

Hoja 7

Forma normal de una transformación lineal

Problema 7.1 Sea la base $B = ((1, 1, 0)^t, (1, 3, 1)^t, (2, 1, 0)^t)$ de \mathbb{R}^3 .

1. Encontrar las matrices de cambio de base para pasar de B_0 a B y de B a B_0 .
2. Encontrar las coordenadas del vector $v = (3, -2, 1)^t$ con respecto a B .
3. Encontrar las coordenadas del vector w con respecto a la base canónica B_0 si se sabe que sus coordenadas respecto a la base B son $[w]_B = (-12, 1, 7)^t$.

Problema 7.2 Sea el espacio \mathbb{P}_3 con bases

$$B_0 = (1, x, x^2, x^3),$$

$$B_1 = (1 - x, x - x^2, x^2 - x^3, 1 - 2x^3),$$

$$B_2 = (1, 1 - x, 1 - x - x^2, 1 - x - x^2 - x^3).$$

1. Hallar la matriz de cambio de base para pasar de B_0 a B_1 .
2. Hallar la matriz de cambio de base para pasar de B_0 a B_2 .

3. Hallar la matriz de cambio de base para pasar de B_1 a B_2 .
4. Sea el polinomio $p(x) = x^3 - 3x$. Hallar sus coordenadas con respecto a B_0 , B_1 y B_2 .

Problema 7.3 Sea

$$A_T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

la matriz que representa cierta transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ con respecto a la base canónica.

1. Hallar la matriz que representa T con respecto a la base $B = ((2, -3)^t, (1, 2)^t)$.
2. Hallar la representación canónica de la transformación y las bases con respecto a las cuales se ha calculado.

Problema 7.4 Sea la transformación lineal $T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definida por

$$T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = (a_0, a_1 + a_2, a_1 - a_2, a_0 + a_2)^t.$$

1. Hallar la representación de T respecto a las bases $B = (1, x, x^2)$ y B_0 (canónica) de \mathbb{P}_2 y \mathbb{R}^4 , respectivamente.
2. Hallar la forma canónica de T y las bases respecto a las cuales se representa.

Problema 7.5 Sea la transformación lineal $T : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por

$$T\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a + d \\ b + c \\ a + d \end{pmatrix}.$$

1. Hallar la matriz que representa a T respecto a las bases

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

de $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ y la canónica B_0 de \mathbb{R}^3 , respectivamente.

2. Hallar la forma canónica de T y las bases respecto a las cuales se representa.