LÓGICA

Convocatoria Ordinaria 2019

Nombre: Grupo: NIA:

Resuelva cada uno de los ejercicios en una **hoja distinta** y asegúrese de incluir su nombre, grupo y NIA en todas ellas. En caso de no haber resuelto un ejercicio, entregue la hoja correspondiente con sus datos, en blanco.

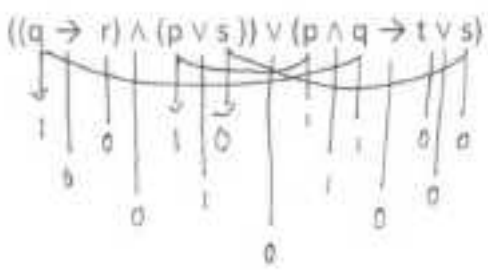
1. Determine si la deducción que sigue es correcta usando teoría de la demostración. **(1 pto.)**

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, Q(y,x) \vee R(x)),\ \exists y \forall x(\sim Q(x,y) \rightarrow \sim R(y)) \Rightarrow \exists x \exists y(P(x) \rightarrow Q(y,x))$$

1. $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\, Q(y,x) \vee R(x))$	Premisa 1
2. $\exists y \forall x(\sim Q(x,y) \rightarrow \sim R(y))$	Premisa 2
3. $\forall x(\sim Q(x,b) \rightarrow \sim R(b))$	Sup.E.E. 2 (y=b)
4. $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y\,(Q(y,x) \vee R(x)))$	Salto cuant.
5. $\forall x \exists y\,(P(x) \rightarrow Q(y,x) \vee R(x))$	Salto cuant.
6. $\exists y\,(P(b) \rightarrow Q(y,b) \vee R(b))$	E.U. (x=b)
7. $P(b) \rightarrow Q(a,b) \vee R(b)$	Sup. E.E. 6 (y=a)
8. $\sim Q(a,b) \rightarrow \sim R(b)$	E.U. 3 (x=a)
9. $P(b)$	Sup. T.D.
10. $Q(a,b) \vee R(b)$	M.P. 7,9
11. $\sim Q(a,b) \rightarrow R(b)$	Interdef. 10
12. $Q(a,b)$	Regla Absurdo 8,11
13. $P(b) \rightarrow Q(a,b)$	Canc. Sup. T.D. 10-12
14. $\exists y\,(P(b) \rightarrow Q(y,b))$	G.E. 13
15. $\exists y\,(P(b) \rightarrow Q(y,b))$	Canc. Sup. E.E. 7-14
16. $\exists x \exists y\,(P(x) \rightarrow Q(y,x))$	G.E. 15
17. $\exists x \exists y\,(P(x) \rightarrow Q(y,x))$	**Canc. Sup. E.E. 4-16**

2. Compruebe si la fórmula que sigue es válida. Use el método del contraejemplo. **(1 pto.)**

$$((q \rightarrow r) \wedge (p \vee s)) \vee (p \wedge q \rightarrow t \vee s)$$



Hemos encontrado una interpretación (p:1 q:1 r:0 s:0 t:0) que hace la fórmula falsa (es decir, un contrajemplo). Por tanto, la fórmula no es una tautología (no es semánticamente válida).

3. Compruebe, mediante el método de resolución, si la siguiente deducción es correcta. Considere que *x*, *y* y *t* son variables. **(1 pto.)**

$\forall x\, \exists y\, [\, (P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x,y)) \wedge (P(x) \rightarrow Q(x) \vee S(y))],\ \forall x\, [(R(t,x) \rightarrow M(x)) \wedge M(t) \wedge P(t)]$
$\Rightarrow \sim\forall x\, [\, M(x) \rightarrow (\sim Q(x) \wedge \sim S(x))\,]$

F1 ∧ F2 ∧ ~F3

FNP de F1

$\forall x\, \exists y\, [(\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,y)))\wedge (\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(y))]$

FNP de F2

$\forall x\, [(\sim R(t,x) \vee M(x)) \wedge M(t) \wedge P(t)]$

FNP de ~F3 (y distributiva)

