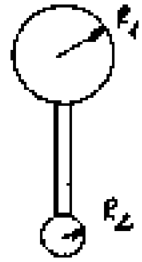
ING. TECNICA INFORMATICA DE GESTION

FISICA — Clave 164/031 — SEPTIEMBRE 2004

CUESTIONES

1. Un conductor en forma de doble pesa tiene extremos esféricos desiguales cuyos radios son de 15 y 75 cm, respectivamente (ver figura). Se mide el campo eléctrico en la superficie de la bola pequeña y es de 98 kV/m. ¿Cuál es el campo eléctrico en la otra bola?. ¿Cuál es el potencial en la superficie?



3 240000 001646

A) E = 19.6 kV/m; V = 14.7 kV B) E = 98 kV/m; V = 73.5 kV

C) E = 98 kV/m; V = 130.7 kV D) E = 19.6 kV/m; V = 2.9 kV

$R_1 = 75$ cm, $R_2 = 15$ cm, $E_2 = 98$ KV/m

Conductores conectados tienen igual potencial: $V(R_1) = V(R_2)$

$E_2 = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}$; $\boxed{V(R_2) = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = E_2 R_2 = 14{,}7 \text{ KV}}$

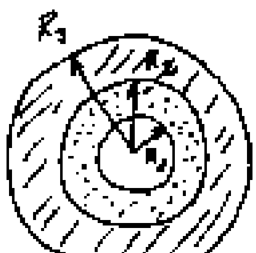
Este potencial es el mismo en todo el conductor

$\left.\begin{array}{l} E_1 = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2} \\ V(R_1) = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \end{array}\right\}$ $\boxed{E_1 = \dfrac{V(R_1)}{R_1} = \dfrac{V(R_2)}{R_1} = 19{,}6 \text{ KV/m}}$

2. Una esfera hueca de radio interior R_1 y radio exterior R_2 tiene una densidad uniforme volumétrica de carga ρ_1. Concéntrica a esta esfera, hay otra esfera hueca de radio interior R_2 y radio exterior R_3 con densidad uniforme volumétrica ρ_2. Determinar el valor de ρ_2 para que el campo eléctrico en puntos exteriores a las esferas $(r > R_3)$ sea nulo.

A) $\rho_2 = -\rho_1 R_2^3/R_3^3$ B) $\rho_2 = -\rho_1 R_1^3/R_3^3$

C) $\rho_2 = -\rho_1 R_1/R_3$ D) $\rho_2 = -\rho_1 (R_2^3 - R_1^3)/(R_3^3 - R_2^3)$



Esfera hueca $R_1, R_2 \to \rho_1$

Esfera hueca $R_2, R_3 \to \rho_2$

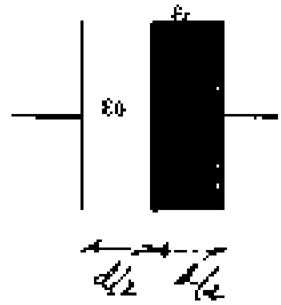
¿ρ_2? para que $E = 0$ en $r >$

T^{a} de Gauss $\Rightarrow \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 0 \Rightarrow q_{tot,enc} = 0$, donde

$q_{tot} = \rho_1 \cdot \frac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3) + \rho_2 \cdot \frac{4\pi}{3}(R_3^3 - R_2^3) = 0 \Rightarrow \rho_2 = -\rho_1 \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{R_3^3 - R_2^3}$

3. Sea un condensador plano paralelo de sección A = 100 cm^2 y separación entre placas d = 6 cm está relleno en su mitad por un dieléctrico de constante dieléctrica relativa ε_r = 3 (ver figura). Si la diferencia de potencial entre sus placas es 100 V, determinar la energía electrostática almacenada en su interior.



A) 5.5x10^{-9} J B) 2.9x10^{-8} J C) 1.1x10^{-8} J D) 5.9x10^{-8} J

$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$

Condensador en serie $\Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$

$\Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$\left.\begin{array}{l} C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2\varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d/2} = 2\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow C_{eq} = \frac{4\varepsilon_0^2 \varepsilon_r A^2/d^2}{2\varepsilon_0 \frac{A}{d}(1+\varepsilon_r)} = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d(1+\varepsilon_r)} =$

$= 2.21 \times 10^{-12}$ F

$U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2 = 1.1 \times 10^{-8}$ J

4. ¿ Qué carga máxima puede situarse en una esfera metálica de 6 cm de radio sin que se produzca la ruptura dieléctrica del aire ?. Dato: el campo de ruptura del aire es 3x10^6 V/m.

