

**Normas generales del examen**

- El tiempo para realizar el examen es de **2 horas**
- No se pueden utilizar apuntes ni cualquier otro tipo de material
- No se responderán preguntas durante la realización del examen
- Si se sale del aula, no se podrá volver a entrar durante el examen
- No se puede presentar el examen escrito a lápiz
- No olvide poner su nombre y apellido

**Preguntas de Teoría**

1. (2p) En la asignatura hemos visto sistemas basados en reglas de dos tipos: reglas de producción y reglas borrosas. Explique cuáles son las diferencias sustanciales entre ambos (puede usar una tabla comparativa). Ponga un ejemplo de uso de cada uno de ellos, explicando la razón por la que preferiría usar uno y no el otro tipo de sistema.

**Solución al problema 1.**

<b>Reglas de producción</b>	<b>Reglas borrosas</b>
Atributos con valor de verdad (V/F)	Atributos con valores borrosos de verdad ( $\mu$ )
Inferencia con Modus Ponens (si es V el antecedente, V el consecuente)	Inferencia con Modus Ponens Borroso Nivel de verdad del antecedente (S) se propaga. Consecuente(Q) se poda $Q' = \max(S, Q)$
Combinación de atributos usando tablas de verdad $A \wedge B$ , $A \vee B$ , $\neg A$ , etc.	Combinan valores numéricos usando $\min_{\mu} (A \wedge B)$ , $\max_{\mu} (A \vee B)$ , $1 - \mu (\neg A)$
Las instancias se ejecutan una a una	Todas las instancias se combinan como <b>unión</b> de los conjuntos borrosos salida
Las entradas son directamente hechos	Las entradas pueden ser nítidas y en tal caso hay que <b>borrosificarlas</b>
Las salidas son directamente hechos	Las salidas pueden ser borrosas y en tal caso puede ser necesario <b>deborrosificarlas</b>

Un ejemplo de sistema con reglas de producción (nítidas) puede ser un sistema de recomendación cuya salida sea  $V$  o  $F$  en función de las respuestas de un usuario a un cuestionario donde a cada pregunta se le asigna un valor numérico o booleano.

Un ejemplo de sistema propio de reglas borrosas podría ser uno en el que algunas de las magnitudes de **entrada** son propiamente vagas: por ejemplo entradas como “contento” o “joven” son más bien una graduación continua que un valor numérico. En controladores la lógica borrosa es también muy utilizada porque pocas reglas permiten tratar muchas situaciones, y se genera una salida gradual

ante los cambios de las entradas. Un ejemplo sería un sistema de frenado borroso cuya entrada es la distancia (“cerca” vs “lejos”) al coche que le precede.

2. (2p) Considere una cuadrícula  $N \times M$  en la que se quiere realizar búsqueda. En la cuadrícula es posible moverse avanzando una casilla en horizontal, vertical y diagonal. La distancia que se recorre con cada movimiento en horizontal y vertical es 1, mientras que en diagonal es  $\sqrt{2}$ . Responda razonadamente a las siguientes preguntas:

- (a) ¿Es la distancia de Manhattan una heurística admisible? ¿Por qué? La distancia de Manhattan se define como  $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ .
- (b) ¿Es la distancia Euclídea una heurística admisible? ¿Por qué? La distancia Euclídea se define como  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .
- (c) La distancia de Manhattan ponderada se define como  $\omega_1 \times |x_2 - x_1| + \omega_2 \times |y_2 - y_1|$ . Determine unos valores para  $\omega_1$  y  $\omega_2$  de forma que la distancia de Manhattan ponderada sea una heurística admisible (distinta de cero) y explique por qué lo es con esos valores.
- (d) ¿Sería admisible una heurística definida como  $\max\{|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|\}$ ? ¿Por qué?

