Practica 6 Solucionada.pdf
Practicas

1º Lógica

Grado en Ingeniería Informática

Escuela Politécnica Superior
UC3M - Universidad Carlos III de Madrid

Practica 6

NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:

1. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Todos los hombres son mortales. Todos los africanos son hombres. Luego todos los africanos son mortales". (*)**

```
TODOS LOS HOMBRES SON MORTALES             P=Africanos
TODOS LOS AFRICANOS SON HOMBRES            Q=Hombres
---------------------------------          R=Mortales
TODOS LOS AFRICANOS SON MORTALES
```

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow R(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow R(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $Q(a) \rightarrow R(a)$ EU a la línea 1
4. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a la línea 2
5. $P(a) \rightarrow R(a)$ Silogismo 4,3
6. $\forall x\ (P(x) \rightarrow R(x))$ GU a 5

2. **Determinar si la siguiente deducción es correcta**

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$
————————————
$\vdash \forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 1
4. $Q(a) \rightarrow \sim R(a)$ EU a 1
5. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Sil 3,4
6. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 5

3. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Ningún hombre tiene alas. Algunos seres vivos son hombres. Algunos seres vivos no tienen alas".**

```
NINGÚN HOMBRE TIENE ALAS                    P=Ser vivo
ALGUNOS SERES VIVOS SON HOMBRES             Q=Hombre
---------------------------------           R=Tener alas
ALGUNOS SERES VIVOS NO TIENEN ALAS
```

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$
$\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$

$\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$ premisa
2. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ premisa
   3. $P(a) \wedge Q(a)$ Supuesto EE a 2 **(*)**
   4. $Q(a) \rightarrow \sim R(a)$ EU a 1
   5. $P(a)$ A4 Simpl. a 4
   6. $Q(a)$ A4 Simpl. a 4
   7. $\sim R(a)$ MP 3,6
   8. $P(a) \wedge \sim R(a)$ A3 Prod. 5,7
   9. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$ GE a 8
10. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$ Cancelación Supuesto EE 2-9

(*) Si hacemos EE primero y luego EU con la misma variable, queda claro que "a" es un elemento **concreto** del dominio que sólo vamos a poder generalizar por GE. No es que sea incorrecto poner 4 antes de 3, pero es mejor práctica.

4. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Ningún hombre es cuadrúpedo, como todo león es cuadrúpedo, ningún león es hombre".**

```
NINGÚN HOMBRE ES CUADRÚPEDO                P=León
TODO LEÓN ES CUADRÚPEDO                    Q=Cuadrúpedo
---------------------------------          R=Hombre
NINGÚN LEÓN ES HOMBRE
```

$\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $R(a) \rightarrow \sim Q(a)$ EU a 1
4. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 2
   5. $P(a)$ Supuesto TD
   6. $Q(a)$ MP 4,5
   7. $\sim R(a)$ MT 3,6
8. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Cancelación supuesto TD 5-7
9. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 8

5. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Todo hombre es bípedo, como ningún león es bípedo, entonces ningún león es hombre".**

```
TODO HOMBRE ES BÍPEDO                      P=León
NINGÚN LEÓN ES BÍPEDO                      Q=Bípedo
---------------------------------          R=Hombre
NINGÚN LEÓN ES HOMBRE
```

$\forall x\ (R(x) \rightarrow Q(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (R(x) \rightarrow Q(x)$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim Q(x))$ premisa
3. $R(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 1
4. $P(a) \rightarrow \sim Q(a)$ EU a 2
   5. $P(a)$ supuesto TD

6. $\sim Q(a)$ MP 4,5
7. $\sim R(a)$ MT 3,6

8. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Cancelación supuesto TD 5-7
9. $\forall x\, (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 8

6. **Determinar si la siguiente deducción es correcta**

$\forall x\, (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\exists x\, (P(x) \wedge Q(x))$
————————————
Q: |--- $\exists x\, (P(x) \wedge \sim R(x))$

$\forall x\, (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\exists x\, (P(x) \wedge Q(x))$

