

### Problema 4.5

¿ $\cos x = x$  tiene alguna solución?

Consideremos la función  $f(x) = \cos x - x$ .  
continua en todo  $\mathbb{R}$

$$f(0) = \cos 0 - 0 = 1 > 0$$

$$f(1) = \cos 1 - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} F : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \cos x - x \\ \text{continua en } [0, 1] \\ F(0) > 0 \text{ \& } F(1) < 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Rightarrow \exists x_0 \in (0, 1) \\ F(x_0) = 0 \\ \cos x_0 - x_0 = 0 \\ \cos x_0 = x_0 \end{array}$$

$\Rightarrow$  La ecuación  $\cos x = x$  tiene (al menos)  
una solución en el intervalo  $(0, 1)$ .