Practica 8 Solucionada.pdf

Practicas

Practica 8

NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:

1. Transformar la siguiente fórmula a forma PRENEX:

   $\forall x\ \exists y\ \exists z\ ((\sim\forall x\ Q(x) \vee R(x,y,z)) \wedge \sim\forall x\ \exists z\ S(x,z))$

   1. $\forall x\ \exists y\ \exists z\ ((\sim\forall x\ Q(x) \vee R(x,y,z)) \wedge \sim\forall x\ \exists z\ S(x,z))$
   2. $\forall x\ \exists y\ \exists z\ ((\exists x\ \sim Q(x) \vee R(x,y,z)) \wedge \exists x\ \sim\exists z\ S(x,z))$
   3. $\forall x\ \exists y\ \exists z\ ((\exists x\ \sim Q(x) \vee R(x,y,z)) \wedge \exists x\ \forall z\ \sim S(x,z))$
   4. $\forall x\ \exists y\ \exists z\ ((\exists u\ \sim Q(u) \vee R(x,y,z)) \wedge \exists v\ \forall w\ \sim S(v,w))$
   5. $\forall x\ \exists y\ \exists z\ \exists u\ \exists v\ \forall w\ ((\sim Q(u) \vee R(x,y,z)) \wedge \sim S(v,w))$

2. Transformar la siguiente fórmula a forma PRENEX:

   $\exists x\ (\sim(\exists y\ P(x,y)) \rightarrow (\exists z\ Q(z) \rightarrow R(x)))$

   1. $\exists x\ (\sim(\exists y\ P(x,y)) \rightarrow (\exists z\ Q(z) \rightarrow R(x)))$
   2. $\exists x\ (\sim\sim(\exists y\ P(x,y)) \vee (\exists z\ Q(z) \rightarrow R(x)))$
   3. $\exists x\ (\sim\sim(\exists y\ P(x,y)) \vee (\sim\exists z\ Q(z) \vee R(x)))$
   4. $\exists x\ (\exists y\ P(x,y) \vee (\forall z\ \sim Q(z) \vee R(x)))$
   5. $\exists x\ \exists y\ \forall z\ (P(x,y) \vee \sim Q(z) \vee R(x))$

3. Transformar a la forma PRENEX cada una de las fórmulas de la siguiente deducción:

   $\forall x\ \exists y\ (P(x,y) \vee \sim Q(x,y) \rightarrow R(x,y))$,
   $\exists x\ \forall y(\exists y\ Q(x,y) \rightarrow R(x,y))$
   $\Rightarrow \exists x\ \exists y\ R(x,y)$

   1. $\forall x\ \exists y\ (P(x,y) \vee \sim Q(x,y) \rightarrow R(x,y))$
   2. $\forall x\ \exists y\ (\sim(P(x,y) \vee \sim Q(x,y)) \vee R(x,y))$
   3. $\forall x\ \exists y\ ((\sim P(x,y) \wedge Q(x,y)) \vee R(x,y))$

   1. $\exists x\ \forall y(\exists y\ Q(x,y) \rightarrow R(x,y))$
   2. $\exists x\ \forall y(\sim\exists y\ Q(x,y) \vee R(x,y))$
   3. $\exists x\ \forall y(\forall y\ \sim Q(x,y) \vee R(x,y))$
   4. $\exists x\ \forall y(\forall z\ \sim Q(x,z) \vee R(x,y))$

5. ∃x ∀y ∀z (~Q(x,z) ∨ R(x,y))

1. ∃x ∃y R(x,y)

4. Transformar a la forma PRENEX cada una de las fórmulas de la siguiente deducción:

∀x(∃y (A(x,y) ∧ B(y)) →∃y (C(y) ∧ D(x,y)))
⇒ (∀x ~C(x) →∀x ∀y (A(x,y) → ~B(y)))

1. ∀x(∃y (A(x,y) ∧ B(y)) → ∃y (C(y) ∧ D(x,y)))
2. ∀x(~∃y (A(x,y) ∧ B(y)) ∨ ∃y (C(y) ∧ D(x,y)))
3. ∀x(∀y ~(A(x,y) ∧ B(y)) ∨ ∃y (C(y) ∧ D(x,y)))
4. ∀x(∀y (~A(x,y) ∨ ~B(y)) ∨ ∃y (C(y) ∧ D(x,y)))
5. ∀x(∀y (~A(x,y) ∨ ~B(y)) ∨ ∃z (C(z) ∧ D(x,z)))
6. ∀x ∀y ∃z (~A(x,y) ∨ ~B(y) ∨ (C(z) ∧ D(x,z))

