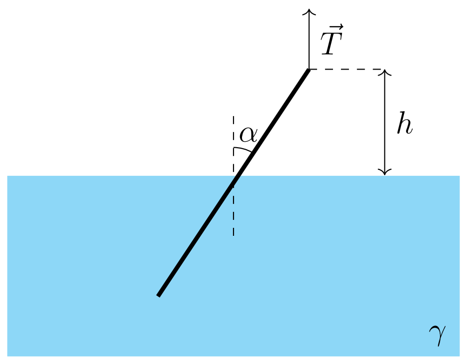
Hướng tới chuyên lý 2023

Câu lạc bộ vật lý xPhO

CÂU 1 (4 điểm)

Một chiếc thanh mảnh có độ dài L và trọng lượng P phân bố đều. Thả thanh vào một chất lỏng có trọng lượng riêng gấp γ lần trọng lượng riêng của thanh (với $\gamma > 1$), rồi nhấc một đầu thanh lên bằng một lực kéo T theo phương thẳng đứng với độ lớn có thể điều chỉnh được sao cho thanh nằm cân bằng và nghiêng một góc α so với phương thẳng đứng sao cho $0° < \alpha < 90°$.



a, Ban đầu $\alpha = \alpha_0$, thanh nằm cân bằng, độ cao đầu trên của thanh so với mặt nước là h. Tính α_0 theo γ, h, L và tìm điều kiện của h theo γ, L để thỏa mãn điều kiện $0° < \alpha_0 < 90°$.

b, Dùng lực T kéo chậm thanh khỏi mặt nước. Tìm công của lực kéo T để kéo vật từ khi thanh nằm nghiêng góc α_0 đến khi thanh vừa được kéo hoàn toàn ra khỏi mặt nước, biểu diễn kết quả theo P, L, γ và α_0.

Bài giải

a, Có 3 lực tác dụng lên thanh đều theo phương thẳng đứng gồm:

- Trọng lực P với điểm đặt đi qua khối tâm của thanh (cũng là trung điểm của thanh).
- Lực đẩy Archimedes $F_A = \gamma P\left(1 - \dfrac{h}{L\cos\alpha}\right)$, điểm đặt đi qua trung điểm của đoạn thanh chìm trong nước.
- Lực giữ T có độ lớn sao cho thanh cân bằng và đi qua đầu trên của thanh.

Để thanh không bị quay, các moment lực phải cân bằng với nhau tại mọi tâm quay. Ở đây ta chọn tâm quay là đầu trên của thanh để tránh các tính toán phức tạp liên quan đến moment lực của lực kéo T, khi đó, độ dài cánh tay đòn của trọng lực

$$d_1 = \frac{L}{2}\sin\alpha$$

và độ dài cánh tay đòn của lực đẩy Archimedes:

$$d_2 = \left[L - \frac{1}{2}\left(L - \frac{h}{\cos\alpha}\right)\right]\sin\alpha.$$

Từ đó, ta có phương trình cân bằng moment lực

$$Pd_1 = F_A d_2 \Rightarrow P\frac{L}{2}\sin\alpha = \gamma P\left(1-\frac{h}{L\cos\alpha}\right)\left[L-\frac{1}{2}\left(L-\frac{h}{\cos\alpha}\right)\right]\sin\alpha.$$

Phương trình trên có 2 nghiệm:

$$\cos\alpha = \pm\frac{h}{L}\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{-1/2}.$$

Nghiệm $\cos\alpha < 0$ ứng với trường hợp lực kéo T của chúng ta kéo một đầu thanh xuống phía dưới và đầu đó ngập trong nước. Song, nó không phải trường hợp ta đang khảo sát và ta có thể bỏ qua. Viết lại nghiệm ta cần tìm theo cách khác, ta được

$$\alpha = \arccos\left[\frac{h}{L}\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{-1/2}\right].$$

Ban đầu, $\alpha = \alpha_0$. Để $0^\circ < \alpha_0 < 90^\circ$, h sẽ phải thỏa mãn:

$$0 < h < L\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}.$$

b, Cân bằng các lực trên thanh theo phương thẳng đứng, ta xác định được lực căng dây T:

$$T = P - F_A$$

Quá trình kéo thanh ra khỏi mặt nước có thể được chia làm 2 giai đoạn:

- Giai đoạn 1: Thanh quay từ khi thanh hợp với phương thẳng đứng góc α_0 tới khi thanh nằm thẳng đứng.

  Áp dụng kết quả phần **a,** ta tìm được lực căng dây T không đổi và có độ lớn:

  $$T_1 = P\left[1-\gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right].$$

  Đầu trên của thanh sẽ đi được một quãng đường:

  $$s_1 = L\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}(1-\cos\alpha_0).$$

  Do đó, công sinh ra trong quá trình này là:

  $$A_1 = T_1 s_1 = PL\left[1-\gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right]\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}(1-\cos\alpha_0).$$

- Giai đoạn 2: Từ khi thanh bắt đầu nằm thẳng đứng tới khi thanh rời khỏi nước. Ở giai đoạn này, lực đẩy Archimedes giảm tuyến tính theo quãng đường mà đầu thanh di chuyển được, khiến lực kéo T tăng dần đều đến khi $T = P$. Lực kéo trung bình sẽ là:

  $$\overline{T} = \frac{T_1 + P}{2} = P\left[1-\frac{1}{2}\gamma\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right].$$

