1. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Todos los hombres son mortales. Todos los africanos son hombres. Luego todos los africanos son mortales". (*)**

```
TODOS LOS HOMBRES SON MORTALES              P=Africanos
TODOS LOS AFRICANOS SON HOMBRES             Q=Hombres
---------------------------------           R=Mortales
TODOS LOS AFRICANOS SON MORTALES
```

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow R(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow R(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $Q(a) \rightarrow R(a)$ EU a la línea 1
4. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a la línea 2
5. $P(a) \rightarrow R(a)$ Silogismo 4,3
6. $\forall x\ (P(x) \rightarrow R(x))$ GU a 5

2. **Determinar si la siguiente deducción es correcta**

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$
————————————
|--- $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 1
4. $Q(a) \rightarrow \sim R(a)$ EU a 1
5. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Sil 3,4
6. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 5

3. **Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Ningún hombre tiene alas. Algunos seres vivos son hombres. Algunos seres vivos no tienen alas".**

```
NINGÚN HOMBRE TIENE ALAS                    P=Ser vivo
ALGUNOS SERES VIVOS SON HOMBRES             Q=Hombre
---------------------------------           R=Tener alas
ALGUNOS SERES VIVOS NO TIENEN ALAS
```

$\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$
$\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$

$\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$

1. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$ premisa
2. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$ premisa
   3. $P(a) \wedge Q(a)$ Supuesto EE a 2 **(*)**
   4. $Q(a) \rightarrow \sim R(a)$ EU a 1
   5. $P(a)$ A4 Simpl. a 4
   6. $Q(a)$ A4 Simpl. a 4

7. $\sim R(a)$ MP 3,6
8. $P(a) \wedge \sim R(a)$ A3 Prod. 5,7
9. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$ GE a 8
10. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$ Cancelación Supuesto EE 2-9

(*) Si hacemos EE primero y luego EU con la misma variable, queda claro que "a" es un elemento **concreto** del dominio que sólo vamos a poder generalizar por GE. No es que sea incorrecto poner 3 antes de 2, pero es mejor práctica.

4. Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Ningún hombre es cuadrúpedo, como todo león es cuadrúpedo, ningún león es hombre".

```
NINGÚN HOMBRE ES CUADRÚPEDO                   P=León
TODO LEÓN ES CUADRÚPEDO                       Q=Cuadrúpedo
---------------------------------             R=Hombre
NINGÚN LEÓN ES HOMBRE
```

$\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ premisa
3. $R(a) \rightarrow \sim Q(a)$ EU a 1
4. $P(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 2
    5. $P(a)$ Supuesto TD
    6. $Q(a)$ MP 4,5
    7. $\sim R(a)$ MT 3,6
8. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Cancelación supuesto TD 5-7
9. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 8

5. Formalizar y deducir el siguiente argumento: "Todo hombre es bípedo, como ningún león es bípedo, entonces ningún león es hombre".

```
TODO HOMBRE ES BÍPEDO                         P=León
NINGÚN LEÓN ES BÍPEDO                         Q=Bípedo
---------------------------------             R=Hombre
NINGÚN LEÓN ES HOMBRE
```

$\forall x\ (R(x) \rightarrow Q(x))$
$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim Q(x))$

$\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$

1. $\forall x\ (R(x) \rightarrow Q(x)$ premisa
2. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim Q(x))$ premisa
3. $R(a) \rightarrow Q(a)$ EU a 1
4. $P(a) \rightarrow \sim Q(a)$ EU a 2
    5. $P(a)$ supuesto TD
    6. $\sim Q(a)$ MP 4,5
    7. $\sim R(a)$ MT 3,6
8. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$ Cancelación supuesto TD 5-7
9. $\forall x\ (P(x) \rightarrow \sim R(x))$ GU a 8

6. **Determinar si la siguiente deducción es correcta**

$\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$
————————————
Q: |--- $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$

$\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$
$\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$

