Practica 7 Solucionada.pdf

Practicas

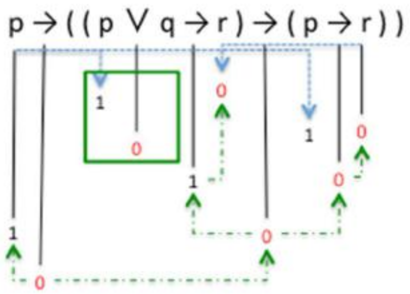
Practica 7

NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:
NOMBRE / NIE:

1. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$p \rightarrow ((p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

p	q	r	p ∨ q	p ∨ q → r	p → r	(p ∨ q → r) → (p → r)	p → ((p ∨ q → r) → (p → r))
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1	1

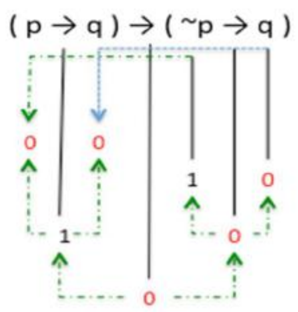


La expresión p v q no puede hacerse falsa porque exigiría valores opuestos en p. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la fórmula es válida.

2. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$$

p	q	p → q	~p → q	(p → q) → (~p → q)
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0

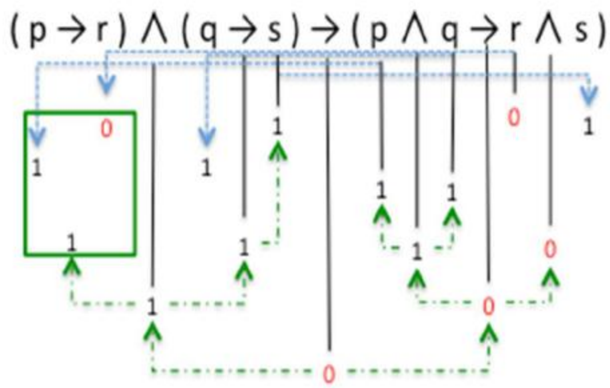


Existe un contraejemplo. Por lo tanto la fórmula NO es válida.

3. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos (*):

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow r \wedge s)$$

p	q	r	s	p→r	q→s	p∧q	r∧s	(p→r)∧(q→s)	p∧q→r∧s	(p→r)∧(q→s)→(p∧q→r∧s)
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1

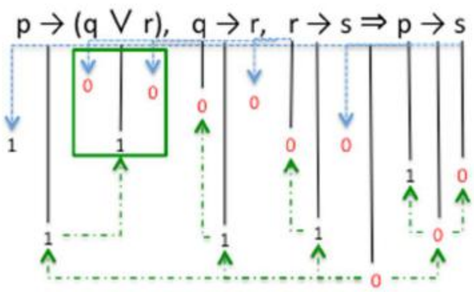


La expresión p →r no puede hacerse VERDADERA porque exigiría valores opuestos en r. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la fórmula es válida.

4. Comprobar si la siguiente deducción es correcta usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos **(*)**:

$$p \rightarrow (q \vee r),\ q \rightarrow r,\ r \rightarrow s \Rightarrow p \rightarrow s$$

p	q	r	s	(q ∨ r)	p → (q ∨ r)	q → r	r → s	p → s
0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

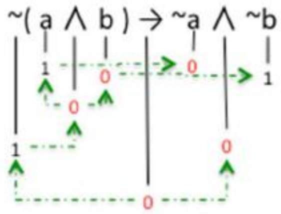


No hay un contraejemplo. La deducción es correcta

5. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$\sim(a \wedge b) \rightarrow \sim a \wedge \sim b$$

a	b	a ∧ b	~a	~b	~(a ∧ b)	~a ∧ ~b	~(a ∧ b) → ~a ∧ ~b
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1

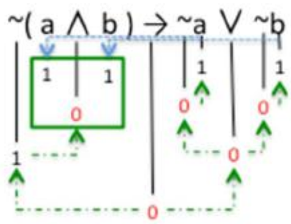


Hay más de un contraejemplo. La fórmula NO es válida

6. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$\sim(a \land b) \rightarrow \sim a \lor \sim b$$

a	b	a ∧ b	~a	~b	~(a ∧ b)	~a ∨ ~b	~(a ∧ b) → ~a ∨ ~b
0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1

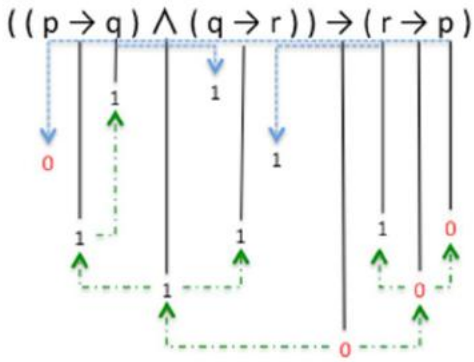


La expresión a ^ b no puede hacerse falsa porque exigiría valores opuestos en a o b .
No hay contraejemplo. La fórmula es válida.

7. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos **(*)**:

$$((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)) \rightarrow (r \rightarrow p)$$

p	q	r	p → q	q → r	(p → q) ∧ (q → r)	r → p	((p → q) ∧ (q → r)) → (r → p)
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

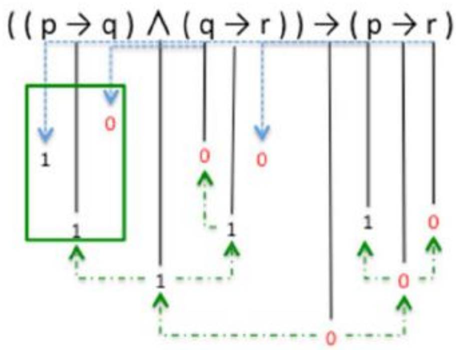


Hay más de un contraejemplo. La fórmula NO es válida.

8. Comprobar si la siguiente fórmula es válida usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$((p \to q) \land (q \to r)) \to (p \to r)$$

p	q	r	$p \to q$	$q \to r$	$(p \to q) \land (q \to r)$	$p \to r$	$((p \to q) \land (q \to r)) \to (p \to r)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

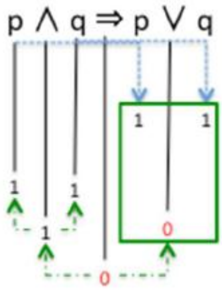


La expresión p →q no puede hacerse VERDADERA porque exigiría valores opuestos en q. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la fórmula es válida.

9. Comprobar si la siguiente deducción es correcta usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$p \land q \Rightarrow p \lor q$$

p	q	$p \land q$	$p \lor q$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

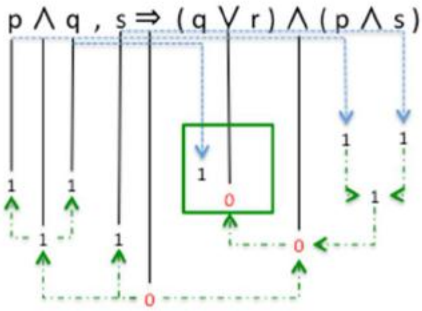


La conclusión (p ∨ q) no puede hacerse FALSA cuando la premisa es verdadera. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la deducción es correcta.

10. Comprobar si la siguiente deducción es correcta usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos :

$$p \wedge q,\ s \Rightarrow (q \vee r) \wedge (p \wedge s)$$

p	q	r	s	q ∨ r	p ∧ s	p ∧ q	s	(q ∨ r) ∧ (p ∧ s)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

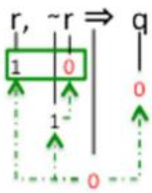


La conclusión no puede hacerse FALSA. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la deducción es correcta.

11. Comprobar si la siguiente deducción es correcta usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$r, \sim r \Rightarrow q$$

r	~r	q
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1

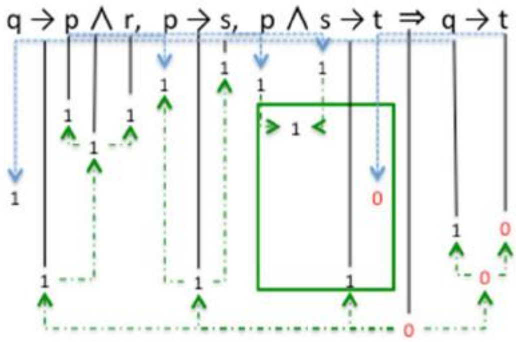


Las premisas no pueden ser verdaderas simultáneamente. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la deducción es correcta.

12. Comprobar si la siguiente deducción es correcta usando por un lado tabla de verdad y por otro búsqueda de contraejemplos:

$$q \rightarrow p \wedge r, p \rightarrow s, p \wedge s \rightarrow t \Rightarrow q \rightarrow t$$

p	q	r	s	t	p ∧ r	p ∧ s	q → p ∧ r	p → s	p ∧ s → t	q → t
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



La expresión p ∧ s → t no puede hacerse VERDADERA. No hay un contraejemplo. Por lo tanto la deducción es correcta.

