clave 592 0'44€ (1)

FISICA (Ing. Técnica Inf. de Gestión

EXAMEN FINAL

FEBRERO 2005

CUESTIONES

1. ¿A qué potencial debe conectarse una esfera hueca conductora de radio interior R_1 = 1 cm y radio exterior R_2 = 3 cm para que un electrón situado a 10 cm del centro de la misma experimente una fuerza de módulo F = 2.88×10^{-15} N?

A) 320 V B) 3200 V C) 900 V D) 6000 V

Esfera conductora hueca → $R_1 = 1cm$ → $R_2 = 3cm$.

$F = 2.88\times10^{-15} N$ sobre un e^- a 10 cm

$V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, $E_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$F = q E_P = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \to Q = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^2 F}{q} = 20\times10^{-9} C$

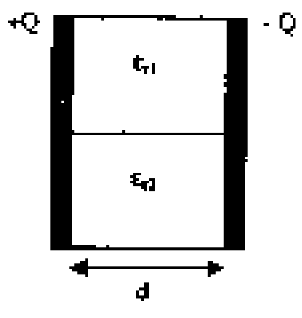
(Esta es la carga que tiene la esfera, luego el potencial que debe conectarse la esfera es):

$V_{esfera} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \approx 5994,5\ V \Rightarrow$ $\boxed{V_{esfera} \simeq 6000\ \text{Voltios}}$

2. Entre las placas de un condensador plano paralelo se introducen dos dieléctricos de igual volumen y permitividades relativas ε_{r1} y ε_{r2} tal como se muestra en la figura. Si la diferencia de potencial entre placas, una vez que se han introducido los dieléctricos es V, la separación entre placas es d y el área transversal de éstas es S, la energía electrostática almacenada en el condensador es

A) $\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2} SV^2/4d(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})$ B) $\varepsilon_0(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})SV^2/2d(\varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2})$

C) $\varepsilon_0(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})SV^2/2d$ D) $\varepsilon_0(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})SV^2/4d$



$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$

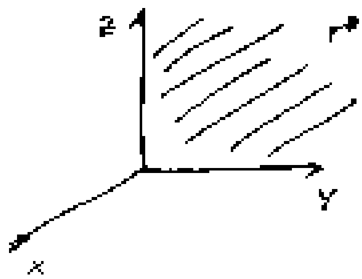
Se trata de dos condensadores en paralelo con capacidades C_1 y C_2

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \frac{S/2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} S}{2d} \\ C_2 &= \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \frac{S/2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} S}{2d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) S}{2d}$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) S}{2d} V^2 = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}) S V^2}{4d}}$$

3. Se tiene una distribución uniforme de carga en el plano YZ de valor $\sigma = +10$ nC/m^2. ¿Cuál es la diferencia de potencial $V_A - V_B$ entre los puntos $A(1, 1, 1)$ y $B(3, 2, 0)$ si las coordenadas de éstos vienen expresadas en metros?

A) 0 B) 1130 V C) -2260 V D) 2260 V



$\sigma = 10\ nC/m^2 = 10^{-8}\ C/m^2$

¿$V_A - V_B$? si $A(1,1,1)$ y $B(3,2,0)$

$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{i}$

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \rightarrow \int_B^A dV = -\int_B^A \vec{E}\, d\vec{r}$

$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$, entonces:

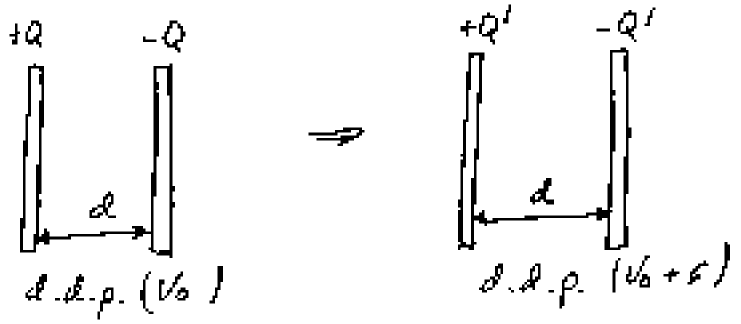
$$\int_B^A dV = -\int_B^A \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{i} \cdot (dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k})$$

$$\rightarrow V_A - V_B = -\int_B^A \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = -\int_3^1 \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} [x]_3^1 = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_A - V_B \approx 1130\ V}$$

4. Un condensador plano-paralelo posee una carga de 15 μC cuando la diferencia de potencial entre las placas es V_0. Cuando su carga se incrementa en 3 μC el potencial entre las placas se incrementa en 6 V. ¿Cuánto era V_0?

