

CÁLCULO 2018/2019

EJERCICIOS DE REPASO

Problema 1. Calcula, si existen, el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo del conjunto $X = \{x \in \mathbb{R} : |x^2 + 2x + 1| < \frac{1}{2}\}$

Problema 2. Considera la recursión

$$x_{n+1} = \frac{x_n}{1 + x_n}, \quad n \geq 1.$$

Comprueba que, en función del dato inicial $x_1 \geq 0$, la solución de la recurrencia es

$$x_n = \frac{x_1}{1 + (n-1)x_1}.$$

¿Se trata de una sucesión creciente o decreciente? ¿Tiene límite? ¿Está acotada?

Problema 3. Estudia en función de $x \in \mathbb{R}$ la convergencia de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^2(x-3)^n$$

Problema 4. Encuentra la serie de Taylor centrada en $x_0 = 0$ de

$$f(x) = \log(1 + 3x^2).$$

Estudia la convergencia de dicha serie.

Problema 5. Considera la función $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida mediante

$$x \mapsto f(x) = e^{-2x} \tan^3(x^5) \cos(\sin^4(x)).$$

¿Qué puedes decir sobre el conjunto $\text{Im}(f)$? Estudia el comportamiento local de f en $x_0 = 0$.

Problema 6. Estudia la continuidad y derivabilidad de

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ e^{-1/x^2} & x > 0 \end{cases}$$

¿La función f' es continua? Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f y utiliza dicho resultado para determinar $\text{Im}(f)$.