Тема:
Алгоритмы Маркова

Сергей Витальевич Рыбин
svrybin@etu.ru

СПбГЭТУ «ЛЭТИ», кафедра «Алгоритмической математики»

16 июня 2023 г.

СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
ПЕРВЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ

Основные понятия

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

2. Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_n\}$. Если слова $P, Q \in \mathcal{A}^*$, то выражения

$$P \to Q, \;\; P \to \cdot\, Q$$

называют **формулами подстановки** в алфавите $\mathcal{A}$.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

2. Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_n\}$. Если слова $P, Q \in \mathcal{A}^*$, то выражения

$$P \to Q, \ P \to \cdot Q$$

называют **формулами подстановки** в алфавите $\mathcal{A}$.

При этом формулу $P \to Q$ называют **простой**, а формулу $P \to \cdot Q$ — **заключительной**. В общем виде будем писать $P \to (\cdot)\, Q$.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

2. Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_n\}$. Если слова $P, Q \in \mathcal{A}^*$, то выражения

$$P \to Q, \ P \to \cdot Q$$

называют **формулами подстановки** в алфавите $\mathcal{A}$.

При этом формулу $P \to Q$ называют **простой**, а формулу $P \to \cdot Q$ — **заключительной**. В общем виде будем писать $P \to (\cdot)\, Q$.

3. Конечную **упорядоченную** последовательность таких формул называют **нормальным алгоритмом Маркова (НАМ)**, иногда говорят **схема нормального алгоритма Маркова**, обозначается как $\mathcal{S}_N$.

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

2. Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, \ldots, a_n\}$. Если слова $P, Q \in \mathcal{A}^*$, то выражения

$$P \to Q\,,\ \ P \to \cdot\, Q$$

называют **формулами подстановки** в алфавите $\mathcal{A}$.

При этом формулу $P \to Q$ называют **простой**, а формулу $P \to \cdot\, Q$ — **заключительной**. В общем виде будем писать $P \to (\cdot)\, Q$.

3. Конечную **упорядоченную** последовательность таких формул называют **нормальным алгоритмом Маркова (НАМ)**, иногда говорят **схема нормального алгоритма Маркова**, обозначается как $\mathcal{S}_N$.

Таким образом, схема $\mathcal{S}_N$ имеет вид:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} P_1 \to (\cdot)\, Q_1\,, \\ P_2 \to (\cdot)\, Q_2\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ P_m \to (\cdot)\, Q_m\,. \end{cases} \tag{1}$$

Основные понятия

1. Словом (цепочкой) в алфавите $\mathcal{A}$ называют последовательность символов из этого алфавита.

Пустое слово обозначают символом $\wedge$ или ε.

Множество слов алфавита $\mathcal{A}$ обозначают $\mathcal{A}^*$.

2. Рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{a_1, \dots, a_n\}$. Если слова $P, Q \in \mathcal{A}^*$, то выражения

$$P \to Q\,, \;\; P \to \cdot\, Q$$

называют **формулами подстановки** в алфавите $\mathcal{A}$.

При этом формулу $P \to Q$ называют **простой**, а формулу $P \to \cdot\, Q$ — **заключительной**. В общем виде будем писать $P \to (\cdot)\, Q$.

3. Конечную **упорядоченную** последовательность таких формул называют **нормальным алгоритмом Маркова (НАМ)**, иногда говорят **схема нормального алгоритма Маркова**, обозначается как $\mathcal{S}_N$.

Таким образом, схема $\mathcal{S}_N$ имеет вид:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} P_1 \to (\cdot)\, Q_1\,, \\ P_2 \to (\cdot)\, Q_2\,, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P_m \to (\cdot)\, Q_m\,. \end{cases} \qquad (1)$$

Предполагается, что знаки $\to$ и $\cdot$ не входят в алфавит $\mathcal{A}$.