A) 36 V B) 0.8 V C) 1.2 V D) 30 V



$C_0 = \frac{Q}{V_0}$, $C_0 = \varepsilon \frac{S}{d}$

$C = \frac{Q'}{V} = \frac{Q'}{V_0 + 6}$, $C' = \varepsilon \frac{S}{d}$

Por tanto: $C_0 = C'$

$$\Rightarrow \frac{Q}{V_0} = \frac{Q + 3\times10^{-6}}{V_0+6} \Rightarrow Q(V_0+6) = (Q + 3\times10^{-6})\,V_0$$

$$\Rightarrow \cancel{QV_0} + 6Q = \cancel{QV_0} + V_0\, 3\times10^{-6} \Rightarrow \boxed{V_0 = \frac{6Q}{3\times10^{-6}} = 30 \text{ Voltios}}$$

5. Un termómetro de platino debe tener una resistencia de 100 Ω. Se quiere construir uno de 1 cm de longitud, y se dispone de hilos de platino de diámetros 25 μm, 50 μm y 0.1 μm. ¿Cuál es el hilo que se debería elegir?

Dato: ρ(platino) = 10.6×10^{-8} Ω.m

A) 25 μm B) 50 μm

C) 0.1 μm D) no se puede hacer con estos tipos de hilo

$R = 100\,\Omega$, $l = 1$ cm, $\phi_1 = 25\,\mu m = 25\times10^{-6}$ m, $\phi_2 = 50\,\mu m = 5\times10^{-5}$ m

$\phi_3 = 0.1\,\mu m = 1\times10^{-7}$ m.

$$R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{l}{\pi r^2} = \rho\frac{l}{\pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \Rightarrow R = \rho\frac{4l}{\pi\phi^2}$$

$\left.\begin{array}{l} * \text{ Con } \phi_1 = 25\times10^{-6}\text{ m} \rightarrow R = 2.16\,\Omega \\ * \text{ Con } \phi_2 = 5\times10^{-5}\text{ m} \rightarrow R \simeq 0{,}54\,\Omega \\ * \text{ Con } \phi_3 = 1\times10^{-7}\text{ m} \rightarrow R \simeq 134\,963{,}4\,\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow$ No es posible construir el termómetro

con $R = 100\,\Omega$ utilizando estos hilos

6. A la pantalla de un ordenador llegan 6×10^{15} electrones/segundo. ¿Cuál es la corriente eléctrica que incide sobre la pantalla?

A) 9.6×10^{-4} A B) 9.6×10^{-5} A C) 6.0×10^{15} A D) 9.6×10^{-6} A

$I = \frac{dq}{dt}$ ó $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow$ carga que atraviesa sección transversal de un conductor.

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\text{nº de } e^-\text{'s}}{\Delta t} \times q\,(\text{electrón}) = 6\times10^{15}\,\frac{e^-\text{'s}}{\text{seg}} \times 1.6\times10^{-19}\,C$$

$$\Rightarrow \boxed{I = 9.6\times10^{-4}\,A}$$

7. Un electrón con energía cinética E_1 describe una circunferencia de radio R_1 en un campo magnético B_1. Si el electrón entra en una región donde el campo magnético es $B_2 = 2\,B_1$, ¿cuánto es la variación de su energía ΔE?

A) $\Delta E = 4E_1$ B) $\Delta E = E_1/2$ C) $\Delta E = 2E_1$ D) $\Delta E = 0$

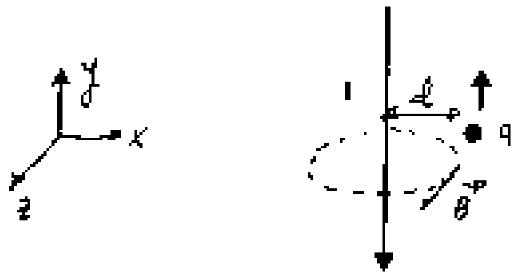
E. cinética E_1 $\rightarrow$ radio R_1 $\rightarrow$ campo B_1

