1. 熟悉 Eigen 矩阵运算

1. 在什么条件下，x 有解且唯一？

   A为列满秩
2. 高斯消元法的原理是什么？

   一种求逆的手段 $A \rightarrow LDU$ 分解

   $L \in R^{m \times m}$ 是一个下三角矩阵 $D \in R^{m \times m}$ 是对角阵 $D \in R^{m \times n}$ 是一个上三角矩阵

   把左边的矩阵通过行运算变为单位阵,左边矩阵的就会出现在右边

   用于加速计算

   i.e.

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{array}\right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{-5}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{-3} \end{array}\right]$$

3. QR分解的原理？

   每一实方阵，都可以分解成一个正交阵和一个上三角矩阵
4. Cholesky分解的原理？

   一个对阵正定阵可以分解成一个LL^T 一个下三角矩阵和这个下三角矩阵的转置的乘积。
5. 编程实现见matrix_calculation.cc

2. 几何运算练习

见coordinate_calculate.cpp

3. 旋转的表达

1. 设有旋转矩阵 R，证明 RT R = I 且 det R = 1

   证明正交 $R^T R = I$

$$
\begin{aligned}
R^TR &= ([e_1,e_2,e_3]^T,[e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}])^T([e_1,e_2,e_3]^T,[e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}]) \\
&= [e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}]^T[e_1,e_2,e_3]([e_1,e_2,e_3]^T,[e_1^{'},e_2^{'},e_3^{'}]) \\
&= I
\end{aligned}
$$

证明行列式 $det(R)=1$

$$det(R^TR)=1\rightarrow det(R)=\pm 1$$

所以，只要证明 $det(R)\neq -1$ 就可以了

举一个例子

$I\in R$

$det(I)\neq 0$

所以$det(R)\neq -1$

2. 设有四元数 q，我们把虚部记为 ϵ，实部记为 η，那么 q = (ϵ; η)。请说明 ϵ和 η 的维度。

   虚部3维,实部1维

3. 证明四元数乘法

   从课件，拆分之后即可得到这个答案

$$
\begin{aligned}
q_aq_b &= [s_as_b - v_a^Tv_b, s_av_a + s_bv_b + v_a\times v_b] \\
&= q_1^+q_2
\end{aligned}
$$

   另外一个 只要将

$$v_a\times v_b = -1v_b\times v_a$$

   拆分后就可以得到

4. 罗德里格斯公式证明

5. 四元数性质验证

验证点旋转

$$q^{+}q^{-1}{}^{\oplus} = \begin{bmatrix} (\eta I + \epsilon\times)(\eta I + \epsilon\times) + \epsilon\epsilon^T & 0 \\ 0 & \epsilon^T\epsilon + \eta^2 \end{bmatrix}$$

所以p2 的实部也一定是0

6. 熟悉C++

1. auto 类型推导
2. for 的遍历方式
3. lamda 匿名的函数