CLAVE: 558
0'34€

3 230000 005584

INGENIERÍA TÉCNICA EN INFORMATICA DE GESTION

FÍSICA **CURSO 03/04** **9 Febrero 2004**

CAMPUS: LEGANES/COLMENAREJO
GRUPO:

INDIQUE LOS PROBLEMAS QUE ENTREGA **1 2 3**

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

Responder a las siguientes cuestiones marcando claramente la opción elegida. Si se marcan más de una o no se aprecia claramente la respuesta elegida se contabilizará como fallada. Cada cuestión correcta vale 0.4 puntos, mientras que cada cuestión incorrecta descontará 0.1 puntos. Las cuestiones en blanco valen cero puntos.

<u>Datos de interés</u>: $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$ C²/N.m²; $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N/A² ; q(electrón) = -1.6×10^{-19} C

1. Dos esferas macizas metálicas de radios R_1 y R_2 ($R_1 > R_2$) están cargadas y conectadas entre sí mediante un cable conductor. ¿Qué esfera tiene más carga?

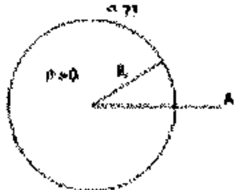
a) Ninguna de las esferas tiene carga neta
b) La esfera de radio R_1
c) La esfera de radio R_2
d) Las dos esferas tienen la misma carga

$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{R_1}$; $V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{R_2}$

$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$

$Q_1 = \frac{R_1}{R_2} Q_2 > Q_2$

2. Una esfera de radio R=30 cm está cargada en su interior con una densidad volumétrica de carga $\rho = 10^{-5}$ C/m³. ¿ Qué densidad superficial de carga σ tiene que tener su superficie externa para que el campo eléctrico en cualquier punto A exterior a la esfera sea cero ?.



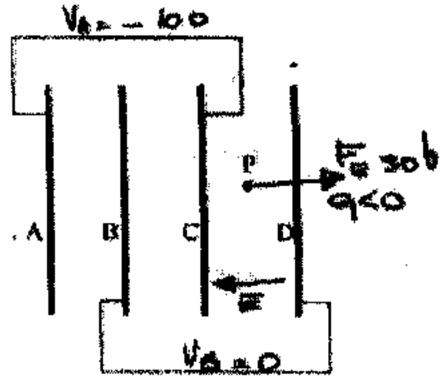
a) 20 μC/m² b) –20 μC/m² c) 1 μC/m² d) –1 μC/m²

$E = 0 \Rightarrow Q_{TOTAL} = Q_{sup} + Q_{vol} = 0 \Rightarrow Q_{sup} = -Q_{vol}$

$Q_{sup} = \sigma 4\pi R^3$; $Q_{vol} = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$

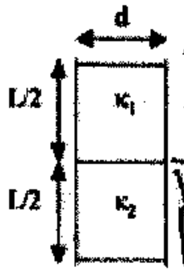
$\sigma 4\pi R^3 = -\rho\frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \sigma = -\frac{\rho}{3}R$

3. Se tienen cuatro planos metálicos paralelos entre sí. Los planos A y C están conectados entre sí a través de un cable metálico. Lo mismo ocurre entre los planos B y D. El potencial eléctrico del plano A es $V_A = -100$ V, y el potencial del plano B es $V_B = 0$ V. Si se abandona un electrón en el punto P, inicialmente en reposo



a) El electrón describirá una trayectoria paralela a los planos
b) El electrón permanecerá en reposo
c) El electrón impactará en el plano C
d) El electrón impactará en el plano D

4. Sea un condensador plano-paralelo de placas cuadradas de área $A = 25$ cm^2 relleno con dos dieléctricos de constantes dieléctricas relativas $\kappa_1 = 1.5$ y $\kappa_2 = 2.5$ (ver figura). Si la separación entre placas es $d = 2$mm, la capacidad del condensador es



$$C_1 = k_1 \epsilon_0 \frac{A/2}{d}$$

$$C_2 = k_2 \epsilon_0 \frac{A/2}{d}$$

$$C_T = C_1 + C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{2d} (k_1 + k_2)$$

a) 2.21×10^{-11} F b) 8.3×10^{-12} F c) 1.38×10^{-11} F d) 1.52×10^{-11} F

5. Sea un condensador plano-paralelo cargado y aislado, de sección A y separación entre placas d. Si se coloca una lámina de plástico de constante dieléctrica $\kappa > 1$ entre las placas

a) El campo eléctrico entre las placas aumenta
b) La diferencia de potencial entre las placas aumenta
c) La capacidad del condensador aumenta
d) La densidad de carga en las placas aumenta

$C = k C_0$ siendo C_0 la capacidad de un condensador con la misma geometría y sin dieléctrico.

6. Se tiene un hilo conductor *A* de 15 *cm* de longitud y 3 *mm*^{2} de sección y otro conductor *B* de 40 *cm* y 5 *mm*^{2}. Si ambos son del mismo material se puede afirmar que

a) La resistencia óhmica del conductor A es mayor que la de B
b) Ambos conductores tienen igual resistencia óhmica
c) La resistencia óhmica del conductor *B* es mayor que la de *A*
d) Los dos conductores tienen diferente resistividad

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{A_1}, \quad R_2 = \rho \frac{l_2}{A_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1 A_2}{l_2 A_1} = \frac{15 \cdot 5}{40 \cdot 3} < 1 \Rightarrow$$

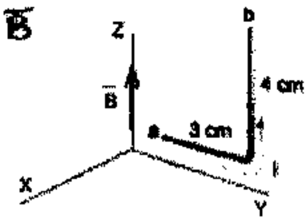
$$R_1 < R_2$$

7. El segmento conductor de la figura transporta una corriente de 1 A de a hasta b y se encuentra en una región donde existe un campo magnético de magnitud 1 T dirigido como indica la figura. La fuerza total que actúa sobre el conductor es

$\bar{F} = \bar{F_1} + \bar{F_2} = I\bar{\ell} \times \bar{B}$

$\bar{\ell}_1 = 3\hat{j} \times 10^{-2}\, m$

$\bar{\ell}_2 = 3\hat{k} \times 10^{-2}\, m$



$\bar{F_1} = I\bar{\ell}_1 \times \bar{B} = 3 \cdot 10^{-2}\, \hat{i}\, N$

$\bar{F_2} = I\bar{\ell}_2 \times \bar{B} = 0$

$\bar{F}_T = 3 \cdot 10^{-2}\, \hat{i}\, N$

a) $(2\,j + 3\,k)\, 10^{-2}$ N b) $(4\,j + 3\,k)\, 10^{-2}$ N c) $3\, 10^{-2}$ k N

d) $3\, 10^{-2}$ i N e) F = 0

8. Un protón se mueve en una órbita circular de radio 65 cm perpendicular a un campo magnético uniforme de valor 0.75 T. La variación de energía cinética en tres vueltas es
Dato: m (protón) = 1.67×10^{-27} kg

$E_{cinético} = \frac{1}{2} m v^2$. v no cambia

a) 0 b) 1.82×10^{-12} J c) 3.64×10^{-12} J d) 5.46×10^{-12} J $\Rightarrow \Delta E = 0$

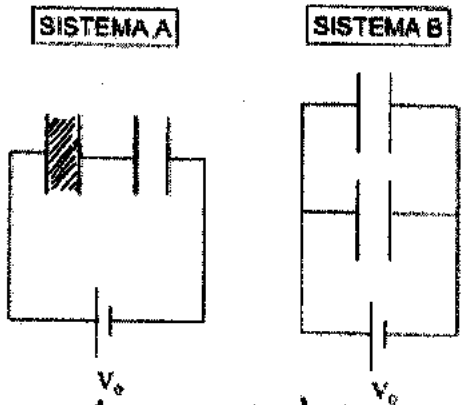
9. Un hilo conductor infinitamente largo, situado a lo largo del eje z transporta una corriente de 20 A en la dirección z positiva. Un segundo hilo conductor también infinitamente largo, es paralelo al eje z en x = 10 cm. Si el campo magnético en x = 2 cm es cero, la intensidad de corriente en el segundo hilo es $B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d_1}$; $B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d_2}$

a) 20 A según el eje z positivo b) 20 A según el eje z negativo

c) 80 A según el eje z positivo d) 80 A según el eje z negativo

$B_1 = B_2 \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{d_2}{d_1}$

10. Se dispone de cuatro condensadores idénticos de capacidad C_0. Uno de ellos se rellena completamente con un dieléctrico de constante dieléctrica $\varepsilon_r = 2$. Con estos condensadores se construyen los sistemas A y B. Si U_A y U_B son las energías electrostáticas de los sistemas A y B, respectivamente, se puede afirmar que



a) $U_A = U_B$

b) $U_A = \frac{U_B}{2}$

c) $U_A = \frac{U_B}{3}$

d) $U_A = \frac{U_B}{4}$

$C_A = \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{2C_0}\right)^{-1} = \frac{2C_0}{3}$

$C_B = C_0 + C_0 = 2C_0$

$U_A = \frac{1}{2} C_A V^2$

$U_B = \frac{1}{2} C_B V^2$

$\frac{U_A}{U_B} = \frac{\frac{2C_0}{3}}{2C_0} = \frac{1}{3}$

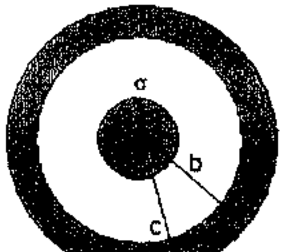
PROBLEMA 1

Una esfera conductora maciza de radio a=2 cm está cargada con una densidad superficial de carga σ=22.1 C/m². Si la esfera se rodea de una carcasa esférica conductora de radios interno b=4 cm y externo c=5 cm, inicialmente descargada, determinar:

a) Densidad superficial de carga en ambas superficies de la carcasa conductora.

b) Campo y potencial eléctricos en todo el espacio.

c) Diferencia de potencial entre la esfera y la carcasa conductoras.

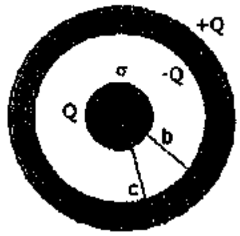


Cargas inducidas y densidades de carga superficiales

Como la esfera de radio a es conductora, toda su carga está situada en su superficie externa. A partir de la densidad de carga σ, hallamos la carga sobre la superficie, es decir:

$$Q = \sigma 4\pi a^2 = (22{,}1x10^{-9})4\pi(210^{-2}) \approx 0{,}11nC$$

En la figura se muestra la distribución de carga en todas las superficies.



Las densidades de carga en la carcasa son:

$$\sigma(r=b) = \frac{-Q}{4\pi b^2} = -\sigma\left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\sigma(r=c) = \frac{+Q}{4\pi c^2} = +\sigma\left(\frac{a}{c}\right)^2$$

Sustituyendo datos:

$$\sigma(r=b) = -\frac{\sigma}{4} = -5{,}53\ \ nC/m^2$$

$$\sigma(r=c) = +\frac{4\sigma}{25} = +3{,}54\ \ nC/m^2$$

Campo eléctrico en todo el espacio

Para automatizar el proceso de cálculo, denominamos por S_g a la superficie de Gauss en cuestión, de modo que a partir del teorema de Gauss, tenemos que:

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = K\frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{r^2}$$

Aplicando el resultado anterior, tenemos:

Campo si r > c

$$E(r) = K\frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{r^2} = K\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{r^2}$$

Campo si b < r < c

$$E(r) = K\frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{r^2} = K\frac{0}{r^2} = 0$$

Campo si a < r < b

$$E(r) = K\frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{r^2} = K\frac{Q}{r^2} = \frac{1}{r^2}$$

Campo si r < a

$$E(r) = K\frac{\left(\sum q\right)_{S_g}}{r^2} = K\frac{0}{r^2} = 0$$

por tanto, el campo eléctrico **E** es:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{1}{r^2}\vec{u}_r, r > c \\ 0\vec{u}_r, r \in]b,c[\\ \frac{1}{r^2}\vec{u}_r, r \in]a,b[\\ 0\vec{u}_r, r < a \end{cases}$$

Potencial eléctrico en todo el espacio

Potencial eléctrico si r > c

$$V(r) = -\int_\infty^r \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{r}$$