$B_2 = 2B_1$

$$\Delta E_c = \int_1^2 \vec{F}_{mg} \cdot d\vec{r} = \int_1^2 q\,\underbrace{(\vec{v}\wedge\vec{B})\cdot d\vec{r}}_{(\vec{v}\wedge\vec{B})\text{ es }\perp\text{ a }d\vec{r}} \rightarrow 0 = 0 = W_{1\rightarrow 2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta E_c = 0}$$

8. Un electrón se mueve en el vacío, en dirección paralela a un alambre largo y fino por el que pasa una corriente I, tal como se indica en la figura. El electrón se desvía



A) hacia la izquierda B) hacia la derecha
C) sigue en línea recta hacia arriba D) sigue en línea recta hacia abajo

El hilo origina un campo $\vec{B} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\,\vec{k}$

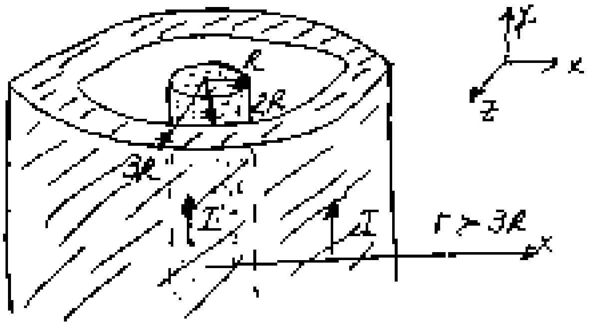
El e^- viaja con velocidad $\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = v\vec{j}$ y sufrirá una $\vec{F}_{mg} = q\,(\vec{v}\wedge\vec{B})$

$$\vec{F}_{mg} = q\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\end{vmatrix} = qv\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\,\vec{i}. \quad \text{Como } q<0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec{F}_{mg} = F_{mg}(-\vec{i}) \Rightarrow$ El e^- se desvía a la izquierda

9. Por dos cilindros conductores concéntricos, el interior macizo de radio R y el exterior de radio interior 2R y externo 3R, circulan corrientes de igual intensidad y sentido. ¿Cuál es el módulo del campo magnético en un punto exterior a los cilindros y que dista $r > 3R$?

A) 0 B) $\mu_0 I/2\pi r$ C) $\mu_0 I/\pi r$ D) $\mu_0 3IR/2\pi r^2$



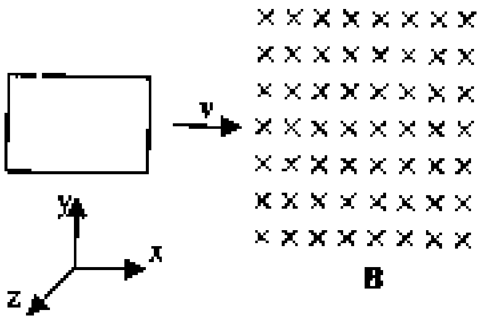
$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{int} + \vec{B}_{ext}$$

$$\vec{B}_{int} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,(-\vec{k})$$

$$\vec{B}_{ext} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,(-\vec{k})$$

$\Rightarrow \vec{B}_{tot} = \frac{\mu_0 I}{\pi r}\,(-\vec{k})$, luego el módulo de $\vec{B}_{tot}$ es: $\boxed{B_{tot} = \frac{\mu_0 I}{\pi r}}$

10. Una espira de cobre entra en una región donde existe un campo magnético uniforme (ver figura). La corriente inducida inicialmente en la espira cuando ésta entra en la región de campo **B** es



A) momentáneamente en el sentido de las agujas del reloj

B) momentáneamente en el sentido contrario a las agujas del reloj

C) continuamente en el sentido de las agujas del reloj

D) continuamente en el sentido contrario a las agujas del reloj

* La espira antes de entrar en la zona con campo $\vec{B}$
$\Rightarrow \phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S} = 0$ (inicial)

* Cuando la espira entra en la zona con campo $\vec{B}$
$\Rightarrow \phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S} \neq 0$ (final), $\phi_B = \vec{B}\cdot\vec{S} = B(-\vec{k})\cdot S(\vec{k}) =$
$= -BS$