$\exists x\, (P(x) \wedge \sim R(x))$

1.	$\forall x\, (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$	premisa
2.	$\exists x\, (P(x) \wedge Q(x))$	premisa
3.	$R(a) \rightarrow \sim Q(a)$	EU a 1 **(ver * en ejercicio 2)**
4.	$P(a) \wedge Q(a)$	supuesto EE a 2
5.	$P(a)$	A4 Simp. A 4
6.	$Q(a)$	A4 Simp. A 4
7.	$\sim R(a)$	MT 3,6
8.	$P(a) \wedge \sim R(a)$	A3 Prod. 5,7
9.	$\exists x\, (P(x) \wedge \sim R(x))$	GE a 8
10.	$\exists x\, (P(x) \wedge \sim R(x))$	Cancelación supuesto EE 2, 4-9

7. **Formalizar y deducir el siguiente argumento utilizando la regla de la contraposición. "Todo puma es cuadrúpedo. Ningún cuadrúpedo es hombre, luego ningún hombre es puma". (*)**

```
TODO PUMA ES CUADRÚPEDO                      P=Puma
NINGÚN CUADRÚPEDO ES HOMBRE                  Q=Cuadrúpedo
---------------------------------            R=Hombre
NINGÚN HOMBRE ES  PUMA
```

$\forall x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$
$\forall x\, (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$

$\forall x\, (R(x) \rightarrow \sim P(x))$

1.	$\forall x\, (P(x) \rightarrow Q(x))$	premisa
2.	$\forall x\, (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$	premisa
3.	$P(a) \rightarrow Q(a)$	EU a 1
4.	$Q(a) \rightarrow \sim R(a)$	EU a 2
5.	$P(a) \rightarrow \sim R(a)$	Sil 3,4
6.	$\sim\sim R(a) \rightarrow \sim P(a)$	Contraposición --> 5
7.	$R(a) \rightarrow \sim P(a)$	A8 DN a 6
8.	$\forall x\, (R(x) \rightarrow \sim P(x))$	GU a 7

8. **Formalizar y comprobar si la siguiente deducción es correcta, mediante Teoría de la Demostración. "*Los españoles no son ingleses. Algunos españoles hablan inglés. Luego algunos que hablan inglés no son ingleses.*" (*)**

Dominio: {personas}
E (x): x es español
I (x): x es inglés
HI(x): x habla inglés

1. $\forall x(E(x) \rightarrow \sim I(x))$ premisa
2. $\exists x(E(x) \land HI(x))$ premisa
   3. $E(a) \land HI(a)$ Supuesto E.E. 2
   4. $E(a) \rightarrow \sim I(a)$ E.U. 1
   5. $E(a)$ Simp. 3
   6. $\sim I(a)$ M.P. 4,5
   7. $HI(a)$ Simp. 3
   8. $HI(a) \land \sim I(a)$ Prod. 6,7
   9. $\exists x(HI(x) \land \sim I(x))$ G.E. 8
10. $\exists x(HI(x) \land \sim I(x))$ Canc. Sup. E.E. 3-9

9. **Comprobar si las deducción es correcta o no.**

$$\exists y \forall x(P(x, y) \rightarrow Q(x)), \sim\exists z(Q(z) \lor R(z)) \Rightarrow \exists y \forall x \sim P(x, y)$$

1. $\exists y \forall x (P(x,y) \rightarrow Q(x))$ premisa
2. $\sim\exists z (Q(z) \lor R(z))$ premisa
3. $\forall z \sim (Q(z) \lor R(z))$ negación 2
   4. $\forall x (P(x,b) \rightarrow Q(x))$ EE 1
   5. $P(a,b) \rightarrow Q(a)$ EU 4
   6. $\sim (Q(a) \lor R(a))$ EU 3
   7. $\sim Q(a) \land \sim R(a)$ De Morgan 6
   8. $\sim Q(a)$ A4 7
   9. $\sim Q(a) \rightarrow \sim P(a,b)$ CP 5
   10. $\sim P(a,b)$ MP 9,8
   11. $\forall x \sim P(x,b)$ GU 10 **(*)**
   12. $\exists y \forall x \sim P(x,y)$ GE 11
13. $\exists y \forall x \sim P(x,y)$ Cancelación supuesto EE 4-12

(*) La variable "a" venía solamente de EU en la línea 5, así que se puede hacer GU dentro del supuesto. Es genérica incluso después de haber escogido un "b" específico.