Принцип работы НАМ

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление

$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\,Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\, Q\, V_2\,,\ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\, Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\; Q\,,R,V_1\,,V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\,Q_{\,i} \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово $Q_{\,i}$. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\ Q\,,R,V_1\,,V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\,Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.
4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\, Q\, V_2\,,\ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\, Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.
4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.
5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\;\; Q\,,R,\,V_1\,,\,V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$
2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\,Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.
4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.
5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\,Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.
   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1\,Q\,V_2$ будет слово $V_1\,V_2$.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление

$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\ \ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки

$$P_i \to (\cdot)\,Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\,Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.

   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1\,Q\,V_2$ будет слово $V_1\,V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q\,R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление

$$R = V_1\,Q\,V_2\,,\ \ Q\,,\,R,\,V_1\,,\,V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки

$$P_i \to (\cdot)\,Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\,Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.
   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1\,Q\,V_2$ будет слово $V_1\,V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q\,R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1 \, Q \, V_2 \,, \;\; Q \,, R \,, V_1 \,, V_2 \in \mathcal{A}^* \,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot) \, Q_i \in \mathcal{S}_N \,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot) \, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.
   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1 \, Q \, V_2$ будет слово $V_1 \, V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q \, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление

$$R = V_1 \, Q \, V_2 \, , \ \ Q \, , R, \, V_1 \, , \, V_2 \in \mathcal{A}^* \, .$$

2. Рассмотрим формулу подстановки

$$P_i \to (\cdot) \, Q_i \in \mathcal{S}_N \, .$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot) \, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.

   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1 \, Q \, V_2$ будет слово $V_1 \, V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q \, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Процесс прекращается в двух случаях:

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1\, Q\, V_2\,,\ \ Q\,, R, V_1\,, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot)\, Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.

   ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1\, Q\, V_2$ будет слово $V_1\, V_2$.

   ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q\, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Процесс прекращается в двух случаях:

✓ схема $\mathcal{S}_N$ не действует на очередное слово R_n;

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление

$$R = V_1\, Q\, V_2\,,\ \ Q\,,\, R,\, V_1\,,\, V_2 \in \mathcal{A}^*\,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки

$$P_i \to (\cdot)\, Q_i \in \mathcal{S}_N\,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot)\, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.

   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1\, Q\, V_2$ будет слово $V_1\, V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q\, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Процесс прекращается в двух случаях:

- ✓ схема $\mathcal{S}_N$ не действует на очередное слово R_n;
- ✓ при получении R_n была применена заключительная подстановка.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1 \, Q \, V_2 \,, \;\; Q \,, R \,, V_1 \,, V_2 \in \mathcal{A}^* \,.$$

2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot) \, Q_i \in \mathcal{S}_N \,.$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot) \, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.
   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1 \, Q \, V_2$ будет слово $V_1 \, V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q \, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Процесс прекращается в двух случаях:

- ✓ схема $\mathcal{S}_N$ не действует на очередное слово R_n;
- ✓ при получении R_n была применена заключительная подстановка.

8. Если процесс не заканчивается за конечное число шагов, то говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **неприменима к слову** R.

Принцип работы НАМ

1. Слово Q называют **подсловом** слова R, если справедливо представление
$$R = V_1 \, Q \, V_2 \, , \ Q \, , R \, , V_1 \, , V_2 \in \mathcal{A}^* \, .$$

2. Рассмотрим формулу подстановки
$$P_i \to (\cdot) \, Q_i \in \mathcal{S}_N \, .$$

Пусть слово $R \in \mathcal{A}^*$ содержит подслово P_i (таких подслов в слове R может быть несколько).

3. **Подстановкой** называют замену первого по порядку подслова P_i исходного слова R на слово Q_i. В этом случае будем говорить, что формула подстановки **действует на слово** R.

4. Говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **действует на слово** R, если существует формула подстановки, действующая на это слово.