13. Evaluar semánticamente la siguiente fórmula indicando el número de interpretaciones, las que son modelo y/o contramodelo y la clasificación semántica de la fórmula atendiendo al conjunto de las interpretaciones:

$$p \rightarrow p \vee (q \wedge \sim q)$$

p	q	q ∧ ~q	p ∨ (q ∧ ~q)	p → p ∨ (q ∧ ~q)
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
1	0	1	1	1
1	0	1	1	1

Todas las interpretaciones son modelos y por lo tanto la fórmula es una tautología.

14. Dado el dominio D = {a,b}, compruebe la validez de la siguiente fórmula usando tablas de verdad:

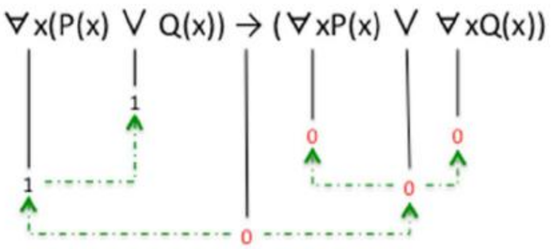
$$(\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x(P(x) \vee Q(x))$$

x	P(x)	Q(x)	∀xP(x)	∀xQ(x)	∀xP(x) ∨ ∀xQ(x)	P(x) ∨ Q(x)	∀x(P(x) ∨ Q(x))	(∀xP(x) ∨ ∀xQ(x)) → ∀x(P(x) ∨ Q(x))
a	0	0	0	0	0	0	0	1
b	0	0				0		
a	0	0	0	0	0	0	0	1
b	0	1				1		
a	0	1	0	0	0	1	0	1
b	0	0				0		
a	0	1	0	1	1	1	1	1
b	0	1				1		
a	0	0	0	0	0	0	0	1
b	1	0				1		
a	0	0	0	0	0	0	0	1
b	1	1				1		
a	0	1	0	0	0	1	1	1
b	1	0				1		
a	0	1	0	1	1	1	1	1
b	1	1				1		
a	1	0	0	0	0	1	0	1
b	0	0				0		
a	1	0	0	0	0	1	1	1
b	0	1				1		
a	1	1	0	0	0	1	0	1
b	0	0				0		
a	1	1	0	1	1	1	1	1
b	0	1				1		
a	1	0	1	0	1	1	1	1
b	1	0				1		
a	1	0	1	0	1	1	1	1
b	1	1				1		
a	1	1	1	0	1	1	1	1
b	1	0				1		
a	1	1	1	1	1	1	1	1
b	1	1				1		

La fórmula es verdadera para todas las interpretaciones y, por tanto, es válida en el dominio. Sobre la validez en general, no podemos afirmar nada.

15. Compruebe si la fórmula que sigue es válida:

$$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x))$$



En vista del gráfico anterior, el contraejemplo sería una interpretación que cumpliese lo siguiente:

- Para que el consecuente sea falso:
  - P(x) no puede ser verdadero para todos los elementos del dominio.
  - Q(x) no puede ser verdadero para todos los elementos del dominio.
- Para que el antecedente sea verdadero:
  - Dado cualquier elemento del dominio, bien P(x),Q(x) o ambos tienen que ser verdaderos.

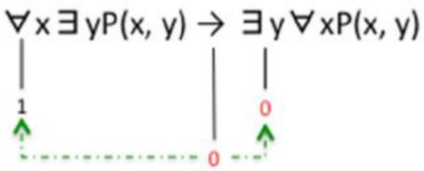
Como se puede ver, esto no es factible en un domino de un solo elemento, pero sí en uno de dos D:{a,b}

Contraejemplo

x	P(x)	Q(x)	P(x)∨Q(x)	∀x(P(x)∨Q(x))	∀xP(x)	∀xQ(x)	∀xP(x)∨∀xQ(x)	∀x(P(x)∨Q(x))→(∀xP(x)∨∀xQ(x))
a	1	0	1	1	0	0	0	0
b	0	1	1					

16. Compruebe si la fórmula que sigue es válida:

$\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$



En vista del gráfico anterior, el contraejemplo sería una interpretación que cumpliese lo siguiente:

- Para que el consecuente sea falso:
    - No puede existir un valor para y, que combinado con cualquier valor de x haga que el predicado P(x,y) sea siempre verdadero.
- Para que el antecedente sea verdadero:
    - Dado cualquier elemento del dominio en x, tiene que existir al menos un valor para y que haga el predicado P(x,y) verdadero.

Como se puede ver, esto no es factible en un domino de un solo elemento, pero sí en uno de dos D:{a,b}

Contraejemplo

x	y	P(x,y)	$\exists y P(x, y)$	$\forall x \exists y P(x, y)$	$\forall x P(x, y)$	$\exists y \forall x P(x, y)$	$\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$
a	a	1	1	1	0 (y=a)	0	0
a	b	0			0 (y=b)		
b	a	0	1				
b	b	1					