



## EL PRINCIPIO DEL PALOMAR DE DIRICHLET

El primer enunciado del principio del palomar fue realizado por el matemático alemán Johann Dirichlet en 1834, aunque se refirió a él como *Schubfachprinzip* ("Principio del cajón"). La denominación "Principio del palomar" debida a Raphael M. Robinson, no se utilizó en una revista matemática seria hasta 1940. Enunciado de manera simple dice así:



*"Si tenemos  $m$  palomares y  $n$  palomas, podemos afirmar con certeza que, si  $n > m$ , habrá al menos un palomar con más de una paloma".*

Esta afirmación tan simple se ha utilizado en aplicaciones que abarcan desde la comprensión de datos informáticos hasta problemas de conjuntos infinitos que no pueden relacionarse por una aplicación biyectiva. Este principio se ha generalizado además para aplicaciones de probabilidad, de modo que si  $n$  palomas se distribuyen de forma aleatoria en  $m$  palomares con una probabilidad uniforme  $1/m$ , entonces habrá al menos un palomar con más de una paloma con probabilidad

$$1 - \frac{m!}{(m-n)!m^n}$$

FUENTE: Clifford A. Pickover

De una manera formal:

**Enunciado 1 (1º principio).**- "Si  $k + 1$  o más objetos se colocan en  $k$  cajas, existe al menos una caja que contiene dos o más objetos"

**Demostración:**

Supongamos que en cada caja hay, como máximo, 1 objeto, entonces el número máximo total de objetos será  $k$ , lo que está en contra de la hipótesis.

**Enunciado 2 (Generalización: 2º principio).**- "Si  $N$  objetos se colocan en  $k$  cajas, existe al menos una caja que contiene  $\lceil N/k \rceil$  objetos"

**Demostración:**

Supongamos que en cada caja hay, como máximo  $\lceil N/k \rceil - 1$  objetos, entonces el número máximo total de objetos será:

$$k(\lceil N/k \rceil - 1) < k\left(\left(\frac{N}{k} + 1\right) - 1\right) = N$$

lo que está en contra de la hipótesis.

# **Matemática Discreta**

**Alberto Vara**