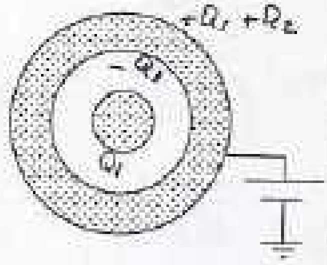
Ley de Faraday-Lenz: $\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow \varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$
$= -\frac{\phi_B(final) - \overset{0}{\phi_B(inicial)}}{\Delta t} = \frac{B\,S}{\Delta t} > 0$; $I_{ind} = \frac{|\varepsilon_{ind}|}{R}$

$\Rightarrow$ se origina una corriente eléctrica inducida en la espira / $\varepsilon_{ind} > 0 \Rightarrow$ la corriente es momentánea en "sentido contrario a las agujas del reloj"

PROBLEMAS

1. Una esfera metálica de radio $R_1 = 10$ cm se coloca en el interior de una esfera metálica hueca de radios $R_2 = 15$ cm y $R_3 = 30$ cm ($R_2 < R_3$). Ambas esferas son concéntricas, tal y como se indica en la figura. La esfera de radio R_1 tiene una carga neta de $Q_1 = 5$ nC y la esfera hueca está conectada a una batería de 80 V, determinar:

1) Las densidades superficiales de carga en las superficies esféricas de radios R_1, R_2 y R_3.
2) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en todas las regiones del espacio.
3) Si $E_{ruptura}$ (aire) = 3×10^6 V/m, ¿es posible que en alguna región se produzca la ruptura dieléctrica?



1) $V(R_3) = V_{batería} = \dfrac{Q_{neta}}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \Rightarrow Q_{neta} = V_{batería} \times 4\pi\varepsilon_0 R_3$

$\Rightarrow \boxed{Q_{neta} \simeq 2.67\times10^{-9}\,C = Q_1 + Q_2}$

$\boxed{\sigma|_{R_1} = \dfrac{Q_1}{4\pi R_1^2} \simeq 3.98\times10^{-8}\,C/m^2}$

$\boxed{\sigma|_{R_2} = \dfrac{-Q_1}{4\pi R_2^2} \simeq -1.77\times10^{-8}\,C/m^2}$

$\boxed{\sigma|_{R_3} = \dfrac{Q_{neta}}{4\pi R_3^2} = \dfrac{Q|_{R_3}}{4\pi R_3^2} = 2.36\times10^{-9}\,C/m^2}$

2) ¿$\vec{E}$? y ¿V? en todas las regiones del espacio

Campo $\vec{E}$:

I) $0 < r < R_1 \rightarrow \boxed{\vec{E} = 0}$ (interior de un conductor)

II) $R_1 < r < R_2 \rightarrow \boxed{\vec{E} = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r = \dfrac{44.96}{r^2}\vec{u}_r \ (N/C)}$

III) $R_2 < r < R_3 \rightarrow \boxed{\vec{E} = 0}$ (interior de un conductor)

IV) $r > R_3 \rightarrow \vec{E} = \dfrac{Q|_{R_3}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \dfrac{24.00}{r^2}\vec{u}_r \ (N/C)}$

Potencial V:

I) $r \geq R_3 \rightarrow \boxed{V(r) = 80\,V}$

II) $R_2 < r < R_3$

$$\boxed{V(r) = V(R_3) = 80 \text{ Voltios} = V_{batería}}$$

III) $R_2 < r < R_3$

$$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{r} \Rightarrow \int_{R_2}^{r} dV = -\int_{R_2}^{r} E\,dr = -\int_{R_2}^{r} \frac{44,96}{r^2}\,dr$$

$$\Rightarrow V(r) - \underbrace{V(R_2)}_{80 \text{ Voltios}} = 44,96\left[\frac{1}{r}\right]_{R_2}^{r} \Rightarrow V(r) = 80V + 44,96\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{V(r) \simeq \left(-69,77 + \frac{44,96}{r}\right) \text{ Voltios}}$$

IV) $0 < r < R_1$

$$\boxed{V(r) = V(R_1) = 379,73 \text{ Voltios}}$$

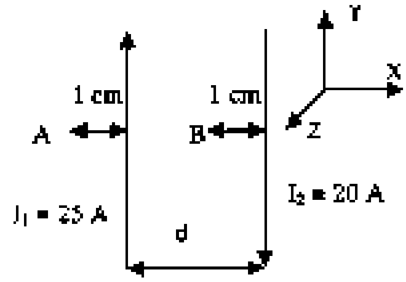
3) E_{rup} (aire) $= 3\times10^6$ V/m. ¿Se produce la ruptura?

$$E(R_1) = \frac{44,96}{R_1^2} = 4496 \text{ V/m} < E_{rup} \text{ (aire)}$$

$\Rightarrow$ En $r = R_1$ no se produce la "ruptura dieléctrica del aire" ni en ninguna otra región.