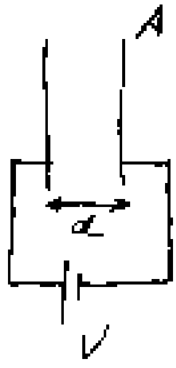
A) 7.5 x 10^{-3} C B) 6 x 10^{-4} C C) 1,2 x 10^{-6} C D) 1,2 x 10^{-3} C

$E_{rup} = \frac{Q_{max}}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \rightarrow Q_{max} = E_{rup} \cdot 4\pi\varepsilon_0 R^2 = 1.2 \times 10^{-6}$ C.

5. Se tiene un condensador de placas plano-paralelas. El área de cada placa es 300 cm^2, y están separadas una distancia d. Si se aumenta la distancia de separación entre placas 3 cm, se observa que la diferencia de potencial entre placas aumenta 181 V. La carga Q del condensador es:

A) 3.2 nC B) 1.6 nC

C) 2.4 μC D) 4.8 μC



$C_1 = \frac{Q}{V_1}$; $d_1 = d$; $d_2 = d_1 + 3$

$V_1 = V$; $V_2 = V_1 + 181$

$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1}$; $Q = C_1 V_1$

$C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_2}$; $Q = C_2 V_2$

$\Big\} \; C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{\varepsilon_0} \frac{\cancel{A}}{d_1} V_1 = \cancel{\varepsilon_0} \frac{\cancel{A}}{d_1 + 3\times10^{-2}} (V_1 + 181) \Rightarrow \frac{V_1}{d_1} = \frac{V_1 + 181}{d_1 + 3\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow \cancel{V_1 d_1} + 3\times10^{-2} V_1 = \cancel{V_1 d_1} + 181\, d_1 \Rightarrow V_1 = \frac{181\, d_1}{3\times10^{-2}}$$

$C_1 = \frac{Q_1}{V_1}$

$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1}$

$$\Big\} \; \frac{Q}{V_1} = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \rightarrow \frac{Q}{\frac{181\, d_1}{3\times10^{-2}}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \rightarrow \frac{3\times10^{-2} Q}{181} = \varepsilon_0$$

$$\Rightarrow Q = \frac{181\, \varepsilon_0 A}{3\times10^{-2}} = 1{,}60 \times 10^{-9}\, C$$

6. A un alambre de 1.0 m de longitud y 3.0 mm de diámetro se le aplica una diferencia de potencial de 10 V. Se encuentra que su resistencia es 0.017 Ω. Calcular la densidad de corriente del material y la resistividad del alambre.

A) $\rho = 1.2\times10^{-7}\ \Omega.m$; $j = 588.2\ A/m^2$ B) $\rho = 1.2\times10^{-7}\ \Omega.m$; $j = 8.3\times10^{7}\ A/m^2$

C) $\rho = 2.4\times10^{3}\ \Omega.m$; $j = 1.7\times10^{-3}\ A/m^2$ D) $\rho = 3.7\times10^{-2}\ \Omega.m$; $j = 118.2\ A/m^2$

$$R = \rho \frac{l}{S} \rightarrow \rho = \frac{R \cdot S}{l} = \frac{R \pi r^2}{l} = 1.20 \times 10^{-7}\ \Omega.m$$

$$j = \frac{I}{S} \; ; \quad R = \frac{V}{I} \rightarrow I = \frac{V}{R} = 588{,}2\ A \; ; \quad j = \frac{I}{\pi r^2} = 8{,}3\times10^{7}\ A/m$$

7. El concepto de diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos está asociado a:

A) la energía por unidad de carga que se necesita para desplazar carga eléctrica entre dos puntos

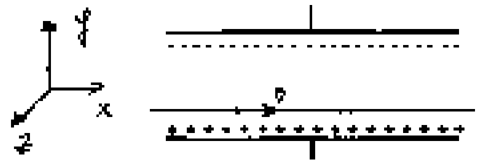
B) el trabajo realizado para desplazar un portador de carga entre dos puntos

C) el trabajo realizado para desplazar cierta cantidad de carga entre dos puntos

D) la diferencia entre las energías potenciales de las cargas situadas en los dos puntos

E) la fuerza mecánica que actúa sobre los portadores de carga cuando hay una corriente entre dos puntos

8. Un electrón se desplaza sin desviarse con velocidad $v=3\times10^2$ m/s al pasar por el condensador de la figura. En el interior del condensador existe un campo eléctrico de 30 V/m y un campo magnético perpendicular al campo eléctrico. ¿ Cuál es la dirección, sentido y módulo del campo magnético dentro del condensador ?