Quãng đường thanh và đầu trên của thanh di chuyển trong giai đoạn này:

$$s_2 = L\left[1 - \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right]$$

Công sinh ra trong quá trình 2 là:

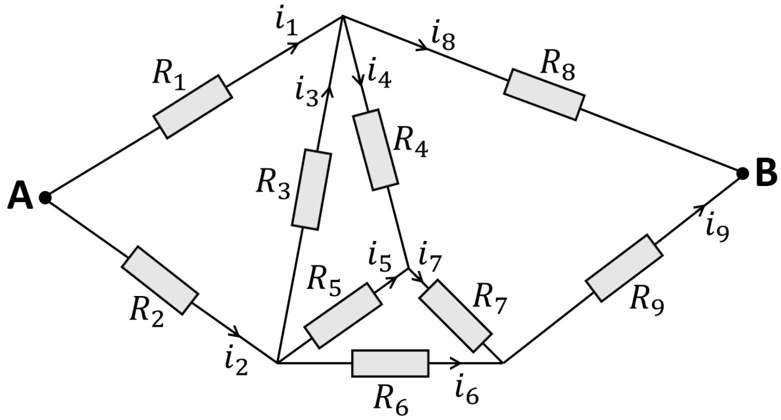
$$A_2 = \overline{T}s_2 = PL\left[1 - \frac{1}{2}\gamma\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right]\left[1 - \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right].$$

Tổng công sinh ra từ khi thanh nằm hợp với phương thẳng đứng một góc α tới khi thanh bị kéo khỏi mặt nước:

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 \\ &= PL\left\{\frac{1}{2}\left[3 - \gamma - \gamma\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right] - \left[1 - \gamma + \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{1/2}\right]\cos\alpha_0\right\}. \end{aligned}$$

Dành cho các bạn muốn tìm hiểu sâu thêm, tồn tại một cách làm khác ngắn hơn rất nhiều (mà vẫn cho ra kết quả tương tự) nhưng yêu cầu sử dụng kiến thức ở bậc THPT về thế năng trọng trường, đó là công tối thiểu A để kéo thanh ra có thể được xác định từ chênh lệch thế năng của hệ thanh mảnh và chất lỏng giữa trạng thái ban đầu và trạng thái cuối cùng. Hy vọng sau khi đã vào cấp III, các bạn sẽ dành chút thời gian để tự giải lại bài tập theo hướng này.

CÂU 2 (4 điểm)



Xét một mạch điện cấu tạo từ các điện trở R_1, R_2, ..., R_8, R_9. Khi đặt hiệu điện thế $1V$ vào hai đầu mạch A và B thì thu được phân bố dòng điện với chiều đi như hình vẽ, cường độ đo được theo đơn vị mA là:

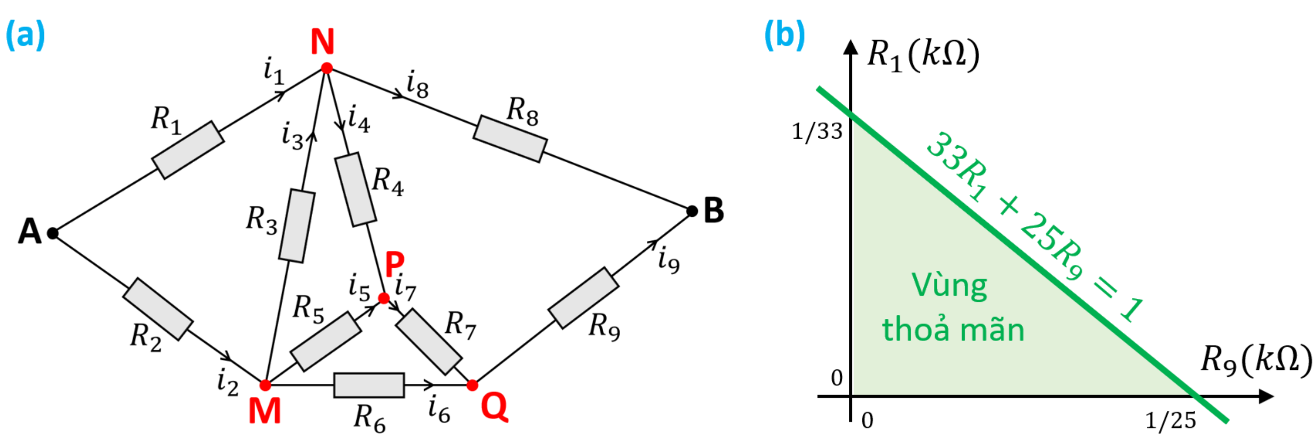
$$i_1 = 33\ ,\ i_2 = 28\ ,\ i_3 = 5\ ,\ i_4 = 2\ ,\ i_5 = 7\ ,\ i_6 = 16\ ,\ i_7 = 9\ ,\ i_8 = 36\ ,\ i_9 = 25\ .$$

Với những thông tin đã cho thì liệu có thể xác định được giá trị của các điện trở hay không, và nếu có thì hãy xác định R_1 và R_9.

