

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Curso 2019/2020

Ejercicios de Lenguajes y Gramáticas

Tema 4 – Parte 1

1. Crear una gramática que genere los siguientes lenguajes:

- a) $\{ a, aa, aaa \}$
- b) $\{ a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \dots \}$
- c) $\{ \lambda, a, aa, aaa \}$
- d) $\{ \lambda, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, \dots \}$

La notación empleada para representar cada uno de los lenguajes será:

- a) $\{ a^n \mid n \in [1, 3] \}$
- b) $\{ a^n \mid n > 0 \}$
- c) $\{ a^n \mid n \in [0, 3] \}$
- d) $\{ a^n \mid n \geq 0 \}$

2. Dadas las gramáticas $G=(\Sigma_T, \Sigma_{NT}, S, P_i)$ donde:

G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
$\Sigma_T = \{c\}$ $\Sigma_{NT} = \{S, A\}$	$\Sigma_T = \{c,d\}$ $\Sigma_{NT} = \{S, A\}$	$\Sigma_T = \{c\}$ $\Sigma_{NT} = \{S, A\}$	$\Sigma_T = \{c,d\}$ $\Sigma_{NT} = \{S, A, T\}$	$\Sigma_T = \{c,d\}$ $\Sigma_{NT} = \{S, A\}$
$P_1: S \rightarrow \lambda \mid A$ $A \rightarrow AA \mid c$	$P_2: S \rightarrow \lambda \mid A$ $A \rightarrow cAd \mid cd$	$P_3: S \rightarrow \lambda \mid A$ $A \rightarrow AcA \mid c$	$P_4: S \rightarrow cA$ $A \rightarrow d \mid cA \mid Td$ $T \rightarrow Td \mid d$	$P_5: S \rightarrow \lambda \mid A$ $A \rightarrow Ad \mid cA \mid c \mid d$

Determinar el lenguaje asociado a dichas gramáticas.

3. Crear una gramática que genere los siguientes lenguajes:

- a) $\{ a^n b^n \mid n > 0 \}$
- b) $\{ a^n b^m \mid n > 0, 0 < m < n \}$
- c) $\{ a^n b^m \mid n > 0, 0 \leq m < n \}$

4. Determinar el tipo de las siguientes gramáticas en la jerarquía de Chomsky, justificándolo:

- a) $G=(\{a,b\}, \{A,B,S\}, S, P)$,
 $P=\{S::=aA, A::=bB, A::=aA, A::=a, B::=\lambda\}$ **$G_{3LD}, G_{3LD}, G_{3LD}, G_3, \times \}$ **G_{3LD}****
- b) $G=(\{a,b,c\}, \{A,B,C,S\}, S, P)$,
 $P=\{S::=aAb, S::=Ba, S::=\lambda, aAbC::=aAbB, aAbC::=aabC, BCc::=AaCc, BCc::=BaAbc, C::=Ca, C::=a\}$ **$G_2, G_{3LI}, G_3, G_1, G_1, G_1, G_1, G_{3LI}, G_3 \}$ **G_1****
- c) $G=(\{casa, jardin, gato\}, \{S, CASERON, BOSQUE, TIGRE\}, S, P)$,
 $P=\{S::=TIGRE\ jardin, S::=BOSQUE\ CASERON, BOSQUE::=\lambda, \text{jardin CASERON TIGRE casa::=jardin BOSQUE TIGRE casa, gato CASERON BOSQUE::=gato BOSQUE casa TIGRE BOSQUE, BOSQUE::=TIGRE casa, BOSQUE::=jardin}\}$ **$G_{3LI}, G_2, \times \}$ **G_1****

- d) $G = (\{x, y\}, \{C, A, B, S\}, S, P)$,
 $P = \{S ::= Cx, S ::= Cy, S ::= By, S ::= Ax, S ::= x, S ::= y, A ::= Ax, A ::= Cx, A ::= x,$
 $B ::= By, B ::= yA, C ::= xA\}$
- e) $G = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, S, P)$,
 $P = \{S ::= abc, S ::= aBSc, Ba ::= aB, Bb ::= bb\}$

Handwritten notes:
 For d): $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, G_7, G_8, G_9, G_{10}, G_{11}$ (grouped by a brace and labeled "mod 1 y 10")
 For e): G_1, G_2, G_3, G_4 (grouped by a brace and labeled "est. fueras")
 An arrow points from the handwritten notes to the expression $\Rightarrow G_0$.

