PROBLEMA 8.6

$$f(x) = \begin{cases} \alpha + x + x^2 & \text{si } x < 0 \\ \beta \operatorname{sen} x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- Si $x<0$: intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$$x<0 \Rightarrow f(x) = \alpha + x + x^2$$
$$f'(x) = 1 + 2x$$

$\searrow$ $\nearrow$

$-1/2$ $\quad$ 0

mínimo local

$\Rightarrow$ f DECRECE si $x \in (-\infty, -1/2)$

f CRECE si $x \in (-1/2, 0)$

$\Longrightarrow x = -1/2$ MÍNIMO LOCAL

- α, β: f derivable en $x_0 = 0$.

Continuidad en $x_0 = 0$:

$$f(0) = \beta \operatorname{sen} 0 = 0 = \lim_{x\to 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (\alpha + x + x^2) = \alpha$$

$\Rightarrow$ f continua en $x_0 = 0$ $\Longleftrightarrow$ $\alpha = 0$

Derivabilidad en $x_0 = 0$. Es necesario que $\alpha = 0$.

En ese caso:

$$f'_+(0) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\beta \operatorname{sen} x}{x} = \beta$$

$$f'_-(0) = \lim_{x\to 0^-} \frac{x + x^2}{x} = 1$$

f es derivable en $x_0 = 0 \Longleftrightarrow \beta = 1 = f'(0)$

$$\boxed{\begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{array}}$$

• Si $\alpha = 0$, $\beta = 1$ ¿ $f'(x)$; $x \in \mathbb{R}$?

Independientemente del valor de α y β, la función f es derivable $\forall x \neq 0$:

$$x \in (-\infty, 0) \Rightarrow f'(x) = 1 + 2x$$

$$x \in (0, \infty) \Rightarrow f'(x) = \beta \cos x$$

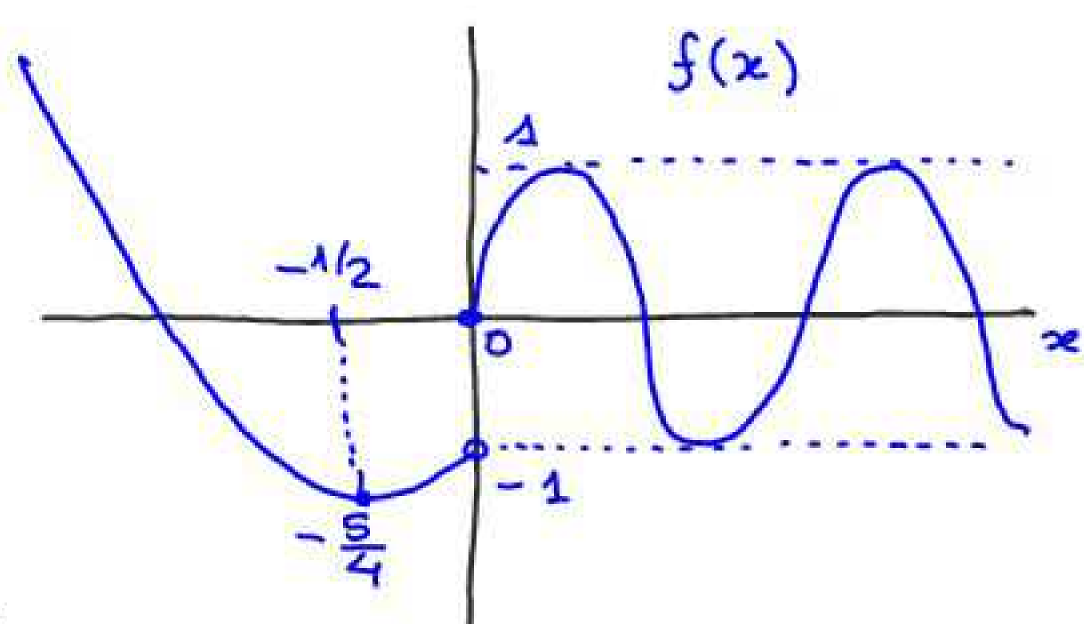
Cuando $\alpha = 0$, $\beta = 1$, f es derivable en todo $\mathbb{R}$ y se cumple que

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + 2x & \text{si } x < 0 \\ \cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

es una función CONTINUA en $\mathbb{R}$.

• $\alpha = -1$; $\beta = 1$

$$f(x) = \begin{cases} -1 + x + x^2 & ; \quad x < 0 \\ \operatorname{sen} x & ; \quad x \geq 0 \end{cases}$$



$\nexists$ maximo absoluto

minimo absoluto: $f(-1/2) = -5/4$

se alcanza en $x = -1/2$