PROBLEMA 10.7 $\qquad H(x) = \int_{5-2x}^{1} e^{-t^4}\,dt$

Extremos absolutos en $[1,3]$.

Máximo de H mayor qe $2/3$.

$$H(x) = \int_{5-2x}^{1} e^{-t^4}\,dt \Rightarrow H'(x) = 2e^{-(5-2x)^4} > 0$$

H es monótona creciente en $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ En el intervalo $[1,3]$:

- El mínimo absoluto se alcanza en $x=1$

$$H(1) = \int_3^1 e^{-t^4}\,dt = -\int_1^3 \underbrace{e^{-t^4}}_{>0}\,dt < 0$$

- El máximo absoluto se alcanza en $x=3$

$$H(3) = \int_{-1}^{1} \underbrace{e^{-t^4}}_{\text{PAR}}\,dt = 2\int_0^1 \underbrace{e^{-t^4}}_{>0}\,dt > 0$$

Por otro lado, si $t \in [0,1)$: $e^{-t^4} > e^{-1^4} = \frac{1}{e}$

$$\Rightarrow H(3) = 2\int_0^1 e^{-t^4}\,dt > 2\int_0^1 \frac{1}{e}\,dt = \frac{2}{e} > \frac{2}{3}$$

$e = 2.71\cdots$

Por tanto $H(3) > \frac{2}{3}$.