

Ejercicios

1. Dadas las siguientes interpretaciones en los diferentes dominios, indique si las siguientes fórmulas $\forall xP(x)$, $\exists xQ(x)$, $\forall x(P(x)\wedge Q(x))$, $\exists x(P(x)\wedge Q(x))$, $\forall x(P(x)\vee Q(x))$ y $\exists x(P(x)\vee Q(x))$ son o no verdaderas.

D={a}	P(x)	Q(x)
a	1	0

D={a,b}	P(x)	Q(x)
a	1	0
b	1	0

D={a,b}	P(x)	Q(x)
a	0	1
b	1	0

D={a,b,c}	P(x)	Q(x)
a	0	1
b	1	0
c	1	1

D={a,b,c}	P(x)	Q(x)
a	1	0
b	1	0
c	1	0

2. Dadas las siguientes interpretaciones en los diferentes dominios, indique si las siguientes fórmulas $\forall xP(x,y)$, $\forall yP(x,y)$, $\exists xP(x,y)$ y $\exists yP(x,y)$ son o no verdaderas. (*)

D={a} Considérese $y=a$ cuando y es una variable libre; $x=a$ cuando x es una variable libre

x	y	P(x,y)
a	a	1

D={a, b} Considérese $y=b$ cuando y es una variable libre; $x=a$ cuando x es una variable libre

x	y	P(x,y)
a	a	1
b	a	0
a	b	1

b	b	1
---	---	---

$D=\{a,b\}$ Considérese $y=a$ cuando y es una variable libre; $x=a$ cuando x es una variable libre

x	y	$P(x,y)$
a	a	1
b	a	1
a	b	0
b	b	0

$D=\{a,b\}$ Considérese $y=a$ cuando y es una variable libre; $x=b$ cuando x es una variable libre

x	y	$P(x,y)$
a	a	0
b	a	0
a	b	1
b	b	1

$D=\{a,b,c\}$ Considérese $y=c$ cuando y es una variable libre; $x=b$ cuando x es una variable libre

x	y	$P(x,y)$
a	a	1
b	a	1
c	a	1
a	b	0
b	b	0
c	b	0
a	c	0
b	c	1
c	c	1

$D=\{a,b,c\}$ Considérese $y=a$ cuando y es una variable libre; $x=c$ cuando x es una variable libre

x	y	$P(x,y)$
a	a	1
b	a	1
c	a	1
a	b	0
b	b	1
c	b	0

a	c	0
b	c	1
c	c	0

3. Dado el dominio $D = \{a,b\}$, compruebe la validez de la siguiente fórmula usando tablas de verdad. (*)

$$(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \vee Q(x))$$

4. Dado el dominio $D = \{a\}$, compruebe si es válida la siguiente fórmula utilizando tabla de verdad.

$$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow \forall x (\sim P(x) \vee Q(x))$$

5. Compruebe si la fórmula que sigue es válida. (*)

$$\forall x (P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$$

6. Compruebe si la fórmula que sigue es válida.

$$\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (P(y) \vee Q(y))$$

7. Compruebe si es válida la siguiente fórmula¹.

$$\sim \forall x A(x) \wedge \sim (\exists x \sim A(x))$$

¹Si la fórmula la escribimos como $\sim \forall x A(x) \wedge \forall x A(x)$, se observa que no es válida sin necesidad de buscar un contraejemplo, pero esta transformación exige el uso de teoría de la demostración, por lo que no podría realizarse esta transformación.

8. Compruebe si es válida la siguiente fórmula. (*)

$$(\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)) \rightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B(x))$$

9. Compruebe si la fórmula que sigue es válida.

$$(\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)) \rightarrow \exists x (A(x) \wedge B(x))$$

10. Compruebe si la fórmula que sigue es válida. (*)

$$\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$$

11. Compruebe si la deducción que sigue es correcta utilizando refutación. (*)

$$\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \exists x \sim Q(x) \vee \forall x \sim P(x)$$