

# FORMULARIO DE ESTADÍSTICA

MODELOS DE PROBABILIDAD				
Nombre	Símbolo	$p(x) = P(X = x); F(x) = P(X \leq x); f(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x}$	Media $\mu$	Varianza $\sigma^2$
Bernoulli	$B(p)$	$p(x) = p^x q^{1-x}; x = 0, 1$	$p$	$pq$
Binomial	$B(n, p)$	$p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}; x = 0, 1, \dots, n$	$np$	$npq$
Geométrica	$G(p)$	$p(x) = pq^{x-1}; x = 1, 2, \dots$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Poisson	$P(\lambda)$	$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}; x = 0, 1, \dots$	$\lambda$	$\lambda$
Uniforme continua en $(a, b)$	$U(a, b)$	$f(x) = 1/(b-a); a \leq x \leq b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Exponencial	$\text{Exp}(\lambda)$	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}; x > 0$ $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}; x > 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
Normal	$N(\mu, \sigma^2)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}; x \in \mathbb{R}$	$\mu$	$\sigma^2$

REGRESIÓN SIMPLE

$$\hat{y} = a + bx$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{s_{x,y}}{s_x^2} = \frac{\hat{s}_{x,y}}{\hat{s}_x^2}$$

INFERENCIA PARA UNA POBLACIÓN					
	Población	Contraste de hipótesis	Estadístico de contraste	Región de rechazo ( $p$ -valor $< \alpha$ )	Intervalo de confianza $IC_{1-\alpha}$
A	Cualquier v.a. $X$ con $E[X] = \mu$ , $\text{Var}[X] = \sigma^2$ y $n \rightarrow \infty$	(1) $H_0 : \mu = \mu_0$ ; $H_1 : \mu \neq \mu_0$	$(a) z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ $(b) t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}}$	(1a) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > z_{\alpha/2}$	$\mu \in (\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \sigma/\sqrt{n})$ $\mu \in (\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \hat{s}/\sqrt{n})$
		(2) $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ; $H_1 : \mu < \mu_0$		(2a) $z_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -z_\alpha$	
		(3) $H_0 : \mu \leq \mu_0$ ; $H_1 : \mu > \mu_0$		(3a) $z_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > z_\alpha$	
B	Normal $N(\mu, \sigma^2)$	(1) $H_0 : \mu = \mu_0$ ; $H_1 : \mu \neq \mu_0$	$(a) z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ $(b) t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}}$	(1a) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > t_{n-1;\alpha/2}$	$\mu \in (\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \sigma/\sqrt{n})$ $\mu \in (\bar{x} \mp t_{n-1;\alpha/2} \hat{s}/\sqrt{n})$
		(2) $H_0 : \mu \geq \mu_0$ ; $H_1 : \mu < \mu_0$		(2a) $z_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -t_{n-1;\alpha}$	
		(3) $H_0 : \mu \leq \mu_0$ ; $H_1 : \mu > \mu_0$		(3a) $z_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > t_{n-1;\alpha}$	
C	Bernoulli $B(p)$ con $n \rightarrow \infty$	(1) $H_0 : p = p_0$ ; $H_1 : p \neq p_0$	$z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0/n}}$	(1) $ z_0  > z_{\alpha/2}$	$p \in \left( \hat{p} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right)$
		(2) $H_0 : p \geq p_0$ ; $H_1 : p < p_0$		(2) $z_0 < -z_\alpha$	
		(3) $H_0 : p \leq p_0$ ; $H_1 : p > p_0$		(3) $z_0 > z_\alpha$	
D	Normal $N(\mu, \sigma^2)$	(1) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ ; $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\sigma_0^2} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2}$	(1) $\chi_0^2 > \chi_{n-1;\alpha/2}^2$ ó $\chi_0^2 < \chi_{n-1;1-\alpha/2}^2$	$\sigma^2 \in \left( \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi_{n-1;\alpha/2}^2}; \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi_{n-1;1-\alpha/2}^2} \right)$
		(2) $H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$ ; $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$		(2) $\chi_0^2 < \chi_{n-1;1-\alpha}^2$	
		(3) $H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$ ; $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$		(3) $\chi_0^2 > \chi_{n-1;\alpha}^2$	
	Cualquier v.a. $X$ con $\hat{\theta}_{MV}$ y $n \rightarrow \infty$	(1) $H_0 : \theta = \theta_0$ ; $H_1 : \theta \neq \theta_0$ (2) $H_0 : \theta \geq \theta_0$ ; $H_1 : \theta < \theta_0$ (3) $H_0 : \theta \leq \theta_0$ ; $H_1 : \theta > \theta_0$	$t_0 = \frac{\hat{\theta}_{MV} - \theta_0}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta}_{MV})}}$ $\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta}_{MV}) = - \left( \frac{\partial^2 L(\hat{\theta}_{MV})}{\partial \theta^2} \right)^{-1}$	(1) $ t_0  > z_{\alpha/2}$ (2) $t_0 < -z_\alpha$ (3) $t_0 > z_\alpha$	$\theta \in \left( \hat{\theta}_{MV} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta}_{MV})} \right)$

- A. Cualquier población distinta a la normal + muestras con tamaño grande ( $n > 30$ ) + inferencia sobre la media poblacional (parámetro  $\mu$ ). 2 casos: varianza conocida (a) y desconocida (b)
- B. Población normal + indiferente el tamaño de muestra + inferencia sobre la media poblacional (parámetro  $\mu$ ). 2 casos: varianza conocida (a) y desconocida (b)
- C. Población Bernoulli + muestras con tamaño grande ( $n > 30$ ) + inferencia sobre la proporción poblacional (parámetro  $p$ )
- D. Población normal + indiferente el tamaño de muestra + inferencia sobre la varianza poblacional (parámetro  $\sigma^2$ )

**INFERENCIA PARA DOS POBLACIONES**

	Dos poblaciones o v.a. $X_1, X_2$	Contraste de hipótesis	Estadístico de contraste	Región de rechazo ( $p$ -valor $< \alpha$ )
<b>E</b>	Cualesquiera con $E(X_1) = \mu_1, E(X_2) = \mu_2$ $\text{Var}(X_1) = \sigma_1^2$ $\text{Var}(X_2) = \sigma_2^2$	(1) $H_0 : \mu_1 = \mu_2; H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ (2) $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2; H_1 : \mu_1 < \mu_2$ (3) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2; H_1 : \mu_1 > \mu_2$	(a) $z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ (b) $t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}}$	(1a) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > t_{\nu; \alpha/2}$ (2a) $z_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -t_{\nu; \alpha}$ (3a) $z_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > t_{\nu; \alpha}$ Bajo normalidad    Si $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ Bajo normalidad o si $n_1, n_2 \rightarrow \infty$
<b>F</b>	Datos pareados $D = X_1 - X_2$	(1) $H_0 : \mu_D = 0; H_1 : \mu_D \neq 0$ (2) $H_0 : \mu_D \geq 0; H_1 : \mu_D < 0$ (3) $H_0 : \mu_D \leq 0; H_1 : \mu_D > 0$	(a) $z_0 = \frac{\bar{d}}{\sigma_D / \sqrt{n}}$ (b) $t_0 = \frac{\bar{d}}{\hat{s}_D / \sqrt{n}}$	(1a) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > t_{n-1; \alpha/2}$ (2a) $z_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -t_{n-1; \alpha}$ (3a) $z_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > t_{n-1; \alpha}$ Bajo normalidad    Si $n \rightarrow \infty$ Bajo normalidad o si $n \rightarrow \infty$
<b>G</b>	Cualesquiera con $E(X_1) = \mu_1, E(X_2) = \mu_2$ $\text{Var}(X_1) = \text{Var}(X_2) = \sigma^2$	(1) $H_0 : \mu_1 = \mu_2; H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ (2) $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2; H_1 : \mu_1 < \mu_2$ (3) $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2; H_1 : \mu_1 > \mu_2$	(a) $z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ (b) $t_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{s}_T \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ con $\hat{s}_T^2 = \frac{(n_1-1)\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\hat{s}_2^2}{n_1+n_2-2}$	(1a) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > z_{\alpha/2}$ (1b) $ t_0  > t_{n_1+n_2-2; \alpha/2}$ (2a) $z_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -z_\alpha$ (2b) $t_0 < -t_{n_1+n_2-2; \alpha}$ (3a) $z_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > z_\alpha$ (3b) $t_0 > t_{n_1+n_2-2; \alpha}$ Bajo normalidad    Si $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ Bajo normalidad o si $n_1, n_2 \rightarrow \infty$
<b>H</b>	v.a. de Bernoulli $X_1 \sim B(p_1), X_2 \sim B(p_2)$	(1) $H_0 : p_1 = p_2; H_1 : p_1 \neq p_2$ (2) $H_0 : p_1 \geq p_2; H_1 : p_1 < p_2$ (3) $H_0 : p_1 \leq p_2; H_1 : p_1 > p_2$	$z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}_0 \hat{q}_0 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$ con $\hat{p}_0 = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$	(1) $ z_0  > z_{\alpha/2}$ (2) $z_0 < -z_\alpha$ (3) $z_0 > z_\alpha$ Si $n_1, n_2 \rightarrow \infty$
<b>I</b>	v.a. Normales $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$	(1) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (2) $H_0 : \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (3) $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2; H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$F_0 = \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}$	(1) $F_0 > F_{n_1-1; n_2-1; \alpha/2}$ ó $F_0 < F_{n_1-1; n_2-1; 1-\alpha/2}$ donde $F_{n_1-1; n_2-1; 1-\alpha/2} = 1 / F_{n_2-1; n_1-1; \alpha/2}$ (2) $F_0 < F_{n_1-1; n_2-1; 1-\alpha}$ (3) $F_0 > F_{n_1-1; n_2-1; \alpha}$

Dos poblaciones o v.a. $X_1, X_2$	Parámetro	Intervalo de confianza $IC_{1-\alpha}$
Cualesquiera con $E(X_1) = \mu_1, E(X_2) = \mu_2$ $\text{Var}(X_1) = \sigma_1^2$ $\text{Var}(X_2) = \sigma_2^2$	$\mu_1 - \mu_2$	$\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right) \text{ Bajo normalidad o si } n_1, n_2 \rightarrow \infty$ $\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}} \right) \text{ Si } n_1, n_2 \rightarrow \infty$ $\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp t_{\nu; \alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}} \right) \text{ con } \nu \approx \frac{\left( \frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{1}{n_1-1} \left( \frac{\hat{s}_1^2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{n_2-1} \left( \frac{\hat{s}_2^2}{n_2} \right)^2} \text{ Bajo normalidad}$
Cualesquiera con $E(X_1) = \mu_1, E(X_2) = \mu_2$ $\text{Var}(X_1) = \text{Var}(X_2) = \sigma^2$	$\mu_1 - \mu_2$	$\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp z_{\alpha/2} \sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) \text{ Bajo normalidad o si } n_1, n_2 \rightarrow \infty$ $\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp z_{\alpha/2} \hat{s}_T \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) \text{ Si } n_1, n_2 \rightarrow \infty$ $\mu_1 - \mu_2 \in \left( \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \mp t_{n_1+n_2-2; \alpha/2} \hat{s}_T \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) \text{ Bajo normalidad}$
v.a. de Bernoulli $X_1 \sim B(p_1), X_2 \sim B(p_2)$	$p_1 - p_2$	$p_1 - p_2 \in \left( \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}} \right) \text{ Si } n_1, n_2 \rightarrow \infty$
v.a. Normales $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$	$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left( \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2} F_{n_2-1; n_1-1; 1-\alpha/2}; \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2} F_{n_2-1; n_1-1; \alpha/2} \right) \text{ donde } F_{n_2-1; n_1-1; 1-\alpha/2} = 1 / F_{n_1-1; n_2-1; \alpha/2}$

**E.** comparación de 2 medias poblacionales + asume varianzas poblacionales diferentes, conocidas (a) o desconocidas (b). Tanto en el caso a, como en el b, se consideran dos escenarios: 2 poblaciones normales y cualesquiera no normales

**G.** comparación de 2 medias poblacionales + asume varianzas poblacionales iguales conocidas (a) o desconocidas (b). Tanto en el caso a, como en el b, se consideran dos escenarios: 2 poblaciones normales y cualesquiera no normales

**I.** 2 poblaciones normales + comparación de 2 varianzas poblacionales

**H.** 2 poblaciones Bernoulli + muestras con tamaño  $>30$  + comparación de 2 proporciones poblacionales

**F.** comparación de 2 medias poblacionales + muestra pareadas + asume varianzas de la diferencia entre las dos poblaciones es conocida (a) o desconocida (b). Tanto en el caso a, como en el b, se consideran dos escenarios: la diferencia de poblaciones (D) es normal y no normal.