2. Dos hilos paralelos e infinitos están separados una distancia d = 9 cm, transportando las corrientes indicadas en la figura adjunta. Determinar:

1) El módulo, dirección y sentido del campo magnético en los puntos A y B.
2) La fuerza magnética por unidad de longitud entre los hilos conductores.
3) ¿Existe alguna región del espacio donde el campo magnético sea nulo?



1) Campo $\vec{B}$ en los ptos. A y B

Campo B de un hilo recto e infinito (2 PUNTOS)	Ley de Ampere: $\oint \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_o \sum I$
	Módulo del campo: $B(r) = \dfrac{\mu_o I}{2\pi r}$
Campo en A (7 PUNTOS)	Módulo del campo creado por el hilo 1: $B_{1A} = \dfrac{\mu_o I_1}{2\pi r_{1A}} = \dfrac{4\pi x 10^{-7}\, 25}{2\pi(0.01)} = 0.5\ mT = 5x10^{-4}\ T$
	Módulo del campo creado por el hilo 2: $B_{2A} = \dfrac{\mu_o I_2}{2\pi r_{2A}} = \dfrac{4\pi x 10^{-7}\, 20}{2\pi(0.09+0.01)} = 0.04\ mT = 4x10^{-5}\ T$
	Sentido de B1A: saliente (+)
	Sentido de B2A: entrante (-)
	Campo resultante en A: $\bar{B}_A = \bar{B}_{1A} + \bar{B}_{2A} = 0.46\ \bar{k}\ \ mT = 4.6x10^{-4}\ \bar{k}\ T$
	Dirección del campo en A: normal al plano de los conductores
	Sentido del campo en A: Saliente del plano
Campo en B (7 PUNTOS)	Módulo del campo creado por el hilo 1: $B_{1B} = \dfrac{\mu_o I_1}{2\pi r_{1B}} = \dfrac{4\pi x 10^{-7}\, 25}{2\pi(0.08)} = 0.0625\ mT = 6.25x10^{-5}\ T$
	Módulo del campo creado por el hilo 2: $B_{2B} = \dfrac{\mu_o I_2}{2\pi r_{2B}} = \dfrac{4\pi x 10^{-7}\, 20}{2\pi(0.01)} = 0.4\ mT = 4x10^{-4}\ T$
	Sentido de B1B: entrante (-)
	Sentido de B2B: entrante (-)
	Campo resultante en B: $\bar{B}_B = \bar{B}_{1B} + \bar{B}_{2B} = -0.4625\ \bar{k}\ \ mT = -4.625x10^{-4}\ \bar{k}$
	Dirección del campo en B: normal al plano de los conductores
	Sentido del campo en B: Entrante en el plano

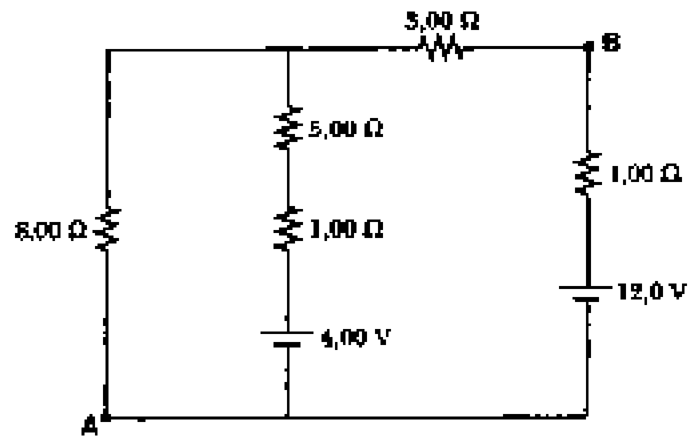
2) F. magnética entre los dos hilos.