Bài giải

Không! Thông tin về các dòng điện và hiện điện thế giữa hai đầu mạch là chưa đủ để xác định giá trị của các điện trở (chúng ta có vô số nghiệm). Điều này nghe có vẻ bất ngờ, vì nếu biết điện trở thì chúng ta có thể xác định được dòng điện, nhưng điều ngược lại không phải lúc nào cũng khả thi.

Sơ sài mà nói, nguyên nhân là bởi vì điện trở là các giá trị độc lập còn dòng điện là các giá trị liên hệ, dẫn tới rằng nếu biết điện trở thì ta có đủ phương trình để giải ra dòng điện, còn nếu biết dòng điện thì ta có ít phương trình độc lập hơn, tổng quát thì sẽ không đủ để giải ra điện trở.



Chi tiết hơn, cho mọi bộ giá trị điện thế $[\mathcal{V}(\mathrm{M}), \mathcal{V}(\mathrm{N}), \mathcal{V}(\mathrm{P}), \mathcal{V}(\mathrm{Q})]$ xác định tại các nút mạng M, N, P, Q (xem hình **a**) sao cho:

$$\mathcal{V}(\mathrm{A}) > \mathcal{V}(\mathrm{M}) > \mathcal{V}(\mathrm{N}) > \mathcal{V}(\mathrm{P}) > \mathcal{V}(\mathrm{Q}) > \mathcal{V}(\mathrm{B}) \ , \tag{1}$$

với mốc điện thế hai đầu A và B được chọn là $\mathcal{V}(\mathrm{A}) = 1$, $\mathcal{V}(\mathrm{B}) = 0$ (đơn vị V), thế thì dòng điện sẽ có chiều như mô tả (chảy từ nơi có điện thế cao xuống thấp) và bộ các giá trị điện trở (luôn luôn dương) là duy nhất:

$$\begin{aligned}
R_1 &= \frac{\mathcal{V}(\mathrm{A}) - \mathcal{V}(\mathrm{N})}{i_1} \ , \ R_9 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{A}) - \mathcal{V}(\mathrm{M})}{i_2} \ , \ R_9 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{M}) - \mathcal{V}(\mathrm{N})}{i_3} \ , \\
R_4 &= \frac{\mathcal{V}(\mathrm{N}) - \mathcal{V}(\mathrm{P})}{i_4} \ , \ R_5 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{M}) - \mathcal{V}(\mathrm{P})}{i_4} \ , \ R_6 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{M}) - \mathcal{V}(\mathrm{Q})}{i_4} \ , \\
R_7 &= \frac{\mathcal{V}(\mathrm{P}) - \mathcal{V}(\mathrm{Q})}{i_4} \ , \ R_8 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{N}) - \mathcal{V}(\mathrm{B})}{i_4} \ , \ R_9 = \frac{\mathcal{V}(\mathrm{Q}) - \mathcal{V}(\mathrm{B})}{i_4} \ .
\end{aligned} \tag{2}$$

Mạch điện khi ấy thoả mãn tất cả các định luật Kirchhoff. Không thể xác định được chính xác và hữu hạn các giá trị khả dĩ (R_1, R_9), do có vô số bộ điện thế $[\mathcal{V}(\mathrm{M}), \mathcal{V}(\mathrm{N}), \mathcal{V}(\mathrm{P}), \mathcal{V}(\mathrm{Q})]$ có thể chọn!

Mặc dù không thể xác định được chính xác R_1 và R_9, tuy nhiên chúng ta vẫn có thể xác định được vùng không gian giá trị điện trở khả dĩ (R_1, R_9) có diện tích hữu hạn! Cụ thể hơn (xem hình **b**):

$$R_1 > 0 \ , \ R_2 > 0 \ \ , \ \ i_1 R_1 + i_2 R_2 < 1 \ . \tag{3}$$

- Chặn dưới $R_1 > 0$ và $R_2 > 0$: $\mathcal{V}(\mathrm{M})$, $\mathcal{V}(\mathrm{N})$ rất sát với $\mathcal{V}(\mathrm{A})$ và $\mathcal{V}(\mathrm{Q})$ rất sát với $\mathcal{V}(\mathrm{B})$. Hai giới hạn này có thể được đồng thời thoả mãn, không có xung đột.
- Chặn trên $i_1 R_1 + i_2 R_2 < 1$: $\mathcal{V}(\mathrm{N})$, $\mathcal{V}(\mathrm{P})$, $\mathcal{V}(\mathrm{Q})$ rất sát với nhau.

Khi soạn các bài tập, do yếu tố con người nên chúng ta không thể tránh khỏi những vấn đề oái oăm, như không tồn tại đáp án hợp lý cho câu hỏi được nêu ra. Bài tập này được thiết kế để truyền tải thông điệp đó. Tất nhiên, câu hỏi của bài đã có gợi ý cho vấn đề của yêu cầu xác định điện trở, nhưng các bạn cần lưu ý rằng khi đề bài đã lỗi thì sẽ không tồn tại gợi ý như vậy đâu! Các bạn học sinh cần phải bình tĩnh, tự tin vào kiến thức của mình, và chứng minh rằng đáp án là vô nghiệm hoặc vô số nghiệm (nếu tìm được vùng giới hạn cho tập hợp các đáp án khả dĩ thì cũng rất tốt), hay thậm chí mạnh dạn chỉ thẳng ra điều chưa hợp lý của đề bài.