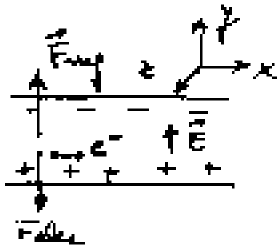


A) 0.1 T entrante en el plano

B) 0.1 T saliente del plano

C) 0 T

D) 0.2 T en la dirección y sentido de la velocidad



Si el electrón no se desvía y $v = 3\times10^2$ m/s es cte. $\Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{tot} = 0$

$$\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{elec} + \vec{F}_{mag} = q\vec{E} + q(\vec{v}\wedge\vec{B}) = 0 \Rightarrow \cancel{q}E = \cancel{q}vB$$

$$\Rightarrow B = \frac{E}{v} = 0.1\ T$$

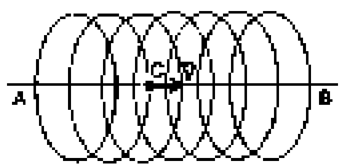
$\vec{F}_{mag} = F_{mag}\vec{j}$, $\vec{v} = v\vec{i}$; B debe ser ortogonal a v y a E.

$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v}\wedge\vec{B}) = q\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = \underbrace{q}_{<0}(-vB)\vec{j} = qvB\vec{j} \Rightarrow$$

$\vec{B}$ debe estar a lo largo del eje $z(+)$ según figura $\Rightarrow$

$\vec{B}$ saliente del papel.

9. Por un solenoide muy largo de longitud 50 cm, 500 espiras y radio 8 cm, circula una corriente de 3 A. ¿Qué fuerza (módulo, dirección y sentido) experimenta un haz de electrones al pasar por C con velocidad de 10^3 m/s ?



A) F=25 k

B) F=2 i +25 j

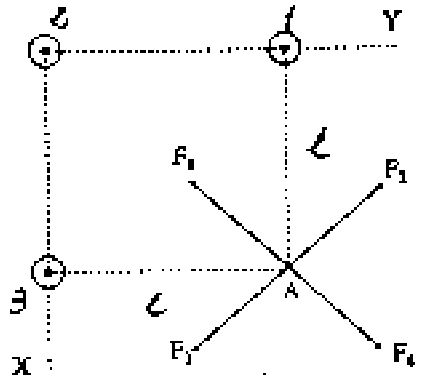
C) F=-2 i -25 j

D) F=0

E) F= -2 i + 3 j + 4 k

$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v}\wedge\vec{B})$; $B = \mu_0 n I$ con $n = \frac{N}{l}$, además $\vec{B}$ es $\parallel$ a $\vec{v}$, luego $\vec{F}_{mag} = q(\vec{v}\wedge\vec{B}) = 0$.

10. Se tienen tres conductores rectilíneos e **infinitas**, dispuestos en los vértices de un cuadrado en el plano XY, tal y como se indica en la figura. Por cada uno de los conductores circula una intensidad de corriente I, y cuyo sentido es el indicado en la figura. En el punto A se coloca un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = v_o \vec{k}$ (con $v_0>0$). ¿Cuál de los vectores fuerza indicados en la figura es el correcto?



A) F_1 B) F_2

C) F_3 D) F_4

Pto. A, $\vec v = v_0 \vec k$ (electrón), $\vec F_{mg} = q(\vec v \wedge \vec B)$

$\vec B_{tot}(A) = \vec B_1(A) + \vec B_2(A) + \vec B_3(A)$

$\oint \vec B_1 \cdot d\vec l = \mu_0 I \rightarrow B_1\, 2\pi l = \mu_0 I \rightarrow \vec B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi l}\vec j$

$\oint \vec B_2 \cdot d\vec l = \mu_0 I \rightarrow B_2 \cdot 2\pi d = \mu_0 I \rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ con $d = \sqrt{2}\, l$

(diagonal del cuadrado); $\vec B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi l}[-\sin 45^\circ \vec i + \cos 45^\circ \vec j]$

