**Задание 1**. Найти многочлен 2-й степени по методу наименьших квадратов:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 | 1,2 | 1,4 |
|  | 1 | 3 | 6 | 12 | 16 | 20 |

Решение.

Найдем многочлен 2-й степени вида , используя метод наименьших квадратов.

Система уравнений для нахождения *a, b и c* имеет вид:

Для нахождения коэффициентов и свободных членов системы заполним следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0,4 | 1,0 | 0,40 | 0,16 | 0,06 | 0,03 | 0,16 |
| 2 | 0,6 | 3,0 | 1,80 | 0,36 | 0,22 | 0,13 | 1,08 |
| 3 | 0,8 | 6,0 | 4,80 | 0,64 | 0,51 | 0,41 | 3,84 |
| 4 | 1 | 12,0 | 12,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 12,00 |
| 5 | 1,2 | 16,0 | 19,20 | 1,44 | 1,73 | 2,07 | 23,04 |
| 6 | 1,4 | 20,0 | 28,00 | 1,96 | 2,74 | 3,84 | 39,20 |
| ∑ | 5,4 | 58,0 | 66,2 | 5,56 | 6,26 | 7,48 | 79,32 |

Получаем следующую систему:

Решим систему методом Крамера.

Откуда,

, ,

Следовательно, искомый многочлен 2-й степени:

.

**Задание 2**. Найти приближенное решение задачи Коши на отрезке [1;3] методом Рунге-Кутта 4-го порядка по 5 отрезкам.

Решение.

Общий вид уравнения . Ищем приближения для узловых значений точного решения, где ,

Каждое следующее значение вычисляется по схеме:

вспомогательные величины

,

Шаг 1.

Дальнейшие вычисления сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 1 | 5,000000 | 0,600000 | 0,572000 | 0,565840 | 0,438435 | 0,552353 |
| 1 | 1,4 | 5,552353 | 0,434659 | 0,212362 | 0,199024 | -0,070055 | 0,197896 |
| 2 | 1,8 | 5,750248 | -0,070010 | -0,343049 | -0,315745 | -0,516421 | -0,317336 |
| 3 | 2,2 | 5,432912 | -0,515848 | -0,610994 | -0,586256 | -0,575726 | -0,581012 |
| 4 | 2,6 | 4,851900 | -0,579292 | -0,472293 | -0,517233 | -0,334667 | -0,482168 |
| 5 | 3 | 4,369731 |  |  |  |  |  |

Сравнение с точным решением (погрешности: *)*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 1,4 | 1,8 | 2,2 | 2,6 | 3 |
|  | 5 | 5,552353 | 5,750248 | 5,432912 | 4,851900 | 4,369731 |
|  | 5 | 5,552707 | 5,7506725 | 5,433329 | 4,852144 | 4,367879 |
|  | 0 | 0,000355 | 0,000424 | 0,000417 | 0,000244 | -0,001852 |

**Задание 3**. Найти корень уравнения методом Ньютона с точностью не менее восьми знаков. В качестве начального приближения взять .

Решение.

Стандартный вид уравнения .

Решение: , где

,

Шаг 1.

Шаг 2.

Дальнейшие вычисления сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 2 | 18 | 37 | 0,486486486 |
| 1 | 1,5135135135 | 4,15130397 | 20,64353543 | 0,201094623 |
| 2 | 1,3124188907 | 0,56688822 | 15,12682788 | 0,037475684 |
| 3 | 1,2749432066 | 0,01783530 | 14,17920803 | 0,001257849 |
| 4 | 1,2736853578 | 0,00001973 | 14,14784023 | 1,39463E-06 |
| 5 | 1,2736839632 | 0,00000000 | 14,14780547 | 1,71348E-12 |
| 6 | 1,2736839632 | 0,00000000 | 14,14780547 | 0 |

- приближенное значение корня уравнения.

**Задание 4**. Найти нормы , , (Фробениуса) и соответствующие числа обусловленности, если

Решение.

, ,

Найдем нормы матрицы

Найдем нормы матрицы

Найдем числа обусловленности, соответствующие нормам матриц: