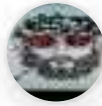


WUOLAH



rr

www.wuolah.com/student/rr



461

Practica 3 Solucionada.pdf

Practicas



1º Lógica



Grado en Ingeniería Informática



**Escuela Politécnica Superior
UC3M - Universidad Carlos III de Madrid**

Practica 3

NOMBRE / NIE:

NOMBRE / NIE:

NOMBRE / NIE:

1. Usando los axiomas A4 y A5 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Ironman es un chulito y Thor es un estirado.

Por lo tanto, Ironman es un chulito o Thor es un estirado.

$$p \wedge q \Rightarrow p \vee q$$

1. $p \wedge q$ premisa
2. $\vdash p \wedge q \rightarrow p$ A4 simplificación
3. p MP 2,1
4. $\vdash p \rightarrow p \vee q$ A5 adición
5. $p \vee q$ MP 4,3

2. Usando el axioma A6 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Hulk esta enfadado o en peligro. Si Hulk está enfadado se pone verde. Si Hulk está en peligro se pone verde.

Por lo tanto, Hulk se pone verde.

$$p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \Rightarrow r$$

1. $p \vee q$ premisa
2. $p \rightarrow r$ premisa
3. $q \rightarrow r$ premisa
4. $\vdash (p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r))$ A6 casos
5. $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r)$ MP 4,2
6. $p \vee q \rightarrow r$ MP 5,3
7. r MP 6,1

3. Usando los axiomas A1 y A6 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Los vengadores forman un gran equipo y siempre hay más malos a los que matar. Si Disney gana dinero con las pelis de superhéroes, los vengadores forman un gran equipo y siempre hay más malos a los que matar.

Por lo tanto, si StanLee sigue vivo o Disney gana dinero con las pelis de superhéroes, los vengadores forman un gran equipo y siempre hay más malos a los que matar.

$$p \wedge q, s \rightarrow p \wedge q \Rightarrow r \vee s \rightarrow p \wedge q$$

1. $p \wedge q$ premisa
2. $s \rightarrow p \wedge q$ premisa

3. $\vdash p \wedge q \rightarrow (r \rightarrow p \wedge q)$ A1
4. $r \rightarrow p \wedge q$ MP 3,1
5. $\vdash (r \rightarrow p \wedge q) \rightarrow ((s \rightarrow p \wedge q) \rightarrow (r \vee s \rightarrow p \wedge q))$ A6 casos
6. $(s \rightarrow p \wedge q) \rightarrow (r \vee s \rightarrow p \wedge q)$ MP 5,4
7. $r \vee s \rightarrow p \wedge q$ MP 6,2

4. Usando los axiomas A2 y A3 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Si estrenan la décima peli de vengadores yo iré a verla. Si estrenan la décima peli de vengadores entonces si yo voy a verla subiré un selfie a Instagram. Estrenan la décima peli de vengadores.

Por lo tanto, Estrenan la décima peli de vengadores y subiré un selfie a Instagram.

$$p \rightarrow q, p \rightarrow (q \rightarrow r), p \Rightarrow p \wedge r$$

1. $p \rightarrow q$ premisa
2. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ premisa
3. p premisa
4. $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$ A2
5. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ MP 4,1
6. $p \rightarrow r$ MP 5,2
7. r MP 6,3
8. $\vdash p \rightarrow (r \rightarrow p \wedge r)$ A3 producto
9. $r \rightarrow p \wedge r$ MP 8,3
10. $p \wedge r$ MP 9,7

5. Usando los axiomas A7 y A8 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Si CapitanAmerica no lleva pulido el escudo los malos vencen. Si CapitanAmerica no lleva pulido el escudo, los malos no vencen.

Por lo tanto, CapitanAmerica lleva pulido el escudo.

$$\sim p \rightarrow q, \sim p \rightarrow \sim q \Rightarrow p$$

1. $\sim p \rightarrow q$ premisa
2. $\sim p \rightarrow \sim q$ premisa
3. $\vdash (\sim p \rightarrow q) \rightarrow ((\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim \sim p)$ A7 red al absurdo
4. $(\sim p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim \sim p$ MP 3,1
5. $\sim \sim p$ MP 4,2
6. $\vdash \sim \sim p \rightarrow p$ A8 doble negación
7. p MP 6,5

6. Usando los axiomas A3, A4 y A5 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

La ViudaNegra es mortal pero a pesar de eso mola. Visión es muy soso.

