

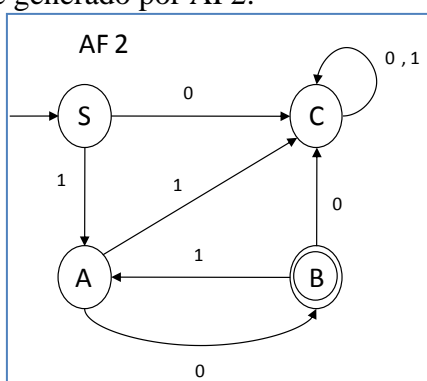
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Curso 2019/2020

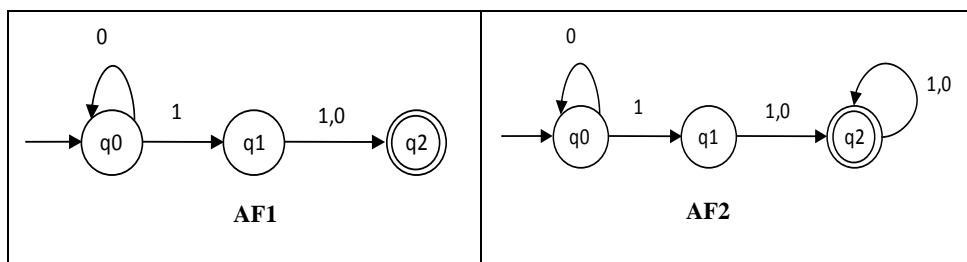
Ejercicios de Autómatas Finitos

Tema 3 – Parte 2

- Determinar el grafo de un Autómata Finito Determinista, que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes. El alfabeto es siempre $\{0,1\}$.
 - El lenguaje $\{0\}$
 - El lenguaje $0^m 1^n 0^p$ ($m \geq 0, n \geq 0, p \geq 1$)
- Indicar cuál es el lenguaje generado por AF2.

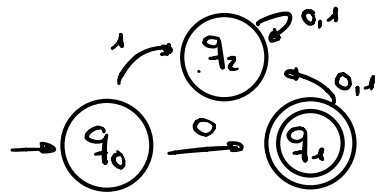


- Para cada afirmación indique si es verdadera o falsa, para todas ellas especifique la justificación.
 - Las sentencias reconocidas por un Autómata Finito Determinista no podrán ser de una longitud superior a una dada.
 - Las transiciones necesarias para que una sentencia sea reconocida por un Autómata pueden ser infinitas.
 - Un Autómata Finito Determinista puede reconocer la palabra vacía.
 - Un AFD sólo puede reconocer un número limitado de sentencias.
 - Sea n el número de estados del autómata ($|Q|=n$). Un Autómata Finito donde $|Q|=n$ sólo reconocerá palabras de longitud menor o igual que n , i.e. $x \in \Sigma^*, |x| \leq n$.
 - Puede suceder que todos los estados de un autómata finito sean finales.
 - Si en el proceso de cálculo del conjunto cociente de un AFD de 5 estados hemos obtenido $Q/E3$, podemos afirmar que $Q/E3 = Q/E$
 - Los Autómatas AF1 y AF2 son equivalentes entre sí.

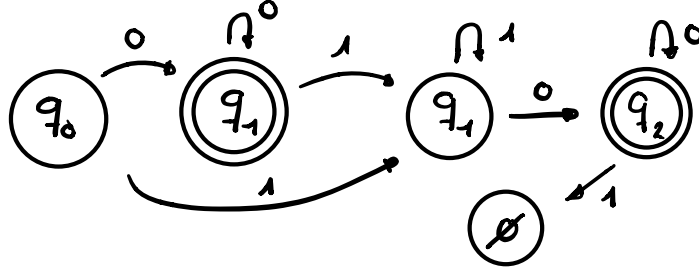


1) $\Sigma = \{0, 1\}$

a) $L = \{0\}$



b) $L = \{0^m 1^n 0^p / m \geq 0, n \geq 0, p \geq 1\}$



2) $L = \{(10)^n / n > 0\}$

3)

a) F

b) F

c) V Inicial y final

d) F Una parte infinita de la infinitud

e) F Puede haber bucles

f) V y reconoce el universo del discurso

g) V $Q/E = Q/E_{n-2}$

h) F El AF2 puede acabar en infinitos 100 y el AF1 solo en 11 o 10

i) F ¿?

