



**Nombre del Alumno:**

**Grupo:**

**NIU:**

**¿Desea ser evaluado en modo evaluación continua?: Si**

**No**

☐☐

**Normas:**

Para la realización del examen **no** se permite la utilización de apuntes, libros, apuntes y otro material de consulta. Se deberá presentar el carnet de la universidad o una identificación oficial (DNI, pasaporte...)

Se podrá utilizar calculadora pero **no podrá ser en ningún caso programable**. La utilización de una calculadora programada será motivo de expulsión del examen teniendo un cero en esta convocatoria.

El examen se puntúa sobre 5 puntos en convocatoria ordinaria para los alumnos que se adhieran a la evaluación continua. Siguiendo las normas de la universidad que se pueden consultar en Campus Global bajo el encabezado "Exámenes" dentro de Docencia e Investigación > Actividad Académica > Exámenes > Normativa relacionada: [http://www.uc3m.es/portal/page/portal/organizacion/secret\\_general/normativa/estudiantes/estudios\\_grado/normativa-evaluacion-continua-31-05-11\\_FINALx.pdf](http://www.uc3m.es/portal/page/portal/organizacion/secret_general/normativa/estudiantes/estudios_grado/normativa-evaluacion-continua-31-05-11_FINALx.pdf)

El examen a realizar por los alumnos que se adhieren a evaluación continua y valorado sobre 5 puntos es el siguiente : Cuestión 1 (0,5 puntos)+Problema 1: 1,5 puntos+ Problema 2 (1,5 puntos)+ Problema 3 (1,5 puntos).

La evaluación del examen para los alumnos que no se adhieran a evaluación continua se puntuará sobre diez puntos y se realizarán todos los ejercicios y cuestiones presentadas en este formulario: Cuestión 1(1 punto)+ cuestión 2(1 Punto)+Problema 1 (2 puntos)+Problema 2 (2 Puntos)+ Problema 3 (2 puntos)+ problema 4 (2 Puntos).

El examen tendrá una duración de dos horas para los alumnos de evaluación continua y dos horas y media para los alumnos que no se adhieran a evaluación continua. Y los alumnos entregarán las hojas de examen, las hojas de sucio y el enunciado.

**(No pase de esta hoja hasta que se lo indiquen)**



**Cuestión teórica 1 (1 punto para alumnos sin evaluación continua 0,5 puntos para alumnos con evaluación continua):**

Sean dos regiones del espacio cada una con un campo magnético  $B_1$  y  $B_2$  los dos en la misma dirección y sentido. El campo  $B_1$  es constante y su magnitud es de 10 mT mientras que el campo  $B_2$  es variable según la expresión  $(10 \text{ mT})\sin(\omega t)$ . Sean también dos espiras rectangulares conductoras  $S_1$  y  $S_2$ . La superficie normal a los campos de la espira  $S_1$  es constante e igual a  $0.5 \text{ m}^2$  mientras que la superficie normal a los campos de la espira  $S_2$  es variable según la expresión  $(0.5 \text{ m}^2)\sin(\omega t)$ . Dichas espiras pueden introducirse en esas regiones.

Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas. Justifique la respuesta:

- a) La espira  $S_1$  inmersa en el campo  $B_2$  produce una Corriente Continua.
- b) La espira  $S_2$  inmersa en el campo  $B_1$  produce una Corriente Alterna.
- c) La espira  $S_2$  inmersa en el campo  $B_2$  produce una Corriente Variable en el Tiempo.
- d) La espira  $S_2$  inmersa en el campo  $B_2$  produce una Corriente Alterna.
- e) La espira  $S_1$  inmersa en el campo  $B_1$  produce una Corriente Continua.

NOTA: El vector Superficie puede dar un valor negativo debido a la orientación que la superficie presenta ante el campo magnético.

Solución:

- a) Falsa. Al calcular la fuerza electromotriz según la Ley de Faraday se obtiene:

$$\phi = (0.5 \text{ m}^2) \cdot (10 \text{ mT}) \sin(\omega t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -(0.5 \text{ m}^2) \cdot (10 \text{ mT}) \omega \cos(\omega t)$$

Dicha fuerza electromotriz creará una corriente alterna, no continua.

