

# Hoja 14

## SVD y pseudo-inversa

**Problema 14.1** Calcular los valores singulares de las siguientes matrices. Hallar su SVD. Calcular su pseudo-inversa basando los cálculos en la SVD. Si son de rango completo, calcular la inversa de una forma alternativa.

$$\text{a) } A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\text{d) } A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{e) } A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{f) } A_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Problema 14.2** Si  $A$  es una matriz cuadrada, demostrar que  $|\det(A)|$  es el producto de los valores singulares de  $A$ .

**Problema 14.3** ¿Cuáles son los valores singulares de la matriz

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

para  $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ?

**Problema 14.4** Usar la pseudoinversa para encontrar alguna solución de mínimos cuadrados de los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3, \\ 2x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 1. \end{cases}$$

**Problema 14.5** Encontrar la factorización QR de las matrices del Problema 14.1 que tengan columnas linealmente independientes y calcular la proyección ortogonal del vector

canónico  $e_1$  apropiado sobre el espacio columna de la matriz utilizando la descomposición QR y la SVD.