Potencial si b <= r <= c

$$\int_c^r dV = -\int_c^r 0dr \Rightarrow V(r) - V(c) = 0$$

$$V(r) = V(c) = \frac{1}{0.05} = 20$$

Potencial eléctrico si a <= r <= b

$$\int_b^r dV = -\int_b^r \frac{dr}{r^2} \Rightarrow V(r) - V(b) = \frac{1}{r} - 25$$

$$V(r) = V(b) + \frac{1}{r} - 25 = V(r=c) + \frac{1}{r} - 25$$

$$V(r) = 20 + \frac{1}{r} - 25 = \frac{1}{r} - 5$$

Potencial eléctrico si r <= a

$$\int_a^r dV = -\int_a^r 0dr \Rightarrow V(r) - V(a) = 0$$

$$V(r) = V(a) = \frac{1}{a} - 5 = \frac{1}{0.02} - 5 = 45$$

por tanto, el potencial eléctrico V(r) es:

$$V(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{r}, r\geq c\\ 20, r\in[b,c]\\ \dfrac{1}{r}-5, r\in[a,b]\\ 45, r\leq a\end{cases}$$

Diferencia de potencial entre la esfera y la carcasa

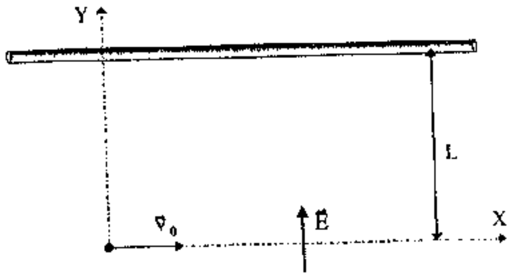
La esfera está sometida a un potencial de 45 V. La carcasa está sometida a una diferencia de potencial de 20, por tanto, la diferencia de potencial entre ambos conductores es:

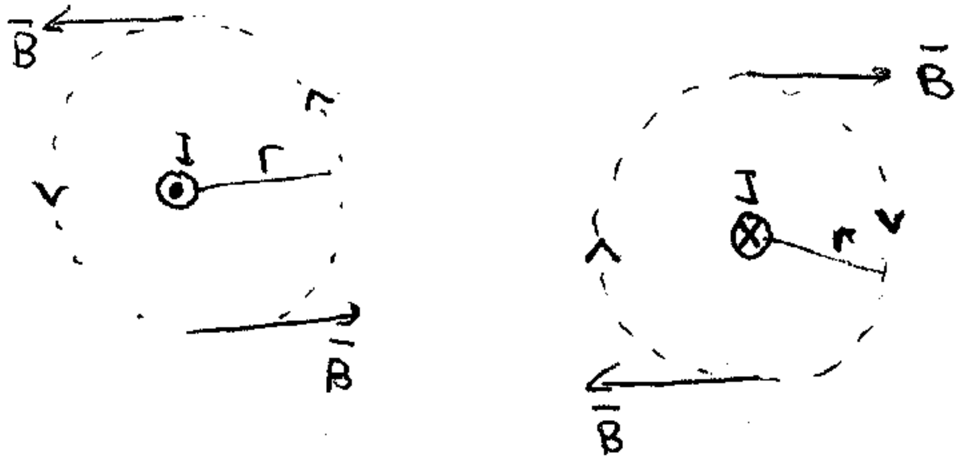
$$\Delta V = V_{esfera} - V_{carcasa} = 25V$$

P2.1

2. Un electrón con velocidad uniforme $\mathbf{v}_0$ entra en una región del espacio (zona sombreada en la figura) donde existe un campo eléctrico uniforme $\bar{E} = E_0\,\bar{j}$ Además, a una distancia L se coloca un conductor recto e infinito por el que circula una corriente I.

a) Calcular el valor de I y su sentido para que la fuerza neta experimentada por el electrón sea cero.
b) Utilizando el resultado del apartado anterior, calcular la fuerza total que experimentaría un electrón que entrase en la región sombreada con una energía cinética 4 veces mayor que la del electrón del apartado anterior.





El campo $\bar{B}$ creado por un hilo infinito de corriente tiene como módulo $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, y su dibujo de líneas de campo son circunferencias concéntricas con la corriente. Por lo tanto, en la región sombreada (plano del papel) el vector $\bar{B}$ tiene como dirección la perpendicular al plano del papel. $\Rightarrow \vec{B} = (\pm) B\,\vec{k}$ [1]

Sabiendo que la fuerza total experimentada por el e^- es cero:

P2.2

$$\vec{F}_T = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q_e \vec{E} + q_e \vec{v}_0 \times \vec{B} = \emptyset$$