(0.1 puntos en continua y 0.2 puntos en no continua)

- b) Verdadera. Igual que en caso anterior, según la Ley de Faraday:

$$\phi = (0.5 \text{ m}^2) \sin(\omega t) \cdot (10 \text{ mT})$$



$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -(0.5m^2)\omega \cos(\omega t) \cdot (10mT)$$

(0.1 puntos en continua y 0.2 puntos en no continua)

Dicha fuerza electromotriz creará una corriente alterna.

- c) Verdadera. Igual que en caso anterior, según la Ley de Faraday:

$$\phi = (0.5m^2) \sin(\omega t) \cdot (10mT) \cdot \sin(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -(0.5m^2)\omega \cos(\omega t) \cdot (10mT) \sin(\omega t) - (0.5m^2) \cdot \sin(\omega t) \cdot (10mT) \cdot \omega \cos(\omega t) = \\ &= -2\omega(0.5m^2)(10mT) \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \end{aligned}$$

(0.1 puntos en continua y 0.2 puntos en no continua)

Dicha corriente es claramente variable en el tiempo.

- d) Verdadera. Igual que en caso anterior, según la Ley de Faraday:

$$\phi = (0.5m^2) \sin(\omega t) \cdot (10mT) \cdot \sin(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -(0.5m^2)\omega \cos(\omega t) \cdot (10mT) \sin(\omega t) - (0.5m^2) \cdot \sin(\omega t) \cdot (10mT) \cdot \omega \cos(\omega t) = \\ &= -2\omega(0.5m^2)(10mT) \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Como se dijo en el apartado anterior, es una corriente variable en el tiempo y además es alterna (ya que es periódica y cambia su signo).

(0.1 puntos en continua y 0.2 puntos en no continua)

- e) Falsa. Igual que en caso anterior, según la Ley de Faraday:

$$\phi = (0.5m^2)(10mT)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 0$$

Dado que el flujo es constante no se produce corriente alguna.

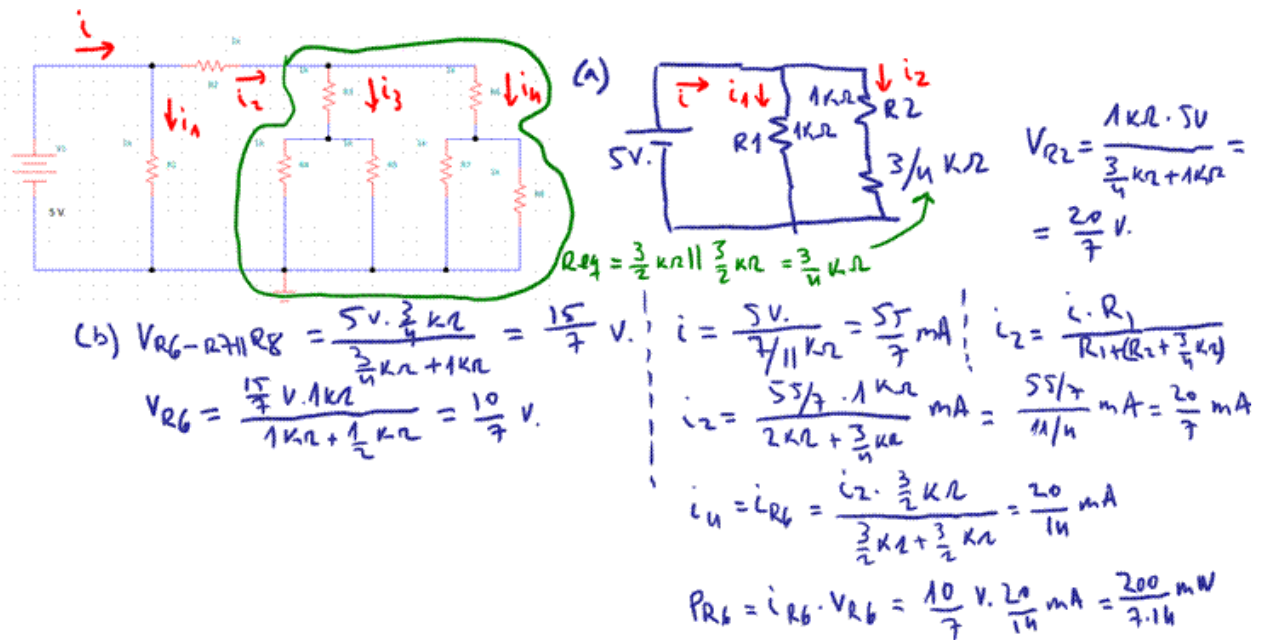
(0.1 puntos en continua y 0.2 puntos en no continua)

**Problema 1: (1,5 puntos si evaluación continua/2 puntos si no evaluación continua)**

Dado el circuito de la figura en el que todas las resistencias tiene un valor de  $1\text{ k}\Omega$ .

Calcular:

- Determinar la caída de tensión en la resistencia  $R_2$ .
- Encontrar la potencia absorbida por  $R_6$ .



Resumiendo:

a)

$$I(R_2) = 2,86 \text{ mA} \quad I(R_2) = 2,86 \text{ mA} \quad (0.5 \text{ puntos})$$

$$V(R_2) = 20/7 = 2,86 \text{ V} \quad (0.25 \text{ puntos en continua y } 0.5 \text{ puntos en no continua})$$



b)

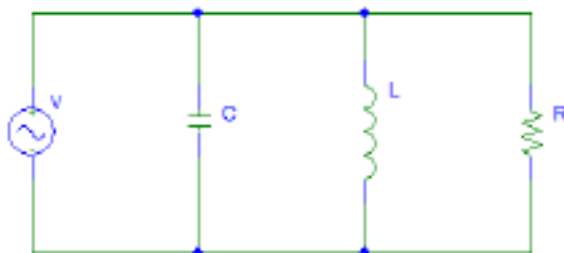
$$I(R_6) = 1,43 \text{ mA} \quad (0.5 \text{ puntos})$$

$$P(R_6) = 100/7 \cdot 14 = 2,04 \text{ mW} \quad (0.25 \text{ puntos en continua y } 0.5 \text{ puntos en no continua})$$

**Problema 2: (1,5 puntos si evaluación continua/2 puntos si no evaluación continua)**

Dado el circuito de la figura, formado por una resistencia de  $500 \, \Omega$ , una bobina de  $80 \text{ mH}$ , un condensador de  $0,5 \, \mu\text{F}$  y una fuente que suministra un voltaje eficaz  $12-j6 \text{ V}$  siendo la pulsación de la corriente  $500 \text{ rad/s}$ . Determinar:

- La impedancia equivalente de los tres elementos
- La expresión compleja de la intensidad eficaz que suministra la fuente.
- La potencia media disipada en el circuito.
- El elemento que habría que conectar en serie con la fuente para que la intensidad que suministre fuese máxima. Calcular el parámetro que caracteriza a este elemento.



**Solución:**

- La impedancia equivalente la calcularíamos como

$$\frac{1}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3}$$



Donde

$$\vec{Z}_1 = -j \frac{1}{C\omega}; \vec{Z}_2 = jL\omega; \vec{Z}_3 = R$$

Sustituyendo  $\vec{Z}_1, \vec{Z}_2$  y  $\vec{Z}_3$  en la expresión de la impedancia equivalente, obtendríamos la admitancia equivalente del circuito

$$\vec{Y}_{eq} = \frac{1}{\vec{Z}_{eq}} = jC\omega - j \frac{1}{L\omega} + \frac{1}{R}$$

Sustituyendo valores numéricos

$$\vec{Y}_{eq} = \frac{1}{\vec{Z}_{eq}} = j0,5 \cdot 10^{-6} \text{ F } 500 \text{ rad/s} - j \frac{1}{80 \cdot 10^{-3} \text{ H } 500 \text{ rad/s}} + \frac{1}{500 \Omega} = 0,002 - j0,02475 \Omega^{-1}$$

El elemento que habría que conectar en serie con la fuente tiene que ser una bobina, ya que esta tiene una impedancia imaginaria positiva que, al asociar en serie con la impedancia equivalente, daría lugar una impedancia real. Luego la impedancia equivalente será

$$\vec{Z}_{eq} = \frac{1}{\vec{Y}_{eq}} = \frac{1}{0,002 - j0,02475 \Omega^{-1}} = 3,2438 + j40,1419 \Omega$$

(0.5 puntos en continua y 0.75 puntos en no continua)

b) La expresión compleja de la intensidad eficaz vendrá dada por

$$\vec{I}_e = \frac{\vec{\mathcal{E}}_e}{\vec{Z}_{eq}} = \frac{12 - j6 \text{ V}}{3,2438 + j40,1419 \Omega} = -0,1245 - j0,309 \text{ A} = 0,333 \angle -114^\circ \text{ A}$$

(0.5 puntos en continua y 0.75 puntos en no continua)

c) La potencia media disipada se expresa como  $P = I_e^2 R$ . Ahora bien, la parte real de la impedancia es la resistencia equivalente del circuito

$R_{eq} = \text{Re}[\vec{Z}_{eq}] = 3,2438 \Omega$ . Luego la potencia media sería



$$P = I_e^2 R_{eq} = (0,333 \text{ A})^2 3,2438 \Omega = 0,36 \text{ W}$$

(0.25 puntos)

- d) Para que la intensidad sea máxima, el circuito ha de entrar en resonancia, y eso significa que la impedancia no ha de tener parte imaginaria. Para anular la parte imaginaria positiva de la impedancia, necesitamos asociar en serie un condensador, que al tener una impedancia imaginaria negativa, daría lugar a una impedancia total con solo parte real. Por ello,  $X_C = |\text{Im}[Z_{eq}]|$ . Luego la capacidad del condensador será

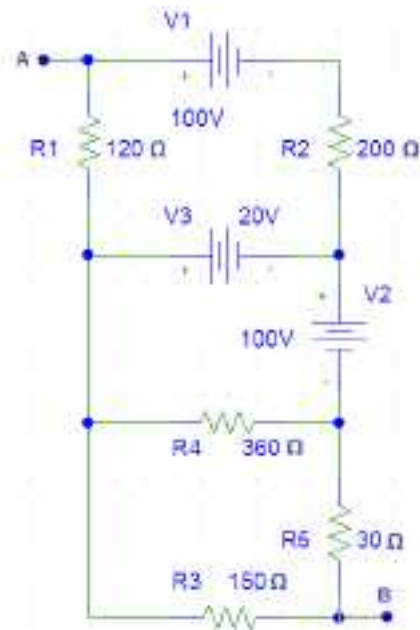
$$C = \frac{1}{|\text{Im}[Z_{eq}]| \omega} = \frac{1}{40,1419 \Omega \cdot 500 \text{ rad/s}} = 4,98 \cdot 10^{-5} \text{ F}$$

(0.25 puntos)

**Problema 3: (1,5 puntos si evaluación continua/2 puntos si no evaluación continua)**

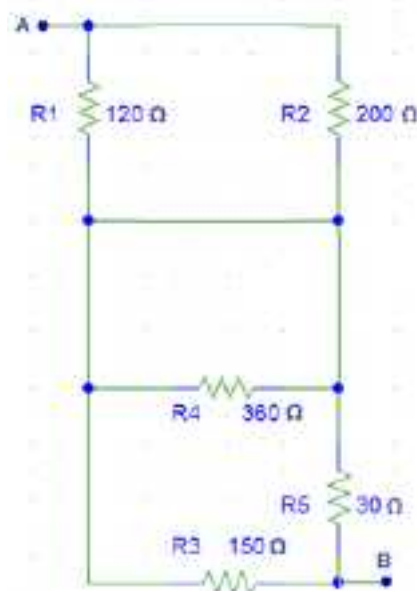
En el circuito de la figura se pide:

- Calcular el equivalente Thévenin a dicho circuito desde los terminales A y B.
- Calcular el valor y sentido de la intensidad que circula por la resistencia R4 cuando los terminales A y B quedan en vacío .



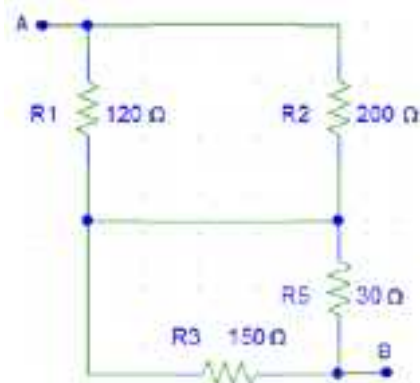
Solución

Para calcular el equivalente Thevenin primero calculamos la resistencia de Thevenin, calculando la resistencia equivalente a todo el circuito en el que se apagan las fuentes. Dicho circuito quedaría de la siguiente forma:



En él, se ve que la resistencia  $R_4$  está en paralelo con un cortocircuito, por lo que podemos eliminarla:





En este circuito tenemos dos paralelos: el de R1 con R2 y el de R3 con R5, que se pueden agrupar en sus equivalentes R12 y R35. Ambos equivalentes están conectados entre sí en serie:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{120} + \frac{1}{200} = \frac{1}{75}$$

$$R_{12} = 75 \, \Omega$$

$$\frac{1}{R_{35}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{150} = \frac{1}{25}$$

$$R_{35} = 25 \, \Omega$$



La resistencia del equivalente Thevenin ( $R_T$ ) será la serie de estas dos resistencias:

$$R_T = R_{12} + R_{35} = 75 + 25 = 100 \, \Omega$$

(0.5 puntos en continua y 0.75 puntos en no continua)

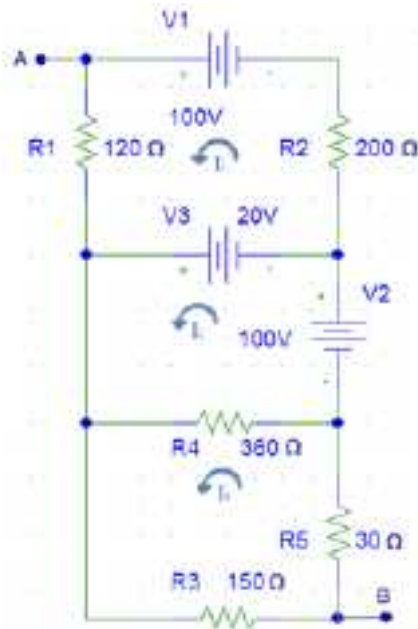
La tensión de vacío se calcula resolviendo el circuito por mallas, aplicando el método de Maxwell:

De la malla de  $I_1$ , obtenemos la ecuación:

$$320 I_1 = 80, \text{ de donde obtenemos directamente } I_1 = 0,25 \, \text{A}$$



De las mallas de  $I_2$  e  $I_3$ , obtenemos las ecuaciones:



$$\left. \begin{aligned} 360 (I_2 - I_3) &= 120 \\ 360 I_2 &= 540 I_3 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$I_2 = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = 2/3 \text{ A}$$

Con estos valores obtenemos las caídas de tensión en las resistencias  $R_2$  y  $R_5$ :

$$V(R_2) = R_2 \cdot I_2 = 200 \cdot 0,25 = 50 \text{ V}$$

$$V(R_5) = R_5 \cdot I_3 = 30 \cdot 2/3 = 20 \text{ V}$$

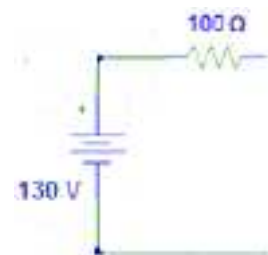
Con estos datos calculamos la caída de tensión entre A y B, que es la tensión de la fuente del equivalente Thevenin:

$$V_T = V_1 - V(R_2) + V_2 - V(R_5) = 100 - 50 + 100 - 30 =$$

$$130 \text{ V}$$

(0.5 puntos en continua y 0.75 puntos en no continua)

Así pues, el equivalente Thevenin será el siguiente:



La intensidad en  $R_4$  se calcula mediante la diferencia entre  $I_2$  e  $I_3$ , es decir  $I_{R4} = 1 - 2/3 = 1/3 \text{ A} = 0,3 \text{ A}$  (sentido el de  $I_2$ , hacia la derecha)

(0.5 puntos)



## Solo para alumnos que no han solicitado evaluación continua

### Cuestión 2: (1 punto si no evaluación continua)

Se tienen una bobina de inductancia  $L$  y un condensador de capacidad  $C$ . dichos elementos se conectan en serie a una fuente de tensión alterna de voltaje eficaz 100 V. Cuando la frecuencia angular de la fuente es  $10^6$  rad/s la corriente efectiva que circula por el circuito tiene módulo 0.250 A. Se cambia entonces la frecuencia angular de la fuente que pasa a ser  $2.5 \cdot 10^6$  rad/s siendo entonces el módulo de la corriente que circula por el circuito de 0.637 A. ¿Cuánto valen la capacidad del condensador y la inductancia de la bobina?

Solución:

- a) La corriente total quedará determinada por la impedancia equivalente del circuito. Dicha impedancia será la equivalente de una bobina en serie con un condensador. Es decir:

$$\vec{Z}_{eq} = j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

Por tanto, trabajando sólo en módulo:

$$|\vec{\mathcal{E}}| = |\vec{I}| \cdot |\vec{Z}_{eq}| = |\vec{I}| \cdot \left| j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right| = |\vec{I}| \cdot \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|$$

Si ahora se sustituyen el voltaje, la corriente y la frecuencia angular de cada uno de los dos casos, se obtiene un sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} |\vec{\mathcal{E}}_1| &= |\vec{I}_1| \cdot \left| \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right| \\ |\vec{\mathcal{E}}_2| &= |\vec{I}_2| \cdot \left| \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right| \end{aligned}$$

Con sus valores:



$$100 = 0.25 \left| 10^6 L - \frac{1}{10^6 C} \right|$$

$$100 = 0.637 \left| 2.5 \cdot 10^6 L - \frac{1}{2.5 \cdot 10^6 C} \right|$$

Simplificando un poco:

$$\frac{100}{0.25} = \left| 10^6 L - \frac{1}{10^6 C} \right|$$

$$\frac{100}{0.637} = \left| 2.5 \cdot 10^6 L - \frac{1}{2.5 \cdot 10^6 C} \right|$$

Se tiene entonces un sistema de ecuaciones para las variables L y 1/C cuyo resultado es:

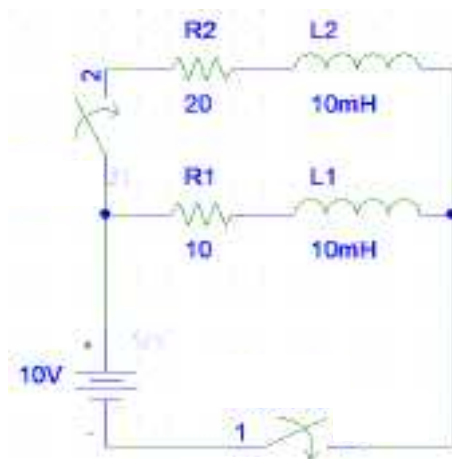
$$L = 1.3 \text{ mH} \quad (0.4 \text{ puntos})$$

$$1/C = 4 \cdot 10^8 \text{ F}^{-1} \rightarrow C = 2.5 \text{ nF} \quad (0.4 \text{ puntos})$$

Sustituyendo la frecuencia angular de este caso en la impedancia anterior se puede obtener el módulo de la corriente para el tercer caso  $I = 1.698 \text{ A}$ . (0.2 puntos)

#### Problema 4: (2 puntos si no evaluación continua)

Sea el circuito de la figura. Para  $t < 0$  los dos interruptores están abiertos. En el instante  $t = 0 \text{ s}$  se cierra el interruptor 1. En el instante  $t = 1.5 \text{ ms}$  se cierra el interruptor 2.





- a) ¿Cuál es el tiempo característico de la bobina L1? ¿Y de la bobina L2?
- b) ¿Qué intensidad circula por la bobina L1 en el instante  $t=1$  ms? ¿Y por la bobina L2? ¿Y por la batería?
- c) ¿Qué intensidad circula por la bobina L1 en el instante  $t=2$  ms? ¿Y por la bobina L2? ¿Y por la batería?
- d) ¿Qué intensidad circula por la bobina L1 en el instante  $t=10$  ms? ¿Y por la bobina L2? ¿Y por la batería?
- e) Dibuje la corriente que circula por la bobina L1, L2 y la batería entre  $t=-10$  s y  $t=10$  s.

