Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ejercicios de Autómatas Finitos

Autores:

Araceli Sanchis de Miguel
Agapito Ledezma Espino
Jose A. Iglesias Martínez
Beatriz García Jiménez
Juan Manuel Alonso Weber

* Algunos ejercicios están basados en enunciados de los siguientes libros:

- Enrique Alfonseca Cubero, Manuel Alfonseca Cubero, Roberto Moriyón Salomón. *Teoría de autómatas y lenguajes formales.* McGraw-Hill (2007).
- Manuel Alfonseca, Justo Sancho, Miguel Martínez Orga. *Teoría de lenguajes, gramáticas y autómatas.* Publicaciones R.A.E.C. (1997).
- Pedro Isasi, Paloma Martínez y Daniel Borrajo. *Lenguajes, Gramáticas y Autómatas. Un enfoque práctico.* Addison-Wesley (1997).

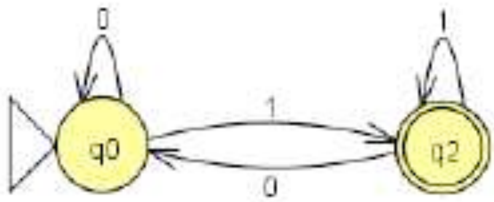
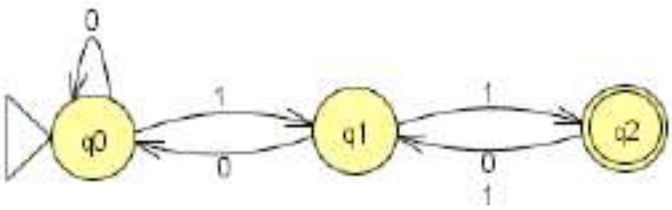
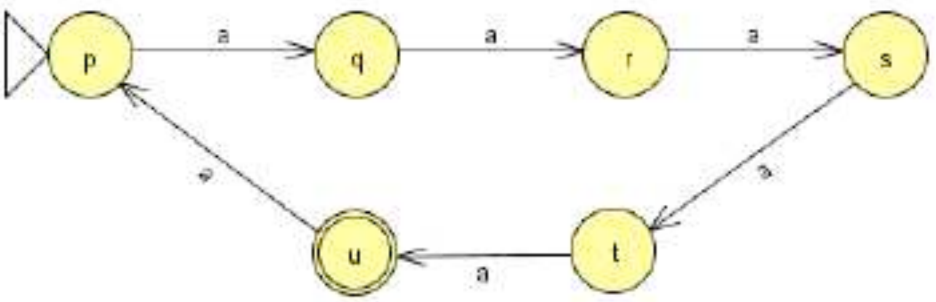
Universidad Carlos III de Madrid
www.uc3m.es

1. Se desea diseñar un dispositivo que, dada una cadena formada por números binarios, encuentre las ocurrencias de la palabra clave 1011 y sirva de base para un recuento de sus apariciones. Nótese que si la cadena fuera, por ejemplo, 0101011011011, se detectaría dos ocurrencias de la palabra clave (subrayadas), no considerando el "1" de la séptima posición como inicio de otra ocurrencia. Se pide construir el Autómata Finito Determinista correspondiente.

2. En algunos lenguajes de programación, los comentarios aparecen entre los delimitadores "/*" y "*/" como marca inicial y final del comentario. Sea L el lenguaje de todas las cadenas de comentarios delimitados. Así pues todo elemento de L, empieza por /* y acaba por */, pero no debe tener ningún */ intermedio. Por simplicidad consideraremos que el alfabeto sería {a, b, /,*}. Indicar el Autómata Finito Determinista que reconoce L.

3. Construir un autómata finito que reconozca los números múltiplos de 3. La entrada será en binario empezando por el dígito más significativo. La entrada tendrá tamaño indefinido, y puede empezar por ceros.

4. Halla el conjunto cociente (Q/E) de los siguientes autómatas:

a	
b	
c	

5. Obtener el AFD mínimo para los siguientes AFD:

AFD_1=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4},f,Q0,Q3)

f(Q0, a) = Q1 ; f(Q0, b) = Q2 ; f(Q0, c) = Q3
f(Q1, a) = Q2 ; f(Q1, b) = Q3 ; f(Q1, c) = Q1
f(Q2, a) = Q3 ; f(Q2, b) = Q1 ; f(Q2, c) = Q3
f(Q3, a) = Q4 ; f(Q3, b) = Q4 ; f(Q3, c) = Q4
f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q4 ; f(Q4, c) = Q4

AFD_2=({a,b,c}, {Q0,Q1,Q3,Q4,Q5,Q6,Q8},f,Q0,{Q3,Q4,Q6,Q8})

f(Q0, a) = Q4 ; f(Q0, b) = Q5 ; f(Q0, c) = Q1
f(Q1, a) = Q5 ; f(Q1, b) = Q5 ; f(Q1, c) = Q3
f(Q3, a) = Q5 ; f(Q3, b) = Q5 ; f(Q3, c) = Q5
f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q8 ; f(Q4, c) = Q1
f(Q5, a) = Q5 ; f(Q5, b) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5
f(Q6, a) = Q5 ; f(Q6, b) = Q8 ; f(Q6, c) = Q5
f(Q8, a) = Q5 ; f(Q8, b) = Q6 ; f(Q8, c) = Q5

AFD_3=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q6,Q7,Q8,Q9},f,Q0,{Q7,Q8})

f(Q0, a) = Q1 ; f(Q0, b) = Q6 ; f(Q0, c) = Q6
f(Q1, a) = Q7 ; f(Q1, b) = Q2 ; f(Q1, c) = Q6
f(Q7, a) = Q7 ; f(Q7, b) = Q2 ; f(Q7, c) = Q6
f(Q2, a) = Q6 ; f(Q2, b) = Q8 ; f(Q2, c) = Q6
f(Q8, a) = Q6 ; f(Q8, b) = Q8 ; f(Q8, c) = Q4
f(Q4, a) = Q6 ; f(Q4, b) = Q9 ; f(Q4, c) = Q3
f(Q9, a) = Q6 ; f(Q9, b) = Q8 ; f(Q9, c) = Q4
f(Q3, a) = Q6 ; f(Q3, b) = Q9 ; f(Q3, c) = Q4
f(Q6, a) = Q6 ; f(Q6, b) = Q6 ; f(Q6, c) = Q6

AFD_4=({c,f,d},{Q0,Q5,Q8,Q9,Q10,Q11,Q12},f,Q0,Q10)

f(Q0, c) = Q9 ; f(Q0, f) = Q10 ; f(Q0, d) = Q8
f(Q9, c) = Q9 ; f(Q9, f) = Q11 ; f(Q9, d) = Q12
f(Q10, c) = Q0 ; f(Q10, f) = Q8 ; f(Q10, d) = Q8
f(Q11, c) = Q11 ; f(Q11, f) = Q11 ; f(Q11, d) = Q8
f(Q12, c) = Q12 ; f(Q12, f) = Q5 ; f(Q12, d) = Q5
f(Q5, c) = Q5 ; f(Q5, f) = Q5 ; f(Q5, d) = Q8
f(Q8, c) = Q8 ; f(Q8, f) = Q8 ; f(Q8, d) = Q8

6. El castillo encantado. El problema es el expuesto en esta carta, que debe resolverse utilizando la teoría de autómatas finitos.

   "Querido amigo: al poco tiempo de comprar esta vieja mansión tuve la desagradable sorpresa de comprobar que está hechizada con dos sonidos de ultratumba que la hacen prácticamente inhabitable: un canto picaresco y una risa sardónica.

   Aún conservo, sin embargo, cierta esperanza, pues la experiencia me ha demostrado que su comportamiento obedece a ciertas leyes, oscuras pero infalibles, y que puede modificarse tocando el órgano y quemando incienso. En cada minuto, cada sonido está presente o ausente. Lo que cada uno de ellos hará en el minuto siguiente depende de lo que pasa en el minuto actual, de la siguiente manera:

   El canto conservará el mismo estado (presente o ausente) salvo si durante el minuto actual no se oye la risa y toco el órgano, en cuyo caso el canto toma el estado opuesto.

   En cuanto a la risa, si no quemo incienso, se oirá o no según que el canto esté presente o ausente (de modo que la risa imita al canto con un minuto de retardo). Ahora bien, si quemo incienso la risa hará justamente lo contrario de lo que hacía el canto.

   En el momento en que le escribo estoy oyendo a la vez la risa y el canto. Le quedaré muy agradecido si me dice qué manipulaciones de órgano e incienso debo seguir para restablecer definitivamente la calma".

Ayuda: ¿cuál sería y qué representaría el alfabeto? ¿cuál sería el conjunto de estados y qué representaría cada estado?