5. В формулах подстановок $P \to (\cdot) \, Q$ слова P и (или) Q могут быть пустыми.
   - ✓ Если слово Q пустое, то результатом действия такой подстановки на слово $R = V_1 \, Q \, V_2$ будет слово $V_1 \, V_2$.
   - ✓ Если пустым является слово P, то считается, что результатом подстановки является слово $Q \, R$, т. е. правая часть формулы подстановки **приписывается слева** к слову R.

6. Действие схемы $\mathcal{S}_N$ применительно к слову R может быть описано следующим образом.

7. Если в схеме $\mathcal{S}_N$ имеются формулы подстановок, действующие на слово R, то **первая из них** применяется к R (к **первому** вхождению), в результате чего оно переходит в другое слово R_1. К нему вновь применяется схема подстановок и т. д.

Процесс прекращается в двух случаях:

- ✓ схема $\mathcal{S}_N$ не действует на очередное слово R_n;
- ✓ при получении R_n была применена заключительная подстановка.

8. Если процесс не заканчивается за конечное число шагов, то говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **неприменима к слову** R.

9. Если же для слова R процесс заканчивается некоторым результатом $\widetilde{R} = R_n$, то говорят, что схема $\mathcal{S}_N$ **применима к слову** R.

Примеры НАМ (1)

Примеры НАМ (1)

Пример 1 (без служебного символа)

1. Построим алгоритм сортировки числовых строк в порядке возрастания компонент, для простоты рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{0\,,1\,,2\}$.

Примеры НАМ (1)

Пример 1 (без служебного символа)

1. Построим алгоритм сортировки числовых строк в порядке возрастания компонент, для простоты рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{0, 1, 2\}$.
2. Рассмотрим схему $\mathcal{S}_N$:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} 20 \to 02 & (1) \\ 10 \to 01 & (2) \\ 21 \to 12 & (3) \end{cases} \tag{2}$$

Примеры НАМ (1)

Пример 1 (без служебного символа)

1. Построим алгоритм сортировки числовых строк в порядке возрастания компонент, для простоты рассмотрим алфавит $\mathcal{A} = \{0, 1, 2\}$.
2. Рассмотрим схему $\mathcal{S}_N$:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} 20 \to 02 & (1) \\ 10 \to 01 & (2) \\ 21 \to 12 & (3) \end{cases} \tag{2}$$

3. Применим схему (2) к слову $P = \{2110\}$, имеем:

$$\{2110\} \overset{2}{\to} \{2101\} \overset{2}{\to} \{2011\} \overset{1}{\to} \{0211\} \overset{3}{\to} \{0121\} \overset{3}{\to} \{0112\}.$$

Примеры НАМ (2)

Примеры НАМ (2)

Пример 2

1. Построим схему НАМ инвертирования булевых наборов, т. е. перевод строки $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}, 1 \leqslant i \leqslant n$, в двойственную строку $\{\overline{\alpha_1}, \ldots, \overline{\alpha_n}\}$.

Примеры НАМ (2)

Пример 2

1. Построим схему НАМ инвертирования булевых наборов, т. е. перевод строки $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}, 1 \leqslant i \leqslant n$, в двойственную строку $\{\overline{\alpha_1}, \ldots, \overline{\alpha_n}\}$.
2. Добавим к алфавиту **служебный символ** $*$, чтобы отмечать текущую позицию инвертирования.

Примеры НАМ (2)

Пример 2

1. Построим схему НАМ инвертирования булевых наборов, т. е. перевод строки $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}, 1 \leqslant i \leqslant n$, в двойственную строку $\{\overline{\alpha_1}, \dots, \overline{\alpha_n}\}$.
2. Добавим к алфавиту **служебный символ** $*$, чтобы отмечать текущую позицию инвертирования.
3. Рассмотрим схему $\mathcal{S}_N$:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} *0 \to 1* & (1) \\ *1 \to 0* & (2) \quad \textit{индикатор позиции } * \textit{ движется вдоль строки, меняя } \alpha_i \textit{ на } \overline{\alpha_i} \\ * \to \cdot \Lambda & (3) \quad \textit{удаляем символ } * \textit{ и заканчиваем работу алгоритма} \\ \Lambda \to * & (4) \quad \textit{ставим символ } * \textit{ индикатора позиции в начало слова} \end{cases}$$

