PROBLEMA 10.6

$$H(x) = \int_{1-x}^{1+x} \log(t)\,dt$$

¿decreciente en $[0, 1/2]$?

$$H(x) = \int_{1-x}^{1+x} \log(t)\,dt \quad ; \quad x \in (-1, 1)$$

$$H'(x) = \log(1+x) + \log(1-x) =$$

$$= \log\big((1+x)(1-x)\big) = \log(1-x^2)$$

$$H'(x) = \log(1-x^2) \quad ; \quad x \in (-1, 1)$$

Si $x \in (0, 1/2)$ se tiene qe:

$$1 - 1/4 < 1 - x^2 < 1$$

$$\frac{3}{4} < 1 - x^2 < 1$$

$$\Rightarrow \log(3/4) < \log(1-x^2) < \log(1) = 0$$

Por tanto:

$x \in (0, 1/2) \Rightarrow H'(x) = \log(1-x^2) < 0$

H es DECRECIENTE en $(0, 1/2)$.

$\Rightarrow$ H es DECRECIENTE en $[0, 1/2]$

H continua en $[0, 1/2]$

y se cumple qe:

$0 = H(0) > H(x) > H(1/2)$,

$\forall x \in (0, 1/2)$.