$= \frac{\mu_0 I}{4\pi l}(-\vec i + \vec j)$

$\oint \vec B_3 \cdot d\vec l = \mu_0 I \rightarrow B_3\, 2\pi l = \mu_0 I \rightarrow \vec B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi l}(-\vec i)$

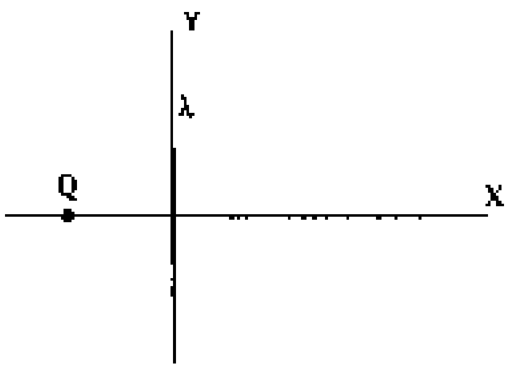
$\vec B_{tot}(A) = \vec B_1 + \vec B_2 + \vec B_3 = \frac{3\mu_0 I}{4\pi l}(-\vec i + \vec j)$.

$$\vec F_{mg} = q(\vec v \wedge \vec B_{tot}) = \frac{3q\mu_0 I}{4\pi l}\begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 0 & 0 & v_0 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{3q\mu_0 I}{4\pi l}(-v_0\vec i - v_0\vec j)$$

Como $q<0$ (electrón), entonces $\vec F_{mg} = \frac{3|q|\mu_0 I}{4\pi l} v_0 (\vec i + \vec j)$

$\Rightarrow$ la dirección de $\vec F_{mg}$ es la correspondiente a $\vec F_4$.

1. El eje Y se comporta como una distribución uniforme de carga, caracterizada por una densidad lineal $\lambda = 3\ \mu C/m$.
En el punto (-2, 0, 0) se coloca una carga puntual $Q = -2\ \mu C$.



a) Calcular la expresión general del vector $\vec{E}$ para un punto genérico del eje X (con x>0). Utilizar esta expresión para calcular $\vec{E}$ en el punto (4, 0, 0)

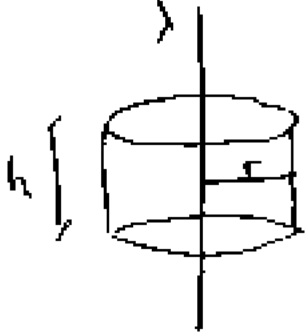
b) Calcular el trabajo necesario para llevar una carga q =1 μC desde el punto A (3, 0, 0) al punto B (6, 0, 0)

NOTA: todas las coordenadas están expresadas en metros

Expresiones generales de los campos

Carga Q $\qquad \vec{E}_Q = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\vec{u}_r$

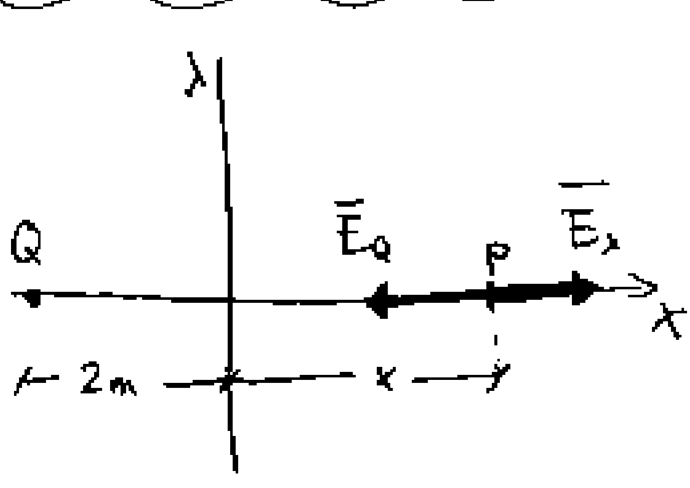
Línea infinita de carga



$$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = E\,2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \;;\; E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\vec{u}_r$$

En nuestro problema



Punto P (x, 0, 0)

$$\bar{E}_Q = \frac{-2\cdot 10^{-6}}{4\pi\varepsilon_0 [x+2]^2}\,\vec{i} =$$

$$= -\frac{1.8\cdot 10^{4}}{[x+2]^2}\,\vec{i}\quad [V/m]$$

$$\vec{E}_\lambda = \frac{3\cdot 10^{-6}}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{i} = \frac{5.4\cdot 10^{4}}{x}\vec{i} \quad [V/m]$$

$$\boxed{\vec{E}(P) = \vec{E}_Q + \vec{E}_\lambda = \left[-\frac{1.8\cdot 10^4}{(x+2)^2} + \frac{5.4\cdot 10^4}{x}\right]\vec{i}}$$