1. ∀x ~C(x) → ∀x ∀y (A(x,y) → ~B(y))
2. ~∀x ~C(x) ∨ ∀x ∀y (~A(x,y) ∨ ~B(y))
3. ∃x C(x) ∨ ∀x ∀y (~A(x,y) ∨ ~B(y))
4. ∃x C(x) ∨ ∀z ∀y (~A(z,y) ∨ ~B(y))
5. ∃x ∀z ∀y (C(x) ∨ ~A(z,y) ∨ ~B(y))

5. Transformar a la forma PRENEX cada una de las fórmulas de la siguiente deducción:

∀x ∃y (~Es(x) ∧ Eu(x) → ~S(y, x))
⇒∀x((∀y S(y, x) ∧ ~∃y Es(y)) → ~Eu(x))

1. ∀x ∃y (~Es(x) ∧ Eu(x) → ~S(y, x))
2. ∀x ∃y (~(~Es(x) ∧ Eu(x)) ∨ ~S(y, x))
3. ∀x ∃y ((Es(x) ∨ ~Eu(x)) ∨ ~S(y, x))

1. ∀x((∀y S(y, x) ∧ ~∃y Es(y)) → ~Eu(x))
2. ∀x (~(∀y S(y, x) ∧ ~∃y Es(y)) ∨ ~Eu(x))
3. ∀x((~∀y S(y, x) ∨ ∃y Es(y)) ∨ ~Eu(x))
4. ∀x((∃y ~S(y, x) ∨ ∃y Es(y)) ∨ ~Eu(x))
5. ∀x((∃y ~S(y, x) ∨ ∃z Es(z)) ∨ ~Eu(x))
6. ∀x ∃y ∃z (~S(y, x) ∨ Es(z) ∨ ~Eu(x))

6. Obtener la Forma Normal de Skolem (FNS) equivalente de la siguiente fórmula:

∃x ∀y ∀z ∃u ∀v ∃w[P(x, y, z) ∧ Q(u,v) ∧ ~R(w)]

1) En la fórmula anterior (que ya se encuentra en FNP), es necesario eliminar los cuantificadores existenciales ($\exists x$, $\exists u$, $\exists w$).

2) $\exists x$ no se encuentra precedido por cuantificadores universales, se sustituye por una constante (a):

$$\forall y \forall z \exists u \forall v \exists w[P(a, y, z) \land Q(u, v) \land \sim R(w)]$$

3) $\exists u$, $\exists w$ están predecidos por varios cuantificadores universales, por lo que serán sustituidos porlas fórmulas de aridad 2 f(y, z), y de aridad 3 g(y, z, v) respectivamente:

$$\forall y \forall z \forall v[P(a, y, z) \land Q(f(y, z), v) \land \sim R(g(y, z, v))]$$

7. Obtener la Forma Normal de Skolem (FNS) equivalente de la siguiente fórmula:

$$\forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \land Q(x, z)) \lor R(x, y, z)]$$

1) En primer lugar se transforma la fórmula a Forma Norma Conjuntiva:

$$\forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \lor R(x, y, z)) \land (Q(x, z) \lor R(x, y, z))]$$

2) Los cuantificadores $\exists y$, $\exists z$ están precedidos por el cuantificador universal $\forall x$ por lo que se sustituyen por dos funciones de Skolem de aridad 1: f(x) y g(x) respectivamente:

$$\forall x[(\sim P(x, f(x)) \lor R(x, f(x), g(x))) \land (Q(x, g(x)) \lor R(x, f(x), g(x)))]$$

8. Obtener la Forma Normal de Skolem (FNS) equivalente de la siguiente fórmula:

$$\forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \land Q(x, z)) \lor R(x, y, w)]$$

1) Se transforma F a FNC:

$$\forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \lor R(x, y, w)) \land (Q(x, z) \lor R(x, y, w))]$$

