Principios Físicos de la Informática

Convocatoria Ordinaria: 22/05/2015

## Nombre del Alumno:

## Grupo:

## NIU:

## Normas:

Para la realización del examen **no** se permite la utilización de apuntes, libros, apuntes y otro material de consulta.

Es necesario presentar el carnet de la universidad o alguna identificación oficial (DNI, pasaporte)

Se podrá utilizar calculadora pero **no podrá ser en ningún caso programable**. La utilización de una calculadora programada será motivo de expulsión del examen teniendo un cero en esta convocatoria.

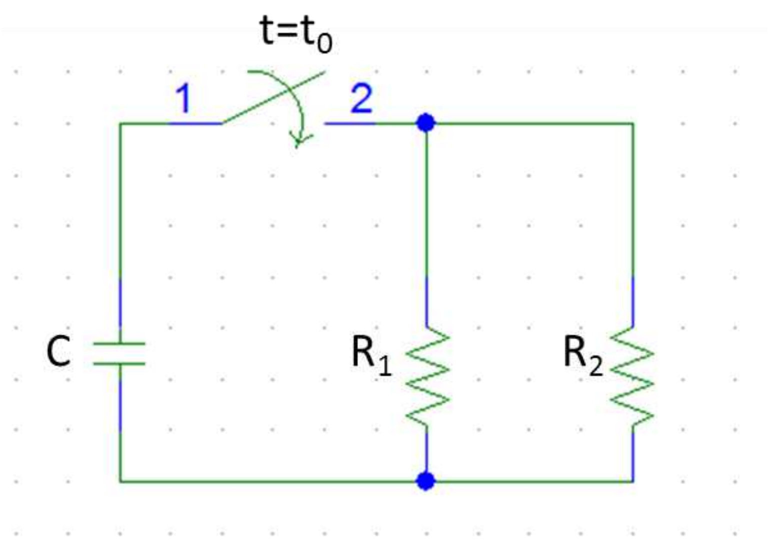
El examen se puntúa sobre 5 puntos en convocatoria ordinaria siendo los otros 5 puntos los conseguidos en evaluación continua. Es necesario sacar al menos un 3,5/10 en este examen para poder aprobar la asignatura. Siguiendo las normas de la universidad que se pueden consultar en Campus Global bajo el encabezado "Exámenes" dentro de Docencia e Investigación > Actividad Académica > Exámenes > Normativa relacionada:
http://www.uc3m.es/portal/page/portal/organizacion/secret_general/normativa/estudiantes/estudios_grado/normativa-evaluacion-continua-31-05-11_FINALx.pdf
Se entregará el enunciado y las hojas con los problemas (además de las hojas de sucio que hayan utilizado marcando en las mismas (borrador) y el examen se cumplimentara en bolígrafo.

El examen tendrá una duración de dos horas.

## (No pase de esta hoja hasta que se lo indiquen)

## Cuestión teórica 1: (1PUNTO)

Se tiene un condensador de capacidad C cargado con una carga $Q_0$ unido a dos resistencias $R_1$ y $R_2$ como se muestra en la figura. En el instante $t=t_0$ s se cierra el interruptor de manera que el condensador se descarga por las resistencias. Obtener en función de los parámetros Q, C, $R_1$, $R_2$ y $t_0$:




a) La tensión entre los bornes del condensador para todo tiempo.
b) La corriente máxima que circula por el circuito.
c) La corriente que circula por cada resistencia para todo tiempo.

**Solución:**

a) Para calcular la tensión en los bornes del condensador para todo tiempo, tan sólo es necesario conocer la distribución de carga en el condensador en función del tiempo y dividirla por la capacidad:

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

Donde la constante de tiempo se obtiene a partir de la resistencia total del circuito:

$\tau = R_{eq}C = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}C$ (0,2 puntos)

De manera que:

$V(t) = \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t-t_0}{R_1 R_2 C}(R_1+R_2)}$ (0,2 puntos)

b) La corriente máxima se puede obtener de la derivada de la carga con respecto al tiempo tomando su valor máximo:

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{Q_0}{\tau}e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = -\frac{Q_0(R_1+R_2)}{R_1R_2C}e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

Por tanto:

$$I_{MAX} = \frac{Q_0}{\tau} = \frac{Q_0(R_1+R_2)}{R_1R_2C}$$

(0,2 puntos)

