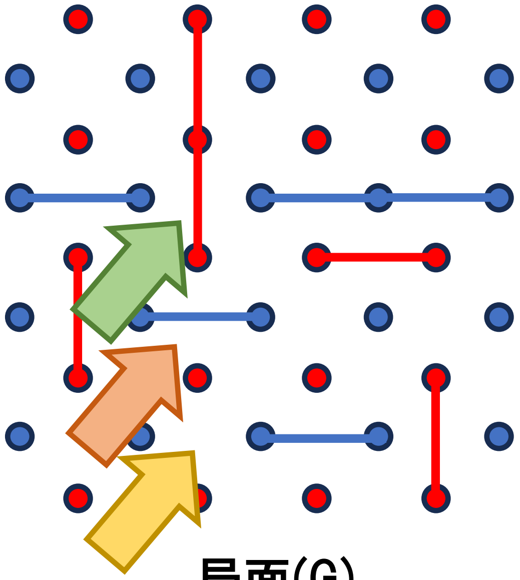
解析が困難

拡張

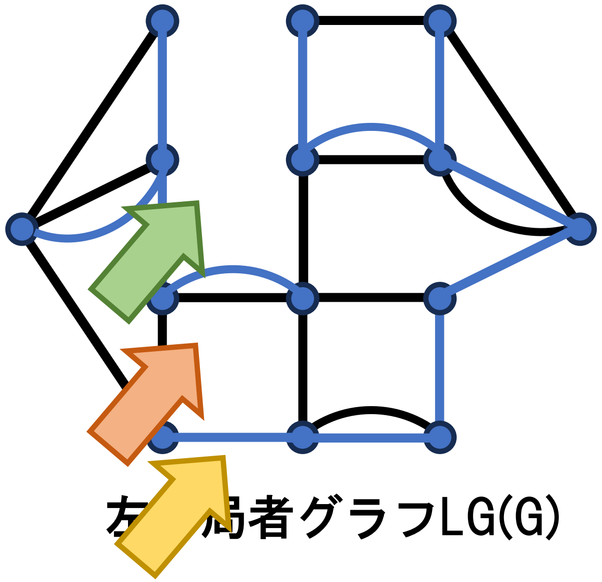
“随意”全域木戦略: 任意の局面に！
どちらの対局者も！

対局者グラフ

- 頂点: その対局者の支柱(両端を単一視)
- 一重辺: 架橋していない隣接支柱間
- 二重辺: その対局者が架橋している隣接支柱間
- なし: 相手が架橋している隣接支柱間



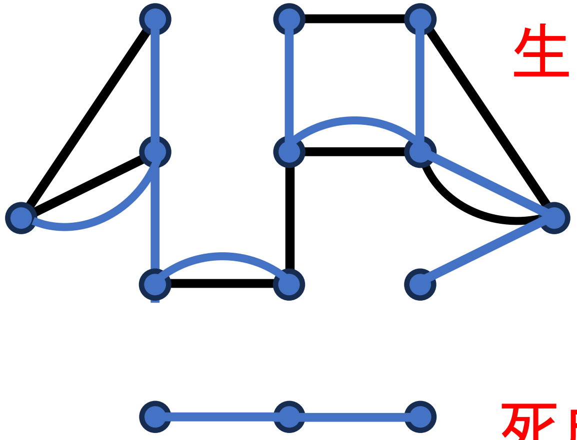
局面(G)



左 局者グラフLG(G)

