Тема: Автоматы-распознаватели

Сергей Витальевич Рыбин
svrybin@etu.ru

СПбГЭТУ «ЛЭТИ», кафедра «Алгоритмической математики»

16 июня 2023 г.

Основные понятия

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q\,, \Sigma, \delta, q_0\,, F)$, где:

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q\,, \Sigma, \delta, q_0\,, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q\,, \Sigma, \delta, q_0\,, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q\,, \Sigma, \delta\,, q_0\,, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q\,, \Sigma, \delta, q_0\,, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Считанный символ переводит автомат в новое состояние из Q в соответствии с функцией переходов δ.

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Считанный символ переводит автомат в новое состояние из Q в соответствии с функцией переходов δ.

✓ Автомат называется **детерминированным**, так как для любой пары $q \in Q$, $a \in \Sigma$ существует единственное состояние $p \in Q : p = \delta(q, a)$.

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Считанный символ переводит автомат в новое состояние из Q в соответствии с функцией переходов δ.

- ✓ Автомат называется **детерминированным**, так как для любой пары $q \in Q, a \in \Sigma$ существует единственное состояние $p \in Q : p = \delta(q, a)$.
- ✓ Для определения последующих действий конечного автомата достаточно знать его текущее состояние и последовательность еще необработанных символов на входной ленте. Этот набор данных называется **конфигурацией автомата**.

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Считанный символ переводит автомат в новое состояние из Q в соответствии с функцией переходов δ.

- ✓ Автомат называется **детерминированным**, так как для любой пары $q \in Q$, $a \in \Sigma$ существует единственное состояние $p \in Q : p = \delta(q, a)$.
- ✓ Для определения последующих действий конечного автомата достаточно знать его текущее состояние и последовательность еще необработанных символов на входной ленте. Этот набор данных называется **конфигурацией автомата**.
- ✓ Слово $w = a_1 \dots a_k$ над алфавитом Σ **допускается** конечным автоматом $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, если существует последовательность состояний $q_1, q_2, \dots, q_n$ такая, что

$$q_1 = q_0,\ q_n \in F,\ \delta(q_i, a_j) = q_{i+1},\ 1 \leqslant i < n,\ 1 \leqslant j < k.$$

Основные понятия

Детерминированный конечный автомат-распознаватель A — это пятерка объектов $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где:

1. Q — конечное *непустое* множество состояний;
2. $q_0 \in Q$ — начальное состояние;
3. Σ — конечное *непустое* множество входных символов (входной алфавит);
4. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ — *всюду определенное* отображение множества $Q \times \Sigma$ в множество Q, определяющее поведение автомата. Эту функцию называют **функцией переходов**;
5. $F \subseteq Q$ — множество заключительных (финальных) состояний.

Автомат начинает работу в состоянии q_0, считывая по одному символу входной строки.

Считанный символ переводит автомат в новое состояние из Q в соответствии с функцией переходов δ.

- ✓ Автомат называется **детерминированным**, так как для любой пары $q \in Q$, $a \in \Sigma$ существует единственное состояние $p \in Q : p = \delta(q, a)$.
- ✓ Для определения последующих действий конечного автомата достаточно знать его текущее состояние и последовательность еще необработанных символов на входной ленте. Этот набор данных называется **конфигурацией автомата**.
- ✓ Слово $w = a_1 \dots a_k$ над алфавитом Σ **допускается** конечным автоматом $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, если существует последовательность состояний $q_1, q_2, \dots, q_n$ такая, что

$$q_1 = q_0,\ q_n \in F,\ \delta(q_i, a_j) = q_{i+1},\ 1 \leqslant i < n,\ 1 \leqslant j < k.$$

- ✓ Язык L распознается конечным автоматом A, если каждое слово языка L допускается этим конечным автоматом. При этом язык называется **автоматным** (или **регулярным**) и обозначается L_A.

Невозвратные состояния

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- ✓ Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- ✓ Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.