j) V ¿? Todo aceptado Σ^*

- i) El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, excepto el inicial, fuesen finales es Σ^+ .
 - j) El lenguaje que reconocería un AFD (con todos sus estados conexos) si todos sus estados, incluido el inicial, fuesen finales es Σ^* .
4. [Ejercicio de examen] Una puerta blindada dispone de una única cerradura. Para abrirla es necesario hacer girar en ella tres llaves diferentes (denominadas a, b y c), en un orden predeterminado, que se describe a continuación:
- Llave a, seguida de llave b, seguida de llave c, o bien
 - Llave b, seguida de llave a, seguida de llave c.

Si no se respeta este orden, la puerta se bloquea, y es imposible su apertura; por ejemplo, si se hace girar la llave a, se retira la misma, se introduce de nuevo y se hace girar.

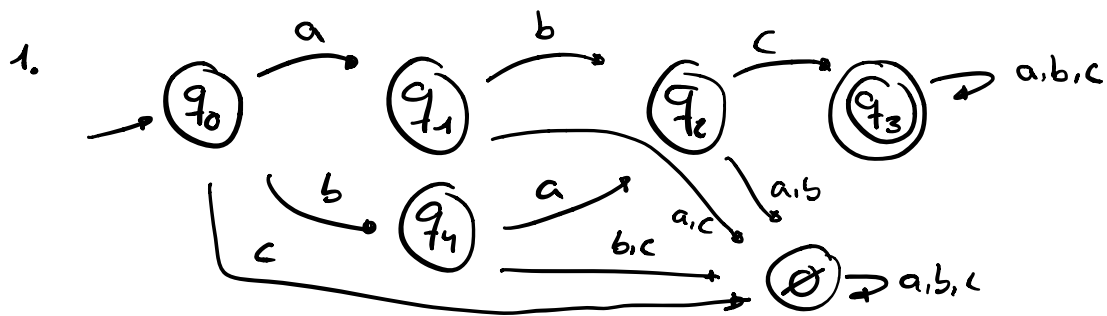
Una vez abierta la puerta, la introducción de las llaves en su cerradura, en cualquier orden, no afecta al mecanismo de cierre (la puerta permanece abierta).

Considérese que las denominaciones de las llaves son símbolos de un alfabeto, sobre el que define el lenguaje L cuyas palabras son las secuencias permitidas de apertura de la puerta. Por ejemplo, abcbc es una palabra del referido lenguaje.

Se pide:

1. Diseño del autómata AF finito que acepta L.
2. (A realizar después de Tema 5: Gramática (limpia y bien formada) que genera las palabras de L).

4) $\Sigma = \{a, b, c\}$ abc ó bac



2. $G = (\Sigma_T = \{a, b, c\}, \Sigma_N = \{q_0, q_1, \dots, q_4, \emptyset\}, q_0, P)$ | Final:

$P = \{ q_0 \rightarrow aq_1 / bq_4 / c\emptyset,$
 $q_1 \rightarrow \cancel{a\emptyset} / bq_2 / c\emptyset,$
 $q_2 \rightarrow \cancel{a\emptyset} / \cancel{b\emptyset} / cq_3 / c,$
 $q_3 \rightarrow aq_3 / bq_3 / cq_3 / a/b/c,$
 $q_4 \rightarrow aq_2 / \cancel{b\emptyset} / c\emptyset,$
 $\emptyset \rightarrow \cancel{a\emptyset} / \cancel{b\emptyset} / \cancel{c\emptyset} \}$