Es el mismo resultado que se obtendría de usar la Ley de Ohm con el voltaje máximo $Q_0/C$ y la resistencia equivalente.

c) Para calcular la corriente que circula por cada resistencia, tan sólo es necesario usar la Ley de Ohm en cada rama sabiendo que, al estar las ramas en paralelo, la tensión que cae en cada una es igual a la tensión del condensador V(t).

$$I_1(t) = \frac{V(t)}{R_1} = \frac{Q_0}{R_1C}e^{-\frac{t-t_0}{R_1R_2C}(R_1+R_2)}$$
$$I_2(t) = \frac{V(t)}{R_2} = \frac{Q_0}{R_2C}e^{-\frac{t-t_0}{R_1R_2C}(R_1+R_2)}$$

(0,2 puntos)

Como era de esperar, la suma de las dos expresiones conduce a la expresión de la intensidad total.

$$I_1(t) + I_2(t) = I(t) = \frac{Q_0}{R_1C}e^{-\frac{t-t_0}{R_1R_2C}(R_1+R_2)} + \frac{Q_0}{R_2C}e^{-\frac{t-t_0}{R_1R_2C}(R_1+R_2)} =$$

$$= -\left(\frac{Q_0}{R_1C} + \frac{Q_0}{R_2C}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = -\frac{Q_0}{C}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} = -\frac{Q_0(R_1+R_2)}{R_1R_2C}e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$$

(0,2 puntos)

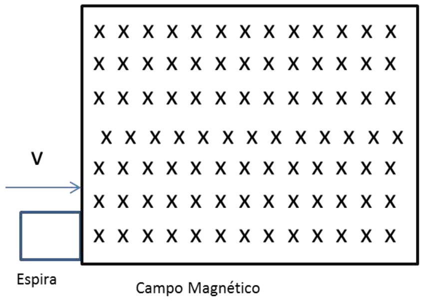
Principios Físicos de la Informática

Convocatoria Ordinaria: 22/05/2015

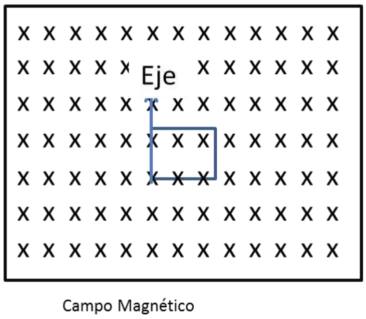
## Problema 1 (3 puntos):

Dado un campo magnético finito en un espacio rectangular de 20 m x 10 m, de 0,6T y cuya dirección es perpendicular al papel, se introduce una espira cuadrada de 10 cm de lado y R=10 Ω en las siguientes condiciones:

- La espira se desplaza horizontalmente en el campo magnético partiendo desde el punto de la imagen con una velocidad constante de 2 m/s.




- La espira se desplaza verticalmente en el campo magnético. Partiendo desde el punto de la imagen con una velocidad en el eje y de 1 m/s.
- La espira se introduce en el campo magnético y gira con una velocidad angular de 2rad/s alrededor de su eje vertical situado a la izquierda.




Calcular :

a) La Fem inducida en la espira en todos los casos (2 puntos)
b) La intensidad inducida en la espira y dibuja el sentido de la misma (1 punto)

**Solución:**

a) La Fem inducida en la espira en todos los casos (2 puntos)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B.S)}{dt} = -d(B.S.\cos\alpha)/dt$$

Cuando la espira se desplaza horizontalmente hay cuatro situaciones diferenciadas:

- Mientras se introduce la espira en el campo magnética; S=l*x=l*v*t t=0, t= 0,1/2 s

$$\varepsilon = -d(B.S.\frac{\cos 0)}{dt} = -B.\frac{d(l*v*t)}{dt} = -B*l*v = -0{,}6*0{,}1*20 = -0{,}12\ V$$ (0,25 puntos)

- Mientras recorre horizontalmente el campo magnético no hay variación de flujo y por tanto la fem=0V hasta que está en el borde del campo

t=0,05 s, t= (20-0,2)/2=9,9s → ε=0V (0,25 puntos)

- Mientras la espira empieza a salir y hasta que sale S=l*x= l*(1-vt),

t=9,9s→ t=9,9+ 0,05

$$\varepsilon = -d(B.S.\frac{\cos 0)}{dt} = -B.\frac{d(l*(1-v*t))}{dt} = B*l*v = 0{,}6*0{,}1*20 = 0{,}12\ V$$ (0,25 puntos)