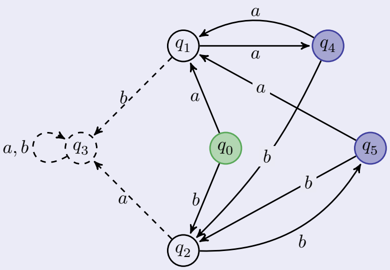

Рис. 1

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- ✓ Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.
- ✓ Заметим, что автомат, попав в незаключительное состояние q_3 под воздействием сигналов a, b, не может выйти из него под воздействием тех же входных сигналов.

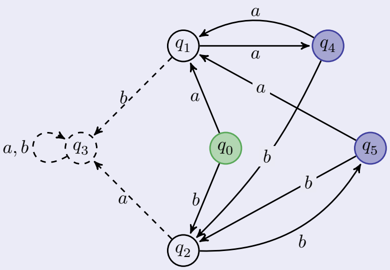

Рис. 1

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- ✓ Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.
- ✓ Заметим, что автомат, попав в незаключительное состояние q_3 под воздействием сигналов a, b, не может выйти из него под воздействием тех же входных сигналов.
- ✓ Состояние и переходы отмечены на диаграмме 1 пунктиром).

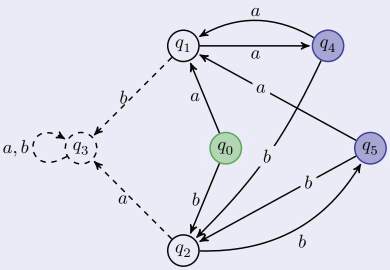

Рис. 1

Невозвратные состояния

- Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.
- Заметим, что автомат, попав в незаключительное состояние q_3 под воздействием сигналов a, b, не может выйти из него под воздействием тех же входных сигналов.
- Состояние и переходы отмечены на диаграмме 1 пунктиром).
- Будем считать, что переходы автомата в это состояние под воздействием сигналов a, b **запрещены**. То есть запрещены сигнал b в состоянии q_1 и сигнал a в состоянии q_2.

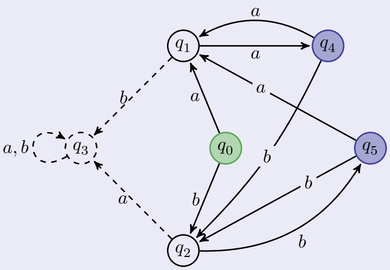

Рис. 1

Невозвратные состояния

- Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.
- Заметим, что автомат, попав в незаключительное состояние q_3 под воздействием сигналов a, b, не может выйти из него под воздействием тех же входных сигналов.
- Состояние и переходы отмечены на диаграмме 1 пунктиром).
- Будем считать, что переходы автомата в это состояние под воздействием сигналов a, b **запрещены**. То есть запрещены сигнал b в состоянии q_1 и сигнал a в состоянии q_2.
- Далее запрещенные состояния и переходы в диаграмме состояний не отображаем, считая, что если символ входного слова привел к запрещенному переходу, то данное слово не принимается автоматом.