5. Dada la gramática G, se pide:

$G = (\{a, b, c\}, \{S, A, B\}, S, P)$, $P = \{S ::= \lambda, S ::= aAc, A ::= aA, A ::= Ac, A ::= B, B ::= b, B ::= Bb\}$

- Especificar el tipo de G en la jerarquía de Chomsky, razonadamente.
 - Determinar el lenguaje L generado por la gramática G.
 - Construir 2 árboles de derivación para una misma palabra perteneciente a L(G).
 - Comprobar si las siguientes formas sentenciales son válidas en G, y en caso afirmativo establecer una cadena de derivaciones que permite llegar a cada una de ellas.
 - aaAcc
 - ac
 - ababBcc
 - abbccc
- Obtener la gramática correspondiente al lenguaje $L = \{a^n b^m c^p a^q b^n, \text{ tal que } q = p + m; n, m \geq 1; p \geq 0\}$
 - Obtener una gramática para el lenguaje de alfabeto $\{a, b, c, d\}$ que consista en todas las cadenas que se pueden formar combinando dichos símbolos exceptuando aquellas que contengan la subcadena "bc".
 - Obtener la gramática para el lenguaje $L = \{x^n y^m z^k \mid m, n, k \geq 0, k = m + n\}$
 - Construir una gramática para el lenguaje $\{ab^n a \mid n = 0, 1, \dots\}$
 - Obtener una gramática de tipo 0 para el lenguaje $L = \{a^n b^n c^n\}$ donde $n \geq 1$.
 - Obtener el lenguaje generado por la gramática $G = (\{0, 1\}, \{S, A, B, C\}, S, P)$, donde P:
 - $S \rightarrow BAB$
 - $BA \rightarrow BC$
 - $CA \rightarrow AAC$
 - $CB \rightarrow AAB$
 - $A \rightarrow 0$
 - $B \rightarrow 1$
 - Diseñar una gramática que genere números naturales.

1)

a) $L = \{a, aa, aaa\}$ $S \rightarrow a / aa / aaa$

b) $L = \{a, aa, aaa, \dots\}$ $S \rightarrow a / aS$

c) $L = \{\lambda, a, aa, aaa\}$ $S \rightarrow \lambda / a / aa / aaa$

d) $L = \{\lambda, a, aa, aaa, \dots\}$ $S \rightarrow \lambda / a / aS$

2)

$G_1) L = \{c^n / n \geq 0\}$ $\lambda, c, cc, ccc, \dots$

$G_2) L = \{c^n d^n / n \geq 0\}$ $\lambda, cd, ccd, cccdd, \dots$

$G_3) L = \{c^n / n \text{ impar u } \{0\}\}$ $\lambda, c, ccc, ccccc, \dots$

$G_4) L = \{c^n d^m / n \geq 0, m \geq 0\}$ $cd, ccccd, cddddd, \dots$
 $c^n d^m / n, m \geq 0$

$G_5) L = \{c^n d^m / n, m \geq 0\}$ $\lambda, c, d, cccc, dddd, ccdd, \dots$

3)

a) $\underline{ab}, \underline{aabb}, \dots$ $S \rightarrow ab / aSb$

b) $\underline{aab}, \underline{aaaaab}, \underline{aaaaabbbb}, \dots$ $S \rightarrow aab / aSb / aS$

c) $\underline{a}, \underline{aab}, \underline{aaa}, \underline{aaaa}, \dots$ $S \rightarrow a / aS / aSb$

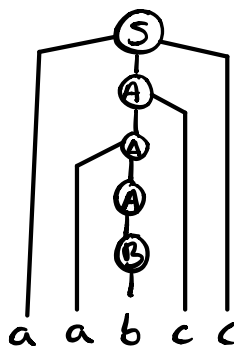
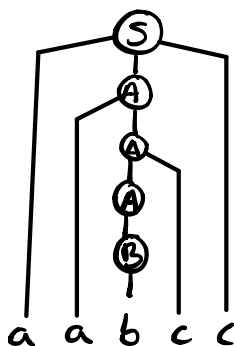
4) Directamente sobre el documento.