7. Dado el lenguaje $(01)^n$ con $n\geq 0$, marque el autómata que reconoce el lenguaje indicado. Además, obtenga el AFD mínimo equivalente del autómata seleccionado.

   a. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
      f(A,0)=B, f(A, λ)= λ, f(C,0)=B, f(B,1)=C, f(B,1)= λ
   b. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
      f(A,0)=B, f(A, λ)=F, f(C,0)=B, f(B,1)=C, f(B,1)=F
   c. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A,{F}]
      f(A, B)=0, f(A,F)= λ, f(C,B)=0, f(B,C)=1, f(B,F)=1
   d. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
      f(B,0)=A, f(F, λ)=A, f(B,0)=C, f(C,1)=B, f(F,1)=B

8. Obtener el AFD mínimo equivalente al siguiente Autómata Finito No Determinista, describiendo las transformaciones intermedias: AFND → AFD → AFDmínimo.

```
AFND=({c,f,d},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6},f,Q0,Q6)
```

f(Q0, c) = Q1,Q4 ; f(Q0, f) = Q2,Q6 ; f(Q1, c) = Q1
f(Q1, f) = Q3 ; f(Q1, d) = Q4 ; f(Q2, c) = Q0
f(Q3, c) = Q3 ; f(Q3, f) = Q3 ; f(Q4, c) = Q4
f(Q4, f) = Q5 ; f(Q4, d) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5
f(Q5, f) = Q5

9. Indica el grafo de un Autómata Finito Determinista, con alfabeto {0,1}, que reconoce el lenguaje $0^m1^n0^p$ ($m \geq 0, n \geq 0$, $p \geq 1$). El problema se puede resolver bien diseñando directamente el AFD, o resolverlo partiendo del AFND y posteriormente obtener el AFD equivalente.

10. Dado el AFND (con transiciones lambda) descrito por la tabla siguiente, hallar el AFD equivalente.

	a	**b**	**c**	**λ**
→p	p	q		q
q	q	p,r		r
r			s	p
***s**	s			

SOLUCIONES

1. **Se desea diseñar un dispositivo que, dada una cadena formada por números binarios, encuentre las ocurrencias de la palabra clave 1011 y sirva de base para un recuento de sus apariciones. Nótese que si la cadena fuera, por ejemplo, 0101011011011, se detectaría dos ocurrencias de la palabra clave (subrayadas), no considerando el "1" de la séptima posición como inicio de otra ocurrencia. Se pide construir el Autómata Finito Determinista correspondiente.**

Solución:

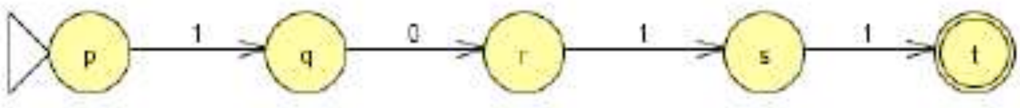
El objetivo es detectar la palabra clave 1011, tantas veces como aparezca en la secuencia de entrada de números binarios. Por lo tanto, el autómata finito deberá llegar a un estado final cada vez que detecte una ocurrencia de dicha palabra clave, por lo que no puede quedarse en el estado final tras encontrar la primera secuencia 1011, si sigue habiendo números detrás.
No es tarea del autómata finito contabilizar el número de palabras clave, sino de otro dispositivo de orden superior, que incluya este autómata, que las detecta una a una.

Todo AFD está compuesto por una quíntupla: AFD=(Σ, Q, f, q0, {F})

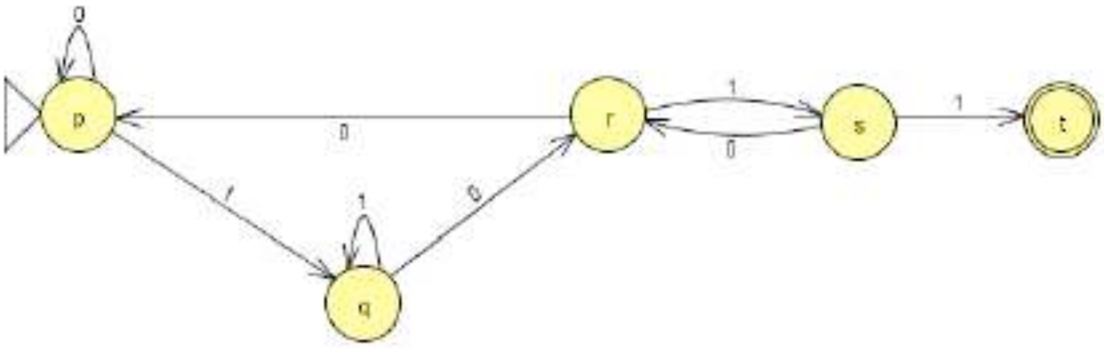
- El alfabeto de entrada, en este caso es sencillo, pues sólo contiene los dígitos 0 y 1 que forman los binarios: AFD=(**{0,1}**, …)
- El conjunto de estados Q se irá definiendo más adelante en función de las transiciones necesarias, pero al menos necesitaremos un estado inicial, p, y un estado final, t, que ya podemos añadir al conjunto: AFD=({0,1}, **{p, t, …}**,…)
- La función de transición, f, la representaremos más adelante mediante un diagrama de transiciones: AFD=({0,1}, {p, t, …}, **f**, …)
- El estado inicial ya está definido, denominándose p: AFD=({0,1}, {p, t, …}, f, **p**, …)
- Por último, el conjunto de estados finales se completará al final, pero al menos podemos incluir el que ya hemos definido, llamado t: AFD=({0,1}, {p, t, …}, f, p, **{t, …}**)

Por lo tanto, nos falta definir el diagrama de transiciones que representa a f, que también nos permitirá completar el conjunto de estados y de estados finales.

Dado que la palabra clave está formada por 4 símbolos, que deben aparecer siempre de forma consecutiva, necesitaremos un estado diferente para reconocer cada subsecuencia de símbolos leídos de la cadena. Es decir, tendremos un estado (q) para determinar que se ha leído la subsecuencia "1", otro estado (r) para indicar la lectura de la subsecuencia "10", un estado más (s) para representar el reconocimiento de la subsecuencia con 3 elementos "101", y por último se alcanza el estado final (t) cuando se ha leído la secuencia completa "1011" de forma consecutiva. Así, de momento, nos quedaría el siguiente diagrama de transciones:

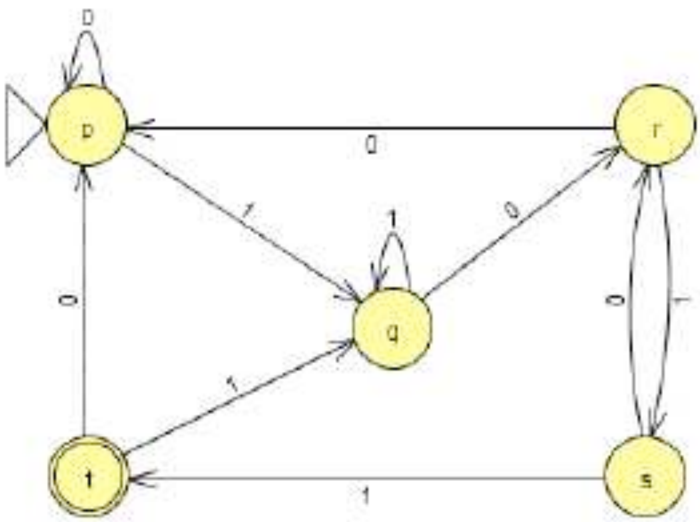


Pero como se trata de un AF **determinista** hay que definir una transición desde cada estado con cada uno de los símbolos del alfabeto. También es necesario añadir dichas transiciones para controlar las situaciones de error, en las que la secuencia inicialmente sea igual a la palabra clave, pero llegado un determinado símbolo varíe, y haya que retroceder hasta el estado adecuado, que no siempre será el inicio. Así, añadiendo desde cada estado la transición con el símbolo que faltaba, nos queda:



Por último, también hay que añadir transiciones desde el estado final, t, porque el autómata debe reconocer varias palabras clave "1011" y no sólo la primera. Así, si se lee un 0 se transita al estado "p", a esperar que aparezca un "1" que inicia la palabra clave. Pero si se lee un 1, se puede transitar directamente al estado "q" que se representa la lectura del primer símbolo de la palabra clave.

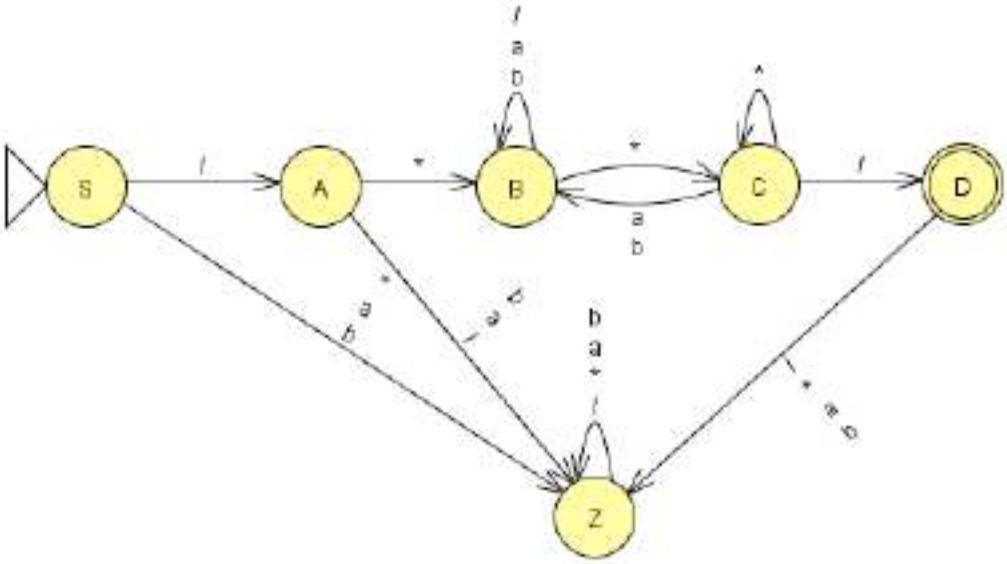
Así, finalmente, la defínción formal del autómata finito es:
AFD=({0,1},{p,q,r,s,t},f,p,{t}), siendo f:



2. En algunos lenguajes de programación, los comentarios aparecen entre los delimitadores "/*" y "*/" como marca inicial y final del comentario. Sea L el lenguaje de todas las cadenas de comentarios delimitados. Así pues todo elemento de L, empieza por /* y acaba por */, pero no debe tener ningún */ intermedio. Por simplicidad consideraremos que el alfabeto sería {a, b, /,*}. Indicar el Autómata Finito Determinista que reconoce L.