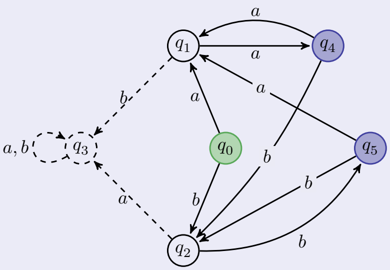

Рис. 1

Невозвратные состояния

- ✓ Далее, на рисунках начальное состояние автомата будем отмечать зеленым цветом, конечные состояния — синим.
- ✓ Рассмотрим автомат, распознающий слова, содержащие только парные вхождения букв a и b, например aa, $aabbaaaa$, $bbaa$ и т. д. Диаграмма состояний автомата приведена на рисунке 1.
- ✓ Заметим, что автомат, попав в незаключительное состояние q_3 под воздействием сигналов a, b, не может выйти из него под воздействием тех же входных сигналов.
- ✓ Состояние и переходы отмечены на диаграмме 1 пунктиром).
- ✓ Будем считать, что переходы автомата в это состояние под воздействием сигналов a, b **запрещены**. То есть запрещены сигнал b в состоянии q_1 и сигнал a в состоянии q_2.
- ✓ Далее запрещенные состояния и переходы в диаграмме состояний не отображаем, считая, что если символ входного слова привел к запрещенному переходу, то данное слово не принимается автоматом.
- ✓ Такие состояния (в которые переходят при обработке любого недопустимого символа) в теории часто называют **невозвратными**.

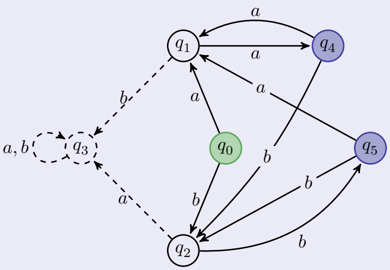

Рис. 1

Примеры

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β.

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β.

Его диаграмма представлена на рисунке 2.

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β.

Его диаграмма представлена на рисунке 2.

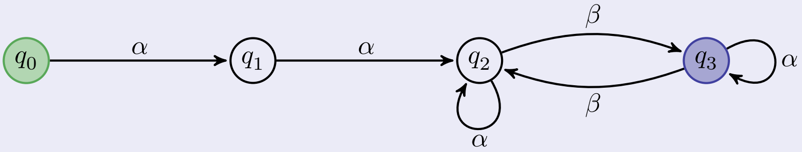

Рис. 2

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\,\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β.

Его диаграмма представлена на рисунке 2.

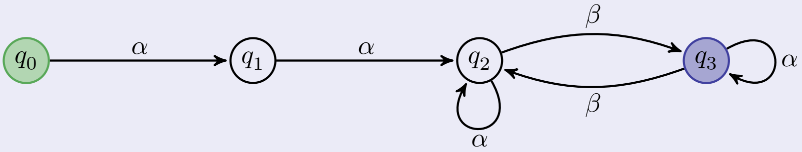

Рис. 2

Пример 2

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β.

Его диаграмма представлена на рисунке 2.

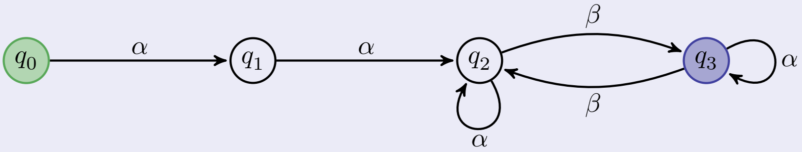

Рис. 2

Пример 2

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{0, 1\}$, содержащие подслово 00, например $\alpha = 01001$. Его диаграмма представлена на рисунке 3.

Примеры

Пример 1

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{\alpha, \beta\}$, начинающиеся с символов $\alpha\alpha$ и содержащие нечетное число вхождений символа β. Его диаграмма представлена на рисунке 2.

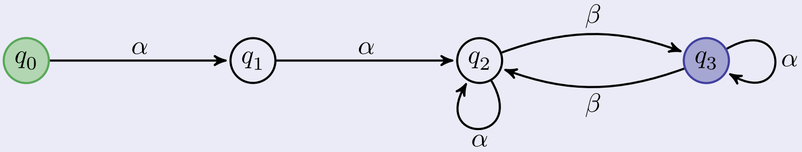

Рис. 2

Пример 2

Построим автомат, распознающий слова над алфавитом $\{0, 1\}$, содержащие подслово 00, например $\alpha = 01001$. Его диаграмма представлена на рисунке 3.

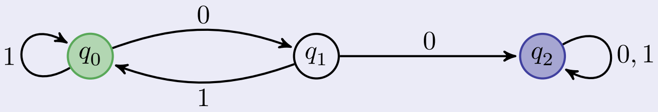

Рис. 3