$\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$

1. $\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim Q(x))$	premisa
2. $\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$	premisa
3. $R(a) \rightarrow \sim Q(a)$	EU a 1 **(ver * en ejercicio 2)**
4. $P(a) \wedge Q(a)$	supuesto EE a 2
5. $P(a)$	A4 Simp. A 4
6. $Q(a)$	A4 Simp. A 4
7. $\sim R(a)$	MT 3,6
8. $P(a) \wedge \sim R(a)$	A3 Prod. 5,7
9. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$	GE a 8
10. $\exists x\ (P(x) \wedge \sim R(x))$	Cancelación supuesto EE 2, 4-9

7. **Formalizar y deducir el siguiente argumento utilizando la regla de la contraposición. "Todo puma es cuadrúpedo. Ningún cuadrúpedo es hombre, luego ningún hombre es puma". (*)**

```
TODO PUMA ES CUADRÚPEDO                         P=Puma
NINGÚN CUADRÚPEDO ES HOMBRE                     Q=Cuadrúpedo
---------------------------------               R=Hombre
NINGÚN HOMBRE ES  PUMA
```

$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$
$\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$

$\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim P(x))$

1. $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	premisa
2. $\forall x\ (Q(x) \rightarrow \sim R(x))$	premisa
3. $P(a) \rightarrow Q(a)$	EU a 1
4. $Q(a) \rightarrow \sim R(a)$	EU a 2
5. $P(a) \rightarrow \sim R(a)$	Sil 3,4
6. $\sim\sim R(a) \rightarrow \sim P(a)$	Contraposición --> 5
7. $R(a) \rightarrow \sim P(a)$	A8 DN a 6
8. $\forall x\ (R(x) \rightarrow \sim P(x))$	GU a 7

8. **Formalizar y comprobar si la siguiente deducción es correcta, mediante Teoría de la Demostración. "*Los españoles no son ingleses. Algunos españoles hablan inglés. Luego algunos que hablan inglés no son ingleses*." (*)**

Dominio: {personas}
E (x): x es español
I (x): x es inglés
HI(x): x habla inglés

1. $\forall x(E(x) \rightarrow \sim I(x))$	premisa
2. $\exists x(E(x) \wedge HI(x))$	premisa
3. $E(a) \wedge HI(a)$	Supuesto E.E. 2

4. E(a)→ ~ I(a) E.U. 1
5. E(a) Simp. 3
6. ~ I(a) M.P. 4,5
7. HI(a) Simp. 3
8. HI(a) ∧~I(a) Prod. 6,7
9. ∃x(HI(x) ∧~ I(x)) G.E. 8
10. ∃x(HI(x) ∧ ~ I(x)) Canc. Sup. E.E. 3-9

9. Comprobar si las deducción es correcta o no.

$$\exists y\forall x(P(x\text{‘}y)\rightarrow Q(x)),\ {\sim}\exists z(Q(z)\ \vee R(z))\ \Rightarrow\ \exists y\forall x{\sim}P(x\text{‘}y)$$

1. ∃y ∀x (P(x,y) → Q(x)) premisa
2. ~∃z (Q(z) ∨ R(z)) premisa
3. ∀z ~ (Q(z) ∨ R(z)) negación 2
 4. ∀x (P(x,b) → Q(x)) EE 1
 5. P(a,b) → Q(a) EU 4
 6. ~ (Q(a) ∨ R(a)) EU 3
 7. ~Q(a) ∧ ~R(a) De Morgan 6
 8. ~Q(a) A4 7
 9. ~Q(a) → ~P(a,b) CP 5
 10. ~P(a,b) MP 9,8
 11. ∀x ~P(x,b) GU 10 (*)
 12. ∃y ∀x ~P(x,y) GE 11
13. ∃y ∀x ~P(x,y) Cancelación supuesto EE 4-12

(*) La variable "a" venía solamente de EU en la línea 5, así que se puede hacer GU dentro del supuesto. Es genérica incluso después de haber escogido un "b" específico.