En el punto $(4,0,0)$ $(x=4)$

$$\boxed{\vec{E}(4,0,0) = 1.3\cdot 10^4\,\vec{i} \ (V/m)}$$

b) $W_{A\to B} = q\,(V_B - V_A)$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{x_A}^{x_B} E\,dx = -\int_{x_A}^{x_B}\left[-\frac{1.8\cdot 10^4}{(x+2)^2} + \frac{5.4\cdot 10^4}{x}\right]$$

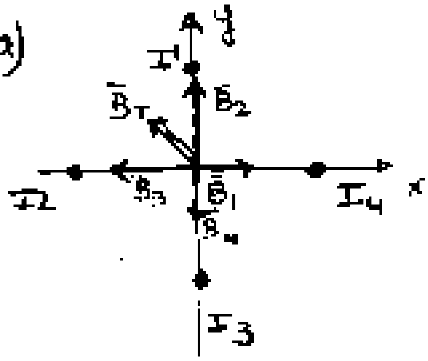
$$= \int_{x_A}^{x_B}\frac{1.8\cdot 10^4}{(x+2)^2}dx - \int_{x_A}^{x_B}\frac{5.4\cdot 10^4}{x}dx = \left[-\frac{1.8\cdot 10^4}{(x+2)}\right]_3^6 - \left[5.4\cdot 10^4 \ln x\right]_3^6$$

$$= -3.6\cdot 10^4\ V$$

$$\boxed{W_{A\to B} = q\,[V_B - V_A] = -3.6\cdot 10^{-5}\ J}$$

Problema 2

a)



$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$

$\vec{B}_1(0) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}\hat{i} = 4\times10^{-7}\,\hat{i}$ T

$\vec{B}_2(0) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{R}\hat{j} = 8\times10^{-7}\,\hat{j}$ T

$\vec{B}_3(0) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_3}{R}(-\hat{i}) = -8\times10^{-7}\,\hat{i}$ T

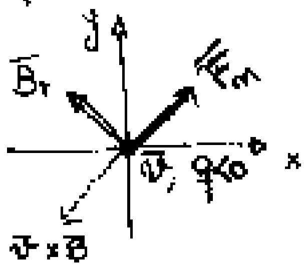
$\vec{B}_4(0) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_4}{R}(-\hat{j}) = -4\times10^{-7}\,\hat{j}$ T

$\boxed{\vec{B}_T = 4\times10^{-7}(-\hat{i}+\hat{j})\,T}$ y $|\vec{B}_T| = 4\times10^{-7}\sqrt{2}\,T = 5'6\times10^{-7}\,T$

b) $\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B} = -1'6\times10^{-19}\cdot 3 \quad 4\times10^{-7}\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix} =$

$= \boxed{1'9\times10^{-25}(\hat{i}+\hat{j})\ N = \vec{F}_m}$

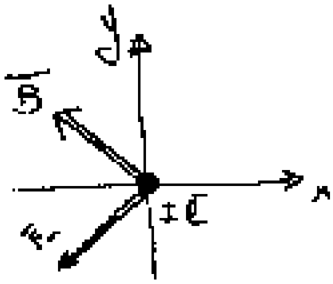
y $|\vec{F}_m| = 1'9\times10^{-25}\sqrt{2}\ N = 2'7\times10^{-25}\,N$



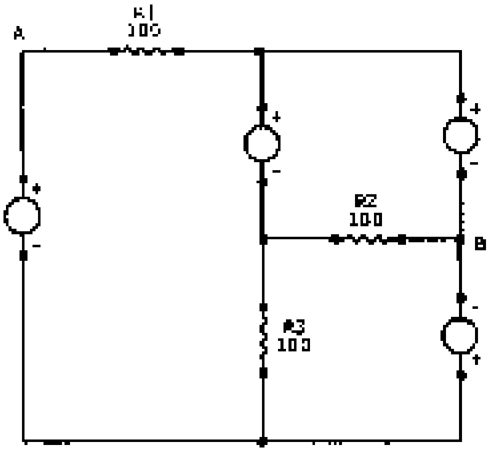
c) $\vec{F}_m = I\,[\vec{l}\times\vec{B}]$ ahora $\vec{l} = 0'3\,\hat{k}$ m