生成分と死成分

生成分: 両端の支柱に対応する頂点をともに含む成分
死成分: それ以外の成分



随意全域木戦略

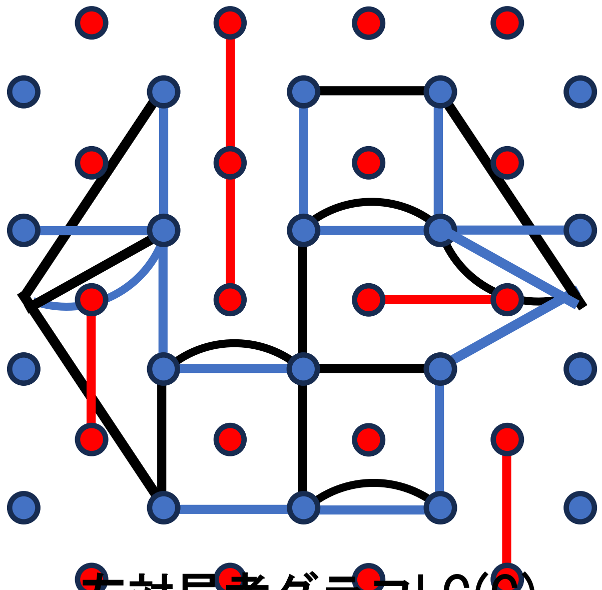
実行手順(左が実行する場合)

1. 左対局者グラフLGを作成
2. グラフLG中の生成分Cを求める.
   求められない→終了
3. 生成分Cにおいて，二重辺に変更することで2つの辺素な全域木を取ることができる一重辺を選択する．その辺を二重辺に変更する.
   選択できない→終了
4. 手順3 で選択した辺に対応する橋ユニットを架橋する

随意全域木戦略

実行手順(左が実行する場合)

1. 左対局者グラフLGを作成
2. グラフLG中の生成分Cを求める．
   求められない→終了
3. 生成分Cにおいて，二重辺に変更することで2つの辺素な全域木を取ることができる一重辺を選択する．その辺を二重辺に変更する．
   選択できない→終了
4. 手順3 で選択した辺に対応する橋ユニットを架橋する



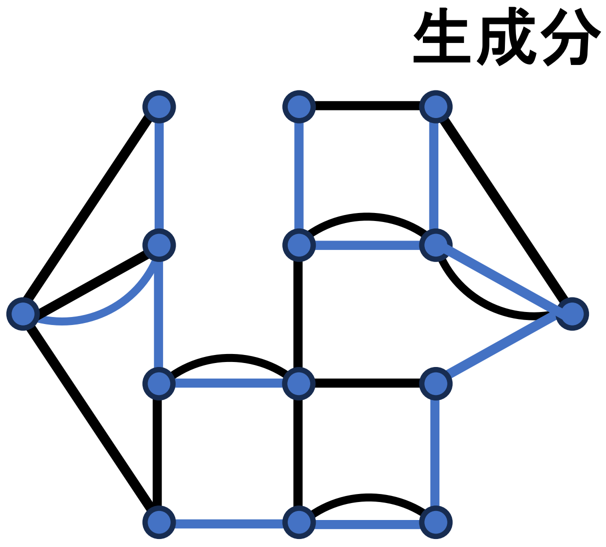
左対局者グラフLG(G)

局面(G)

随意全域木戦略

実行手順(左が実行する場合)

1. 左対局者グラフLGを作成
2. グラフLG中の生成分Cを求める.
   求められない→終了
3. 生成分Cにおいて，二重辺に変更することで2つの辺素な全域木を取ることができる一重辺を選択する．その辺を二重辺に変更する.
   選択できない→終了
4. 手順3 で選択した辺に対応する橋ユニットを架橋する

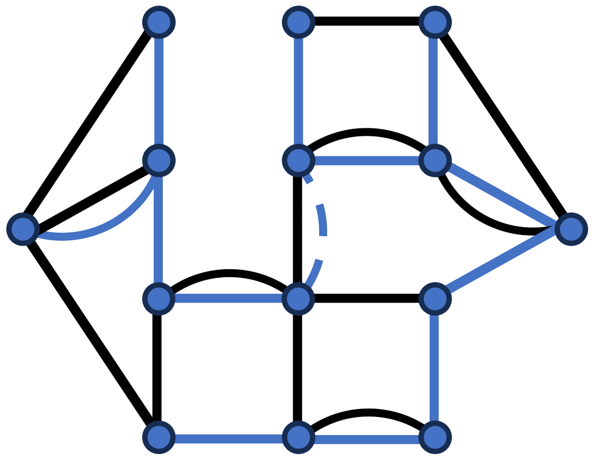


左対局者グラフLG(G)