2) Cierre existencial de las variables libres:

$$\exists w \forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \lor R(x, y, w)) \land (Q(x, z) \lor R(x, y, w))]$$

3) Skolemnización:

$$\forall x \exists y \exists z[(\sim P(x, y) \lor R(x, y, a)) \land (Q(x, z) \lor R(x, y, a))]$$
$$\forall x \exists z[(\sim P(x, f(x)) \lor R(x, f(x), a)) \land (Q(x, z) \lor R(x, f(x), a))]$$
$$\forall x[(\sim P(x, f(x)) \lor R(x, f(x), a)) \land (Q(x, g(x)) \lor R(x, f(x), a))]$$

9. Obtener la Forma Normal de Skolem (FNS) equivalente de la siguiente fórmula:

$$\forall x[\sim P(x, a) \to \exists y(P(y, g(x)) \land \forall z(P(z, g(x)) \to P(y, z)))]$$

- Obtención de la FNP:

$\forall x[\sim\sim P(x, a) \vee \exists y(P(y, g(x)) \wedge \forall z(P(z, g(x)) \rightarrow P(y, z)))]$
$\forall x[P(x, a) \vee \exists y(P(y, g(x)) \wedge \forall z(\sim P(z, g(x)) \vee P(y, z)))]$
$\forall x[P(x, a) \vee \exists y \forall z(P(y, g(x)) \wedge (\sim P(z, g(x)) \vee P(y, z)))]$
$\forall x \exists y \forall z[P(x, a) \vee (P(y, g(x)) \wedge (\sim P(z, g(x)) \vee P(y, z)))]$
$\forall x \exists y \forall z[(P(x, a) \vee P(y, g(x))) \wedge (P(x, a) \vee \sim P(z, g(x)) \vee P(y, z))]$

- No existen variables libres...
- Skolemnización:

  $\forall x \forall z[(P(x, a) \vee P(f(x),g(x))) \wedge (P(x, a) \vee \sim P(z, g(x)) \vee P(f(x),z))]$

10. Obtener la Forma Normal de Skolem (FNS) equivalente de la siguiente fórmula:

$\forall x[(P(x) \rightarrow \sim\forall y(Q(x, y) \rightarrow \exists z P(z))) \wedge \forall t(Q(x, y) \rightarrow R(t))]$

1) Obtención de la FNP:

$\forall x[(\sim P(x) \vee \sim\forall y(Q(x, y) \rightarrow \exists z P(z))) \wedge \forall t(Q(x, y) \rightarrow R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \sim\forall y(Q(x, y) \rightarrow \exists z P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \sim\forall y(\sim Q(x, y) \vee \exists z P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \exists y\sim(\sim Q(x, y) \vee \exists z P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \exists y(\sim\sim Q(x, y) \wedge \sim\exists z P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \exists y(Q(x, y) \wedge \forall z\sim P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[(\sim P(x) \vee \exists y \forall z(Q(x, y) \wedge \sim P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[\exists y \forall z(\sim P(x) \vee (Q(x, y) \wedge \sim P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x[\exists u \forall z(\sim P(x) \vee (Q(x, u) \wedge \sim P(z))) \wedge \forall t(\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x \exists u \forall z \forall t[(\sim P(x) \vee (Q(x, u) \wedge \sim P(z))) \wedge (\sim Q(x, y) \vee R(t))]$
$\forall x \exists u \forall z \forall t[(\sim P(x) \vee Q(x, u)) \wedge (\sim P(x) \vee \sim P(z)) \wedge (\sim Q(x, y) \vee R(t))]$

2) Cierre existencial de las variables libres:

$\exists y \forall x \exists u \forall z \forall t[(\sim P(x) \vee Q(x, u)) \wedge (\sim P(x) \vee \sim P(z)) \wedge (\sim Q(x, y) \vee R(t))]$

3) Skolemnización:

$\forall x \exists u \forall z \forall t[(\sim P(x) \vee Q(x, u)) \wedge (\sim P(x) \vee \sim P(z)) \wedge (\sim Q(x, a) \vee R(t))]$
$\forall x \forall z \forall t[(\sim P(x) \vee Q(x, f(x))) \wedge (\sim P(x) \vee \sim P(z)) \wedge (\sim Q(x, a) \vee R(t))]$