Solución:

- a) El tiempo característico de una bobina es  $L/R$ . Por tanto:

$$\tau = L_1/R_1 = 10 \text{ mH}/10 \Omega = 1 \text{ ms}$$

$$\tau = L_2/R_2 = 10 \text{ mH}/20 \Omega = 0.5 \text{ ms} \quad (0.25 \text{ puntos})$$

- b) Como en  $t=1$  ms el interruptor 2 está abierto, la intensidad que circula por la bobina L2 es 0 (0.2 puntos). Por tanto, la intensidad que circula por la batería será sólo la intensidad que circule por la bobina L1 (0.1 puntos).

$$I_{L1}(t) = I_{01}(1 - e^{-t/\tau}) = (10\text{V}/10\Omega)(1 - e^{-t/1\text{ms}}) = 1\text{A}(1 - e^{-t/1\text{ms}})$$

Evalutando dicha expresión en  $t=1$  ms se obtiene:

$$I_{L1}(t=1 \text{ ms}) = 1\text{A}(1 - e^{-1\text{ms}/1\text{ms}}) = 0.632 \text{ A} = I_V(t=1 \text{ ms}) \quad (0.2 \text{ puntos})$$

- c) En  $t=2$  ms el interruptor 2 está cerrado, así que circulará corriente tanto por L1 como por L2, siendo la suma de las dos corrientes la que circula por la batería. La expresión para la intensidad que circula por L2 es (teniendo en cuenta el desfase de tiempos entre  $t=0$  s y el cierre del interruptor 2 en  $t=1.5$  ms):

$$I_{L2}(t) = I_{02}(1 - e^{-(t-1.5 \text{ ms})/\tau}) = (10\text{V}/20 \Omega)(1 - e^{-(t-1.5 \text{ ms})/0.5\text{ms}}) = 0.5 \text{ A}(1 - e^{-(t-1.5 \text{ ms})/0.5\text{ms}})$$

Por tanto:

$$I_{L2}(t=2 \text{ ms}) = 0.5 \text{ A}(1 - e^{-(2 \text{ ms}-1.5 \text{ ms})/0.5\text{ms}}) = 0.316 \text{ A} \quad (0.2 \text{ puntos})$$

Evalutando la expresión para la corriente de L1:

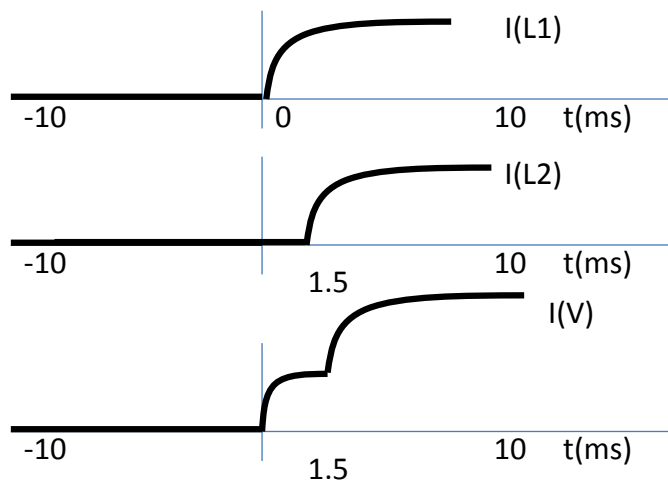
$$I_{L1}(t=2 \text{ ms}) = 1\text{A}(1 - e^{-2\text{ms}/1\text{ms}}) = 0.865 \text{ A} \quad (0.2 \text{ puntos})$$

La suma de las dos corrientes será la corriente por la batería  $I_V(t=2 \text{ ms}) = 1.181 \text{ A}$ .  
(0.1 puntos)



d) En  $t=10$  ms se puede considerar que las dos bobinas han alcanzado el régimen estacionario, así que la corriente que circula por L1 será 1ª (0.1 puntos) y por L2 será 0.5 A (0.1 puntos). La suma, es decir, 1.5 A (0.05 puntos), será la corriente que circule por la batería.

e)



(0.2 puntos cada gráfica excepto la última que vale 0,1 puntos)