$G = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, \dots, q_4, \emptyset\}, q_0, P)$
 $P = \{ q_0 \rightarrow aq_1 / bq_4, q_1 \rightarrow bq_2,$
 $q_2 \rightarrow cq_3 / c, q_4 \rightarrow aq_2,$
 $q_3 \rightarrow aq_3 / bq_3 / cq_3 / a/b/c \}$

Limpiar y bien formar:

1° Reglas inecesarias \Rightarrow No hay

2° Simbolos inaccesibles $\Rightarrow (\cancel{a}, \cancel{b}, \cancel{c}, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, \emptyset)$ No hay

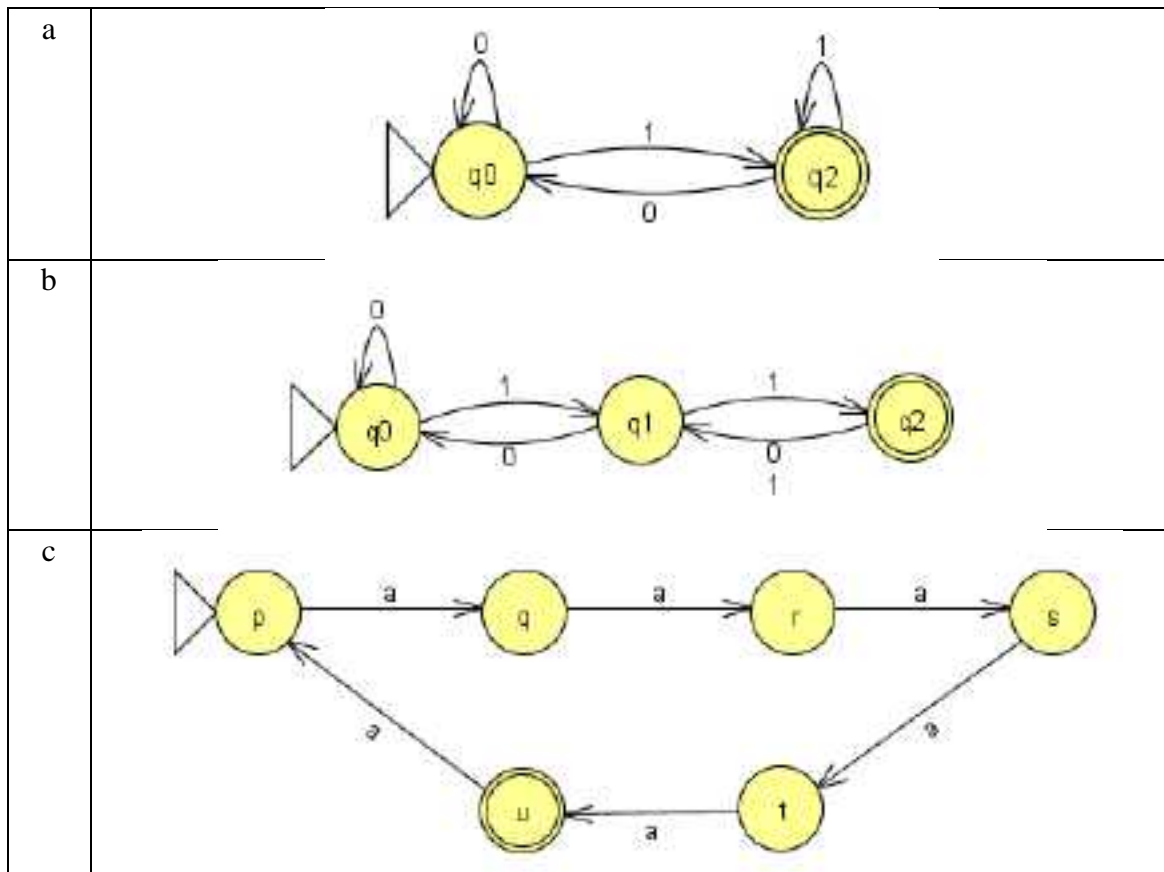
3° Reglas superfluas:

1p) $q_2 \rightarrow c$ 2p) $q_1 \rightarrow bq_2$ 3p) $q_0 \rightarrow aq_1 / bq_4$
 $q_3 \rightarrow a/b/c$ $q_2 \rightarrow cq_3$ 4p) No se puede avanzar mas $\Rightarrow \emptyset$ superfluas
 $q_3 \rightarrow aq_3 / bq_3 / cq_3$
 $q_4 \rightarrow aq_2$

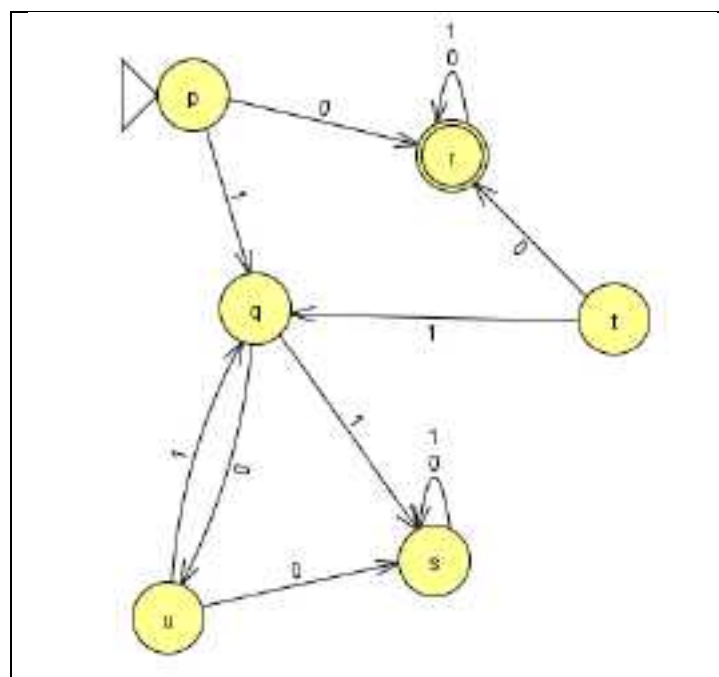
4° Simbolo no generativo $\Rightarrow \emptyset$

5° No hay reglas no generativas. 6° No hay redenominacion.

5. Hallar el conjunto cociente (Q/E) de los siguientes autómatas:



6. Dado el siguiente AFD, obtener el AFD mínimo equivalente.



5)

a)	0	1	$Q/E_0 = (\{q_0\}, \{q_1\}) = Q/E$
$\rightarrow q_0$	q_0	q_2	C_0
$* q_2$	q_0	q_2	C_1

b)	0	1	Q/E_0	Q/E_1	
				0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	C_0	C_0	$C_0 -$
q_1	q_0	q_2	C_0	C_0	$C_1 -$
$* q_2$	q_1	q_1	C_1	—	

$$Q/E_0 = (\{q_0, q_1\}, \{q_2\}) \quad Q/E_1 = Q/E = (\{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\})$$