10. Formalizar la siguiente deducción y verificar si es correcta, usando el método de Teoría de la Demostración.

"Hay especies que requieren ser capaces de parasitar a cualquier especie para sobrevivir. Pero una especie que sobrevive y evoluciona, no puede parasitarse a sí misma. Por lo tanto, si todas las especies evolucionan, alguna especie no sobrevive."

∃x ∀y (S(x) → P(x,y)), ∀x (S(x) ∧ E(x) → ~P(x,x)) ⇒ ∀x E(x) → ∃x ~S(x)

1. ∃x ∀y (S(x) → P(x,y)) premisa
2. ∀x (S(x) ∧ E(x) → ~P(x,x)) premisa
 3. ∀x E(x) supuesto TD
  4. ∀y (S(a) → P(a,y)) supuesto EE 1
  5. S(a) → P(a,a) EU 4
  6. S(a) ∧ E(a) → ~P(a,a) EU 2
  7. E(a) EU 3
  8. E(a) → (S(a) → ~P(a,a)) Exp 6
  9. S(a) → ~P(a,a) MP 8,7
  10. ~S(a) A7 5,9
  11. ∃x ~S(x) GE 10
 12. ∃x ~S(x) cancelación sup EE 4-11
13. ∀x E(x) → ∃x ~S(x) canc sup TD 3-12

(*) Tal vez sea menos confuso usar dos variables diferentes (la deducción sólo varía al final, al generalizar): ∀x E(x) → ∃y ~S(y).

11. Formalizar Dado el siguiente argumento, comprobar si es correcto según Teoría de la Demostración en Lógica de Predicados:"Todos los humanos saben hablar, también cualquiera que sepa hablar es inteligente. Sabemos que cualquiera que sea inteligente es un primate, luego podemos concluir que todos los humanos, son primates."

¿Cómo quedaría la deducción y qué conclusión se podría sacar si la segunda premisa fuera "Algunos, si hablaran serían inteligentes"?

$$\forall x\ (Hu(x) \rightarrow Ha(x)),\ \forall x\ (Ha(x) \rightarrow I(x)),\ \forall x\ (I(x) \rightarrow P(x)) \Rightarrow \forall x\ (Hu(x) \rightarrow P(x))$$

1. $\forall x\ (Hu(x) \rightarrow Ha(x))$	premisa
2. $\forall x\ (Ha(x) \rightarrow I(x))$	premisa
3. $\forall x\ (I(x) \rightarrow P(x))$	premisa
4. $Hu(y) \rightarrow Ha(y)$	EU 1 (*)
5. $Ha(y) \rightarrow I(y)$	EU 2
6. $I(y) \rightarrow P(y)$	EU 3
7. $Hu(y) \rightarrow I(y)$	Sil 4,5
8. $Hu(y) \rightarrow P(y)$	Sil 7,6
9. $\forall x\ (Hu(x) \rightarrow P(x))$	GU 8

(*) Una convención que puede ser útil y usamos aquí, es reservar las letras "a", "b", etc. para términos que vienen de EE, y "y","z", "t" para términos que vienen de EU. Así queda claro qué generalización se puede hacer al final.

$$\forall x\ (Hu(x) \rightarrow Ha(x)),\ \exists x\ (Ha(x) \rightarrow I(x)),\ \forall x\ (I(x) \rightarrow P(x)) \Rightarrow \forall x\ (Hu(x) \rightarrow P(x))$$

1. $\forall x\ (Hu(x) \rightarrow Ha(x))$	premisa
2. $\exists x\ (Ha(x) \rightarrow I(x))$	premisa
3. $\forall x\ (I(x) \rightarrow P(x))$	premise
4. $Ha(a) \rightarrow I(a)$	Supuesto EE 2
5. $Hu(a) \rightarrow Ha(a)$	EU 1
6. $I(a) \rightarrow P(a)$	EU 3
7. $Hu(a) \rightarrow I(a)$	Sil 4,5
8. $Hu(a) \rightarrow P(a)$	Sil 7,6
9. $\exists x\ (Hu(x) \rightarrow P(x))$	GE 8
10. $\exists x\ (Hu(x) \rightarrow P(x))$	Cancelación supuesto EE 2, 4-9