10. **Formalizar la siguiente deducción y verificar si es correcta, usando el método de Teoría de la Demostración.**

"Hay especies que requieren ser capaces de parasitar a cualquier especie para sobrevivir. Pero una especie que sobrevive y evoluciona, no puede parasitarse a sí misma. Por lo tanto, si todas las especies evolucionan, alguna especie no sobrevive."

$$\square x \forall y (S(x) \rightarrow P(x,y)), \forall x (S(x) \land E(x) \rightarrow \sim P(x,x)) \Rightarrow \forall x E(x) \rightarrow \square x \sim S(x)$$

1. $\exists x \forall y (S(x) \rightarrow P(x,y))$ premisa
2. $\forall x (S(x) \land E(x) \rightarrow \sim P(x,x))$ premisa
   3. $\forall x E(x)$ supuesto TD
      4. $\forall y (S(a) \rightarrow P(a,y))$ supuesto EE 1
      5. $S(a) \rightarrow P(a,a)$ EU 4

6. $S(a) \wedge E(a) \rightarrow \sim P(a,a)$ EU 2

7. $E(a)$	EU 3
8. $E(a) \rightarrow (S(a) \rightarrow \sim P(a,a))$	Exp 6
9. $S(a) \rightarrow \sim P(a,a)$	MP 8,7
10. $\sim S(a)$	A7 5,9
11. $\exists x \sim S(x)$	GE 10
12. $\exists x \sim S(x)$	cancelación sup EE 4-11
13. $\forall x\, E(x) \rightarrow \exists x \sim S(x)$	canc sup TD 3-12

(*) Tal vez sea menos confuso usar dos variables diferentes (la deducción sólo varía al final, al generalizar): $\forall x\, E(x) \rightarrow \exists y \sim S(y)$.

11. **Formalizar Dado el siguiente argumento, comprobar si es correcto según Teoría de la Demostración en Lógica de Predicados:"Todos los humanos saben hablar, también cualquiera que sepa hablar es inteligente. Sabemos que cualquiera que sea inteligente es un primate, luego podemos concluir que todos los humanos, son primates."**

    ¿Cómo quedaría la deducción y qué conclusión se podría sacar si la segunda premisa fuera "Algunos, si hablaran serían inteligentes"?

$$\forall x\, (Hu(x) \rightarrow Ha(x)), \forall x\, (Ha(x) \rightarrow I(x)), \forall x\, (I(x) \rightarrow P(x)) \Rightarrow \forall x\, (Hu(x) \rightarrow P(x))$$

1. $\forall x\, (Hu(x) \rightarrow Ha(x))$	premisa
2. $\forall x\, (Ha(x) \rightarrow I(x))$	premisa
3. $\forall x\, (I(x) \rightarrow P(x))$	premisa
4. $Hu(y) \rightarrow Ha(y)$	EU 1 (*)
5. $Ha(y) \rightarrow I(y)$	EU 2
6. $I(y) \rightarrow P(y)$	EU 3
7. $Hu(y) \rightarrow I(y)$	Sil 4,5
8. $Hu(y) \rightarrow P(y)$	Sil 7,6
9. $\forall x\, (Hu(x) \rightarrow P(x))$	GU 8

(*) Una convención que puede ser útil y usamos aquí, es reservar las letras "a", "b", etc. para términos que vienen de EE, y "y","z", "t" para términos que vienen de EU. Así queda claro qué generalización se puede hacer al final.

$$\forall x\, (Hu(x) \rightarrow Ha(x)),\ \exists x\, (Ha(x) \rightarrow I(x)), \forall x\, (I(x) \rightarrow P(x)) \Rightarrow \forall x\, (Hu(x) \rightarrow P(x))$$

1. $\forall x\, (Hu(x) \rightarrow Ha(x))$	premisa
2. $\exists x\, (Ha(x) \rightarrow I(x))$	premisa
3. $\forall x\, (I(x) \rightarrow P(x))$	premise
4. $Ha(a) \rightarrow I(a)$	Supuesto EE 2
5. $Hu(a) \rightarrow Ha(a)$	EU 1
6. $I(a) \rightarrow P(a)$	EU 3
7. $Hu(a) \rightarrow I(a)$	Sil 4,5
8. $Hu(a) \rightarrow P(a)$	Sil 7,6
9. $\exists x\, (Hu(x) \rightarrow P(x))$	GE 8
10. $\exists x\, (Hu(x) \rightarrow P(x))$	Cancelación supuesto EE 2, 4-9