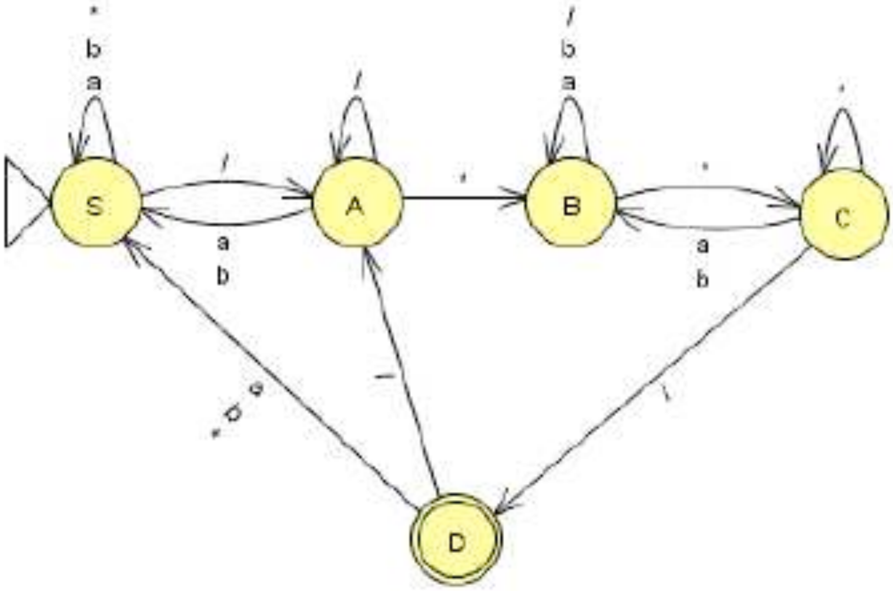
Solución:

Un posible autómata es AFD_1=({/,*,a,b},{S,A,B,C,D,Z},f,S,{D}), siendo f:



En esta solución, la cadena de entrada debe contener la marca de inicio de comentario ("*") desde el principio, lo cual se reconoce en las transiciones entre los estados S, A y B. Si la cadena de entrada no comienza con "*", la palabra se rechaza, transitando desde S o A al estado sumidero, Z.
Además, en esta solución sólo se reconoce un comentario, por lo que al llegar al final del comentario, es decir, cuando el autómata está situado en el estado final D, el resto de cadena no se analiza, dado que se transita al estado sumidero Z, del que no se sale.
Cabe destacar que las transiciones de B, C y entre ellos leen el texto que se encuentra dentro del comentario, analizando si se ha llegado a la marca de fin de comentario ("*/") o no, y hay que retroceder a B para seguir leyendo símbolos del interior del comentario.

Otro posible autómata es AFD_2=({/,*,a,b},{S,A,B,C,D},f',S,D), siendo f':



En esta solución se permite reconocer un comentario en medio de un texto mayor representado en la cadena de entrada, dado que se espera en el estado inicial S hasta que se lee el símbolo "\", sin transitar a un estado sumidero, como se hacía en la solución anterior. Además, esta solución permite reconocer más de un comentario, dentro de un texto o cadena de entrada. Para ello, se llega al estado final D cada vez que se cierra un comentario, y se empieza de nuevo por S o A, dependiendo de si hay texto entre medias de los dos comentarios (transición de D a S) o no (transición de D a A).

3. Construir un autómata finito que reconozca los números múltiplos de 3. La entrada será en binario empezando por el dígito más significativo. La entrada tendrá tamaño indefinido, y puede empezar por ceros.

Solución:

Construiremos el AFD basándonos en la aritmética modular:
Sabemos que un número es múltiplo de 3 si su módulo respecto a 3 es cero.
M mod 3 = 0, entonces M es múltiplo de 3.

Tenemos otros casos posibles que no corresponden a múltiplos de 3:
M mod 3 = 1, entonces M es múltiplo de 3 +1.
M mod 3 = 2, entonces M es múltiplo de 3 +2.

El AFD identificará estos tres casos con sendos estados, y reaccionará ante la llegada de los siguientes dígitos. Si M es múltiplo de 3, al añadir un cero por la derecha, tendremos N' = 2*M+0, que es múltiplo de 3. Si a M le añadimos un 1, tendremos N' = 2*M+1, que será múltiplo de 3 +1. Representado en forma de tabla:

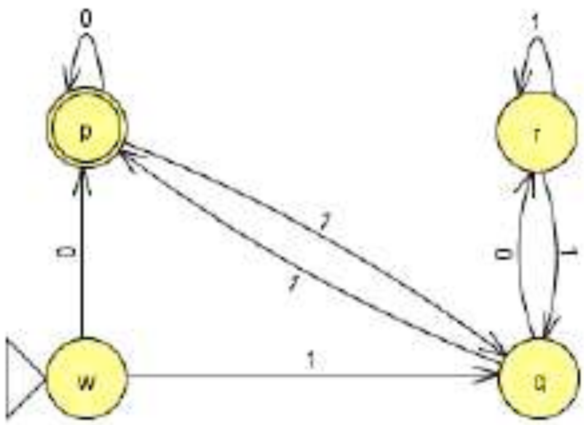
N = M mod 3	N' = 2*M+0	N' mod 3		N' = 2*M+1	N' mod 3
0	0	0		1	1
1	2	2		3	0
2	4	1		5	2

Si representamos los módulos posibles (0, 1 y 2) mediante los estados (p, q y r), tendremos la siguiente tabla de transición:

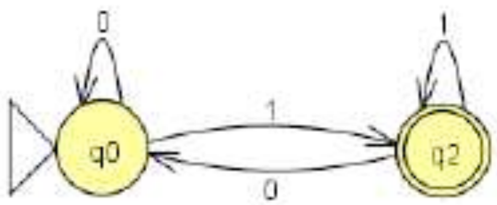
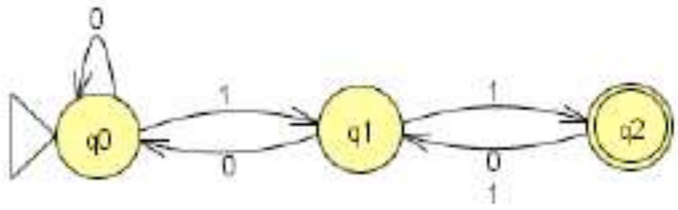
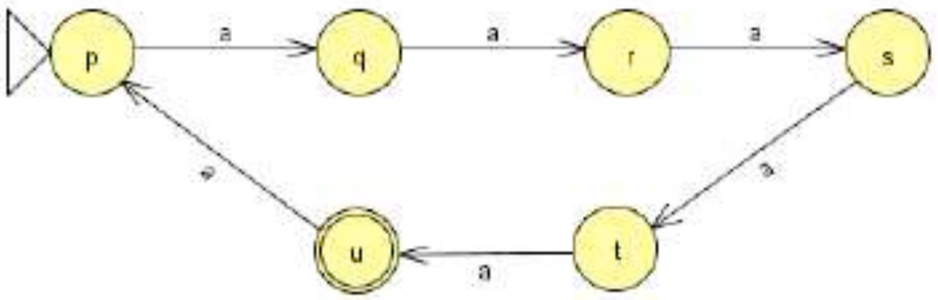
Estado(t)	Entrada=0	Entrada=1
→*p	p	q
q	r	p
r	q	r

Para evitar que el AFD reconozca la palabra vacía como múltiplo de 3, emplearemos un estado inicial w. Así, se tiene AFD=({0,1},{p,q,r,w},f,w,p), siendo f (en tabla o diagrama de transiciones):

Estado(t)	Entrada=0	Entrada=1
→w	p	q
*p	p	q
q	q	r
r	q	r



4. Halla el conjunto cociente (Q/E) de los siguientes autómatas:

a	
b	
c	

Solución:

Calcular el conjunto cociente consiste en localizar los subconjuntos de estados de un autómata finito que son equivalentes entre sí. Para ello, se empieza dividiendo los estados entre los no-finales y los finales, en dos clases de equivalencia diferentes. A continuación se evalúa secuencialmente si realmente todos los estados de dicha clase de equivalencia son equivalentes entre sí, es decir, si con cada una de las entradas todos los estados transitan a la misma clase de equivalencia. Si no se cumple esta condición, las clases de equivalencia se van fragmentando, para separar los estados que no son equivalentes, hasta llegar al máximo en el que cada clase de equivalencia sólo tenga un estado.

a) Q/E0={{q1},{q2}}={C1,C2}=Q/E
   En este primer ejercicio, el conjunto cociente claramente se compone sólo de dos clases de equivalencia:
   - C1: estado no final, en este caso también inicial
   - C2: estado final

   Cada clase de equivalencia tiene un único estado, por lo que no hay ningún paso adicional a realizar.

b) Q/E0={{q0,q1},{q2}}={C1,C2}

En este segundo caso, la clase de equivalencia C1 tiene dos estados, por lo que hay que comprobar si realmente los estados q0 y q1, que la componen, son equivalentes entre sí.
Para ello, se parte de la tabla de transiciones original, marcando a la derecha la clase de equivalencia a la que pertenece cada estado:

	0	1	
→ q0	q0	q1	C1
q1	q0	q2	C1
* q2	q1	q1	C2

Ahora se construye una tabla adicional, donde las celdas contienen las clases de equivalencia, en lugar de los estados concretos. Con ella se puede verificar fácilmente si los estados q0 y q1 transitan a la misma clase de equivalencia para cada entrada:

	0	1
→ q0	C1	C1
q1	C1	C2
* q2	C1	C1

Así, en primer lugar, para la entrada 0, tanto q0 como q1 transitan a la clase de equivalencia C1, por lo que de momento se puede seguir asumiendo que q0 y q1 son equivalentes. Sin embargo, si observamos la segunda columna, para la entrada 1, el estado q0 transita a C1, pero el estado q1 a C2, no coincidiendo en este caso. Por lo que se deben separar q0 y q1 en dos clases de equivalencia distintas, en la siguiente iteración del cálculo del conjunto cociente.