Por lo tanto, La ViudaNegra mola o Ironman se va de fiesta, y, La ViudaNegra es mortal y Visión es muy soso.

$$p \wedge q, s \Rightarrow (q \vee r) \wedge (p \wedge s)$$

1. $p \wedge q$ premisa
2. s premisa
3. $\vdash p \wedge q \rightarrow q$ A4 simplificación
4. q MP 3,1
5. $\vdash q \rightarrow q \vee r$ A5 adición
6. $q \vee r$ MP 5,4
7. $\vdash p \wedge q \rightarrow p$ A4 simplificación
8. p MP 7,1
9. $\vdash p \rightarrow (s \rightarrow p \wedge s)$ A3 producto
10. $s \rightarrow p \wedge s$ MP 9,8
11. $p \wedge s$ MP 10,2
12. $\vdash q \vee r \rightarrow (p \wedge s \rightarrow (q \vee r) \wedge (p \wedge s))$ A3 producto
13. $p \wedge s \rightarrow (q \vee r) \wedge (p \wedge s)$ MP 12,6
14. $(q \vee r) \wedge (p \wedge s)$ MP 13,11

7. Usando los axiomas A1, A7 y A8 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

Entiendo lo que son las gemas del infinito. No entiendo lo que son las gemas del infinito.
Por lo tanto, me gusta escribir usando palabras esdrújulas.

$$r, \sim r \Rightarrow q$$

1. r premisa
2. $\sim r$ premisa
3. $\vdash (\sim q \rightarrow r) \rightarrow ((\sim q \rightarrow \sim r) \rightarrow \sim \sim q)$ A7 absurdo
4. $\vdash r \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$ A1
5. $\sim q \rightarrow r$ MP 4,1
6. $(\sim q \rightarrow \sim r) \rightarrow \sim \sim q$ MP 3,5
7. $\vdash \sim r \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim r)$ A1
8. $\sim q \rightarrow \sim r$ MP 7,2
9. $\sim \sim q$ MP 6,8
10. $\vdash \sim \sim q \rightarrow q$ A8 dob. Negación
11. q MP 10,9

8. Demostrar el siguiente teorema utilizando sólo los axiomas de Kleene y la regla de Modus Ponens. No está permitido usar ningún teorema adicional deducido en clase, ni siquiera el Teorema de la Deducción.

No es cierto que un superhéroe sea de marvel y a la vez no sea de marvel.

$$\vdash \sim (A \wedge \sim A) \text{ (Principio de No Contradicción)}$$

1. $\vdash (A \wedge \sim A \rightarrow A) \rightarrow ((A \wedge \sim A \rightarrow \sim A) \rightarrow \sim (A \wedge \sim A))$ A7
2. $\vdash A \wedge \sim A \rightarrow A$ A4 simplificación
3. $(A \wedge \sim A \rightarrow \sim A) \rightarrow \sim (A \wedge \sim A)$ MP 1,2
4. $\vdash A \wedge \sim A \rightarrow \sim A$ A4 simplificación
5. $\sim (A \wedge \sim A)$ MP 3,4

9. Ironman quiere sorprender a sus amigos con un cóctel especial en su laboratorio. Para ello, sabe que puede hacer las siguientes reacciones:

- $\text{MgO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{Mg} + \text{H}_2\text{O}$
- $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$
- $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{COOH}$

Deducir que si se disponen de algunas cantidades de MgO, H₂, O₂ y C se puede obtener COOH.

Las proposiciones atómicas serían las siguientes:

p: se dispone de MgO
q: se dispone de H₂
r: se dispone de Mg
s: se dispone de H₂O
t: se dispone de C
u: se dispone de O₂
v: se dispone de CO₂
w: se dispone de COOH

Lo que se pide es deducir desde las reacciones químicas que conocemos, otra (es decir, deducir una implicación):

$$p \wedge q \rightarrow r \wedge s, t \wedge u \rightarrow v, v \wedge s \rightarrow w \Rightarrow p \wedge q \wedge u \wedge t \rightarrow w$$

Opción 1: Aplicando el teorema de la deducción podría quedarnos como sigue. Usaremos en esta primera solución reglas, para abreviar el proceso.

$$p \wedge q \rightarrow r \wedge s, t \wedge u \rightarrow v, v \wedge s \rightarrow w, p \wedge q \wedge u \wedge t \Rightarrow w$$

1. $p \wedge q \rightarrow r \wedge s$ premisa
2. $t \wedge u \rightarrow v$ premisa
3. $v \wedge s \rightarrow w$ premisa
4. $p \wedge q \wedge u \wedge t$ premisa
5. $p \wedge q$ Simplificación 4
6. $r \wedge s$ MP 1,5
7. $u \wedge t$ Simplificación 4
8. $t \wedge u$ Conmutativa 7
9. v MP 2,8
10. s Simplificación 6
11. $v \wedge s$ Producto 9,10
12. w MP 3,11

Opción 2: Alternativamente se puede suponer directamente al plantear el problema que “se disponen de algunas cantidades de los elementos p, q, u y t” son premisas adicionales. Aquí vamos a usar los axiomas y MP

$$p \wedge q \rightarrow r \wedge s, t \wedge u \rightarrow v, v \wedge s \rightarrow w, p, q, u, t \Rightarrow w$$