Примеры НАМ (2)

Пример 2

1. Построим схему НАМ инвертирования булевых наборов, т. е. перевод строки $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}, 1 \leqslant i \leqslant n$, в двойственную строку $\{\overline{\alpha_1}, \ldots, \overline{\alpha_n}\}$.
2. Добавим к алфавиту **служебный символ** $*$, чтобы отмечать текущую позицию инвертирования.
3. Рассмотрим схему $\mathcal{S}_N$:

$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} *0 \to 1* & (1) \\ *1 \to 0* & (2) \quad \textit{индикатор позиции } * \textit{ движется вдоль строки, меняя } \alpha_i \textit{ на } \overline{\alpha_i} \\ * \to \cdot\Lambda & (3) \quad \textit{удаляем символ } * \textit{ и заканчиваем работу алгоритма} \\ \Lambda \to * & (4) \quad \textit{ставим символ } * \textit{ индикатора позиции в начало слова} \end{cases}$$

4. Применяя описанную схему НАМ для слова $P = \{1101\}$, получаем:

$$\{1101\} \xrightarrow{4} \{*1101\} \xrightarrow{2} \{0*101\} \to \ldots \to \{0010*\} \xrightarrow{3} \{0010\}.$$

Примеры НАМ (3)

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,,\, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,,\,b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.
3. Для этого воспользуемся дополнительным знаком $*$, который сначала поместим в конец слова P, а затем заменим его на символ q.

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.
3. Для этого воспользуемся дополнительным знаком $*$, который сначала поместим в конец слова P, а затем заменим его на символ q.
4. Но как поместить $*$ в конец слова?

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,,\,b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.
3. Для этого воспользуемся дополнительным знаком $*$, который сначала поместим в конец слова P, а затем заменим его на символ q.
4. Но как поместить $*$ в конец слова?
5. Сделаем это следующим образом: сначала $*$ припишем слева к слову P, а затем **перегоним** ее через все буквы слова:

$$bbab \to *bbab \to b*bab \to bb*ab \to bba*b \to bbab*$$

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a\,,\, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.
3. Для этого воспользуемся дополнительным знаком $*$, который сначала поместим в конец слова P, а затем заменим его на символ q.
4. Но как поместить $*$ в конец слова?
5. Сделаем это следующим образом: сначала $*$ припишем слева к слову P, а затем **перегоним** ее через все буквы слова:
$$bbab \to *bbab \to b*bab \to bb*ab \to bba*b \to bbab*$$
6. Заметим, что **перегон** символа $*$ через какой-то символ α — это замена пары $*\alpha$ на пару $\alpha*$, которая реализуется заменой $*\alpha \to *\alpha$.

Примеры НАМ (3)

Пример 3

1. Пусть $\mathcal{A} = \{a, b\}$. Требуется приписать символ a к концу слова P.
2. Чтобы приписать символ a справа, надо сначала пометить конец слова.
3. Для этого воспользуемся дополнительным знаком $*$, который сначала поместим в конец слова P, а затем заменим его на символ q.
4. Но как поместить $*$ в конец слова?
5. Сделаем это следующим образом: сначала $*$ припишем слева к слову P, а затем **перегоним** ее через все буквы слова:
$$bbab \to *bbab \to b*bab \to bb*ab \to bba*b \to bbab*$$
6. Заметим, что **перегон** символа $*$ через какой-то символ α — это замена пары $*\alpha$ на пару $\alpha*$, которая реализуется заменой $*\alpha \to *\alpha$.
7. Таким образом получаем следующую схему $\mathcal{S}_N$:
$$\mathcal{S}_N = \begin{cases} *a \to a*, \\ *b \to b*, \\ * \to \cdot a, \\ \Lambda \to *. \end{cases}$$