



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
Escuela Politécnica Superior

## INGENIERÍA EN INFORMÁTICA.

EXAMEN DE MATEMÁTICA DISCRETA. 20 de septiembre de 2005.

### INSTRUCCIONES

Por favor, antes de leer los enunciados del examen, lea *atentamente* estas instrucciones.

1. El examen consta de cuatro problemas.
2. El examen durará tres horas.
3. Deben escribirse apellidos y nombre (en ese orden!) en todas las hojas que se vayan a usar. No se corregirán exámenes anónimos. Todas las hojas que estén en su poder durante el examen deben tener el nombre escrito, aunque aún no se haya empezado a escribir en ellas.
4. No está permitido utilizar apuntes de clase, ni libros, ni calculadoras.
5. Si tiene teléfono móvil, apáguelo y déjelo fuera de su alcance. Tener un teléfono móvil, conectado o no, en sus proximidades puede suponer la expulsión del examen.
6. No se puede hacer el examen a lápiz. El examen es un documento escrito con valor legal y, como tal, debe garantizarse su inalterabilidad. Así pues, responda con bolígrafo, a ser posible de tinta negra o azul, para facilitar la corrección.
7. Presentarse al examen supone la obligación de entregar al menos una hoja por problema al final, aunque ésta esté en blanco. No se puede salir del examen antes de media hora.
8. Identifíquese dejando el D.N.I. o el carné de la Universidad en lugar visible de su mesa.
9. Finalmente, una recomendación: lea con cuidado los enunciados de los problemas antes de contestarlos.

**Respuestas al examen:** estarán en Aula Global después del examen.

**Notas:** se publicarán como muy tarde el martes 27 de septiembre.

**Criterios de corrección:** Los problemas se corregirán con el criterio de distribución de puntos especificado en la hoja de enunciados. Puntuarán 0 aquellos problemas que, aun estando bien la solución, no vayan acompañados de los cálculos o razonamientos necesarios para hallarla, o éstos sean incorrectos. No se calificará con la máxima nota ningún ejercicio cuya respuesta esté equivocada aunque se deba a un error de cálculo.

**Revisión del examen:** Ateniéndonos a la normativa de revisión de exámenes de la universidad, que puede consultarse en la página web <http://www.uc3m.es/uc3m/gral/IG/NOR/norm102.html>, ésta se solicitará mediante un escrito *razonado*, dirigido a los profesores de la asignatura, hasta el tercer día de la publicación de las notas inclusive. Los exámenes de aquellas personas que lo soliciten en este plazo serán revisados individualizadamente, atendiendo a los criterios arriba expuestos. El resultado de la revisión se publicará en un listado definitivo de notas antes de un plazo de 10 días desde la publicación de las notas provisionales.



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
Escuela Politécnica Superior

**INGENIERÍA EN INFORMÁTICA.**  
EXAMEN DE MATEMÁTICA DISCRETA. 20 de septiembre de 2005.

**Problema 1.**

Un comerciante desea hacer una operación con dos productos, uno de la compañía  $X$  y otro de la compañía  $Y$ , cuyo valor es de 299 y 481 euros respectivamente. La operación puede consistir en comprar o vender dos cantidades de ambos, o bien comprar de uno y vender de otro. Por razones de ajuste de balance, quiere gastar exactamente 26 euros en la operación.

1. (0.5 puntos) Escribese la ecuación diofántica correspondiente a la operación de compra de  $x$  unidades del producto  $X$  e  $y$  unidades del producto  $Y$ . Se entiende que valores de  $x$  e  $y$  positivos corresponden a compras y valores negativos corresponden a ventas.
2. (1.5 puntos) Obténgase la solución general de dicha ecuación.
3. (0.5 puntos) Si se quiere que en la operación entre el menor número posible de productos de la compañía  $X$ , ¿cómo se ha de realizar?

**Problema 2.**

1. (1.5 puntos) En el conjunto de los enteros, se define la relación

$$aRb \iff a^2 - b^2 = a - b.$$

Pruébese que  $R$  es de equivalencia. ¿Qué elementos pertenecen a la clase de equivalencia de un número entero dado  $n$ ? Describese la clase de equivalencia de  $n = 5$  y determínese el conjunto cociente de los números enteros con la relación  $R$ .

2. (1 punto) Se considera el conjunto  $A = \{3, 5, 9, 15, 27, 35, 45\}$  con la relación de orden  $m \leq n \iff m$  divide a  $n$ . Constrúyase el diagrama de Hasse y hállese los elementos maximales, minimales, supremo, ínfimo (considerando  $A$  como un subconjunto de los números naturales), máximo y mínimo, si existen.

**Problema 3.**

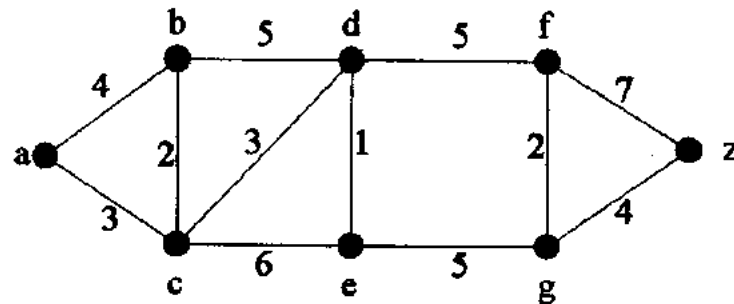
1. (0.75 puntos) Una máquina de aperitivos acepta monedas de 1 y 2 euros. Sea  $a_n$  el número de formas de introducir  $n$  euros en la máquina, suponiendo que el orden en que se introducen las monedas importa, es decir, se consideran formas diferentes de introducir 3 euros, introducir primero una moneda de 2 y luego una de 1, que introducir primero una moneda de 1 y luego una de 2. Determine una relación de recurrencia para  $a_n$  y las condiciones iniciales de la misma.
2. (0.5 puntos) Resuelva la relación de recurrencia encontrada en el apartado anterior.

sigue al dorso

3. (0.75 puntos) Halle el número de números naturales distintos que se pueden formar con las cifras de 1234432 que sean mayores que o iguales a 2123344.
4. (0.5 puntos) ¿Cuántas cadenas de bits de longitud 9 hay tales que la suma de sus dígitos sea 5?

**Problema 4.**

1. (0.75 puntos) En el grafo ponderado de la figura adjunta, encontrar el camino de longitud mínima entre a y z y su longitud utilizando el algoritmo de Dijkstra.



2. (0.75 puntos) Decir si el grafo  $K_6$  es plano o no. Dar una explicación razonada de la respuesta.
3. (1 punto) Explicar razonadamente si en  $Q_4$  se puede establecer un circuito de Hamilton.