CÂU 3 (4 điểm)

Hai thanh thẳng đồng chất, làm từ cùng vật liệu nở ra vì nhiệt, được nối đầu tại khớp quay A và C cố định trên tường thẳng đứng, và được nối với nhau tại khớp quay B cố định trên đầu và thân các thanh (xem hình vẽ đính kèm). Nhiệt độ của hệ đang tăng lên đều. Tại thời điểm được xét, khoảng cách $\overline{\mathrm{AB}} = s_1$, $\overline{\mathrm{CB}} = s_2$, $\overline{\mathrm{AC}} = s_3$, $\overline{\mathrm{BT}} = s_4$, và thành phần vận tốc của khớp B theo phương thẳng đứng là $v_\parallel$. Cho biết $s_1 < s_2$, tường làm từ vật liệu không thay đổi kích thước vì nhiệt, hãy xác định vector vận tốc (phương chiều và độ lớn) của đầu thanh T khi ấy (theo s_1, s_2, s_3, s_4, và $v_\parallel$).

Bài giải

Hạ đường cao BH xuống đường thẳng đi qua AC. Phân giác góc $\widehat{\mathrm{ABC}}$ cắt đoạn AC tại điểm M, phân giác góc $\widehat{\mathrm{CBT}}$ cắt đường kéo dài đoạn AC lên phía A tại điểm N. Trung điểm của M và N là O. Ta vẽ đường tròn tâm O đi qua M và N, thế thì đường cong này cũng sẽ phải đi qua B do $\widehat{\mathrm{MBN}} = 90^o$ (xem hình minh họa **a**).

Từ *định lý đường phân giác*, áp dụng cho phân giác trong và phân giác ngoài của góc $\widehat{\mathrm{ABC}}$, ta có tỉ số $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = s_1 : s_2$ là bằng với tỉ số $\overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{MC}}$ và $\overline{\mathrm{AN}} : \overline{\mathrm{NC}}$. Chúng ta có thể chứng minh vắn như sau:

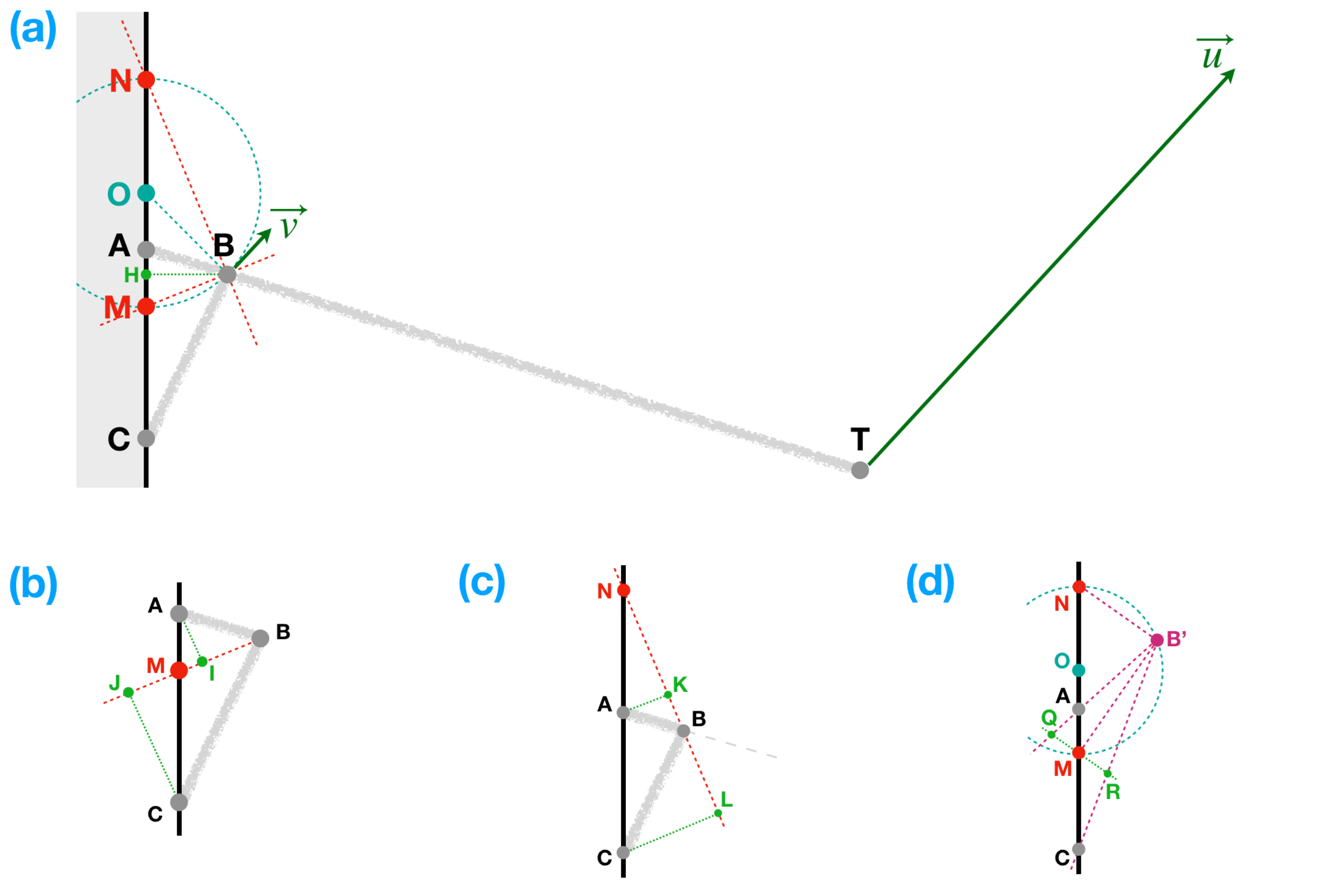
- Hạ đường cao AI xuống BM và CJ xuống đường kéo dài BM về phía M (xem hình minh họa **b**). Theo định lý Thalès, với AI $\parallel$ CJ, ta có $\overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{MC}} = \overline{\mathrm{AI}} : \overline{\mathrm{CJ}}$. Từ các liên hệ lượng giác $\overline{\mathrm{AI}} : \overline{\mathrm{AB}} = \sin \widehat{\mathrm{ABI}}$ và $\overline{\mathrm{CJ}} : \overline{\mathrm{BC}} = \sin \widehat{\mathrm{JBC}}$, chú ý rằng $\widehat{\mathrm{ABI}} = \widehat{\mathrm{JBC}}$ vì BM là phân giác trong của góc $\widehat{\mathrm{ABC}}$, nên tới đây chúng ta thu được đẳng thức $\overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{MC}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = s_1 : s_2$.
- Hạ đường cao AK xuống BN và CL xuống đường kéo dài BN về phía B (xem hình minh họa **c**). Theo định lý Thalès, với AK $\parallel$ CL, ta có $\overline{\mathrm{AN}} : \overline{\mathrm{NC}} = \overline{\mathrm{AK}} : \overline{\mathrm{CL}}$. Từ các liên hệ lượng giác $\overline{\mathrm{AK}} : \overline{\mathrm{AB}} = \sin \widehat{\mathrm{ABK}}$ và $\overline{\mathrm{LC}} : \overline{\mathrm{BC}} = \sin \widehat{\mathrm{LBC}}$, chú ý rằng $\widehat{\mathrm{ABK}} = \widehat{\mathrm{LBC}}$ vì BN là phân giác ngoài của góc $\widehat{\mathrm{ABC}}$, nên tới đây chúng ta thu được đẳng thức $\overline{\mathrm{AN}} : \overline{\mathrm{NC}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = s_1 : s_2$.

