

## Recordatorio

**Demostración:** Cadena de **fórmulas válidas** que parte de **axiomas** y los combina usando **Modus Ponens** (más adelante, usando otras **Reglas Derivadas** de axiomas y teoremas). Se debe llegar a la fórmula pedida en la última línea.

**Deducción:** Cadena de **fórmulas** que o son **premisas**, o son **axiomas**, o son combinaciones de las anteriores líneas obtenidas al usar **Modus Ponens** (más adelante, usando **Reglas Derivadas**). Si se llega a la **conclusión** en la última línea, se **decide** que la deducción es **correcta**. Cada línea debe indicar con claridad la regla aplicada y las líneas a las que se aplica.

**Las letras mayúsculas** (A,B,...) indican esquemas de fórmula que **pueden reemplazarse por cualquier fórmula** sintácticamente correcta (  $p$ ,  $\sim q$ ,  $(p \vee \sim q \rightarrow r)$  , etc.)

Si el ejercicio lo permite, se puede **transformar una fórmula** en una **deducción** (usando el **Teorema de la Deducción**) y así **decidir** si la fórmula inicial era válida a partir de esta deducción, que suele ser más sencilla.

### Ejercicios de demostración

**En estos ejercicios se parte de los axiomas y se debe llegar a la fórmula pedida. No se permite el uso del Teorema de la Deducción.**

1. Comprueba la validez de la siguiente fórmula:

$$q \rightarrow (\sim \sim p \rightarrow p)$$

2. Comprueba la validez de la siguiente fórmula:

$$(p \wedge q \rightarrow p) \vee p$$

3. (\*) Demostrar el siguiente teorema utilizando sólo los axiomas de Kleene y la regla de Modus Ponens. No está permitido usar ningún teorema adicional deducido en clase, ni siquiera el Teorema de la Deducción.

$$\vdash \sim (A \wedge \sim A) \text{ (Principio de No Contradicción)}$$

4. Comprueba la validez de la fórmula que sigue:

$$A \wedge C \rightarrow A \vee B$$

## Ejercicios de deducción

En estos ejercicios se empieza por las premisas y se intenta llegar a la conclusión.

5. Usando los axiomas A4 y A5 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$p \wedge q \Rightarrow p \vee q$$

6. (\*) Usando el axioma A6 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \Rightarrow r$$

7. Usando el axioma A1 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$p \wedge q, s \rightarrow p \wedge q \Rightarrow r \vee s \rightarrow p \wedge q$$

8. (\*) Usando los axiomas A2 y A3 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$p \rightarrow q, p \rightarrow (q \rightarrow r), p \Rightarrow p \wedge r$$

9. (\*) Usando los axiomas A7 y A8 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$\sim p \rightarrow q, \sim p \rightarrow \sim q \Rightarrow p$$

10. (\*) Usando los axiomas A3, A4 y A5 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$p \wedge q, s \Rightarrow (q \vee r) \wedge (p \wedge s)$$

11. Usando los axiomas A1, A7 y A8 comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$r, \sim r \Rightarrow q$$

**Ejercicios con Teorema de la Deducción y reglas derivadas vistas en teoría**

En estos ejercicios sí se permite el uso del Teorema de la Deducción (salvo indicación en contra) si se da una fórmula en el enunciado.

12. (\*) Indicar en la columna en blanco las fórmulas válidas y las deducciones correctas que podemos obtener aplicando el TD a la expresión dada de todas las formas posibles. Poner todos los paréntesis necesarios.

FÓRMULA VÁLIDA	DEDUCCIÓN CORRECTA
	$\sim q \rightarrow r, \sim q \rightarrow \sim r \Rightarrow \sim \sim q$
$\vdash (\sim p \vee q \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow (q \rightarrow s))$	
	$s, (p \rightarrow \sim t) \Rightarrow s \wedge (t \rightarrow \sim p)$
$\vdash r \rightarrow (s \rightarrow (\sim p \rightarrow r \wedge s))$	
$\vdash \sim (r \rightarrow (s \rightarrow (\sim r \vee \sim s)))$	
	$s \wedge \sim \sim p, \sim p \vee q, q \rightarrow r \Rightarrow r$

13. Comprueba que la deducción siguiente es correcta:

$$q \rightarrow p \wedge r, p \rightarrow s, p \wedge s \rightarrow t \Rightarrow q \rightarrow t$$

14. (\*) Comprueba la validez de la fórmula que sigue:

$$A \wedge C \rightarrow A \vee B$$

15. (\*) Demuestra el teorema de contraposición.

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$$

16. Comprueba si la siguiente deducción es correcta

$$\sim(p \vee q), r \rightarrow p, \sim r \rightarrow t, (x \rightarrow t) \rightarrow (q \wedge b) \Rightarrow s$$

17. En un laboratorio químico se pueden hacer las siguientes reacciones:

- $\text{MgO} + \text{H}_2 \rightarrow \text{Mg} + \text{H}_2\text{O}$
- $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$
- $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{CO}_3$

Determinar si es correcto decir que, si se disponen de algunas cantidades de MgO, H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> y C se puede obtener H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>.