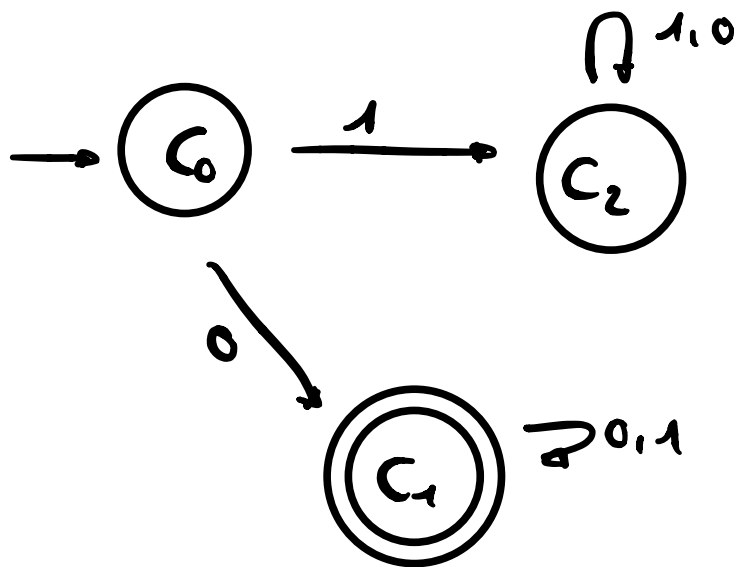
c)	a	Q/E_0	Q/E_1	Q/E_2	Q/E_3	Q/E_4	Q/E_4
$\rightarrow p$	q	C_0	C_0	C_0	C_0	C_0	C_0
q	r	C_0	C_0	C_0	C_0	C_1	—
r	s	C_0	C_0	C_0	C_1	—	—
s	t	C_0	C_0	C_1	—	—	—
t	u	C_0	C_1	—	—	—	—
$* u$	p	C_1	—	—	—	—	—

$$Q/E_4 = Q/E = (\{p\}, \{q\}, \{r\}, \{s\}, \{t\}, \{u\})$$

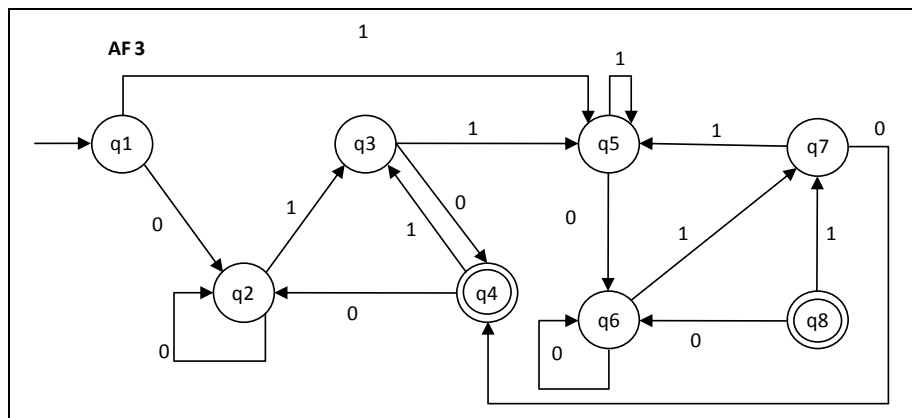
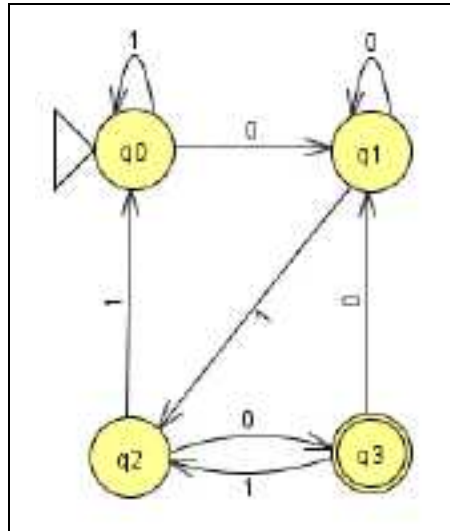
6)			Q/E ₀	Q/E ₁		Q/E ₂	
	0	1		0	1	0	1
→ p	r	q	C ₀	C ₁	C ₀	C ₁	C ₂
q	u	s	C ₀	C ₀	C ₀	C ₂	C ₂
* r	r	r	C ₁	—		<u>C₁</u>	<u>C₁</u>
s	s	s	C ₀	C ₀	C ₀	C ₂	C ₂
t	r	q	C ₀	C ₁	C ₀	C ₁	C ₂
u	s	q	C ₀	C ₀	C ₀	C ₂	C ₂

$$Q/E_1 = (\overset{C_0}{\{p, t\}}, \overset{C_1}{\{r\}}, \overset{C_1}{\{q, s, u\}})$$

$$Q/E_2 = (\overset{C_0}{\{p, t\}}, \overset{C_1}{\{r\}}, \overset{C_2}{\{q, s, u\}}) = Q/E$$