$\forall x\, [\sim M(x) \vee (\sim Q(x) \wedge \sim S(x))]$

$\forall x\, [(\sim M(x) \vee \sim Q(x)) \wedge (\sim M(x) \vee \sim S(x))]$

FNS de F1 ∧ F2 ∧ ~F3

$\forall x\, \exists y\, [\, (\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,y)) \wedge (\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(y))\,] \wedge \forall x\, [(\sim R(t,x) \vee M(x)) \wedge M(t) \wedge P(t)] \wedge \forall x\, [(\sim M(x) \vee \sim Q(x)) \wedge (\sim M(x) \vee \sim S(x))]$

$\forall x\, \exists y\, \forall w\, \forall r\, [\, (\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,y)) \wedge (\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(y))\,] \wedge\ [(\sim R(t,w) \vee M(w)) \wedge M(t) \wedge P(t)] \wedge [(\sim M(r) \vee \sim Q(r)) \wedge (\sim M(r) \vee \sim S(r))]$

$\exists t\, \forall x\, \exists y\, \forall w\, \forall r\, [\, (\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,y)) \wedge (\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(y))\,] \wedge\ [(\sim R(t,w) \vee M(w)) \wedge M(t) \wedge P(t)] \wedge [(\sim M(r) \vee \sim Q(r)) \wedge (\sim M(r) \vee \sim S(r))]$

$\forall x\, \forall w\, \forall r\, [\, (\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,f(x))) \wedge (\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(f(x)))\,] \wedge\ [(\sim R(a,w) \vee M(w)) \wedge M(a) \wedge P(a)] \wedge [(\sim M(r) \vee \sim Q(r)) \wedge (\sim M(r) \vee \sim S(r))]$

C1: $\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x,f(x))$

C2: $\sim P(x) \vee Q(x) \vee S(f(x))$

C3: $\sim R(a,w) \vee M(w)$

C4: $M(a)$

C5: $P(a)$

C6: $\sim M(r) \vee \sim Q(r)$

C7: $\sim M(r) \vee \sim S(r)$

Resolventes

C8: $\sim Q(a)$	r/a en C6 y RR C4 y C6
C9: $Q(a) \vee S(f(a))$	x/a en C2 y RR C2 y C5
C10: $S(f(a))$	RR C8 y CC9
C11: $Q(a) \vee R(a,f(a))$	x/a en C1 y RR C1 - C5
C12: $R(a,f(a))$	RR C11 y C8
C13: $M(f(a))$	w/f(a) en C3 y RR C3 y C12
C14: $\sim S(f(a))$	r/f(a) en C7 y RR C7 y C13
C15: vacía	RR C10 y C14

Por tanto, formula **F1 ∧ F2 ∧ ~F3 insatisfacible y deducción correct**

Nombre: Grupo: NIA:

TEST **(1 pto)**

Dispone de 30 minutos para realizarlo. Señale una respuesta por pregunta. La nota mínima del ejercicio será 0.

- Respuesta acertada: +0,1
- Respuesta equivocada: -0,033
- Pregunta sin responder: 0

1. Los axiomas de un sistema axiomático se caracterizan por:
   a. Ser un conjunto de fórmulas que se pueden demostrar unas a partir de otras
   b. Ser un conjunto de fórmulas que se pueden demostrar utilizando las reglas de demostración del sistema
   c. Ser un conjunto de fórmulas que permiten demostrar cualquier otra fórmula
   d. Ser un conjunto de fórmulas válidas, como los teoremas *

2. Indique el número de interpretaciones posibles para ∀x(P(x,y)→∃y(R(x,y)→∀zQ(z)) en el dominio D:{a,b}
   a. 2^6
   b. 2^7
   c. 2^{10}
   d. 2^{11} *

3. Dado un sistema axiomático consistente está garantizada la imposibilidad de:
   a. volverlo inconsistente eliminando un axioma *
   b. volverlo inconsistente añadiendo un axioma
   c. mantenerlo consistente eliminando una regla de inferencia
   d. volverlo inconsistente añadiendo una regla de inferencia

4. Dados los predicados P y Q, y la función f, indique cuales de las siguientes fórmulas son sintácticamente correctas en cálculo de predicados:

   A: ∀x∀y (f(P(x,y))^Q(x,f(y))) B: ∀xP(x,f(z)) ^∀y Q(x,f(y)) C: ∀x∀y(P(x,y) ^Q(x,f(x)))

a.	A) Correcto	B) Correcto	C) Incorrecto
b.	A) Incorrecto	B) Correcto	C) Incorrecto
c.	A) Incorrecto	B) Correcto	C) Correcto *
d.	A) Incorrecto	B) Incorrecto	C) Correcto

5. Usando proposiciones, de entre las alternativas que siguen, determine la formalización más adecuada para la expresión: "Si no es cierto que se puede ser rico (r) y feliz (f) a la vez, entonces la vida está llena de frustraciones (p), pero si se es feliz, no se puede ser rico. Por tanto, la vida está llena de frustraciones"
   a. (~(r∧f) → p) ∧ (f →~r) ⇒ p *
   b. (~(r∨f) → p) ∧ (f →~r) ⇒ p
   c. (~r∧~f → p) ∧ (f →~r) ⇒ p
   d. ~(r∧f) → p ∧ f →~r ⇒ p

6. Señale la afirmación correcta:
   a. Si p → q, p →s ⇒ q → s es una deducción correcta, entonces

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow s) \wedge (q \rightarrow s)$ es una fórmula válida

b. Si $p \rightarrow q,\ p \rightarrow s \Rightarrow q \rightarrow s$ es una deducción correcta, entonces $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow s) \wedge \sim(q \rightarrow s)$ es una fórmula insatisfacible *

c. Si $p \rightarrow q,\ p \rightarrow s \Rightarrow q \rightarrow s$ es una deducción correcta, entonces $p \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow (s \rightarrow q \rightarrow s)))$ es una fórmula válida

d. Si $p \rightarrow q,\ p \rightarrow s \Rightarrow q \rightarrow s$ es una deducción correcta, entonces $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow s) \wedge \sim(q \wedge s)$ es una fórmula insatisfacible

7. De entre las alternativas que siguen, determine la formalización más adecuada para la expresión *"Algunos jóvenes (J(x)) ayudan (A(x,y)) a todas las personas mayores (M(x))"*, en el dominio de las personas.
   a. $\exists x(J(x) \rightarrow \forall y(M(y) \rightarrow A(x,y))))$
   b. $\exists x \forall y (J(x) \rightarrow (M(y) \rightarrow A(x,y))))$
   c. $\exists x(J(x) \wedge \forall y(M(y) \rightarrow A(x,y)))$ *
   d. $\exists x(J(x) \wedge \forall y(M(y) \wedge A(x,y)))$

8. De entre las alternativas que siguen, determine la formalización más adecuada para la expresión "*Todos los perros P(x) ladran L(x), y hay algunos perros que acosan A(x,y) a todos los gatos G(x)"* usando el dominio de los mamíferos.
   a. $\forall x (P(x) \rightarrow L(x)) \wedge \exists x \forall y (P(x) \wedge (A(x,y) \wedge G(y)))$
   b. $\forall x (P(x) \rightarrow L(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge \forall y (G(y) \rightarrow A(x,y)))$ *
   c. $\forall x (P(x) \rightarrow L(x)) \wedge \exists x \forall y (P(x) \wedge (A(x,y) \rightarrow G(y)))$
   d. $\forall x (P(x) \wedge L(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge \forall y (G(y) \rightarrow A(x,y)))$

Partiendo de la **Base de Conocimiento**

```
%vota(x,y) x ha votado al partido y en alguna ocasión

vota(pablo,pp).
vota(pedro,psoe).
vota(albert,ciudadanos).
vota(irene,podemos).
vota(irene,psoe).
vota(santiago,vox).
vota(santiago,pp).
```

conteste a las siguientes preguntas:

9. ¿Qué consulta utilizaría para preguntar por todos los votantes del pp?
   a. vota(X,pp). *
   b. vota(X,PP).
   c. vota(all,pp).
   d. vota(all,PP).

10. ¿Qué consulta utilizarías para preguntar por todos los votantes que en su vida han votado en al menos una ocasión al pp y al menos en una ocasión psoe?
   a. vota(X,pp),vota(Y,psoe).
   b. vota(X,vota(X,psoe)).
   c. vota(X,pp),vota(X,psoe). *
   d. vota(vota(X,pp),psoe).