随意全域木戦略

実行手順(左が実行する場合)

1. 左対局者グラフLGを作成
2. グラフLG中の生成分Cを求める.
   求められない→終了
3. 生成分Cにおいて，二重辺に変更することで2つの辺素な全域木を取ることができる一重辺を選択する．その辺を二重辺に変更する.
   選択できない→終了
4. 手順3 で選択した辺に対応する橋ユニットを架橋する

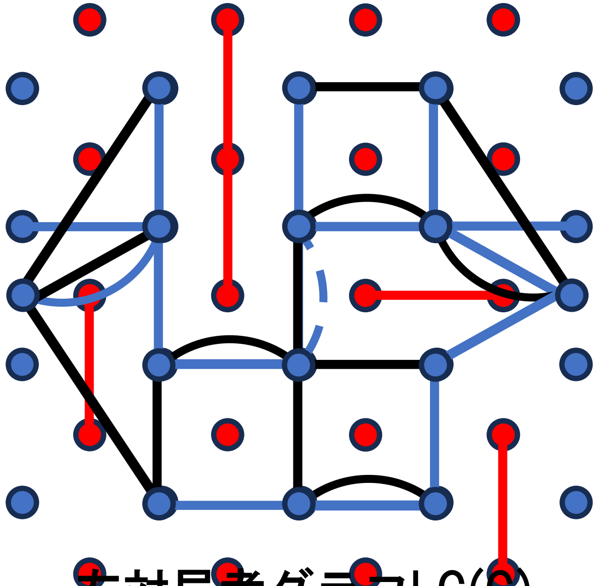


左対局者グラフLG(G)

随意全域木戦略

実行手順(左が実行する場合)

1. 左対局者グラフLGを作成
2. グラフLG中の生成分Cを求める.
   求められない→終了
3. 生成分Cにおいて，二重辺に変更することで2つの辺素な全域木を取ることができる一重辺を選択する．その辺を二重辺に変更する.
   選択できない→終了
4. 手順3 で選択した辺に対応する橋ユニットを架橋する



左対局者グラフLG(G)

局面(G)

随意全域木戦略からの予想

任意の局面に随意全域木戦略！

予想

正しければ

- どちらかの対局者が実行できる
- 必勝戦略として機能する

橋を架けろは必ず勝敗がつくという証明に！

目次

- 橋を架けろ
- 全域木戦略の紹介
- 随意全域木戦略の提案
- 選択肢の優劣判別方法の予想
- 今後の課題

本研究の内容

随意全域木戦略: 複数選択可な局面が存在

どれを選ぶ？

優劣判別関数の導入 & 選択肢の優劣判別方法の予想

優劣判別関数の導入

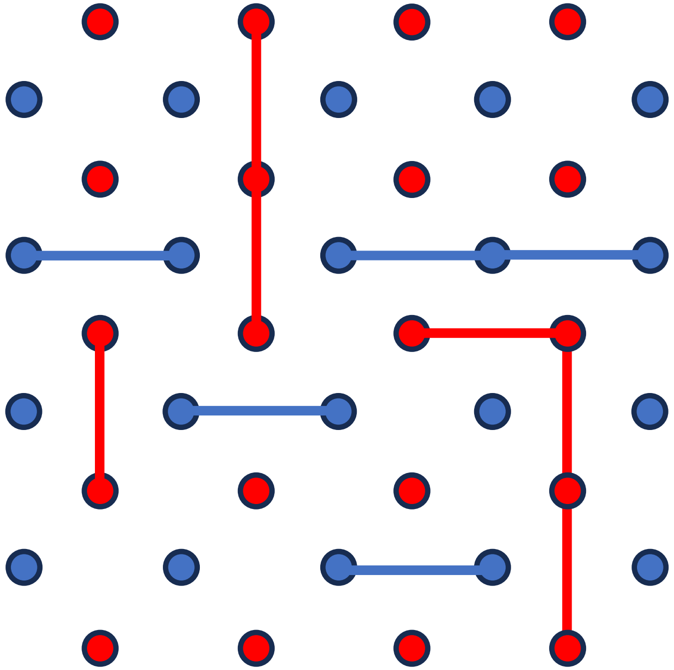
定義(優劣判別関数$b_L(G), b_R(G)$)