7. Comprobar si los dos AFD son equivalentes:
- Obteniendo el AFD mínimo para cada uno.
 - Obteniendo el Autómata Suma.



7)

a)			Q/E ₀	Q/E ₁		Q/E ₂		
	0	1		0	1	0	1	
→ q ₀	q ₁	q ₀	C ₀	C ₀	C ₀	C ₀	C ₀	ya es mínimo
q ₁	q ₁	q ₂	C ₀	C ₀	C ₀	C ₀	C ₁	
q ₂	q ₃	q ₀	C ₀	C ₁	C ₀	—	—	
* q ₃	q ₁	q ₂	C ₁	—	—	—	—	

$$Q/E = (\overset{C_0}{\{q_0\}}, \overset{C_1}{\{q_1\}}, \overset{C_2}{\{q_2\}}, \overset{C_3}{\{q_3\}})$$

			Q/E ₀	Q/E ₁		Q/E ₂		Q/E ₃		
	0	1		0	1	0	1	0	1	
→ q ₁	q ₂	q ₅	C ₀	C ₀	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	
q ₂	q ₂	q ₃	C ₀	C ₀	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₂</u>	<u>C₁</u>	<u>C₂</u>	
q ₃	q ₄	q ₅	C ₀	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₃</u>	<u>C₀</u>	
* q ₄	q ₂	q ₃	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	C ₀	C ₂	C ₁	C ₂	
q ₅	q ₆	q ₅	C ₀	C ₀	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	
q ₆	q ₆	q ₇	C ₀	C ₀	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₂</u>	<u>C₁</u>	<u>C₂</u>	
q ₇	q ₄	q ₅	C ₀	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₃</u>	<u>C₀</u>	
* q ₈	q ₆	q ₇	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	—	—	—	—	Inaccesible

$$Q/E_1 = (\overset{C_1}{\{q_4, q_8\}}, \overset{C_2}{\{q_3, q_7\}}, \overset{C_0}{\{q_1, q_2, q_5, q_6\}})$$

$$Q/E_2 = (\overset{C_0}{\{q_4, q_5\}}, \overset{C_1}{\{q_2, q_6\}}, \overset{C_2}{\{q_3, q_7\}}, \overset{C_3}{\{q_8\}}) = Q/E_3$$

Isomorfos

8. Obtener el AFD mínimo para los siguientes AFD:

AFD_1=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4},f,Q0,Q3)

$f(Q0, a) = Q1$; $f(Q0, b) = Q2$; $f(Q0, c) = Q3$
 $f(Q1, a) = Q2$; $f(Q1, b) = Q3$; $f(Q1, c) = Q1$
 $f(Q2, a) = Q3$; $f(Q2, b) = Q1$; $f(Q2, c) = Q3$
 $f(Q3, a) = Q4$; $f(Q3, b) = Q4$; $f(Q3, c) = Q4$
 $f(Q4, a) = Q4$; $f(Q4, b) = Q4$; $f(Q4, c) = Q4$

AFD_2=({a,b,c}, {Q0,Q1,Q3,Q4,Q5,Q6,Q8},f,Q0,{Q3,Q4,Q6,Q8})

$f(Q0, a) = Q4$; $f(Q0, b) = Q5$; $f(Q0, c) = Q1$
 $f(Q1, a) = Q5$; $f(Q1, b) = Q5$; $f(Q1, c) = Q3$
 $f(Q3, a) = Q5$; $f(Q3, b) = Q5$; $f(Q3, c) = Q5$
 $f(Q4, a) = Q4$; $f(Q4, b) = Q8$; $f(Q4, c) = Q1$
 $f(Q5, a) = Q5$; $f(Q5, b) = Q5$; $f(Q5, c) = Q5$
 $f(Q6, a) = Q5$; $f(Q6, b) = Q8$; $f(Q6, c) = Q5$
 $f(Q8, a) = Q5$; $f(Q8, b) = Q6$; $f(Q8, c) = Q5$

