Departamento de Informática
Universidad Carlos III de Madrid

Grado en Ingeniería en Informática

Inteligencia Artificial
Examen parcial

Abril 2018

Ejercicio 1 (5p)

Un paciente puede tener un síntoma S que se relaciona con dos enfermedades diferentes X e Y. Se sabe que el hecho de que haya una variación en el gen G afecta considerablemente a la manifestación de la enfermedad X. Además, se conocen los siguientes datos:

- La probabilidad de que exista variación en el gen G es 0.1.
- La probabilidad de que una persona tenga la enfermedad Y es de 0.4.
- Cuando hay variación del gen G la enfermedad X se presenta en el 100 % de los casos. Si no hay variación, dicha enfermedad se presenta sólo en el 10 % de los casos.
- El síntoma S se presenta el 100 % de los casos cuando el paciente tiene las dos enfermedades. Sin embargo, cuando sólo tiene una de ellas, se presenta el 90 % de los casos para la enfermedad X y el 80 % para Y. El síntoma sólo se presenta el 10 % de los casos cuando el paciente no tiene ninguna de las dos enfermedades.

Se pide:

1. (1p) Defina la red bayesiana correspondiente y sus probabilidades.
2. (1p) Calcule la probabilidad de que un paciente tenga las dos enfermedades, presente el síntoma S y tenga variación en el gen G.
3. (1p) Calcule la probabilidad de que un paciente tenga la enfermedad X.
4. (1p) Calcule la probabilidad de que un paciente para el que se ha observado variación del gen G tenga la enfermedad Y.
5. (1p) Calcule la probabilidad de que un paciente para el que se observa el síntoma S y se conoce que tiene la enfermedad Y, tenga también la enfermedad X.

Ejercicio 2 (5p)

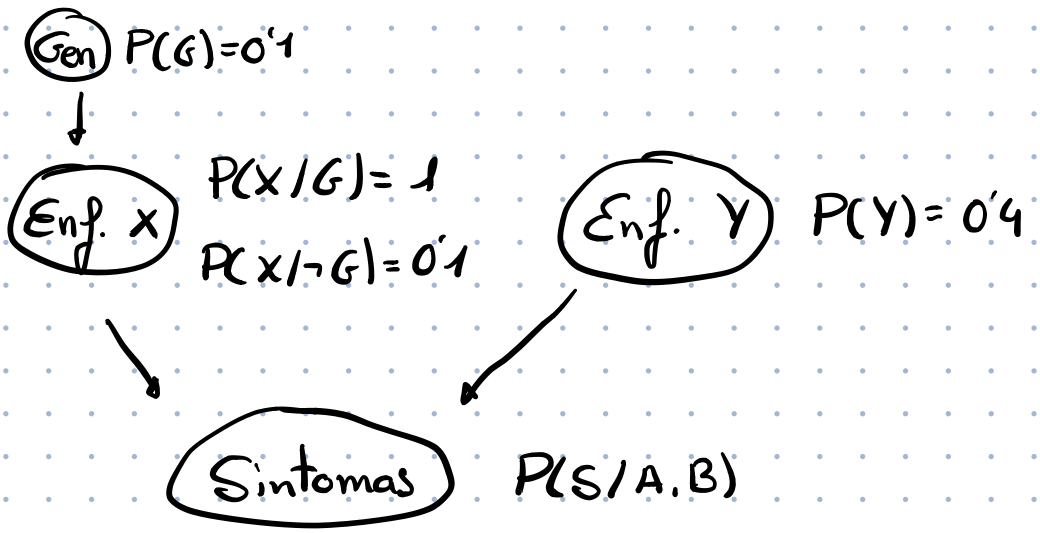
Paco debe ir desde la ciudad A hasta la ciudad B. Para realizar el viaje cuenta con su viejo coche. El coste de la gasolina para el viaje es de 100E. Sin embargo, el coche últimamente está dando problemas. En concreto, si realiza el viaje con él hay una probabilidad de 0.5 de que se estropee por el camino. Si se estropea por el camino, existe la opción de repararlo y continuar, aunque el coche puede que se vuelva a estropear, lo que ocurrirá con una probabilidad de 0.4. El coste de reparar el coche es de 200E. Por otro lado, tanto directamente desde A, como desde el punto en que se haya estropeado el coche, Paco puede alquilar un coche nuevo para ir a B. Alquilarlo en A supone un coste de 400E, mientras que si lo alquila en algún punto entre A y B el coste será de 300E. Asumiremos que el coche alquilado no se estropea nunca. A Paco le gustaría determinar qué decisión debe tomar en cada caso para minimizar el gasto esperado.

Se pide

1. (1.5) Defina formalmente el problema planteado como un MDP (Markov Decision Process) y dibuje un diagrama con las transiciones correspondientes.
2. (1) Explique qué es una política óptima en el contexto de un MDP.
3. (1) Defina las ecuaciones de Bellman para cada uno de los estados del MDP resultante.
4. (1.5) Ejecute el algoritmo de iteración de valor para determinar cuál sería la política óptima en este problema. Explique cúal es esta política.