$\vec{F}_m = 0'5\cdot 0'3 \quad 4\times10^{-7}\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{vmatrix} N = \boxed{-6\times10^{-8}(\hat{i}+\hat{j})\ N = \vec{F}_m}$

y $|\vec{F}_m| = 6\times10^{-8}\sqrt{2}\ N = 8'5\times10^{-8}\ N$



3. En el circuito de la figura todas las fuentes de alimentación son idénticas. Sabiendo que la potencia total disipada es de 2 W. Calcula: a) el valor de la fuente de alimentación; b) la tensión eléctrica entre los puntos A y B; c) la corriente eléctrica en todas las resistencias.

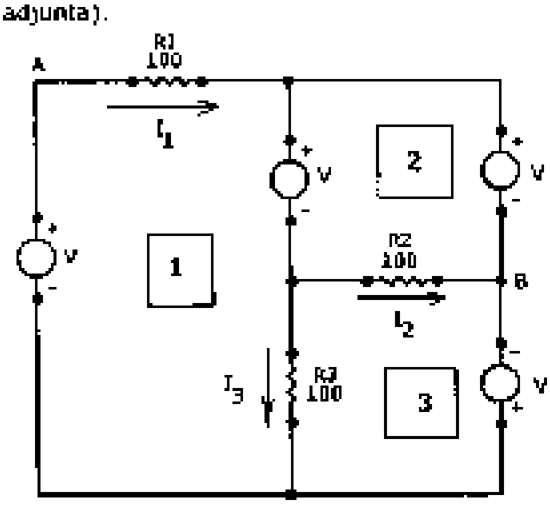


a) <u>**Valor de la fuente de alimentación**</u>

El valor de la fuente de alimentación, se deduce aplicando la condición de que la potencia disipada en las tres resistencias ($R_1=R_2=R_3=R=100$) es de 2 W, suponiendo que las corrientes que atraviesan dichas resistencias son I_1, I_2 e I_3.

$$P_{disp} = \sum_{k=1}^{3} R_k\, I_k = R(I_1^{\,2} + I_2^{\,2} + I_3^{\,2})$$

Para encontrar el valor de las corrientes eléctricas, debemos analizar el circuito (ver figura adjunta).



<u>Análisis del circuito</u>.

KVL malla $\boxed{1}$

$$V = R_1\, I_1 + V + R_3\, I_3 \Rightarrow R_1\, I_1 + R_3\, I_3 = 0$$

Como $R_1=R_3=R$ entonces:

$$R(I_1 + I_3) = 0 \Rightarrow I_1 = -I_3$$

KVL malla $\boxed{2}$

$$V = V - R_2\, I_2 \Rightarrow I_2 = 0$$

KVL malla $\boxed{3}$

$$R_3\, I_3 = R_2\, I_2 - V \Rightarrow I_3 = -\frac{V}{R_3} = -\frac{V}{R}$$

por tanto:

$$I_1 = \frac{V}{R}$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = -\frac{V}{R}$$

Sustituyendo en la expresión de la potencia disipada:

$$P_{disp} = R\left(\frac{V^2}{R^2} + 0^2 + \frac{V^2}{R^2}\right) = 2\frac{V^2}{R}$$

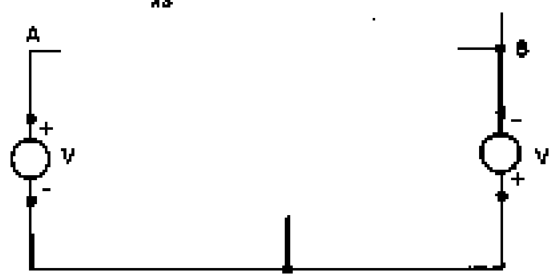
Despejando V:

$$V = \sqrt{\frac{R\, P_{disp}}{2}} = \sqrt{\frac{100.2}{2}} = 10\ V$$

b) <u>**Tensión eléctrica entre A y B**</u>

Tomando el camino señalado en la figura adjunta:

$$V_{AB} = V + V = 2V = 20V$$



c) <u>**Corrientes eléctricas**</u>

Del análisis previo realizado en a), resulta:

$$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{10}{100} = 0.1A$$

$$I_2 = 0$$

$$I_3 = -\frac{V}{R} = -\frac{10}{100} = -0.1A$$