

Problema 4.2 :

Las funciones ELEMENTALES son continuas en TODOS los puntos de su dominio (ojo: el dominio puede no ser todo \mathbb{R})

$$1) f(x) = \frac{e^x + 2\cos x - 8x + 5}{e^x + \sin^2 x + 5}$$

es una función elemental

$$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} : \underbrace{e^x}_{\neq 0} + \underbrace{\sin^2 x}_{\geq 0} + \underbrace{5}_{> 0} \neq 0\} = \mathbb{R}$$

$\Rightarrow f$ es continua en todo \mathbb{R} .

$$2) f(x) = \sqrt{x^4 + 3} + e^{-x^2 + \cos x} \sin(4x^5 + 3x^2 + 2x - 5 + \cos x) + 2 \arctan(3^x - 5)$$

es una función elemental cuyo dominio es todo \mathbb{R}

$\Rightarrow f$ es continua en \mathbb{R}

$$3) f(x) = e^{4/x} + x^4 - 7$$

es una función elemental & $\text{Dom } f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\Rightarrow f$ es continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$4) f(x) = (\arccos x)^3$$

es una función elemental. Puesto que

$$\arccos : [-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$$

se tiene que $\text{Dom } f = [-1, 1]$

$\Rightarrow f$ es continua en $[-1, 1]$

$$5) f(x) = (x-3) \log(9x-4)$$

es una función elemental

$$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} : 9x-4 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x > \frac{4}{9}\} \\ = (\frac{4}{9}, \infty)$$

$\Rightarrow f$ es continua en $(\frac{4}{9}, \infty)$

$$6) f(x) = (4x^6 + 3x^3 - 2x + 6) \log x + \\ + \arccos(x) \cdot \log(9x-4)$$

es una función elemental.

$$\text{Dom } f = (0, \infty) \cap [-1, 1] \cap \{x \in \mathbb{R} : 9x-4 > 0\} \\ = (0, \infty) \cap [-1, 1] \cap (\frac{4}{9}, \infty) = \\ = (\frac{4}{9}, 1]$$

$\Rightarrow f$ es continua en $(\frac{4}{9}, 1]$.