## Solución al problema 2.

- La distancia de Manhattan ( $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ ) no es admisible, porque el coste de cada movimiento diagonal ( $\sqrt{2}$ ) es menor que el que asignaría esta heurística (que sería 2). Por lo tanto, Manhattan no cumple la condición de admisibilidad, porque no garantiza que el valor asignado por la heurística entre dos estados (actual y objetivo) sea **menor o igual** que el coste del mejor camino entre ambos ( $h^*(s)$ ).
  - La distancia Euclídea ( $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ) sí es admisible ya que evalúa el coste exacto del camino entre dos estados (actual y objetivo) en caso de que no haya obstáculos. Esto no quiere decir que siempre la heurística indique el coste óptimo ( $h^*(s)$ ); lo subestima en caso de que algún movimiento no sea posible por las restricciones del problema.
  - La distancia de Manhattan ponderada ( $\omega_1 \times |x_2 - x_1| + \omega_2 \times |y_2 - y_1|$ ) sería admisible sin conseguimos que el coste  $\sqrt{2}$  de cada movimiento diagonal posible entre dos puntos sea mayor que el generado por esta heurística en esas circunstancias. Por ejemplo, cuando las diferencias entre las coordenadas sean 1:  $\omega_1 + \omega_2 \leq \sqrt{2}$ . Una posibilidad es  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{2}/2$ . Es fácil comprobar que con estos valores, también cualquier situación en la que se realicen movimientos horizontales o verticales mantiene la desigualdad. Un movimiento de este tipo “suma a la heurística” la cantidad  $\sqrt{2}/2$ , que es menor que el coste 1 de dicho movimiento.
  - La heurística  $\max\{|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|\}$  también sería admisible, ya que evaluaría el **número de movimientos** necesarios (sin tener en cuenta su coste). Como el coste para cada movimiento es mayor o igual a 1, la heurística siempre subestimaría el coste real ( $h^*(s)$ ).
3. (2p) ¿Cómo podría aplicar HMMs (Modelos Ocultos de Markov) para predecir si un alumno está entendiendo o no una asignatura? Describa todos los componentes del HMM correspondiente.

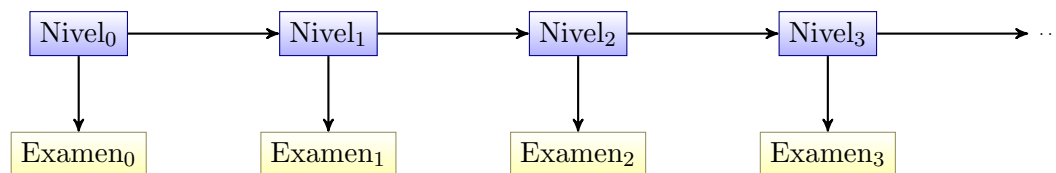
## Solución al problema 3.

El HMM debe tener variables de estado inobservables, y variables de evidencia.

El estado inobservable será el grado de comprensión de la asignatura (puede ser una variable booleana o con más valores discretos). Para que el uso de HMM esté justificado, debe existir una relación temporal entre el nivel de comprensión en los sucesivos momentos de las pruebas.

Todo indica que podemos considerarlo así, ya que no sería habitual que el alumno pasara en un solo paso de entender completamente la asignatura a no entender nada, pero sí puede variar en sentido positivo o negativo. Es decir, ambas variables **no** son independientes. Tenemos que hacer la suposición (fundada) de que sí que basta con especificar la dependencia entre un instante y el anterior (modelo de Markov de orden 1).

La evidencia podrían ser los sucesivos exámenes de la asignatura, dado que la nota es conocida una vez realizados.



Hay que fijar los dominios de las variables. Por simplificar las tablas podríamos definir  $Nivel \in \{I, S, N\}$  (**I** es nivel insuficiente, **S** suficiente y **N** notable), y  $Examen \in \{V, F\}$  (**V** es que el examen se aprueba).

Suponiendo un modelo estacionario, hay que definir  $P(Nivel_0)$  y las dos tablas de probabilidad condicional:

- $P(Nivel_0) = \{0.75(I), 0.25(S), 0(N)\}$ , donde entendemos que es más probable tener un nivel bajo al principio.
- $P(Nivel_i|Nivel_{i-1})$  para  $i > 0$ . En un caso real habría que fundar estos datos en la experiencia. Para este ejemplo vamos a asignarlos simplemente teniendo en cuenta que hay mayor probabilidad de mejorar que de empeorar.

	$Nivel_i$		
$Nivel_{i-1}$	I	S	N
I	0.50	0.30	0.20
S	0.20	0.50	0.30
N	0.0	0.20	0.80

- $P(Examen_i|Nivel_i)$ , aquí vamos a entender que si se tiene nivel **N** se aprueba casi siempre, mientras que con los otros niveles hay mayor incertidumbre.