Biết $\overline{\mathrm{AC}} = s_3$, ta xác định được:

$$\overline{\mathrm{AM}} = \frac{s_1}{s_1 + s_2} s_3 \ , \ \overline{\mathrm{MC}} = \frac{s_2}{s_1 + s_2} s_3 \ , \ \overline{\mathrm{AN}} = \frac{s_1}{-s_1 + s_2} s_3 \ , \ \overline{\mathrm{NC}} = \frac{s_2}{-s_1 + s_2} s_3 \ , \tag{1}$$

và bán kính đường tròn tâm O đường kính MN:

$$\overline{\mathrm{OM}} = \overline{\mathrm{ON}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{MN}} = \frac{1}{2}\left(\overline{\mathrm{MA}} + \overline{\mathrm{AN}}\right) = \frac{s_1 s_2}{-s_1^2 + s_2^2} s_3 \ . \tag{2}$$



Kỳ thú và sảng khoái hơn nữa, với một điểm B' bất kỳ trên đường tròn tâm O đường kính MN thì ta luôn có B'M là phân giác góc $\widehat{\text{AB'C}}$. Chúng ta có thể chứng minh vắn như sau:

- Từ M kẻ đường song song với B'N, cắt đường kéo dài B'A về phía A tại điểm Q và cắt đoạn B'C tại điểm R (xem hình minh họa **d**). Theo định lý Thalès, với MQ ∥ B'N thì ta có $\overline{\text{MQ}} : \overline{\text{B'N}} = \overline{\text{AM}} : \overline{\text{AN}}$, với MR ∥ B'N thì ta có $\overline{\text{MR}} : \overline{\text{B'N}} = \overline{\text{CM}} : \overline{\text{CN}}$. Sử dụng (1), thu được $\overline{\text{MQ}} = \overline{\text{QR}}$, tức M là trung điểm đoạn QR. Cùng với B'M vuông góc với QR, ta kết luận rằng tam giác $\Delta_{\text{QB'R}}$ cân ở B' và B'M là phân giác góc $\widehat{\text{QB'R}} \equiv \widehat{\text{AB'C}}$.