Fuerza entre ambos conductores (4 PUNTOS)	Fuerza que siente el hilo 2: $\vec{F}_2 = I_2\,(\vec{L}_2 \times \vec{B}_1)$
	Campo que crea el hilo 1: $\vec{B}_1 = -\dfrac{\mu_o I_1}{2\pi d}\vec{k} = -5.55x10^{-5}\ \vec{k}$
	Cálculo vectorial de la fuerza: $\dfrac{\vec{F}_2}{L_2} = I_2\,(-\vec{j} \times -\dfrac{\mu_o I_1}{2\pi d}\vec{k}) = \dfrac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi d}\vec{i}$
	Valor de la fuerza magnética por unidad de longitud: $\dfrac{\vec{F}_2}{L_2} = \dfrac{4\pi 10^{-7}(25)(20)}{2\pi(0.09)}\vec{i} = 1.11\ \vec{i}\ mN$

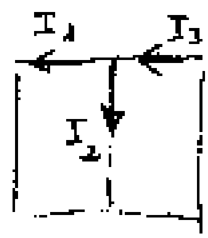
3) ¿Región donde se anula $\vec{B}$?

Región donde es nulo el campo magnético (2 PUNTOS)	Discusión de dónde puede anularse el campo tomando como criterio el signo de los campos de los dos hilos
	Comprobación de que el campo se anula a la derecha del hilo de 20 A

3. En el circuito de la figura, determinar: a) el valor de las intensidades; b) la diferencia de potencial entre los puntos A y B; c) la potencia disipada en las resistencias.



a) Para hallar el valor de las intensidades asignamos a cada rama una corriente, con un sentido arbitrario, que se muestra a continuación



Aplicamos las leyes de Kirchhoff para determinar estas corrientes:

La ley de los nudos, en cualquiera de los dos que existen en el circuito, nos dice que

$$I_3 = I_1 + I_2$$

Las otras dos ecuaciones resultan de aplicar la ley de las mallas. En la malla de la izquierda, avanzando en sentido horario obtenemos

$$+8I_1 - 5I_2 - I_2 - 4 = 0$$

La malla de la derecha, recorrida también en sentido horario, nos da

$$4 + I_2 + 5I_2 + 3I_3 + I_3 - 12 = 0$$

Por tanto, el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que tenemos que resolver es:

$$\left.\begin{array}{l} I_3 = I_1 + I_2 \\ 8I_1 - 6I_2 - 4 = 0 \\ 6I_2 + 4I_3 - 8 = 0 \end{array}\right\}$$

Sustituimos I_3 por $(I_1 + I_2)$ y reducimos nuestras tres ecuaciones a

$$\left.\begin{array}{l} 8I_1 - 6I_2 - 4 = 0 \longrightarrow I_2 = \dfrac{8I_1 - 4}{6} \\ 4I_1 + 10I_2 - 8 = 0 \end{array}\right\}$$

Sustituyendo lo obtenido para I_2 en esta última ecuación, resulta:

$$4I_1 + 10\,\frac{8I_1 - 4}{6} - 8 = 0$$

De donde $\boxed{I_1 = 0{,}846 \text{ A}}$

$$\boxed{I_2 = \frac{8 \cdot 0{,}846 - 4}{6} = 0{,}462\ A}$$

Por último,

$$\boxed{I_3 = 0{,}846\ A + 0{,}462\ A = 1{,}31\ A}$$

Todas ellas en el sentido arriba dibujado, pues nos han salido positivas.

b) Para hallar la diferencia de potencial entre los puntos A y B, recorremos cualquier camino que una estos dos puntos. Escogemos, por sencillez el de la derecha:

$$V_A + 12\,V - (1\,\Omega)\, I_3 = V_B$$

$$\boxed{V_A - V_B = -12 + I_3 = -12 + 1{,}31 = -10{,}69\ V}$$

c) La potencia disipada en cada resistencia viene dada por la ecuación

$$P = I^2 R$$

La potencia disipada en todas ellas será la suma de la disipada en cada una de las resistencias, es decir,

$$\boxed{P_{TOTAL}} = \sum_{\substack{\text{todas}\\ \text{resistencias}}} I^2 R =$$

$$= I_1^2 \, 8\Omega + I_2^2 (5\Omega + 1\Omega) + I_3^2 (3\Omega + 1\Omega) =$$

$$= \boxed{14{,}91 \text{ W}}$$