	$Examen_i$	
$Nivel_i$	V	F
I	0.70	0.30
S	0.30	0.70
N	0.90	0.10

La tarea de predecir el nivel del alumno en un instante  $t$  sería el cálculo:

$$P(Nivel_t|Examen_{t-1}, Examen_{t-2}, \dots, Examen_0)$$

Se podría calcular a partir de las notas de los exámenes anteriores, utilizando el procedimiento general para redes bayesianas o el algoritmo de inferencia hacia adelante visto en clase.

4. (2p) Explique qué significan los nodos y los arcos en una red bayesiana. Explique cómo se propaga la incertidumbre entre dos nodos unidos por un arco. Ponga un ejemplo.

## Solución al problema 4.

- Los nodos de en una red bayesiana representan variables aleatorias. Cada variable lleva asociada un dominio, es decir, el conjunto de valores que puede tomar. Cualquier combinación de los valores de las variables sería un evento.

- Los arcos de la red bayesiana expresan que existe una relación de dependencia que consideramos directa en la representación realizada. Por otro lado, la no existencia de arco entre dos variables expresa que ambas son condicionalmente independientes una de la otra, dados las variables padres de las mismas (es decir, las variables de las que parte un arco hacia alguna de ellas).
- Cuando hay un arco entre dos variables, la incertidumbre se propaga mediante el cálculo de la probabilidad de la variable consultada (C) dado el valor de la variable conocida (E). Este cálculo se puede hacer de forma exacta utilizando dos propiedades:

- Suma de probabilidades de eventos disjuntos, por la que la probabilidad  $P(C = c_0|E = e_0)$  buscada para dos valores concretos de las variables consulta y evidencia ( $C = c_0$  y  $E = e_0$ ) y es proporcional a la suma de todos los sucesos atómicos en los que se verifica  $C = c_0$  y  $E = e_0$ :

$$P(C = c_0|E = e_0) = \alpha \times \sum_{X_1, X_2, \dots} P(C = c_0, E = e_0, X_1, X_2, \dots)$$

, donde  $X_1, X_2, \dots$  van tomando todas las combinaciones de valores para las variables que no son C o E (variables ocultas).

- Factorización de cada sumando utilizando la expresión de probabilidad conjunta de la red, donde se usa para cada variable el valor correspondiente a la probabilidad condicionada de la variable, dados los valores de sus variables padre:

$$P(C = c_0, E = e_0, X_1, X_2, \dots) = \prod_{c_0, e_0, X_1, X_2, \dots} P(x|Padres(x))$$

- Si el enunciado se entiende como sólo el caso particular de que haya solamente dos variables unidas por un arco, basta aplicar directamente la probabilidad condicional definida en la red bayesiana para calcular cómo se transfiere la evidencia desde la variable padre (E) a la variable hija (C).

5. (2p) Explique cómo podría ser el flujo de datos a través de las distintas capas de la arquitectura de un dron, desde los sensores (como, por ejemplo, altímetro, acelerómetro, giroscopio, cámara, etc.) hasta el control de los motores (girar las cuatro hélices), que tendría lugar para conseguir que el dron vaya de un punto a otro.

## Solución al problema 5.

En esta pregunta tenemos que identificar que un dron es un robot, cuya IA puede estar estructurada como una serie de capas según la arquitectura vista en el tema de Robótica.

- Sensores** Las entradas de los drones en formato no procesado normalmente sufren algún tipo de filtrado o procesamiento de las señales
- Actuadores** Los motores son los actuadores y las señales de salida del controlador tendrán que convertirse en las señales que activan cada rotor con determinada velocidad.
- Comportamiento Reactivo** En función de dichas entradas se pueden implementar reglas de tipo reactivo (análogas al sistema reflejo humano) que traten ciertas situaciones: un ejemplo, sería equilibrarse frente a una ráfaga de viento. Para ello podríamos usar un **controlador borroso** (recordemos el controlador de péndulo invertido). Las reglas y variables del controlador podrían crearse según la experiencia de un experto o incluso aprenderse de una serie de situaciones de prueba u observaciones de trazas de un dron teledirigido por un humano mediante **Aprendizaje Automático**
- Representación básica del mundo** Para poder realizar acciones planificadas, previamente el dron tendrá que disponer de un mapa de su entorno. Este mapa puede aprenderse diversas técnicas. Por ejemplo puede crear un **clasificador bayesiano** para determinar si cierta imagen representa un objeto no traspasable, o calcular el coste que puede suponer moverse a su través.