Trong quá trình nở đều ra do nhiệt độ tăng lên (do thép là kim loại nở ra vì nhiệt), do tỉ số $\overline{\text{AB}} : \overline{\text{BC}}$ không đổi nên khớp B sẽ di chuyển trên đường tròn tâm O đường kính MN. Khoảng cách OB không đổi, tức véc-tơ vận tốc $\overrightarrow{v}$ của B sẽ vuông góc với đoạn OB. Như đã cho ở đề bài, thành phần vận tốc theo phương thẳng đứng của B là:

$$v_{\parallel} = \sin \widehat{\text{BOH}}.|\overrightarrow{v}| = \left(\overline{\text{BH}} : \overline{\text{OB}}\right)|\overrightarrow{v}| \,. \tag{3}$$

Chiều cao $\overline{\text{BH}}$ có thể xác định được từ công thức Heron cho diện tích tam giác:

$$\begin{aligned} \overline{\text{BH}} = \frac{2S(\Delta_{\text{ABC}})}{\overline{\text{AC}}} &= \frac{\sqrt{(s_1+s_2+s_3)(-s_1+s_2+s_3)(s_1-s_2+s_3)(s_1+s_2-s_3)}}{2s_3} \\ &= \frac{\sqrt{(s_1^2+s_2^2+s_3^2)^2 - 2(s_1^4+s_2^4+s_3^4)}}{2s_3} \,. \end{aligned} \tag{4}$$

Chúng ta thế (2) và (4) vào (3), thu được giá trị độ lớn vận tốc của B:

$$|\overrightarrow{v}| = \frac{2s_1s_2s_3^2}{(-s_1^2+s_2^2)\sqrt{(s_1^2+s_2^2+s_3^2)^2-2(s_1^4+s_2^4+s_3^4)}}v_{\parallel} \ . \tag{5}$$

Thanh AT nở đều và quay quay khớp A ở vị trí cố định, nên do đồng dạng ta có liên hệ vận tốc:

$$\overrightarrow{u} = \left(\overline{\mathrm{AT}} : \overline{\mathrm{AB}}\right).\overrightarrow{v} = \left(1+\frac{s_4}{s_1}\right)\overrightarrow{v} \ , \tag{6}$$

với $\overrightarrow{u}$ là vận tốc đầu thanh T. Thế nên, sử dụng (5):

$$|\overrightarrow{u}| = \frac{2s_1s_2s_3^2\left(1+\frac{s_4}{s_1}\right)}{(-s_1^2+s_2^2)\sqrt{(s_1^2+s_2^2+s_3^2)^2-2(s_1^4+s_2^4+s_3^4)}}v_{\parallel} \ . \tag{7}$$

Vì $\overrightarrow{u} \parallel \overrightarrow{v}$ nên $\overrightarrow{u}$ cũng hợp với phương ngang góc $\theta = \widehat{\mathrm{BOH}}$:

$$\begin{aligned}\theta &= \arcsin\left(\overline{\mathrm{BH}} : \overline{\mathrm{OB}}\right)\\ &= \arcsin\left[\frac{(-s_1^2+s_2^2)\sqrt{(s_1^2+s_2^2+s_3^2)^2-2(s_1^4+s_2^4+s_3^4)}}{2s_1s_2s_3^2}\right] \ .\end{aligned} \tag{8}$$

Dành cho các bạn muốn tìm hiểu sâu thêm, dễ dàng hơn để tổng quát với trường hợp hệ số nở về nhiệt của các thanh là khác nhau, nhưng cần phải phân tích vận tốc của khớp B ra thành phần quay và thành phần duỗi đối với từng thanh một. Phân tích này, thiết nghĩ, hơi vượt quá phạm vi kiến thức của học sinh THCS. Hy vọng sau khi đã vào cấp III, các bạn sẽ dành chút thời gian để tự giải lại bài tập theo hướng này.

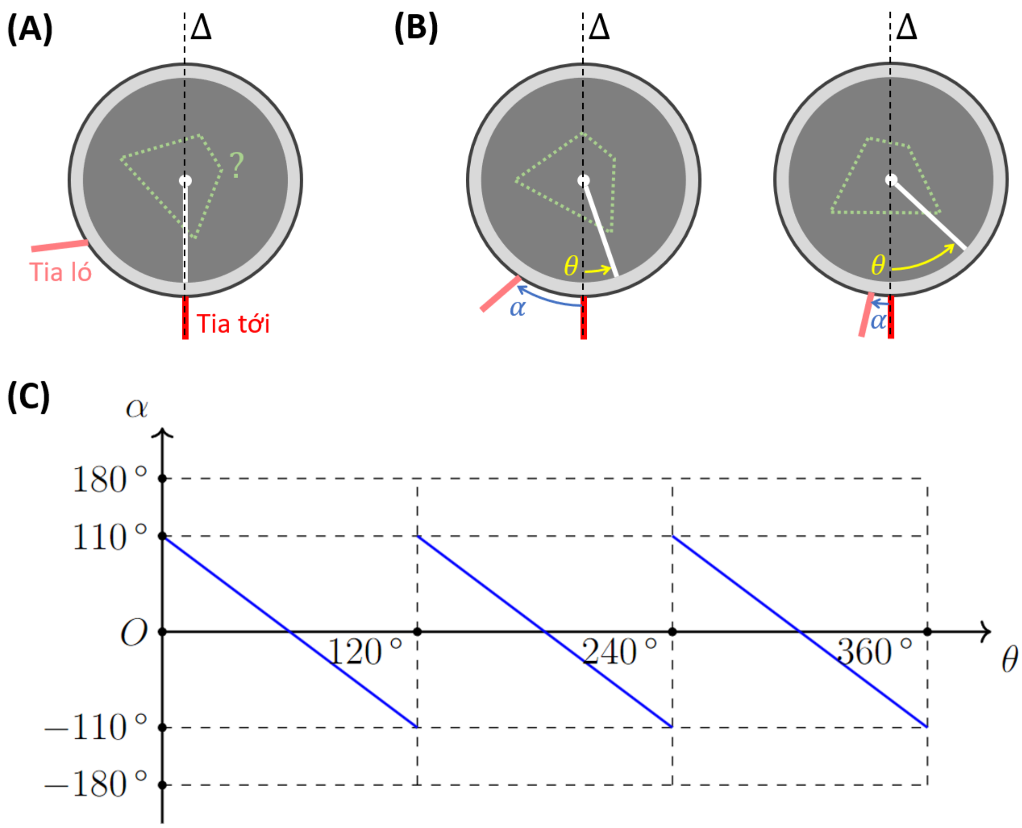
CÂU 4 (4 điểm)

