

## Universidad Carlos III de Madrid

# Principios Físicos de la Informática

### PRIMERA PRUEBA DE EVALUACIÓN CONTINUA

#### Grupo 50. CURSO 2013/2014

**1.** La mitad de un anillo de alambre de radio r tiene resistencia  $R_1$  y la otra mitad  $R_2$ . El anillo se encuentra en un campo magnético cuyo inducción es perpendicular al plano del anillo, y varía con el tiempo según la ley  $B=B_o+kt$  donde  $B_o$  y k son constantes. Determine:

- a) La fuerza electromotriz inducida en el anillo. (2 puntos)
- b) La intensidad de corriente que circula a través de mismo. (2 puntos)
- c) La relación entre la resistencias para que la potencia disipada en una de ellas sea máxima. (1 puntos)

#### Solución:

a) El flujo que atraviesa el anillo vendrá dado por:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS = (B_o + kt)\pi r^2$$

Aplicando la ley de Neumann (o ley de Faraday), la fem inducida la obtendremos como

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -k\pi r^2$$

b) Las dos mitades del anillo se comportan como dos resistencias asociadas en serie de resistencia equivalente

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

de forma que la intensidad de la corriente que circula por ellas se obtendrá aplicando la ley de Ohm

$$I = \frac{\left|\varepsilon\right|}{R_{eq}} = \frac{\pi r^2 k}{R_1 + R_2}$$

c) Consideremos la potencia disipada en  $R_1$ 

## Universidad Carlos III de Madrid

## Principios Físicos de la Informática

$$P = I^{2}R_{1} = \frac{\varepsilon^{2}R_{1}}{(R_{1} + R_{2})^{2}}$$

Para calcular la resistencia  $\it R_{\rm l}$  para la cual la potencia disipada en ella misma es máxima, hallamos la derivada

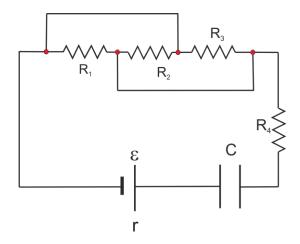
$$\frac{dP}{dR_{1}} = \frac{\varepsilon^{2} \left[ \left( R_{1} + R_{2} \right)^{2} - 2R_{1} \left( R_{1} + R_{2} \right) \right]}{\left( R_{1} + R_{2} \right)^{4}} = \frac{\left( R_{2} - R_{1} \right)}{\left( R_{1} + R_{2} \right)^{3}} \varepsilon^{2}$$

Haciendo

$$\frac{dP}{dR_1} = 0 \Longrightarrow R_1 = R_2$$

- **2.** Sea el circuito de la figura en el que inicialmente el condensador se encuentra descargado. Determine:
  - a) La carga del condensador cuando ha transcurrido un tiempo igual a un tercio de la constante de tiempo del circuito. (2 puntos)
  - b) La intensidad de corriente que atraviesa la resistencia  $R_4$  para un instante igual a diez constantes de tiempo. (2 puntos)
  - c) La tensión que en el instante de tiempo del apartado anterior se tiene en los bornes del condensador. (1 puntos)

Datos numéricos:  $\varepsilon=12$  V; r=0,2  $\Omega$ ; C=1,5  $\mu F$ ;  $R_1=R_2=2$   $\Omega$ ;  $R_3=4$   $\Omega$ ;  $R_4=5$   $\Omega$ ;





# Universidad Carlos III de Madrid

## Principios Físicos de la Informática

#### Solución:

a) Puesto que se trata RC la expresión de la carga en el condensador en función del tiempo

$$Q = C\varepsilon \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Sustituyendo

$$Q = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ F } 12 \text{ V } \left( 1 - e^{-3\tau/\tau} \right) = 5.1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Habrá que calcular la resistencia equivalente

$$R_{eq} = r + R_4 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = 0, 2 \Omega + 5 \Omega + \left(\frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega}\right)^{-1} = 6 \Omega$$

b) Luego la intensidad de la corriente que circula por

$$i = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} e^{-t/\tau} = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} e^{-10\tau/\tau} = 9,08 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

También se podría haber razonado que para un tiempo de  $10\tau > 5\tau$  el circuito alcanza el régimen estacionario, de forma que  $i \approx 0$ A.

c) La tensión en los bornes del condensador resultará

$$V_c = \varepsilon - i R_{eq} = 12 \text{ V} - 9,08 \cdot 10^{-5} \text{A 6 } \Omega = 11,99 \text{ V}$$

También sería válido argumentar que para  $\,t=10\tau\,\,\,\,\,i\approx 0\,\,{\rm A}$  , luego  $\,V_{c}\approx \varepsilon\cong 12\,\,{
m V}\,\,\,\,$  .