

1. Determine si la deducción que sigue es correcta usando teoría de la demostración. (1 pto.) **Convocatoria Ordinaria, 2019**

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y Q(y,x) \vee R(x)), \exists y \forall x(\sim Q(x,y) \rightarrow \sim R(y)) \Rightarrow \exists x \exists y(P(x) \rightarrow Q(y,x))$$

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| 1. $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y Q(y,x) \vee R(x))$   | Premisa 1             |
| 2. $\exists y \forall x(\sim Q(x,y) \rightarrow \sim R(y))$   | Premisa 2             |
| 3. $\forall x(\sim Q(x,b) \rightarrow \sim R(b))$             | Sup.E.E. 2 ( $y=b$ )  |
| 4. $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y (Q(y,x) \vee R(x)))$ | Salto cuant. 1        |
| 5. $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x) \vee R(x))$  | Salto cuant. 4        |
| 6. $\exists y (P(b) \rightarrow Q(y,b) \vee R(b))$            | E.U. ( $x=b$ )        |
| 7. $P(b) \rightarrow Q(a,b) \vee R(b)$                        | Sup. E.E. 6 ( $y=a$ ) |
| 8. $\sim Q(a,b) \rightarrow \sim R(b)$                        | E.U. 3 ( $x=a$ )      |
| 9. $P(b)$   | Sup. T.D.             |
| 10. $Q(a,b) \vee R(b)$  | M.P. 7,9              |
| 11. $\sim Q(a,b) \rightarrow R(b)$                            | Interdef. 10          |
| 12. $Q(a,b)$  | Regla Absurdo 8,11    |
| 13. $P(b) \rightarrow Q(a,b)$                                 | Canc. Sup. T.D. 9-12  |
| 14. $\exists y (P(b) \rightarrow Q(y,b))$                     | G.E. 13               |
| 15. $\exists y (P(b) \rightarrow Q(y,b))$                     | Canc. Sup. E.E. 7-14  |
| 16. $\exists x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x))$           | G.E. 15               |
| 17. $\exists x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x))$           | Canc. Sup. E.E. 3-16  |

### Equivocaciones graves más frecuentes en las soluciones de examen

- **No saber hacer Modus Ponens.** Sin esta regla, no es posible seguir ninguno de los desarrollos de la asignatura.
- **No saber aplicar reglas en predicados.** En particular, **no se puede aplicar ninguna regla** a predicados **donde las variables no encajan**:

Ej:  $\sim Q(a,b) \rightarrow \sim R(b), \sim Q(b,a)$  , no se puede deducir nada

- **No saber aplicar supuestos:** los supuestos que se abren **primero deben cerrarse los últimos** (no se pueden "cruzar"). **No se puede usar una línea que está dentro de un supuesto en un nivel exterior al mismo (fuera del supuesto).** Todo esto se aplica también al **supuesto de Esp. Existencial**.
- No se pueden hacer **cambios de variable no cuantificada** (la regla que sí existe es la de **cambio de variable cuantificada**). Si se permitieran, las restricciones que imponemos en Especificación pierden su significado.
- La regla de especificación existencial abre un supuesto. Dentro, **no se puede hacer una segunda especificación existencial introduciendo la misma variable que se usó al abrir el supuesto.** Sí se puede re-introducir en el supuesto una variable que ya estaba en las fórmulas **si venía de especificación universal**; en ese caso ahora pasaría a tener significado existencial.

- Cuando se aplica una regla, esto se hace tal exactamente **tal y como está definida**, y **a toda la fórmula**. En particular:
- **No se puede hacer especificación en fórmulas donde el cuantificador no está en cabeza:**
  - En  $P(x) \rightarrow \exists y Q(y,x) \vee R(x)$ , no se puede aplicar EE, habría que aplicar primero equivalencias que hagan que el cuantificador afecte a toda la fórmula:
$$P(x) \rightarrow \exists y Q(y,x) \vee R(x) \leftrightarrow P(x) \rightarrow \exists y (Q(y,x) \vee R(x)) \leftrightarrow \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x) \vee R(x))$$
  - Tampoco se evita lo anterior haciendo contraposición, y es un error más grave, porque el cuantificador universal en el antecedente es en realidad un existencial cuando se pone delante de la fórmula:
$$P(x) \rightarrow \exists y Q(y,x) \vee R(x) \leftrightarrow \forall y \sim(Q(y,x) \vee R(x)) \rightarrow \sim P(x)$$
**no puede pasarse** a  $\sim(Q(y,x) \vee R(x)) \rightarrow \sim P(x)$  por G.U.
- **No se puede hacer especificación en el orden incorrecto:**
  - En  $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x) \vee R(x))$  habría que hacer primero EU para hacer desaparecer el  $\forall x$ , y luego ya tratar el existencial.
- **No se puede generalizar escogiendo algunas ocurrencias de variables y otras no:**
  - De  $P(a) \rightarrow Q(a,a)$  no puede llegarse nunca a  $\exists x \exists y (P(x) \rightarrow Q(y,x))$  por GE; solamente se llega a  $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x,x))$ , porque todas las variables "a" se generalizan "a la vez".