Một hộp đen quang học có dạng là một hình trụ trục cố định, bán kính R, và thành hộp được cấu tạo để thu được vệt sáng khi chiếu laser qua. Bên trong hộp đen có chứa các tấm kính phẳng với mặt phản xạ hướng ra xa tâm, tạo thành hình lăng trụ với đáy đa giác lồi. Các tấm kính được đặt lên đáy, xoay được bằng nút xoay trên hộp (xem hình A). Thực hiện các bước sau:

1) Chiếu tia laser vào vào lỗ nhỏ của hộp, sao cho đường Δ nối dài của nó luôn đi qua tâm hộp. Xoay từ từ bằng một nút xoay trên đầu hộp (thành hộp là cố định), gọi góc đã quay so với mốc là đường Δ là θ (xem hình B).

2) Tia phản xạ để lại một vệt sáng trên thành hộp, gọi góc giữa đường nối điểm sáng và tâm hộp và đường Δ là α (xem hình B).

3) Chúng ta lập đồ thị cho liên hệ giữa góc α và θ (xem hình C).



Biết $R = 5cm$, và tâm khối hình học của lăng trụ trùng với trục xoay. Từ đồ thị $\alpha(\theta)$:

i) Tìm hình dạng và kích thước của vật.

ii) Ta thấy ba đoạn tách rời xuất hiện trên đồ thị, trông tương đối thẳng. Chúng có thực sự thẳng hay không? Tìm phương trình $\alpha(\theta)$ mô tả chúng.

Bài giải

Trong bài tập này, ta sẽ gọi các ký hiệu như sau

R Bán kính của hộp đen quang học

θ Góc quay của hộp đen quang học

α Góc laser thu được

h Đường cao kẻ từ O xuống một cạnh

β Góc tới so với gương

1. Khi nhìn vào đồ thị đề bài thì ta sẽ rút ra được được một số điều như sau:

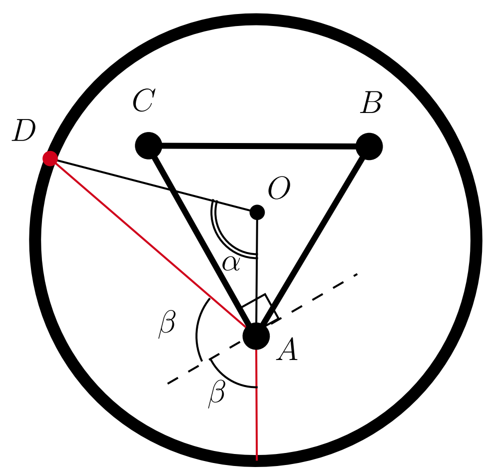
    (a) Có 4 điểm bị gián đoạn trong khoảng từ $0°$ đến $360°$. Như vậy sẽ có hình dạng của vật kính là một hình tam giác (vì điểm gián đoạn ở điểm $\theta = 0$ và $\theta = 360°$ trùng nhau).

    (b) Do cách sự gián đoạn là đều, đối xứng nên hình dạng của vật kính buộc phải là một hình đều.

    (c) Điểm gián đoạn có toạ độ trong đồ thị $(\theta; \alpha)$ là $(k.120°; \pm 110°)$.

    (d) Điểm mà $\alpha = 0°$ là lúc mà laser vuông góc với lại một trong các tấm kính, có toạ độ là $((n+1) \cdot 60°; 0°)$.

    Từ những nhận định trên, ta có thể khẳng định được là vật kính bên trong hộp đen quang học có dạng là một lăng trụ tam giác đều. Và tại thời điểm ban đầu, tia laser chiếu qua một đỉnh của vật.
    Xét tại một điểm gián đoạn trong đồ thị, ở đây là ta chọn là $(0; 110°)$.