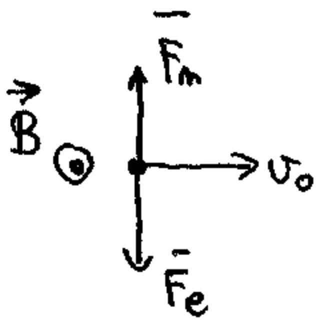
$$\vec{E} + \vec{v}_0 \times \vec{B} = \emptyset \Longrightarrow \vec{v}_0 \times \vec{B} = -\vec{E}$$

Como $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ y $\vec{E} = E_0 \vec{j}$ tenemos

$$v_0 \left[\vec{i} \times \vec{B} \right] = -E_0 \vec{j} \quad [2]$$

Y para que [2] se verifique, de las dos opcions de [1] tenemos que la correcta es $\boxed{\vec{B} = +B\vec{k}}$, y entonces

el sentido de la corriente ha de ser el indicado en la figura



Para que se cumpla $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \emptyset$

tenemos que $|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m|$

$$|\vec{F}_e| = |q_e| E_0$$

$$|\vec{F}_m| = |q_e| \, |\vec{v} \times \vec{B}| = |q_e| \, v_0 \, |\vec{B}|$$

y como $|\vec{B}| = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi L}$

$$|q_e| E_0 = |q_e| v_0 |\vec{B}| \Longrightarrow E_0 = v_0 \frac{\mu_0 I}{2\pi L}$$

P2.3

$$\boxed{I = \frac{2\pi L E_0}{\mu_0 v_0}}$$

b) $E_c = 4 E_{c0}$; $\frac{1}{2} m_e v^2 = 4 \frac{1}{2} m_e v_0^2$

$v^2 = 4 v_0^2 \Longrightarrow v = 2 v_0$ velocidad del e^- ahora

$\vec{F}_e = q_e \vec{E} = -|q_e| E_0 \vec{j}$ (este término no depende de la velocidad del e^-)

$$\vec{F}_m = q_e (\vec{v} \times \vec{B}) = -|q_e| (2 v_0 \vec{i}) \times \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi L} \vec{k} \right) =$$

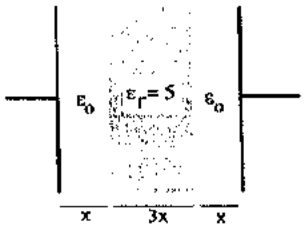
$= |q_e| 2 v_0 \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \vec{j}$ y sustituyendo el valor de I

$\vec{F}_m = 2 |q_e| E_0 \vec{j}$, con lo que

$$\vec{F}_T = \vec{F}_e + \vec{F}_m = -|q_e| E_0 \vec{j} + 2 |q_e| E_0 \vec{j} = \boxed{|q_e| E_0 \vec{j}}$$

PROBLEMA 3

3. El condensador plano de la figura está formado por dos armaduras de superficie S = 100 cm^2 separadas una distancia 5x. A una distancia x = 1 cm de cada placa se halla situado un dieléctrico de constante dieléctrica 5 y espesor 3x. Si se mantiene una d.d.p. de 100 V entre las armaduras, calcula: a) capacidad de este condensador; b) carga y energía que almacena; c) campo eléctrico E en el interior del dieléctrico.



a) Se trata de una asociación de 3 condensadores en serie con capacidades C_1, C_2, C_3:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{x} = 8{,}85 \times 10^{-12}\, F$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{x} = 1.47 \times 10^{-11}\, F$$

$$C_3 = C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{x} = 8{,}85 \times 10^{-12}\, F$$

$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}{C_1 C_2 C_3}$$

$$\Rightarrow C_{tot} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} = 3{,}4 \times 10^{-12}\, F$$

b) $C_{tot} = \frac{q_{tot}}{V} \rightarrow q_{tot} = C_{tot}\, V = 3{,}4 \times 10^{-10}\, C$

$U = \frac{1}{2} C_{tot}\, V^2 = 1.7 \times 10^{-8}\, J.$

c) El campo E en el interior del dieléctrico es $E = \frac{\Delta V_2}{3x}$. Como los 3 condensadores están conectados en serie, los 3 tienen la misma carga

$q = 3{,}4 \times 10^{-10}\, C$

$C_2 = \frac{q}{\Delta V_2} \rightarrow \Delta V_2 = \frac{q}{C_2} = 23{,}12\, V$

$E = \frac{\Delta V_2}{3x} \simeq 771\, V/m.$

5