AFD_3=({a,b,c},{Q0,Q1,Q2,Q3,Q4,Q6,Q7,Q8,Q9},f,Q0,{Q7,Q8})

$f(Q0, a) = Q1$; $f(Q0, b) = Q6$; $f(Q0, c) = Q6$
 $f(Q1, a) = Q7$; $f(Q1, b) = Q2$; $f(Q1, c) = Q6$
 $f(Q7, a) = Q7$; $f(Q7, b) = Q2$; $f(Q7, c) = Q6$
 $f(Q2, a) = Q6$; $f(Q2, b) = Q8$; $f(Q2, c) = Q6$
 $f(Q8, a) = Q6$; $f(Q8, b) = Q8$; $f(Q8, c) = Q4$
 $f(Q4, a) = Q6$; $f(Q4, b) = Q9$; $f(Q4, c) = Q3$
 $f(Q9, a) = Q6$; $f(Q9, b) = Q8$; $f(Q9, c) = Q4$
 $f(Q3, a) = Q6$; $f(Q3, b) = Q9$; $f(Q3, c) = Q4$
 $f(Q6, a) = Q6$; $f(Q6, b) = Q6$; $f(Q6, c) = Q6$

AFD_4=({c,f,d},{Q0,Q5,Q8,Q9,Q10,Q11,Q12},f,Q0,Q10)

$f(Q0, c) = Q9$; $f(Q0, f) = Q10$; $f(Q0, d) = Q8$
 $f(Q9, c) = Q9$; $f(Q9, f) = Q11$; $f(Q9, d) = Q12$
 $f(Q10, c) = Q0$; $f(Q10, f) = Q8$; $f(Q10, d) = Q8$
 $f(Q11, c) = Q11$; $f(Q11, f) = Q11$; $f(Q11, d) = Q8$
 $f(Q12, c) = Q12$; $f(Q12, f) = Q5$; $f(Q12, d) = Q5$
 $f(Q5, c) = Q5$; $f(Q5, f) = Q5$; $f(Q5, d) = Q8$
 $f(Q8, c) = Q8$; $f(Q8, f) = Q8$; $f(Q8, d) = Q8$

8)

AFD-1

	a	b	c	Q/E ₀	a	b	c	a	b	c
→ q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	C ₂	C ₀	C ₁ -
q ₁	q ₂	q ₃	q ₁	C ₀	C ₀	C ₁	C ₀ -	_____		
q ₂	q ₃	q ₁	q ₃	C ₀	<u>C₀</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	C ₁	C ₂	C ₁ -
* q ₃	q ₄	q ₄	q ₄	C ₁ -	_____			_____		
q ₄	q ₄	q ₄	q ₄	C ₀	C ₀	C ₀	C ₀ -	_____		

$$Q/E_0 = (\overset{C_0}{\{q_0, q_1, q_2, q_4\}}, \overset{C_1}{\{q_3\}})$$

$$Q/E_1 = (\overset{C_0}{\{q_0, q_2\}}, \overset{C_2}{\{q_1\}}, \overset{C_1}{\{q_3\}}, \overset{C_3}{\{q_4\}})$$

Ya era mínimo

$$Q/E = Q/E_2 = (\overset{C_0}{\{q_0\}}, \overset{C_1}{\{q_1\}}, \overset{C_2}{\{q_2\}}, \overset{C_3}{\{q_3\}}, \overset{C_4}{\{q_4\}})$$