1. $p \wedge q \rightarrow r \wedge s$ premisa
2. $t \wedge u \rightarrow v$ premisa
3. $v \wedge s \rightarrow w$ premisa
4. p premisa
5. q premisa
6. u premisa
7. t premisa
8. $\vdash t \rightarrow (u \rightarrow t \wedge u)$ A3 producto
9. $u \rightarrow (t \wedge u)$ MP 8,7
10. $t \wedge u$ MP 9,6
11. v MP 2,10
12. $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p \wedge q)$ A3 producto
13. $q \rightarrow p \wedge q$ MP 12,4
14. $p \wedge q$ MP 13,5
15. $r \wedge s$ MP 1,14
16. $\vdash r \wedge s \rightarrow s$ A4 simplificación
17. s MP 16,15
18. $\vdash v \rightarrow (s \rightarrow v \wedge s)$ A3 producto
19. $s \rightarrow v \wedge s$ MP 18,11
20. $v \wedge s$ MP 19,17
21. w MP 3,20

10. Comprueba que la deducción siguiente es correcta

Si la peli es de marvel, después de los créditos hay una escena escondida y la última canción se hace famosa. Si después de los créditos hay una escena escondida, aún quedan malos por matar. Si después de los créditos hay una escena escondida y aún quedan malos por matar, prepara dinero para ir a la siguiente.

Por lo tanto, si la peli es de marvel, prepara dinero para ir a la siguiente.

$$q \rightarrow p \wedge r, p \rightarrow s, p \wedge s \rightarrow t \Rightarrow q \rightarrow t$$

$$q \rightarrow p \wedge r, p \rightarrow s, p \wedge s \rightarrow t, q \Rightarrow t$$

1. $q \rightarrow p \wedge r$ premisa
2. $p \rightarrow s$ premisa
3. $p \wedge s \rightarrow t$ premisa
4. q teorema de la deducción
5. $p \wedge r$ MP 1,4
6. $\vdash p \wedge r \rightarrow p$ A4 simplificación
7. p MP 6,5
8. s MP 2,7
9. $\vdash p \rightarrow (s \rightarrow p \wedge s)$ A3 producto
10. $s \rightarrow p \wedge s$ MP 9,7
11. $p \wedge s$ MP 10,8
12. t MP 3,11

11 Comprueba la validez de la fórmula que sigue usando Teorema de la Deducción:

Si StanLee sale en todas sus pelis y es una obligación moral ir a verlas, entonces StanLee sale en todas sus pelis o me gusta el cine de autor.

$$A \wedge C \rightarrow A \vee B$$

$$A \wedge C \Rightarrow A \vee B$$

1. $A \wedge C$ premisa
2. $\vdash A \wedge C \rightarrow A$ A4 simplificación
3. A MP 2,1
4. $\vdash A \rightarrow A \vee B$ A5 adición
5. $A \vee B$ MP 4,3

12. Sin usar Teorema de la Deducción comprueba la validez de la fórmula que sigue:

Si StanLee sale en todas sus pelis y es una obligación moral ir a verlas, entonces StanLee sale en todas sus pelis o me gusta el cine de autor.

$$A \wedge C \rightarrow A \vee B$$

1. $\vdash (A \wedge C \rightarrow A) \rightarrow ((A \wedge C \rightarrow (A \rightarrow A \vee B)) \rightarrow (A \wedge C \rightarrow A \vee B))$ A2
2. $\vdash A \wedge C \rightarrow A$ A4 simpl.
3. $(A \wedge C \rightarrow (A \rightarrow A \vee B)) \rightarrow (A \wedge C \rightarrow A \vee B)$ MP 1,2
4. $\vdash A \rightarrow A \vee B$ A5 adición
5. $\vdash (A \rightarrow A \vee B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow A \vee B))$ A1
6. $(A \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow A \vee B)$ MP 5,4
7. $A \wedge C \rightarrow A \vee B$ MP 3,6

13. Demuestra el teorema de contraposición usando el teorema de la deducción

Ejemplo de Teorema de la contraposición: Si sucede que, si Batman machaca a Superman entonces Batman ha usado Kryptonita, entonces si Batman no ha usado Kryptonita no machaca a Superman.

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$$

$$A \rightarrow B, \sim B \Rightarrow \sim A$$

1. $A \rightarrow B$ premisa
2. $\sim B$ premisa
3. $\vdash \sim B \rightarrow (A \rightarrow \sim B)$ A1
4. $A \rightarrow \sim B$ MP 3,2
5. $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim A)$ A7 absurdo
6. $(A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim A$ MP 5,1
7. $\sim A$ MP 6,4