Q/E1={{q0},{q1},{q2}}=Q/E

En esta nueva iteración Q/E1 ya se ha llegado al final del cálculo del conjunto cociente. Porque se ha llegado a la situación en que cada clase de equivalencia sólo tiene un estado. O también porque se ha alcanzado el máximo situado en Q/E_{n-2}, siendo n el número de estados, en este caso n=3.

c) Q/E0={{p,q,r,s,t},{u}}={C1,C2}
Q/E1={{p,q,r,s},{u},{t}}={C1,C2,C3}
Q/E2={{p,q,r},{u},{t},{s}}={C1,C2,C3,C4}
Q/E3={{p,q},{u},{t},{s},{r}}={C1,C2,C3,C4,C5}
Q/E4={{p},{u},{t},{s},{r},{q}}={C1,C2,C3,C4,C5,C6}=Q/E

En este caso, aunque pudiera parecer que todos los estados son equivalentes por su simplicidad, de nuevo hay que llegar al máximo Q/E_{n-2}, con todos los estados no equivalentes entre sí.
En cada iteración del cálculo del conjunto cociente se va separando un estado de la clase de equivalencia inicial que contiene los estados no-finales. Se va desde aquel estado que transita al estado final (t), sucesivamente atrás a los que transitan al estado que se separa (u, s, r), hasta que se llega al estado (q) al que se transita desde el estado inicial (p).

5. Obtener el AFD mínimo para los siguientes AFD:

AFD_1=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4},f,Q0,Q3)

f(Q0, a) = Q1 ; f(Q0, b) = Q2 ; f(Q0, c) = Q3
f(Q1, a) = Q2 ; f(Q1, b) = Q3 ; f(Q1, c) = Q1
f(Q2, a) = Q3 ; f(Q2, b) = Q1 ; f(Q2, c) = Q3
f(Q3, a) = Q4 ; f(Q3, b) = Q4 ; f(Q3, c) = Q4
f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q4 ; f(Q4, c) = Q4

AFD_2=({a,b,c}, {Q0,Q1,Q3,Q4,Q5,Q6,Q8},f,Q0,{Q3,Q4,Q6,Q8})

f(Q0, a) = Q4 ; f(Q0, b) = Q5 ; f(Q0, c) = Q1
f(Q1, a) = Q5 ; f(Q1, b) = Q5 ; f(Q1, c) = Q3
f(Q3, a) = Q5 ; f(Q3, b) = Q5 ; f(Q3, c) = Q5
f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q8 ; f(Q4, c) = Q1
f(Q5, a) = Q5 ; f(Q5, b) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5
f(Q6, a) = Q5 ; f(Q6, b) = Q8 ; f(Q6, c) = Q5
f(Q8, a) = Q5 ; f(Q8, b) = Q6 ; f(Q8, c) = Q5

AFD_3=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q6,Q7,Q8,Q9},f,Q0,{Q7,Q8})

f(Q0, a) = Q1 ; f(Q0, b) = Q6 ; f(Q0, c) = Q6
f(Q1, a) = Q7 ; f(Q1, b) = Q2 ; f(Q1, c) = Q6
f(Q7, a) = Q7 ; f(Q7, b) = Q2 ; f(Q7, c) = Q6
f(Q2, a) = Q6 ; f(Q2, b) = Q8 ; f(Q2, c) = Q6
f(Q8, a) = Q6 ; f(Q8, b) = Q8 ; f(Q8, c) = Q4
f(Q4, a) = Q6 ; f(Q4, b) = Q9 ; f(Q4, c) = Q3
f(Q9, a) = Q6 ; f(Q9, b) = Q8 ; f(Q9, c) = Q4
f(Q3, a) = Q6 ; f(Q3, b) = Q9 ; f(Q3, c) = Q4
f(Q6, a) = Q6 ; f(Q6, b) = Q6 ; f(Q6, c) = Q6

AFD_4=({c,f,d},{Q0,Q5,Q8,Q9,Q10,Q11,Q12},f,Q0,Q10)

f(Q0, c) = Q9 ; f(Q0, f) = Q10 ; f(Q0, d) = Q8
f(Q9, c) = Q9 ; f(Q9, f) = Q11 ; f(Q9, d) = Q12
f(Q10, c) = Q0 ; f(Q10, f) = Q8 ; f(Q10, d) = Q8
f(Q11, c) = Q11 ; f(Q11, f) = Q11 ; f(Q11, d) = Q8
f(Q12, c) = Q12 ; f(Q12, f) = Q5 ; f(Q12, d) = Q5
f(Q5, c) = Q5 ; f(Q5, f) = Q5 ; f(Q5, d) = Q8
f(Q8, c) = Q8 ; f(Q8, f) = Q8 ; f(Q8, d) = Q8

Solución:

1) AFD = AFDmin

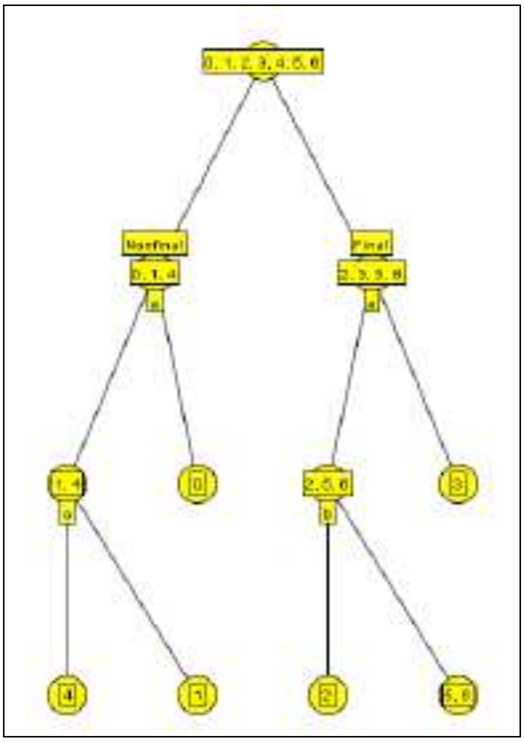
AFD	AFD mínimo
`AFD=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4},f,Q0,Q3)` f(Q0, a) = Q1 f(Q0, b) = Q2 f(Q0, c) = Q3 f(Q1, a) = Q2 f(Q1, b) = Q3 f(Q1, c) = Q1 f(Q2, a) = Q3 f(Q2, b) = Q1 f(Q2, c) = Q3 f(Q3, a) = Q4 f(Q3, b) = Q4 f(Q3, c) = Q4 f(Q4, a) = Q4 f(Q4, b) = Q4 f(Q4, c) = Q4	`Igual que AFD.`

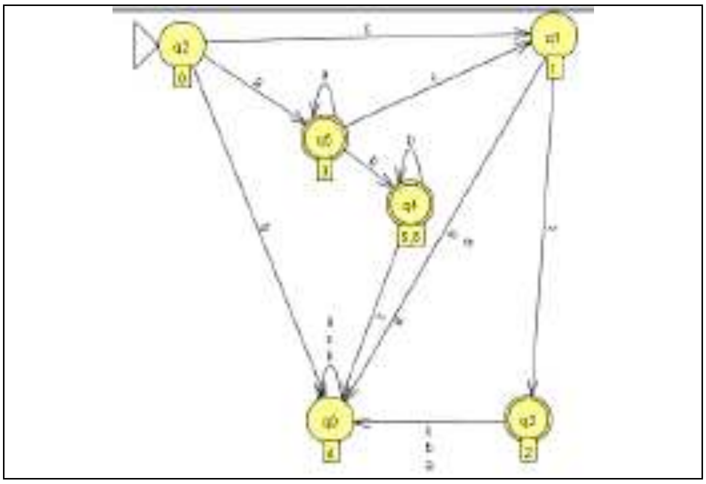
2) AFD <> AFDmin

- 2 Estados finales, equivalentes entre sí, formados por 2 estados cada uno.