- (e) **Representación conceptual del mundo** Además puede que no sea inmediato reconocer el objetivo del dron (ej: aterrizar en una plataforma dada) a partir de las imágenes. Para asignar categorías conceptuales a los objetos localizados se pueden utilizar técnicas de visión artificial. Por ejemplo algún sistema basado en **redes de neuronas** (Deep Learning).
- (f) **Planificación** Para encontrar la **ruta óptima** entre dos puntos en función de algún criterio, tendrá que ejecutar algún algoritmo de **búsqueda**. Si el problema se modela con incertidumbre, tendrá que resolver un **MDP** que genere una **política óptima**.
- (g) **Emociones** En este caso tan simple parece algo forzado introducir este nivel, pero podría ocurrir que el dron modele como emociones aspectos como su eficiencia, necesidad de energía o riesgo.
- (h) **Conducta social y comunicación** En un problema simple como el que se sugiere, no tendrían normalmente cabida. Sin embargo en caso de múltiples drones podría tener sentido establecer **mecanismos de coordinación** para realizar la tarea conjuntamente. Una posibilidad será que los drones tuvieran que disponerse en una formación en particular para cubrir un área o realizar una tarea posterior.

(Preguntas sobre la práctica en la página siguiente)

## Preguntas sobre la Práctica (1 punto)

- (0.75p) ¿Cuál es la representación de los estados que ha utilizado en su práctica? Explique cómo cambiaría esta representación si hubiera dos drones que ejecutan acciones de forma simultánea, donde cualquiera de ellos puede tomar cualquier imagen. Explique brevemente cómo se verían afectados los métodos que debía implementar el alumno con este cambio.

### Solución al problema P1.

Vamos a suponer que la idea es que ambos drones cooperan para tomar todas las fotos.

- La representación tiene que tener en cuenta las posiciones de ambos drones además de las fotos pendientes de realizar. Por ejemplo:

$((X1, Y1), (X2, Y2), ((PosX1, PosY1), (PosX2, PosY2), \dots))$

- Las acciones tendrán que convertirse en un par de acciones, una para el dron 1 y otra para el dron 2:  $(Nort, East)$ . Es decir, hay 16 posibles acciones de movimiento combinado, compuestas de las cuatro posibles “acciones simples” (North, East, South, West) para cada dron. Podría ser útil, para coordinar movimientos, una acción adicional de “parar” que haga que un dron no mueva, si las características de sus motores le permiten permanecer estático.
- Las funciones cambiarían como sigue:
  - \* **actions**. Devolvería todas las acciones (pares de acciones simples) posibles.
  - \* **result**. Calcularía la posición final de ambos drones al realizar cada uno su acción simple. Se puede tomar una foto siempre que uno de los dos drones (o ambos) estén en una de las casillas  $(PosX_i, PosY_i)$ . En ese caso se borra esa casilla del estado.
  - \* **is\_goal**. El estado es final si la lista de fotos está vacía y si ambos drones están en la casilla o casillas finales.
  - \* **cost**. Debería sumar el coste para ambos drones, si se trata de un consumo de energía. Si se trata de tiempo, podríamos suponer que el coste es el máximo coste para los dos drones, ya que se mueven a la vez.
  - \* **heuristic**. La heurística tendría que modificarse para tener en cuenta la posición de los dos drones. Por ejemplo, si hemos considerado distancia de un dron a un objetivo, será interesante usar el dron más próximo. Si hemos considerado distancia “de vuelta” de un dron a su base, será interesante usar el dron más lejano. Hay que tener en cuenta también cómo estemos considerando los costes.
- (0.25p) Formalice una de las heurísticas que haya definido en su práctica. Explique cuál sería el valor de la heurística para el siguiente estado, donde el dron aún no ha tomado ninguna imagen y se considera que los costes son unitarios.

	Photo	Sea	Drone	
Photo				Base

### Solución al problema P2.

La respuesta depende de cada implementación.