PROBLEMA 8.4

1) $f(x) = (x-2)\, x^{2/3}$

Continua en $\mathbb{R}$

Derivable en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ( $x^{2/3}$ no es derivable en $x=0$ )

- Si $x \neq 0$:

$$f'(x) = \frac{x(5x-4)}{3\, x^{4/3}}$$

$$f''(x) = \frac{2(2+5x)}{9\, x^{4/3}}$$

$\Rightarrow$ $x \in (-\infty, -\frac{2}{5})$ : $f''(x) < 0$ $\frown$ $(-)$

$x \in (-\frac{2}{5}, 0) \cup (0, \infty)$ : $f''(x) > 0$ $(+)$

2) $f(x) = x(x-2)^{3/2}$

Continua en $[2, \infty)$

Derivable en $[2, \infty)$

Dos veces derivable en $(2, \infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(5x-4)\sqrt{x-2}$$

$$f''(x) = \frac{3(5x-8)}{4\sqrt{x-2}} :$$

$\Rightarrow$ $f''(x) > 0$ $\forall x \in (2, \infty)$ $(+)$

3) $f(x) = |x| e^{|x|}$

   $f$ es PAR ; continua en $\mathbb{R}$

   infinitas veces derivable en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

   Si $x > 0$ :  $f(x) = x e^{x}$

   $f'(x) = (x+1) e^{x}$

   $f''(x) = (x+2) e^{x} > 0$   si $x > 0$

   $(+)$

   Como $f$ es PAR :   $f''(x) > 0$   $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

   $(+)$

4) $f(x) = \log(x^2 - 6x + 8) = \log\left((x-2)(x-4)\right)$

   $\text{Dom } f = (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

   $f \in C^{\infty}(\text{Dom } f)$

   $f'(x) = \dfrac{2x - 6}{x^2 - 6x + 8}$

   $f''(x) = \dfrac{-2(x^2 - 6x + 10)}{(x^2 - 6x + 8)^2} < 0$   $\forall x \in \text{Dom } f$ :  $(-)$

   $(x^2 - 6x + 10 > 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R})$

   $\Rightarrow$   $f''(x) < 0$   $\forall x \in (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

   $(-)$