AFD	**AFD mínimo**

`AFD=({a,b,c},{Q0,Q1,Q3,Q4,Q5,Q6,Q8},f,Q0,{Q3,Q4,Q6,Q8})`
 	
`f(Q0, a) = Q4 ; f(Q0, b) = Q5 ; f(Q0, c) = Q1`
`f(Q1, a) = Q5 ; f(Q1, b) = Q5 ; f(Q1, c) = Q3`
`f(Q3, a) = Q5 ; f(Q3, b) = Q5 ; f(Q3, c) = Q5`
`f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q8 ; f(Q4, c) = Q1`
`f(Q5, a) = Q5 ; f(Q5, b) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5`
`f(Q6, a) = Q5 ; f(Q6, b) = Q8 ; f(Q6, c) = Q5`
`f(Q8, a) = Q5 ; f(Q8, b) = Q6 ; f(Q8, c) = Q5`
	`AFDmin=({a,b,c},{Q0,Q1,Q3,Q4,Q5,Q9},f,Q0,{Q3,Q4,Q9})`
	
	f(Q0, a) = Q4 ; f(Q0, b) = Q5 ; f(Q0, c) = Q1
	f(Q1, a) = Q5 ; f(Q1, b) = Q5 ; f(Q1, c) = Q3
	f(Q3, a) = Q5 ; f(Q3, b) = Q5 ; f(Q3, c) = Q5
	f(Q4, a) = Q4 ; f(Q4, b) = Q9 ; f(Q4, c) = Q1
	f(Q5, a) = Q5 ; f(Q5, b) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5
	f(Q9, a) = Q5 ; f(Q9, b) = Q9 ; f(Q9, c) = Q5
	
	* Correspondencia con AFD
	Q6,Q8 Q9
	El resto se mantienen igual.





3) AFD <> AFDmin

AFD	**AFD mínimo**
AFD=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2, Q3,Q4,Q6,Q7,Q8,Q9},f,Q0 ,{Q7,Q8}) f(Q0, a) = Q1 f(Q0, b) = Q6 f(Q0, c) = Q6 f(Q1, a) = Q7 f(Q1, b) = Q2 f(Q1, c) = Q6 f(Q7, a) = Q7 f(Q7, b) = Q2 f(Q7, c) = Q6 f(Q2, a) = Q6 f(Q2, b) = Q8 f(Q2, c) = Q6 f(Q8, a) = Q6 f(Q8, b) = Q8 f(Q8, c) = Q4 f(Q4, a) = Q6 f(Q4, b) = Q9 f(Q4, c) = Q3 f(Q9, a) = Q6 f(Q9, b) = Q8 f(Q9, c) = Q4 f(Q3, a) = Q6 f(Q3, b) = Q9 f(Q3, c) = Q4 f(Q6, a) = Q6 f(Q6, b) = Q6 f(Q6, c) = Q6	AFDmin=({a,b,c},{Q0,Q1, Q2,Q6,Q7,Q8,Q9,Q10},f,Q 0,{Q7,Q8}) f(Q0, a) = Q1 f(Q0, b) = Q6 f(Q0, c) = Q6 f(Q1, a) = Q7 f(Q1, b) = Q2 f(Q1, c) = Q6 f(Q7, a) = Q7 f(Q7, b) = Q2 f(Q7, c) = Q6 f(Q2, a) = Q6 f(Q2, b) = Q8 f(Q2, c) = Q6 f(Q8, a) = Q6 f(Q8, b) = Q8 f(Q8, c) = Q10 f(Q9, a) = Q6 f(Q9, b) = Q8 f(Q9, c) = Q10 f(Q6, a) = Q6 f(Q6, b) = Q6 f(Q6, c) = Q6 f(Q10, a) = Q6 f(Q10, b) = Q9 f(Q10, c) = Q10 * Correspondencia con AFD Q3,Q4 Q10 El resto se mantienen igual.

4) AFND <> AFD <> AFDmin

- Se reduce mucho de AFD a AFDmin (con solo 3 iteraciones).
- El AFDmin sólo tiene 3 estados: inicial, final y sumidero.

AFD	**AFD mínimo**
`AFD=({c,f,d},{Q0,Q5,Q8,Q9,Q10,Q11,Q12},f,Q0,Q10)` f(Q0, c) = Q9 f(Q0, f) = Q10 f(Q0, d) = Q8 f(Q9, c) = Q9 f(Q9, f) = Q11 f(Q9, d) = Q12 f(Q10, c) = Q0 f(Q10, f) = Q8 f(Q10, d) = Q8 f(Q11, c) = Q11 f(Q11, f) = Q11 f(Q11, d) = Q8 f(Q12, c) = Q12 f(Q12, f) = Q5 f(Q12, d) = Q5 f(Q5, c) = Q5 f(Q5, f) = Q5 f(Q5, d) = Q8 f(Q8, c) = Q8 f(Q8, f) = Q8 f(Q8, d) = Q8	`AFDmin=({c,f,d},{Q0,Q10,Q13},f,Q0,Q10)` f(Q0, c) = Q13 f(Q0, f) = Q10 f(Q0, d) = Q13 f(Q13, c) = Q13 f(Q13, f) = Q13 f(Q13, d) = Q13 f(Q10, c) = Q0 f(Q10, f) = Q13 f(Q10, d) = Q13 * Correspondencia con AFD Q0 Q0 Q10 Q10 Q5,Q8,Q9,Q11,Q12 Q13

6. El castillo encantado. El problema es el expuesto en esta carta, que debe resolverse utilizando la teoría de autómatas finitos.

"Querido amigo: al poco tiempo de comprar esta vieja mansión tuve la desagradable sorpresa de comprobar que está hechizada con dos sonidos de ultratumba que la hacen prácticamente inhabitable: un canto picaresco y una risa sardónica.

Aún conservo, sin embargo, cierta esperanza, pues la experiencia me ha demostrado que su comportamiento obedece a ciertas leyes, oscuras pero infalibles, y que puede modificarse tocando el órgano y quemando incienso. En cada minuto, cada sonido está presente o ausente. Lo que cada uno de ellos hará en el minuto siguiente depende de lo que pasa en el minuto actual, de la siguiente manera:

El canto conservará el mismo estado (presente o ausente) salvo si durante el minuto actual no se oye la risa y toco el órgano, en cuyo caso el canto toma el estado opuesto.

En cuanto a la risa, si no quemo incienso, se oirá o no según que el canto esté presente o ausente (de modo que la risa imita al canto con un minuto de retardo). Ahora bien, si quemo incienso la risa hará justamente lo contrario de lo que hacía el canto.

En el momento en que le escribo estoy oyendo a la vez la risa y el canto. Le quedaré muy agradecido si me dice qué manipulaciones de órgano e incienso debo seguir para restablecer definitivamente la calma".

Ayuda: ¿cuál sería y qué representaría el alfabeto? ¿cuál sería el conjunto de estados y qué representaría cada estado?

Solución:

La pregunta a contestar es la secuencia de acciones (tocar el órgano y quemar incienso) necesarias para que la risa y el canto cesen. Se pide resolver el problema diseñando un autómata finito, compuesto por un alfabeto, un conjunto de estados (con uno inicial y uno o varios finales), y un conjunto de transiciones. Empecemos por el alfabeto.

Alfabeto:

Partiendo de las preguntas de ayuda proporcionadas en el enunciado, lo primero que hay qué pensar es cuáles son los elementos del alfabeto del autómata finito a diseñar. Los símbolos del alfabeto son los elementos de entrada que se tienen para decidir, es decir, el órgano y el incienso ("… *que puede modificarse tocando el órgano y quemando incienso.*").

En un primer momento se puede pensar que el alfabeto está formado simplemente por estos dos elementos, es decir, Σ=(O, I), representando O el órgano e I el incienso. Pero si se lee el enunciado en detalle, se observa que las decisiones se toman en función de la presencia o/y ausencia de cada actividad. Por lo que, en realidad se necesitan 4 símbolos diferentes en el alfabeto, que combinen si se toca el órgano o no, y si se quema incienso o no. Así, el alfabeto definitivo es:

$\mathbf{\Sigma=\{OI, O\underline{I}, \underline{O}I, \underline{O}\underline{I}\}}$, donde:

- **O:** representa que se toca el órgano
- $\mathbf{\underline{O}}$**:** representa que NO se toca el órgano
- **I:** representa que se quema incienso
- $\mathbf{\underline{I}}$**:** representa que NO se quema incienso

Por lo tanto, cada símbolo del alfabeto representa lo siguiente:

- **OI:** se toca el órgano y se quema incienso
- **O$\underline{\text{I}}$:** se toca el órgano y NO se quema incienso
- **$\underline{\text{O}}$I:** NO se toca el órgano y se quema incienso
- **$\underline{\text{OI}}$:** No se toca el órgano NI se quema incienso

Estados:

Respondiendo a la siguiente pregunta propuesta, hay que determinar el conjunto de estados. Debe representar las diferentes situaciones en las que se puede encontrar el castillo en cada momento. Según el enunciado, dichas situaciones se caracterizan por la presencia o ausencia de dos sonidos en cada minuto: un canto y una risa. Por lo tanto, los estados del autómata finito serán las diferentes combinaciones de la existencia o no de cada sonido. Así, el conjunto de estados definitivo es:

Q={CR, C$\underline{\text{R}}$, $\underline{\text{C}}$R, $\underline{\text{CR}}$}, donde:

- **C:** representa la presencia del canto
- **$\underline{\text{C}}$:** representa la ausencia del canto
- **R:** representa la presencia de la risa
- **$\underline{\text{R}}$:** representa la ausencia de la risa

Por lo tanto, cada estado del conjunto representa lo siguiente:

- **CR:** el canto y la risa están presentes
- **C$\underline{\text{R}}$:** el canto se oye, pero la risa no
- **$\underline{\text{C}}$R:** la risa se oye, pero el canto no
- **$\underline{\text{CR}}$:** ni el canto ni la risa están presentes

- El estado inicial será **CR**, porque los dos sonidos están presentes ("*En el momento en que le escribo estoy oyendo a la vez la risa y el canto…*").
- El estado final será **$\underline{\text{CR}}$**, porque se quiere la calma, con los dos sonidos ausentes ("*Le quedaré muy agradecido si me dice qué manipulaciones de órgano e incienso debo seguir para restablecer definitivamente la calma.*").