Từ hình trên, ta sẽ có

$$\beta = 60° \tag{1}$$

Giờ ta xét ΔODA, sử dụng định lý sine ta sẽ có hệ thức

$$\frac{\sin(180° - 2\beta)}{\overline{\text{OD}}} = \frac{\sin(\alpha + (180° - 2\beta))}{\overline{\text{OA}}}$$

Rút gọn ta được

$$\frac{\sin(60°)}{\overline{\mathrm{OD}}} = \frac{\sin(\alpha + 60°)}{\overline{\mathrm{OA}}} \tag{2}$$

Mà ta biết rằng $\overline{\mathrm{OD}} = R$, vậy nên:

$$\overline{\mathrm{OA}} = R\,\frac{\sin(\alpha + 60°)}{\sin(60°)} \tag{3}$$

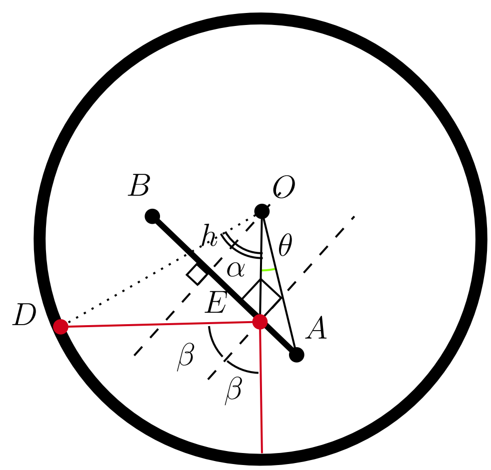
Ta đã biết O là trọng tâm của ΔABC, nên ta có thể dễ dàng tính được là

$$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{OA}}\sqrt{3} = R\sqrt{3}\,\frac{\sin(\alpha + 60°)}{\sin(60°)} \tag{4}$$

Thay số với $\alpha = 110°$ và $R = 5(cm)$, ta tính ra được

$$\overline{\mathrm{AB}} \simeq 1.736\,\mathrm{cm} \tag{5}$$

2. Ta xét một mặt của tam giác đều trên, với một góc quay θ bất kì. Ở trên hình thì $\theta = \widehat{OAE}$.



Góc β được tính bằng

$$\beta = 60° - \theta$$

Ta tính được h bằng:

$$h = \overline{\mathrm{OA}}\sin(30°) = R\frac{\sin(110° + 60°)}{\sin(60°)}\sin(30°) = R\frac{\sqrt{3}}{3}\sin(170°) \tag{6}$$

Từ đó ta cũng có cạnh $\overline{\mathrm{OE}}$ (xét trong tam giác tạo bởi đường cao h với cạnh $\overline{\mathrm{OE}}$):

$$\overline{\mathrm{OE}} = \frac{h}{\sin(\theta + 30°)} \tag{7}$$

Xét ΔOED, từ công thức sine ta có:

$$\frac{\overline{\text{OE}}}{\sin\left(2\beta-\alpha\right)}=\frac{R}{\sin\left(2\beta\right)}$$

Vậy ta tính được α là

$$\alpha=120^\circ-2\theta-\arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\left(170^\circ\right)\cos\left(\theta+30^\circ\right)\right) \tag{8}$$

Như vậy, đồ thị của hệ chính xác là một đường cong nhẹ và tương đối thẳng, nên ta vẫn có thể chấp nhận được đồ thị mà đề bài đã đưa ra.

Bài toán này được lấy ý tưởng từ bài 1 đề thực hành APhO 2005, với các vật phản xạ bên trong hộp đen không chỉ là lăng trụ mà còn có thể chứa mặt cong lồi lõm nữa:
http://asianphysicsolympiad.org/download/past_APhO_roblems/2005_APhO/APhO2005_exp_sol.pdf
Ngoài bài toán trên, bạn Noid của nhóm ta đã có một chương trình cho một vật kính hình vuông như sau, dành cho các bạn muốn tự thử làm thí nghiệm ảo:
https://editor.p5js.org/ooouuu/full/HeZ6uj_1i

CÂU 5 (4 điểm)

Bơm một quả bóng thì thấy nó bị xẹp từ từ do thủng ở đâu đó, lỗ rò trên bề mặt quả bóng rất nhỏ nên khó thấy bằng mắt thường. Hãy đề xuất một phương án đơn giản để xác định vị trí thủng mà không cần phải di chuyển quả bóng hay thay đổi hệ.

Bài giải

Phụt lớp nước lên bề mặt quả bóng. Chỗ nào thủng lỗ sẽ sinh ra bong bóng.

Với quan sát thường thức (hoặc từ kiến thức Vật Lý THPT), có thể bạn cũng nhận ra rằng nếu thêm chút xà phòng pha loãng thì bong bóng xuất hiện sẽ càng có kính thước lớn, dễ phát hiện hơn. Bài tập này được lấy cảm hứng từ một bài kiểm tra kỹ thuật thông dụng, và ở trường hợp chúng ta không muốn làm bẩn hệ hay có nước tung tóe vung vãi khắp nơi (như trong phòng thí nghiệm, khi hệ cần kiểm tra đã được đặt trên dụng cụ quan sát), lựa chọn chất lưu tốt hơn sẽ là cồn tinh khiết (ethanol hoặc 2-propanol), do nó không những vẫn có thể tạo ra bong bóng nhỏ kêu lép bép tại vị trí rò, mà còn bốc hơi biến mất rất nhanh.

HẾT

Danh sách thành viên tham gia xây dựng [Hướng tới chuyên lý 2023]:

1. **Log** (Trưởng nhóm)
2. **Mino**
3. **Allstars777**
4. **Khui đạp chai**
5. **Bbouy**
6. **LunarEclipse**
7. **Yuki**
8. **XOONG**