AFD-2

	a	b	c	Q/E ₀	a	b	c	a	b	c
→ q ₀	q ₄	q ₅	q ₁	<u>C₀</u>	-C ₁	C ₀	C ₀	_____		
q ₁	q ₅	q ₅	q ₃	<u>C₀</u>	-C ₀	C ₀	C ₁	_____		
* q ₃	q ₅	q ₅	q ₅	<u>C₁</u>	-C ₀	C ₀	C ₀	_____		
* q ₄	q ₄	q ₈	q ₁	<u>C₁</u>	-C ₁	C ₁	C ₀	_____		
q ₅	q ₅	q ₅	q ₅	<u>C₀</u>	-C ₀	C ₀	C ₀	_____		
* q ₆	q ₅	q ₈	q ₅	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₄</u>	<u>C₅</u>	<u>C₄</u>
* q ₈	q ₅	q ₆	q ₅	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₁</u>	<u>C₀</u>	<u>C₄</u>	<u>C₅</u>	<u>C₄</u>

6 Nodos

$$Q/E_1 = (\overset{C_0}{\{q_0\}}, \overset{C_1}{\{q_1\}}, \overset{C_2}{\{q_3\}}, \overset{C_3}{\{q_4\}}, \overset{C_4}{\{q_5\}}, \overset{C_5}{\{q_6, q_8\}}) = Q/E_2 \Rightarrow Q/E$$

AFD-3

Copiado mal el etiquetado de las q's q2 es q7 en la hoja.

	Q/E ₀			Q/E ₁			Q/E ₂		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
→ q ₀	1	6	6	<u>C₀</u>	<u>C₀ C₀ C₀</u>	C ₁ C ₀ C ₀ _{c₀}	_____		
q ₁	7	2	6	<u>C₀</u>	<u>C₁ C₀ C₀</u>	<u>C₃ C₁ C₀</u> _{c₁}	<u>C₆ C₁ C₄</u>		
q ₂	7	2	6	<u>C₀</u>	<u>C₁ C₀ C₀</u>	<u>C₃ C₁ C₀</u>	<u>C₆ C₁ C₄</u>		
q ₃	6	8	6	<u>C₀</u>	<u>C₀ C₁ C₀</u>	C ₀ C ₄ C ₀ _{c₂}	_____		
q ₄	6	8	4	<u>C₀</u>	<u>C₀ C₁ C₀</u>	C ₀ C ₄ C ₂ _{c₃}	_____		
q ₆	6	9	3	<u>C₀</u>	<u>C₀ C₀ C₀</u>	C ₀ C ₀ C ₂ _{c₄}	_____		
* q ₇	6	8	4	<u>C₁</u>	C ₀ C ₁ C ₀ _{c₁}	_____	_____		
* q ₈	6	9	4	<u>C₁</u>	C ₀ C ₀ C ₀ _{c₄}	_____	_____		
q ₉	6	6	6	<u>C₀</u>	<u>C₀ C₀ C₀</u>	C ₀ C ₀ C ₀ _{c₇}	_____		

AFD-4

	Q/E ₀			Q/E ₁			Q/E ₂		
	c	f	d	c	f	d	c	f	d
→ q ₀	9	10	8	C ₀	C ₀ C ₁ C ₀	_____			
q ₉	9	11	12	C ₀	C ₀ C ₀ C ₀	C ₀ C ₀ C ₀			
* q ₁₀	0	8	8	C ₁	_____	_____			
q ₁₁	11	11	8	C ₀	C ₀ C ₀ C ₀	C ₀ C ₀ C ₀			
q ₁₂	12	5	5	C ₀	C ₀ C ₀ C ₀	C ₀ C ₀ C ₀			
q ₅	5	5	1	C ₀	C ₀ C ₀ C ₀	C ₀ C ₀ C ₀			
q ₈	8	8	8	C ₀	C ₀ C ₀ C ₀	C ₀ C ₀ C ₀			

$$Q/E_1 = Q/E_2 = Q/E = (\{q_0\}, \{q_{10}\}, \{q_9, q_{11}, q_{12}, q_5, q_8\})$$