

LÓGICA

Test de Validación II 2016 Modelo B

Nombre: Grupo: NIU/NIA:

1. Compruebe si la deducción que sigue es correcta. (1.5pt)

$$\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)), \ \sim \forall x(Q(x) \lor S(x)) \Rightarrow \exists x(P(x) \rightarrow R(x))$$

1. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ Premisa

2. $\sim \forall x(Q(x) \vee S(x))$ Premisa

3. $\exists x \sim (Q(x) \vee S(x))$ Negación cuantificador 2

4. \sim (Q(a) \vee S(a)) Supuesto EE 3 (x:a)

5. ~Q(a) \wedge ~S(a) DeMorgan 4

6. $P(a) \rightarrow Q(a)$ E.U. 1 (x:a)

7. P(a) Supuesto T.D.

8. Q(a) M.P. 6,7

9. ~Q(a) Simplificación 5

10. R(a) E.C.Q. 8,9

11. $P(a) \rightarrow R(a)$ Cancelación Sup. T.D. 7-10

12. $\exists x (P(x) \rightarrow R(x)) G.E. 11$

13. $\exists x (P(x) \rightarrow R(x))$ Cancelación Sup. E.E. 3-12

2. Verifique si la formula que sigue es válida usando teoría semántica (1.5 pt)

$$\sim \exists x (P(x) \leftrightarrow Q(x)) v (\forall x P(x) \rightarrow Q(y))$$

Un contrajemplo requiere:

1.
$$\sim \exists x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$$

2.
$$\forall x P(x) \rightarrow Q(y)$$

Para que 1 sea F, debe cumplirse la condición:

3.
$$\exists x(P(x)\leftrightarrow Q(x)): V$$

Para que 2 sea F, deben cumplirse las dos condiciones:

- 4. ∀xP(x) : V
- 5. Q(y): F
- (3), (4) y (5) se pueden cumplir por ejemplo en un dominio de dos elementos $\{a,b\}$. Un posible contraejemplo sería el definido por los predicados P(x) y Q(x) siguientes, si se selecciona el valor y=b para la variable libre:

$$P(x)$$
: $P(a)=V$, $P(b)=V$ $Q(x)$: $Q(a)=V$, $Q(b)=F$

Comprobando, para y=b el valor de la fórmula completa es F, luego existe al menos un contraejemplo; por ello podemos decir que la fórmula no es válida.

	$P(x)\leftrightarrow Q(x)$	$\exists x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$	~∃x(P(x)↔Q(x)) (A)	∀xP(x)	Q(y)	∀xP(x)→Q(y) (B)	Todo (A v B)
а	V				V		
		V	F	V			
b	F				F	F	F