

# CÁLCULO 2018/2019

## HOJA #2: SUCESIONES

**Problema 2.1.** De las siguientes sucesiones  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , ¿cuáles son acotadas? ¿cuáles son monótonas? ¿cuáles son convergentes?

- 1)  $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}.$
- 2)  $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}.$
- 3)  $a_n = \frac{n}{n+2}.$
- 4)  $a_n = \frac{\lfloor n/2 \rfloor}{n}.$
- 5)  $a_n = \frac{\lfloor nx \rfloor}{n}, \quad x \in \mathbb{R}.$
- 6)  $a_n = \frac{n + \sin(\pi n/2)}{2n+1}.$
- 7)  $\sqrt[n]{\pi^n + (\sqrt{7})^n}.$
- 8)  $a_n = 2\sqrt{n} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}.$

**Problema 2.2.** Demuestra que las siguientes sucesiones son monótonas, acotadas y calcula su límite:

- 1)  $\sqrt{3} < \sqrt{3\sqrt{3}} < \sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} < \dots.$
- 2)  $a_n = 5 + \frac{a_{n-1}}{4}, \quad n \geq 2, \quad a_1 = 0.$
- 3)  $a_n = \frac{1 + 3a_{n-1}^2}{4}, \quad n \geq 2, \quad |a_1| < 1.$
- 4)  $a_n = \sqrt[n]{x^n + y^n}, \quad 0 \leq y \leq x.$
- 5)  $a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}.$