Transiciones:

Con respecto a las transiciones del autómata, la carta se puede dividir en tres fragmentos, que nos indican tres conjuntos diferentes de transiciones, que vamos a caracterizar con diferentes colores.

"El canto conservará el mismo estado (presente o ausente) salvo si durante el minuto actual no se oye la risa y toco el órgano, en cuyo caso el canto toma el estado opuesto."

"En cuanto a la risa, si no quemo incienso, se oirá o no según que el canto esté presente o ausente (de modo que la risa imita al canto con un minuto de retardo)." *"Ahora bien, si quemo incienso la risa hará justamente lo contrario de lo que hacía el canto."*

El primer fragmento indica el comportamiento del canto, y los dos siguientes el de la risa. Por lo tanto, aunque los estados son combinaciones de canto y risa, como su comportamiento viene descrito de forma fragmentada, nosotros también rellenaremos las celdas de la tabla de transiciones de forma fraccionada (primero con el comportamiento del canto, y luego con el de la risa), para obtener finalmente los estados completos de salida de cada transición. Por lo tanto, en este caso, resulta más sencillo utilizar la tabla de transiciones que el diagrama.

Q \ Σ	**OI**	**O$\underline{\text{I}}$**	**$\underline{\text{O}}$I**	**$\underline{\text{OI}}$**
→ CR				
C$\underline{\text{R}}$				
$\underline{\text{C}}$R				
*** $\underline{\text{CR}}$**				

***a:** “El canto conservará el mismo estado (presente o ausente) salvo si durante el minuto actual no se oye la risa **($\underline{\text{R}}$)** y toco el órgano **(O)**, en cuyo caso el canto toma el estado opuesto.”*

Según este texto, en las casillas sin risa (**$\underline{\text{R}}$**) y con órgano (**O**) (marcadas en las cabeceras de fila y columna, respectivamente), hay que cambiar las C’s a su valor contrario (**C**→**$\underline{\text{C}}$** y **$\underline{\text{C}}$**→C):

Q \ Σ	**OI**	**O$\underline{\text{I}}$**	**$\underline{\text{O}}$I**	**$\underline{\text{OI}}$**
→ CR				
C$\underline{\text{R}}$	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**		
$\underline{\text{C}}$R				
*** $\underline{\text{CR}}$**	**C**	**C**		

Según la carta, en el resto de celdas, el canto se conserva como estaba en el minuto anterior, es decir, como indica la C de la cabecera de su fila (**C** en filas 1 y 2 y **$\underline{\text{C}}$** en filas 3 y 4):

Q \ Σ	**OI**	**O$\underline{\text{I}}$**	**$\underline{\text{O}}$I**	**$\underline{\text{OI}}$**
→ CR	**C**	**C**	**C**	**C**
C$\underline{\text{R}}$	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**	**C**	**C**
$\underline{\text{C}}$R	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**
*** $\underline{\text{CR}}$**	**C**	**C**	**$\underline{\text{C}}$**	**$\underline{\text{C}}$**

***b.1:** "En cuanto a la risa, si no quemo incienso* ***($\underline{I}$)**, se oirá o no según que el canto esté presente* ***(C)** o ausente* ***($\underline{C}$)** (de modo que la risa imita al canto con un minuto de retardo)."*

Según el enunciado, si $\underline{\mathbf{I}}$ (columnas segunda y cuarta), entonces R=C anterior (**R** en filas primera y segunda, y $\underline{\mathbf{R}}$ en filas tercera y cuarta):

Q \ Σ	OI	O$\underline{I}$	$\underline{O}$I	$\underline{O}\underline{I}$
→ CR		R		R
C$\underline{R}$		R		R
$\underline{C}$R		$\underline{R}$		$\underline{R}$
* $\underline{C}\underline{R}$		$\underline{R}$		$\underline{R}$

***b.2:** "Ahora bien, si quemo incienso* ***(I)** la risa hará justamente lo contrario de lo que hacía el canto."*

Según el texto, si I (columnas primera y tercera), entonces R=contrario de C anterior ($\underline{\mathbf{R}}$ en filas primera y segunda, y **R** en filas tercera y cuarta):

Q \ Σ	OI	O$\underline{I}$	$\underline{O}$I	$\underline{O}\underline{I}$
→ CR	$\underline{R}$		$\underline{R}$	
C$\underline{R}$	$\underline{R}$		$\underline{R}$	
$\underline{C}$R	R		R	
* $\underline{C}\underline{R}$	R		R	

Así, la siguiente tabla muestra las transiciones completas, uniendo los diferentes fragmentos, con los colores de las entradas o estados previos que determinan cada transición a un nuevo estado combinado.

Q \ Σ	OI	O$\underline{I}$	$\underline{O}$I	$\underline{O}\underline{I}$
→ CR	C$\underline{R}$	CR	C$\underline{R}$	CR
C$\underline{R}$	$\underline{C}\underline{R}$	$\underline{C}$R	C$\underline{R}$	CR
$\underline{C}$R	$\underline{C}$R	$\underline{C}\underline{R}$	$\underline{C}$R	$\underline{C}\underline{R}$
* $\underline{C}\underline{R}$	CR	C$\underline{R}$	$\underline{C}$R	$\underline{C}\underline{R}$

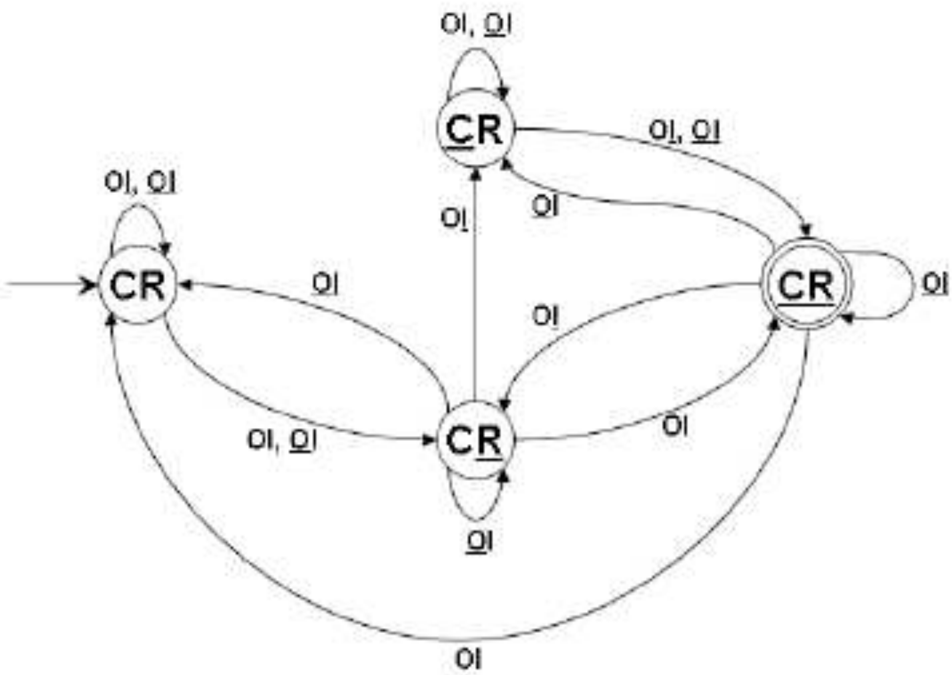
Finalmente, la definición formal del autómata, es la siguiente:

AFD=({OI, $O\underline{I}$, $\underline{O}I$, $\underline{OI}$}, {CR, $C\underline{R}$, $\underline{C}R$, $\underline{CR}$}, f, CR, {$\underline{CR}$}),

con f descrito según la tabla de transiciones siguiente:

Q \ Σ	**OI**	$\mathbf{O\underline{I}}$	$\mathbf{\underline{O}I}$	$\mathbf{\underline{OI}}$
→ **CR**	$\mathbf{C\underline{R}}$	**CR**	$\mathbf{C\underline{R}}$	**CR**
$\mathbf{C\underline{R}}$	$\mathbf{\underline{CR}}$	$\mathbf{\underline{C}R}$	$\mathbf{C\underline{R}}$	**CR**
$\mathbf{\underline{C}R}$	$\mathbf{\underline{C}R}$	$\mathbf{\underline{CR}}$	$\mathbf{\underline{C}R}$	$\mathbf{\underline{CR}}$
* $\mathbf{\underline{CR}}$	**CR**	$\mathbf{C\underline{R}}$	$\mathbf{\underline{C}R}$	$\mathbf{\underline{CR}}$

o con el diagrama equivalente, obtenido a partir de la tabla anterior:



Por último, hay que responder la cuestión principal del enunciado: la secuencia para restablecer la calma (sin canto ni risa, estado $\mathbf{\underline{CR}}$), partiendo de la presencia de ambos sonidos (estado **CR**). Existen varias posibilidades, siendo las más cortas:

- **CR** (quemar incienso: $\mathbf{\underline{O}I}$) → $\mathbf{C\underline{R}}$ (tocar el órgano y quemar incienso: OI) → $\mathbf{\underline{CR}}$
- **CR** (quemar incienso y tocar el órgano: **OI**) → $\mathbf{C\underline{R}}$ (tocar el órgano y quemar incienso: OI) → $\mathbf{\underline{CR}}$

7. Dado el lenguaje $(01)^n$ con n≥0, marque el autómata que reconoce el lenguaje indicado. Además, obtenga el AFD mínimo equivalente del autómata seleccionado.

a. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
f(A,0)=B, f(A, λ)= λ, f(C,0)=B, f(B,1)=C, f(B,1)= λ

b. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
f(A,0)=B, f(A, λ)=F, f(C,0)=B, f(B,1)=C, f(B,1)=F

c. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A,{F}]
f(A, B)=0, f(A,F)= λ, f(C,B)=0, f(B,C)=1, f(B,F)=1

d. AF=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
f(B,0)=A, f(F, λ)=A, f(B,0)=C, f(C,1)=B, f(F,1)=B

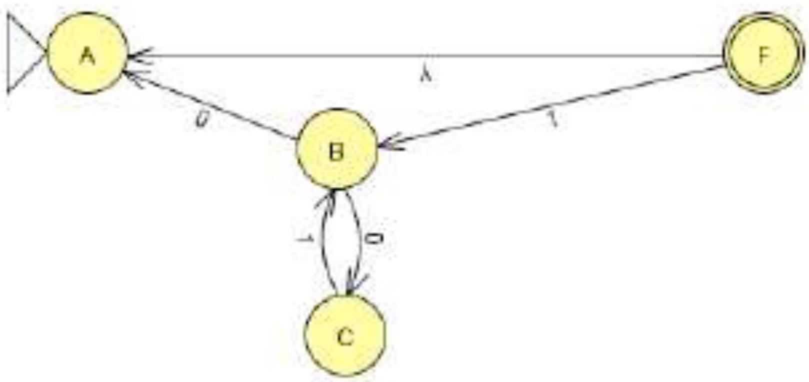
Solución:

La opción correcta es la "b":
AFND=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}]
f(A,0)=B, f(A, λ)=F, f(C,0)=B, f(B,1)=C, f(B,1)=F

- La opción "a" no es válida por la última transición f(B,1)=λ, dado que la salida de la transición no puede ser λ, siempre tiene que ser un estado incluido en Q, que en este caso es {A,B,C,F}.

- La opción "c" no es correcta porque todas las transiciones tienen como símbolo de entrada un estado (B, C o F) en vez de un elemento del alfabeto (0 ó 1), y como estado de llegada un símbolo del alfabeto (0 ó 1) en lugar de un estado (A, B, C o F).

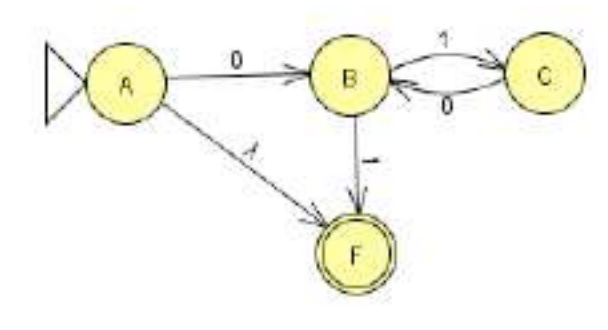
- Por último, la opción "d" no es válida porque hay varias transiciones que llegan al estado inicial A, pero no hay ninguna que salga de él, para empezar el reconocimiento de palabras, como se puede observar en el diagrama de transiciones equivalente:



- Por lo tanto, la única opción restante es la "b", la única sobre la que se puede comprobar si genera el lenguaje indicado en el enunciado: $(01)^n$ con n≥0. Efectivamente se verifica que lo cumple, porque reconoce λ, gracias a la transición f(A, λ)=F, necesario para n=0; y el resto de transiciones sólo permiten llegar al estado final cuando se ha leído uno o varios pares "01" consecutivamente.

Respondiendo a la segunda parte del ejercicio, ahora partiendo del AFND original:

AFND=[{0,1}, {A,B,C,F}, f, A, {F}], con f:



se convierte en el AFD equivalente y luego en el AFD mínimo equivalente:

- Tabla de transiciones equivalente al diagrama anterior:

	0	**1**	**λ**
→ A	B		F
B		C, F	
C	B		
*** F**			

Antes de comenzar se comprueba que no es ya un AFD. En este caso hay todas las condiciones para que sea un AF no determinista: celdas vacías, celdas con más de un estado de llegada y transiciones con λ. Por lo tanto se comienza la transformación:

- Cálculo de T* y extensión de la tabla:

	0	**1**	**λ**	**$\lambda\,\lambda$**	**…**	**λ^***
→ A	B		F	A, F		A, F
B		C, F		B		B
C	B			C		C
*** F**				F		F

- Tabla de transiciones con T*:

	$\lambda^*0\,\lambda^*$	**$\lambda^*1\,\lambda^*$**
→ A	B	
B		C, F
C	B	
*** F**		

- Cálculo del AFD:

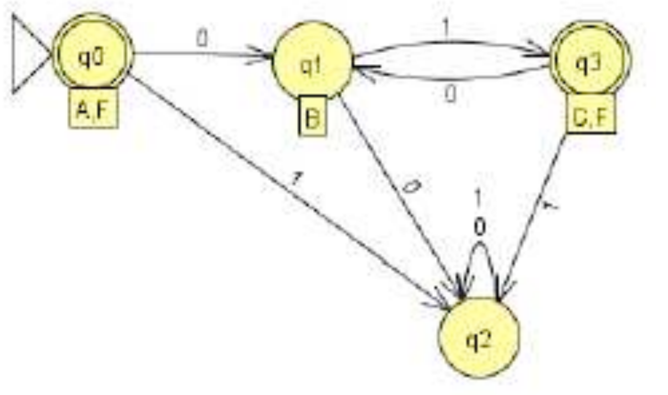
	0	**1**
→ {A,F}=***q0**	q1	q2
{B}=**q1**	q2	q3
{ϕ}=**q2**	q2	q2
{C,F}=***q3**	q1	q2

El estado inicial del AFD es el conjunto de estados a los que se puede transitar con λ* desde el estado inicial del AFND. En este caso {A,F} que se renombra como q0. Además es estado final, porque incluye a F, que es estado final en el AFND

El estado q2 es el sumidero, para completar las transiciones que llegaban a una celda vacía.

Resultado del AFD:

AFD=[{0,1}, {q0,q1,q2,q3}, f', q0, {q0,q3}], con f':



A continuación se calcula el AFD mínimo equivalente. Para ello, primero se calcula el conjunto cociente:
Q/E0={{q0,q3},{q1,q2}}={C1,C2}

	0	1
→*q0	C2	C2
q1	C2	C1
q2	C2	C2
* q3	C2	C2

Los estados q0 y q3 pueden seguir en la misma clase de equivalencia, pero q1 y q2 no. Así:
Q/E1={{q0,q3},{q1},{q2}}={C1,C2,C3}=Q/E2=Q/E

	0	1
→*q0	C2	C3
q1	C3	C1
q2	C3	C3
* q3	C2	C3

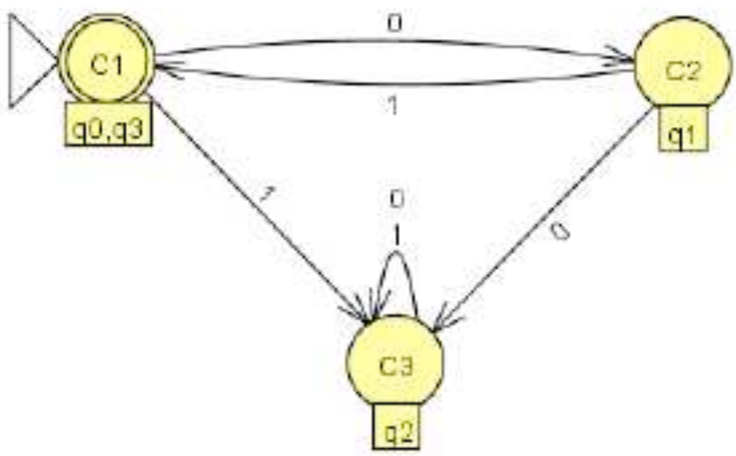
Los estados q0 y q3 siguen transitando a las mismas clases de equivalencia, y las otras dos clases ya no se pueden dividir más. Así se ha finalizado el cálculo del conjunto cociente:
Q/E2=Q/E1=Q/E

Con la siguiente tabla de transición renombrada:

	0	1
→*C1	C2	C3
C2	C3	C1
C3	C3	C3

Así, el AFD mínimo queda de la siguiente forma:

AFDmin=[{0,1}, {C1,C2,C3}, f'', C1, {C1}], con f'':



8. Obtener el AFD mínimo equivalente al siguiente Autómata Finito No Determinista, describiendo las transformaciones intermedias: AFND → AFD → AFDmínimo.

```
AFND=({c,f,d},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6},f,Q0,Q6)
```

f(Q0, c) = Q1,Q4 ; f(Q0, f) = Q2,Q6 ; f(Q1, c) = Q1
f(Q1, f) = Q3 ; f(Q1, d) = Q4 ; f(Q2, c) = Q0
f(Q3, c) = Q3 ; f(Q3, f) = Q3 ; f(Q4, c) = Q4
f(Q4, f) = Q5 ; f(Q4, d) = Q5 ; f(Q5, c) = Q5
f(Q5, f) = Q5

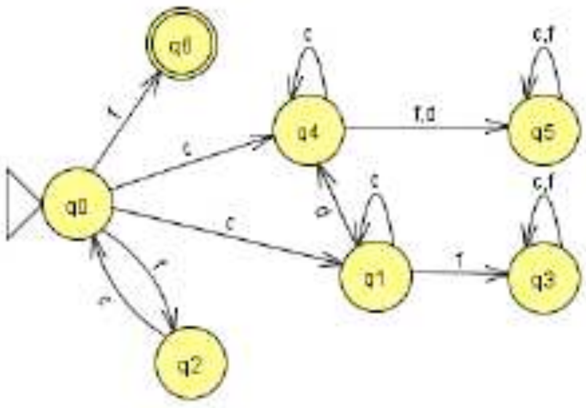
Solución:

1.- AFND

AFND=({c,f,d},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6},f,Q0,{Q6}) donde f es, como tabla de transición:

	c	f	d
→Q0	Q1,Q4	Q6,Q2	
Q1	Q1	Q3	Q4
Q2	Q0		
Q3	Q3	Q3	
Q4	Q4	Q5	Q5
Q5	Q5	Q5	
*** Q6**			

y como diagrama de transición:



2.- AFND → AFD

No hay transiciones lambda. Por lo tanto, se van construyendo las partes de Q necesarias.

		c	**f**	**d**
	→Q0	Q7	Q8	Q9
{Q1,Q4}=	**Q7**	Q7	Q10	Q11
{Q2,Q6}=	*** Q8**	Q0	Q9	Q9
{Q3,Q5}=	**Q10**	Q10	Q10	Q9
{Q4,Q5}=	**Q11**	Q11	Q5	Q5
	Q5	Q5	Q5	Q9
	Q9	Q9	Q9	Q9

Correspondencia estados AFND - AFD

AFND	AFD
Q1,Q4	Q7
Q2,Q6	Q8
Q3,Q5	Q10
Q4,Q5	Q11
ϕ	Q9

AFD=({c,f,d},{Q0,Q5,Q7,Q8,Q9,Q10,Q11},f',Q0,{Q8}), donde f' (como tabla de transición) aparece arriba.

3.- AFD → AFDmín.

Q/E0 = {{Q0,Q5,Q7,Q9,Q10,Q11},{Q8}} = {C1,C2}

	c	**f**	**d**	
Q0	C1	**C2**	C1	C3
Q5	C1	C1	C1	C1
Q7	C1	C1	C1	C1
Q9	C1	C1	C1	C1
Q10	C1	C1	C1	C1
Q11	C1	C1	C1	C1
Q8	C1	C1	C1	C2

Q/E1 = {{Q5,Q7,Q9,Q10,Q11},{Q8},{Q0}} = {C1,C2,C3}

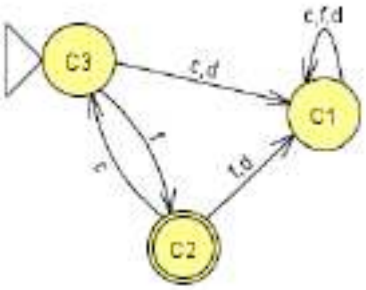
	c	**f**	**d**	
Q0	C1	C2	C1	C3
Q5	C1	C1	C1	C1
Q7	C1	C1	C1	C1
Q9	C1	C1	C1	C1
Q10	C1	C1	C1	C1
Q11	C1	C1	C1	C1
Q8	**C3**	C1	C1	C2

Q/E1 = Q/E2 = Q/E

AFDmin=({c,f,d},{C1,C2,C3},f ’’,C3,{C2}), donde f’’ es,
como tabla de transición:

	c	**f**	**d**
→C3	C1	C2	C1
C1	C1	C1	C1
*** C2**	C3	C1	C1

y como diagrama de transición:



En este autómata sólo hay 3 estados: uno inicial, uno final y el sumidero.

9. Indica el grafo de un Autómata Finito Determinista, con alfabeto {0,1}, que reconoce el lenguaje $0^m1^n0^p$ (m ≥ 0,n ≥ 0, p ≥1). El problema se puede resolver bien diseñando directamente el AFD, o resolverlo partiendo del AFND y posteriormente obtener el AFD equivalente.

Solución:

Diseño de un AFD, como diseño AFND + AFND → AFD (con 1 transición λ).

Diagrama de transición:

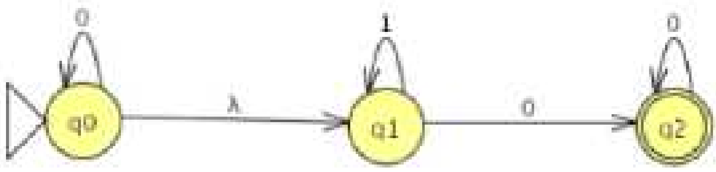


Tabla de transiciones correspondiente al diagrama anterior:

	0	1	λ
→ q0	q0		q1
q1	q2	q1	
* q2	q2		

Paso AFND a AFD:

1.- Cálculo de T* y extensión de la tabla:

	0	1	λ	λλ	...	λ*
→ q0	q0		q1	q0, q1		q0, q1
q1	q2	q1		q1		q1
* q2	q2			q2		q2

2.- Tabla de transiciones con T*:

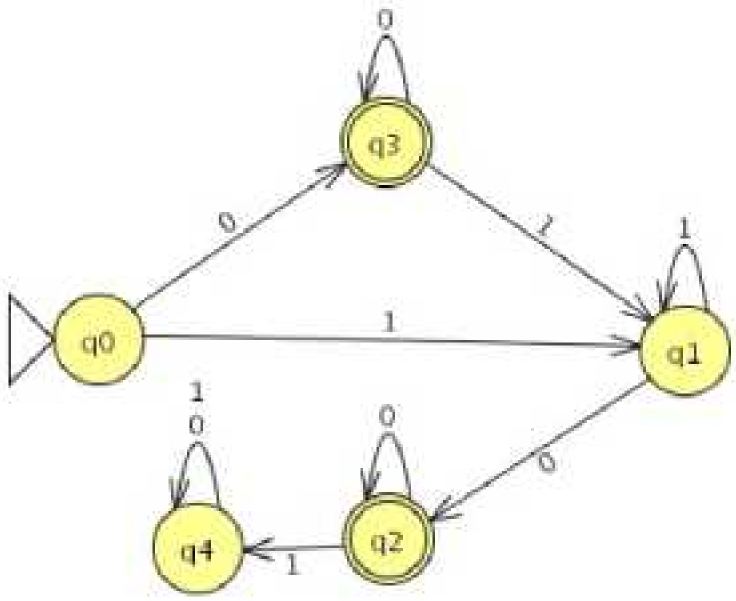
	λ*0λ*	λ*1λ*
→ q0	q0,q1,q2	q1
q1	q2	q1
* q2	q2	

Transiciones lambda eliminadas. Ya se puede calcular el AFD.

3.- Cálculo del AFD:

	0	1
→ {q0,q1}= q0	q3	q1
{q0,q1,q2}= * q3	q3	q1
q1	q2	q1
* q2	q2	q4
q4	q4	q4

Diagrama de transición equivalente a la tabla de transición anterior:



10. Dado el AFND (con transiciones lambda) descrito por la tabla siguiente, hallar el AFD equivalente.

	a	**b**	**c**	**λ**
→p	p	q		q
q	q	p,r		r
r			s	p
*** s**	s			

Solución:

1.- Cálculo de T* y extensión de la tabla:

	a	**b**	**c**	**λ**	**λλ**	**λλλ**	**…**	**λ***
→p	p	q		q	**p**,q,r	p,q,r		p,q,r
q	q	p,r		r	**q**,r,p	p,q,r		p,q,r
r			s	p	**r**,p,q	p,q,r		p,q,r
*** s**	s				**s**	s		s

2.- Tabla de transiciones con T*:

$p(\lambda^*) = p,q,r$: $p(a)=p$: $p(\lambda^*)=p,q,r \Rightarrow$
$q(a)=q$: $q(\lambda^*)=p,q,r \Rightarrow$ $p(\lambda^* a \lambda^*)=p,q,r$
$r(a)=\phi \Rightarrow$

$p(\lambda^*) = p,q,r$: $p(\mathbf{b})=\mathbf{q}$: $q(\lambda^*)=p,q,r \Rightarrow$
$q(\mathbf{b})=q,r$: $q(\lambda^*)=p,q,r \Rightarrow$ $p(\lambda^* b \lambda^*)=p,q,r$
$r(\lambda^*)=p,q,r \Rightarrow$
$r(\mathbf{b})=\phi \Rightarrow$

$p(\lambda^*) = p,q,r$: $p(\mathbf{c})=\boldsymbol{\phi} \Rightarrow$
$q(\mathbf{c})=\boldsymbol{\phi} \Rightarrow$ $p(\lambda^* c \lambda^*)=s$
$r(\mathbf{c})=\mathbf{s}$: $s(\lambda^*)=s \Rightarrow$

Para q y r, las transiciones son exactamente igual que en p, siguiendo el mismo proceso.
Para s:
$s(\lambda^*) = s$: $s(a)=s$: $s(\lambda^*)=s \Rightarrow s(\lambda^* a \lambda^*)=s$
$s(b)=\phi \Rightarrow s(\lambda^* b \lambda^*)=\phi$
$s(c)=\phi \Rightarrow s(\lambda^* b \lambda^*)=\phi$

Así, la tabla de transiciones con λ* queda:

	λ*aλ*	**λ*bλ***	**λ*cλ***
→p	p,q,r	p,q,r	s
q	p,q,r	p,q,r	s
r	p,q,r	p,q,r	s
*** s**	s		

En este punto, las transiciones lambda han sido eliminadas. Ya se puede calcular el AFD.

3.- Cálculo del AFD, construyendo las partes de Q que sean necesarias.

	a	**b**	**c**
→{p,q,r}=t	t	t	s
*** s**	s	φ	φ
φ	φ	φ	φ

El AFD resultante es mínimo: AFD=({a,b,c}, {t,s,φ}, f, t, {s}), con f descrito en la tabla anterior.