1.)

1.



A	B	S
X	Y	1
X	¬Y	0'4
¬X	Y	0'8
¬X	¬Y	0'1

Estados = { Gen G, Enf. X X, Enf. Y Y, Sintomas S }

Probabilidades en el diagrama.

2. $P(X, Y, S, G) = P(S/X,Y)\,P(Y)\,P(X/G)\,P(G) =$

$= 1 \cdot 0'4 \cdot 1 \cdot 0'1 = \boxed{0'04}$

3. $P(X) = \sum_G P(X/G)\,P(G) = P(X/G)\,P(G) + P(X/\neg G)\,P(\neg G) =$

$= 1 \cdot 0'1 + 0'1 \cdot 0'9 = \boxed{0'19}$

4. $P(Y/G) = \boxed{0'4}$ Que el gen varie no afecta a Y

5. $P(X/Y,S) = \alpha\, P(X, Y, S, G) =$

$= \alpha \sum_G P(S/X,Y)\,P(Y)\,P(X/G)\,P(G) =$

$= \alpha P(S/X,Y)\,P(Y) \sum_G P(X/G)\,P(G) =$

$= \alpha\, 1 \cdot 0'4 \cdot [1 \cdot 0'1 + 0'1 \cdot 0'9] = \alpha\, 0'076 = \boxed{0'19}$

$P(\neg X/Y,S) = \alpha\, 1 \cdot 0'4 \cdot [0 \cdot 0'1 + 0'9 \cdot 0'9] = \alpha\, 0'324$

$\alpha\, 0'076 + \alpha\, 0'324 = 1$; $\alpha = 2'5$

2)

Estados $\{$ Inicio $= A$, Estropeado $= \mathcal{E}$, Meta $= B \}$

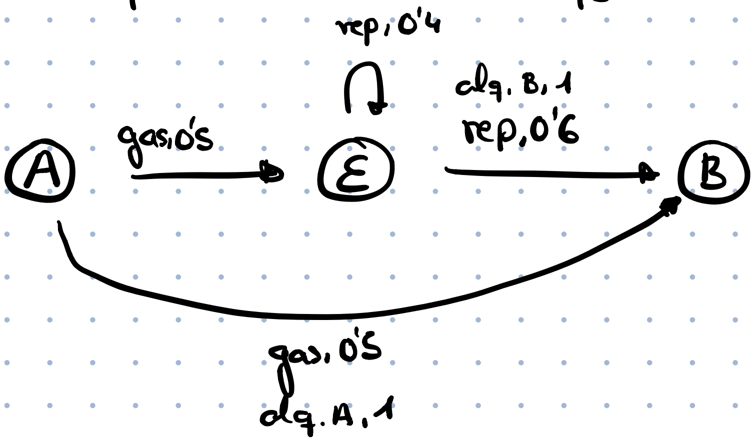
Costes $\{ c(\text{gas.}) = 100, c(\text{rep.}) = 200, c(\text{alq. } A) = 400, c(\text{alq. } \mathcal{E}) = 300 \}$

Probabilidad de las acciones sobre los estados.

X	$P_{gas}(X/A)$
$\mathcal{E}$	0'5
B	0'5

X	$P_{rep.}(X/\mathcal{E})$
$\mathcal{E}$	0'4
B	0'6

$P_{alq.A}(B/A) = 1$ $\quad$ $P_{alq\mathcal{E}}(B/\mathcal{E}) = 1$



1. Una politica optima es cuando asigna a cada estado la mejor acción para reducir costes.

3. $V_{t+1}(A) = \min_a \left[100 + 0'5 V_t(\mathcal{E}) + 0'5 \cdot \cancel{V_t(B)}^{\,0}, \right.$
$\left. 400 + 1 \cdot \cancel{V_t(B)}^{\,0} \right]$

$V_{t+1}(\mathcal{E}) = \min_a \left[200 + 0'4 V_t(\mathcal{E}) + \cancel{0'6 V_t(B)}^{\,0}, \right.$
$\left. 300 + 1 \cdot \cancel{V_t(B)}^{\,0} \right]$

$V_{t+1}(B) = 0$ Siempre 0 al ir meta

4. $V_0(A) = 0 \qquad V_0(E) = 0$

$V_1(A) = \min[100, 400] = 100 \qquad V_1(E) = \min[200, 300] = 200$

$V_2(A) = \min[200, 400] = 200 \qquad V_2(E) = \min[300, 300] = 300$

$V_3(A) = \min[250, 400] = 250 \qquad V_3(E) = \min[350, 300] = 300$

$V_4(A) = \min[250, 400 = 250 \qquad V_4(E) = \min[350, 300] = 300$

Política optima:

Para el A es llevar de gasolina y coger el propio coche.

Para el E es alquilar un coche.