CÁLCULO 2018/2019
HOJA #8: COMPORTAMIENTO LOCAL

Problema 8.1. Considera la función $f(x) = |x^3(x-4)|-1$. Encuentra, si existen, sus máximos y mínimos locales. Demuestra que la ecuación $f(x) = 0$ tiene una única solución en $(0, 1)$.

Problema 8.2. Considera la clase de los rectángulos de lados paralelos a los ejes inscritos en la elipse $(x/a)^2+(y/b)^2 = 1$ y encuentra, si existe, aquél que tenga área máxima.

Problema 8.2. Encuentra el máximo y mínimo absoluto de $f(x) = 2x^{5/3} + 5x^{2/3}$ en el intervalo $[-2, 1]$.

Problema 8.3. Encuentra el máximo y mínimo absoluto de $f(x) = |x/\sqrt{2}| + \cos x$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

Problema 8.4. Estudia la concavidad y convexidad de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= (x-2)x^{2/3} \\ f_2(x) &= x(x-2)^{3/2} \\ f_3(x) &= |x|e^{|x|} \\ f_4(x) &= \log(x^2-6x+8). \end{aligned}$$

Problema 8.5. Considera la función

$$f(x) = \frac{x\log^2(x)}{1+\log(x)}$$

Determina el dominio de f, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos (máximos y mínimos locales).

Problema 8.6. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \alpha + x + x^2 & \text{si} \quad x < 0 \\ \beta \operatorname{sen}(x) & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f cuando $x < 0$.
- Encuentra los valores de los parámetros α y β que hacen que f sea derivable en $x_0 = 0$.
- Usando los valores de los parámetros del apartado anterior, estudia la derivabilidad de f en toda la recta real.
- Tomando $\alpha = -1$ y $\beta = 1$, estudia si f alcanza un valor mínimo absoluto y un valor máximo absoluto en la recta real. En caso afirmativo encuentra dichos valores y los puntos donde se alcanzan.