$b_L(G) = n \Leftrightarrow$ 左が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面

$b_R(G) = n \Leftrightarrow$ 右が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面

ただし，何本架橋しても勝利局面とならないとき$n = \infty$とする.

$$b_L(G) = 2$$
$$b_R(G) = 1$$



選択肢の優劣判別方法の予想

どのように選択肢の優劣を判別する？

勝利に近づく手が優位？

勝利に必要な橋ユニットが少なくなる手が優位

$b_L(G^L), b_R(G^R)$ が小さいほうが優位

選択肢の優劣判別方法の予想

同じ数架橋すれば勝利局面のときは？

相手に取られたくない手？

相手にとられたら
自分の勝利に必要な橋ユニットが多くなる手が優位

$b_L(G^R), b_R(G^L)$ が小さいほうが優位

選択肢の優劣判別方法の予想

選択肢を比較

同じ数の橋ユニットで勝利

相手に選ばれても同じ数の橋ユニットで勝利

その選択肢に差はある？

等価な局面と判別

選択肢の優劣判別方法の予想

定義(優劣判別関数$b_L(G), b_R(G)$)

$b_L(G) = n \Leftrightarrow$ 左が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面
$b_R(G) = n \Leftrightarrow$ 右が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面

ただし，何本架橋しても勝利局面とならないとき$n = \infty$とする.

予想

支柱間e_iとe_jに橋ユニットを架橋する左選択肢G_i^L とG_j^Lに対して以下が成立

- $b_L(G_i^L) < b_L(G_j^L)$のとき: $G_i^L > G_j^L$(≒ G_i^Lが優位)となる
- $b_L(G_i^L) = b_L(G_j^L)$かつ$b_L(G_i^R) < b_L(G_j^R)$のとき:
  $G_i^L > G_j^L$(≒ G_i^Lが優位)となる
- $b_L(G_i^L) = b_L(G_j^L)$かつ$b_L(G_i^R) = b_L(G_j^R)$のとき:
  ※$b_L(G^L) = 0$が存在しないとき　$G_i^L = G_j^L$(2つの選択肢は等価)となる

選択肢の優劣判別方法の予想

定義(優劣判別関数$b_L(G), b_R(G)$)

$b_L(G) = n \Leftrightarrow$ 左が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面
$b_R(G) = n \Leftrightarrow$ 右が橋ユニットを最小n本架橋すれば勝利局面

ただし，何本架橋しても勝利局面とならないとき$n = \infty$とする．

選択肢の優劣を判別できるようになった

選択肢が複数現れても

どの手を打つべきかが明確に！

予想

支柱間e_iとe_jに橋ユニットを架橋する左選択肢G_i^LとG_j^Lに対して以下が成立

- $b_L(G_i^L) < b_L(G_j^L)$のとき: $G_i^L > G_j^L$($\fallingdotseq G_i^L$が優位)となる
- $b_L(G_i^L) = b_L(G_j^L)$かつ$b_L(G_i^R) < b_L(G_j^R)$のとき:
  $G_i^L > G_j^L$($\fallingdotseq G_i^L$が優位)となる
- $b_L(G_i^L) = b_L(G_j^L)$かつ$b_L(G_i^R) = b_L(G_j^R)$のとき:
  $G_i^L = G_j^L$(2つの選択肢は等価)となる

※$b_L(G^L) = 0$が存在しないとき

目次

まとめと今後の課題

まとめ

- **全域木戦略**を拡張した**随意全域木戦略**を提案
- 選択肢の優劣判別に用いる関数として**優劣判別関数**を提案
- 選択肢の**優劣判別方法**を予想

今後の課題

- 随意全域木戦略が必勝戦略であることや各種性質の**検証**
- 選択肢の優劣判別方法の**検証**
- CGSuite(検証に用いるソフトウェア)の実装における
  勝利局面判定アルゴリズムの**最適化**