Sprawozdanie z Projektu

Dyskretne Uklady Dynamiczne

Autorzy:

Lukasz Sasin, Mateusz Sobczak, Kamil Styn

Data: 31 stycznia 2026

Dyskretne Uklady Dynamiczne - Projekt

Zadanie 1: Model Populacji (Macierz Lesliego)

Analizowano populacje owadow przy uzyciu macierzy Lesliego L. Model opisuje ewolucje wektora populacji wzorem:

$$N_{t+1} = L \cdot N_t$$

Symulacja numeryczna wykazala, ze po 10 latach wektor populacji wynosi:
N10 = [5876, 1783, 843, 243]

Dominujaca wartosc wlasna macierzy wynosi Lambda_max = 1.0167. Poniewaz jest ona wieksza od 1, populacja dazy do nieskonczonosci. Aby ustabilizowac uklad, dobrano parametr uboju 'h' wg wzoru:

$$h = \frac{1}{\lambda_{max}}$$

Obliczony parametr: h = 0.9835. Oznacza to koniecznosc redukcji populacji do ok. 98.35% w kazdym roku.

Zadanie 2: Model Krwinek (Model Lasoty)

Model Lasoty opisuje produkcje krwinek rownaniem nieliniowym:

$$c_{n+1} = (1-a)c_n + bc_n^r e^{-sc_n}$$

Zbadano stabilnosc punktow stalych c*. Punkt jest stabilny, jesli modul pochodnej |f'(c*)| < 1.

Przypadek a = 0.2

```
1. c* = 0.0000   |f'| = 0.8000  ->  STABILNY
2. c* = 0.1553   |f'| = 1.9030  ->  NIESTABILNY
3. c* = 0.9455   |f'| = 0.6256  ->  STABILNY
```

Przypadek a = 0.3

```
1. c* = 0.0000   |f'| = 0.7000  ->  STABILNY
2. c* = 0.1704   |f'| = 2.2822  ->  NIESTABILNY
3. c* = 0.8972   |f'| = 1.2067  ->  NIESTABILNY
```

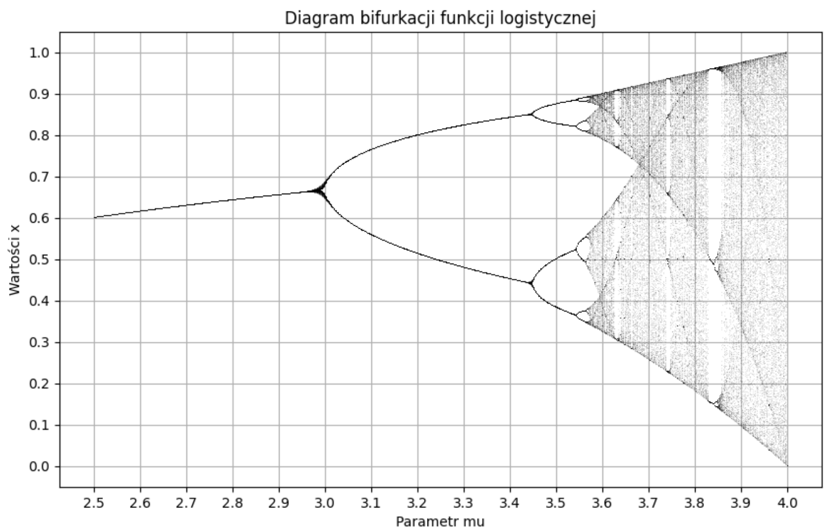
Wyniki sa zgodne z teza zadania (zmiana liczby punktow stabilnych przy zmianie parametru a).

Zadanie 3: Odwzorowanie Logistyczne

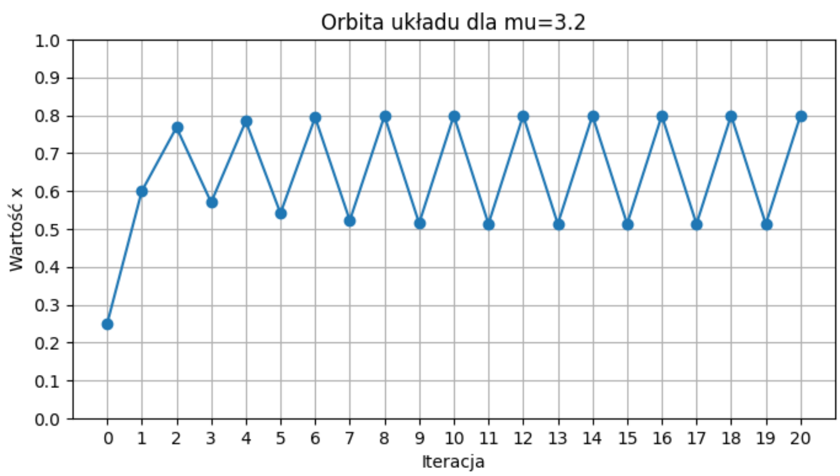
Rownanie logistyczne dane jest wzorem:

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$$

Wygenerowano diagram bifurkacji, ktory obrazuje przejscie od stabilnosci do chaosu.



Pierwsza bifurkacja (rozdwojenie) nastepuje przy mu = 3.0. Dla wybranego parametru mu = 3.2 (znajdujacego sie wewnatrz obszaru cyklu rzedu 2) uklad oscyluje miedzy dwiema wartosciami. Potwierdza to wykres orbity:

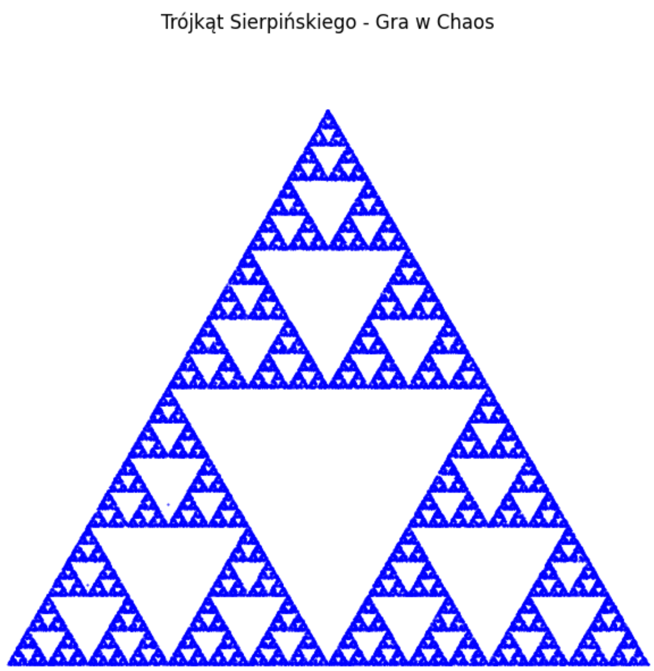


Zadanie 4: Trojkat Sierpinskiego

Wygenerowano fraktal metoda 'Gry w Chaos' (IFS). Wymiar fraktalny obliczono ze wzoru:

$$D = \frac{\ln(N)}{\ln(1/s)}$$

Dla N=3 i s=0.5 otrzymano wynik D = 1.5850, co jest zgodne z teoria.



Koniec sprawozdania.