PROBLEMA 8.5

$$f(x) = \frac{x \log^2 x}{1 + \log x}$$

$$\text{Dom } f = \{ x \in \mathbb{R} : x > 0 \ ; \ 1 + \log x \neq 0 \} = (0, \tfrac{1}{e}) \cup (\tfrac{1}{e}, \infty)$$

$f \in C^\infty(\text{Dom} f)$

$$f'(x) = \frac{(2 + 2\log x + \log^2 x) \log x}{(1 + \log x)^2}$$

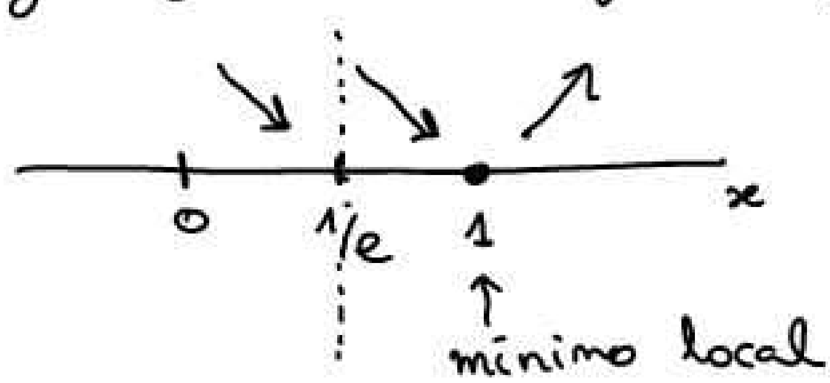
$$f''(x) = \frac{2 + 2\log x + 3\log^2(x) + \log^3 x}{x(1 + \log x)^3}$$

- CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO:

Puesto que $z^2 + 2z + 2 > 0 \quad \forall z \in \mathbb{R}$

$$\log^2 x + 2\log x + 2 > 0 \quad \forall x > 0$$

Por tanto: $\text{signo}(f'(x)) = \text{signo}(\log x)$



Puesto que: • $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \dfrac{x \log^2 x}{1 + \log x} = 0$

- $f(1) = 0$
- $\lim_{x \to 1/e} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$