5)

a) $G_3 / G_2 / G_3LD / G_3LI / G_2 / G_3 / G_3LI \Rightarrow G_2$

b) $\lambda, abc, aaaaabc, abcccc, abbbbc$ $L = \{a^m b^n c^n / 0, m, n \geq 0\}$

c)



d) $S \rightarrow aAc \xrightarrow{A \rightarrow ac} aaAc \xrightarrow{A \rightarrow ac} aaaAcc$

No es posible, siempre lleva una b

No se puede verter así y b's

$S \rightarrow aAc \rightarrow aAcc \rightarrow aAccc \rightarrow aBccc \rightarrow aBbcc$
 $\rightarrow abbccc$

$$6) L = \{ \bar{a} \bar{b}^m \bar{c}^p \bar{a}^p \bar{b}^n \mid q = p+m; n, m \geq 1; p \geq 0 \} = \underline{a} \underline{b} \underline{a} \underline{b}, \underline{a} \underline{a} \underline{b} \underline{a} \underline{b} \underline{b}, \underline{a} \underline{a} \underline{b} \underline{c} \underline{a} \underline{a} \underline{b} \underline{b}$$

$$\bar{a} \bar{b}^m \bar{c}^p \bar{a}^p \bar{b}^n \quad n \geq 1 \quad m \geq 1 \quad p \geq 0$$

$$S \rightarrow aSb / aAb$$

$$A \rightarrow bAa / bBa / ba$$

$$B \rightarrow cBa / ca$$

7) Cadenas de a, b, c, d pero sin 'bc'

$$S \rightarrow a / b / c / d / aS / bA / cS / dS$$

$$A \rightarrow a / b / d / aS / bA / dS$$

$$8) L = \{ x^n y^m z^k \mid m, n, k \geq 0, k = m+n \}$$

$$x^n y^m z^m z^n \quad \lambda, xz, yz, \underline{xyzz}, \underline{xxxxyzzzz}$$

$$S \rightarrow \lambda / xSx / yz / yAx$$

$$A \rightarrow yAx / yz$$

$$9) L = \{ a b^n a \mid n = 0, 1, \dots \} \quad aa, abba, aba, abbbba$$

$$S \rightarrow aAa / aa$$

$$A \rightarrow bA / b$$

$$10) \text{ GO para } L = \{ \bar{a} \bar{b}^n \bar{c}^n \mid n \geq 1 \} \quad abc, aabbcc$$

$$S \rightarrow abc / aSAc \quad aaaaabbbbcccc$$

$$cA \rightarrow Ac$$

$$bA \rightarrow bb$$

$$\begin{aligned} & \underline{aSAc} \\ & a \underline{aSAc} c \\ & aa \underline{aSAc} Ac \\ & a \underline{a} \underline{abc} AcAcAc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a \underline{a} \underline{abc} Ac \underline{AAcc} \quad a \underline{a} \underline{a} \underline{abbb} \underline{Ac} \underline{ccc} \\ & a \underline{a} \underline{a} \underline{abc} \underline{AAcc} \\ & a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{bAc} \underline{Ac} \underline{Acc} \\ & a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{bAAcc} \underline{Acc} \\ & a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{bAAcc} \underline{ccc} \\ & a \underline{a} \underline{a} \underline{a} \underline{bbAAcc} \underline{ccc} \end{aligned}$$

11) 101, 1001

$$L = \{ 10^n 1 / n = 2^m ; m \geq 0 \}$$

BAB	101	<u>B</u> CAAB	
BCB		B <u>A</u> CAAB	
BAB	1001	BAA <u>A</u> CAAB	
BCAB		BAAAA <u>A</u> CB	
BAA <u>C</u> B		BAAAAA <u>A</u> CB	1000000001
BAA <u>AA</u> B	100001		

12) N

S → 1/2/3/4/5/6/7/8/9/0/BA

A → 1/2/3/4/5/6/7/8/9/0

B → 1/2/3/4/5/6/7/8/9/BA

1661 BA → BAA → BAAB → 1AAA → 16AA → 166A → 1661

1001 BA → BAA → BAAA → 1AAA → 10AA → 100A → 1001

12345 BA → BAA → BAAA → BAAAA → 1AAAA → 12AAA → 123AA → 1234A → 12345

091 No posible 0 a la izq. BA → BAA → X B no puede ser 0