- Cuando la espira esta fuera del campo magnético no se induce ninguna fem

t=9,95→∞ ε=0V

Cuando la espira se mueve verticalmente, el problema se abordaría exactamente igual con la única diferencia de que la velocidad ahora sería igual a 1 m/s, luego obtenemos:

ε=-0,06V (cuando entra) (0,25 puntos)

ε=0 V (cuando está completamente sumergida en la región del campo) (0,25 puntos)

ε=0,06V (cuando sale) (0,25 puntos)

Cuando la espira gira, la superficie es constante y el campo también, pero varia el ángulo que forman ambos: t=4,95s→∞

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B.S)}{dt} = -d(B.S.\frac{\cos\alpha)}{dt} = -BS\frac{d(Cos\ \omega t)}{dt} = \omega BS\ Sen\ (\omega t) = 2*0{,}6*0{,}01\ sen\ 2t$ = 0,012 sen (2t) v (0,5 puntos)

b) La intensidad inducida en la espira y dibuja el sentido de la misma (1 punto)

La I=ε/R;

Cuando se mueve horizontalmente:

t=0→ 0,05s ; I=-0,012A antihoraria (0,2 puntos)
t=0,05→ 9,9 s; I=0A
t=9,9 s → 9,95 I=0,012A horaria (0,2 puntos)
t=9,95→ ∞ I=0

Cuando se Mueve Verticalmente:

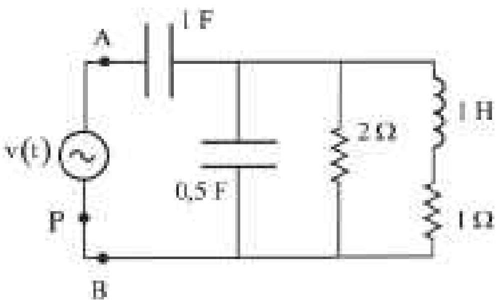
t=0→ 0,05s ; I=-0,006A antihoraria (0,2 puntos)
t=0,05→ 9,9 s; I=0A
t=9,9 s → 9,95 I=0,006A horaria (0,2 puntos)
t=9,95→ ∞ I=0

Cuando Gira I= 0,0012 sen (2t) Amperios y va alternando (0,2 puntos)

## Problema 2: (3 puntos)

Sea el circuito de la figura donde la fuente sumimistra una tensión de $v(t)=8\,\mathrm{sen}\left(t+\pi/4\right)$ V .

En estas condiciones, determinar:




a) La impedancia equivalente entre los puntos A y B. (1 punto)
b) El fasor de la intensidad máxima de corriente sumistrada por la fuente. (0.75 puntos)
c) La potencia activa total del circuito en las condiciones del apartado anterior. (0.75 puntos)

d) ¿Qué elemento habría que conectar en el punto P del circuito para que la impedancia total del circuito fuese mínima? Justifique la respuesta mediante los cálculos oportunos. (0.5 puntos)

Solución:

a)

De la expresión $\mathrm{v(t)=8\,sen}\left(\mathrm{t+\pi/4}\right)\ \mathrm{V}$ se deduce que $\omega = 1\ rad/s$. Luego la impedancia de la rama RL será

$$\vec{Z}_{RL} = 1 + j\ \Omega \qquad \text{(0,25 puntos)}$$

Y su admitancia

$$\vec{Y}_{RL} = 1/\vec{Z}_{RL} = \frac{1}{\sqrt{2}\angle 45^{\circ}} = 0,707\angle -45^{\circ} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} j\ \Omega^{-1}$$

El condensador y la resistencia en paralelo tienen las admitancias

$$\vec{Y}_C = j\omega C = \frac{1}{2} j\ \Omega^{-1};\ \vec{Y}_R = 1/R = \frac{1}{2}\ \Omega^{-1}$$

La admitancia equivalente de estas tres ramas en paralelo será

$$\vec{Y}_P = \vec{Y}_C + \vec{Y}_R + \vec{Y}_{RL} = 1\ \Omega^{-1} \qquad \text{(0,25 puntos)}$$

Teniendo en cuenta que la impedancia del condensador que está conectada en serie con la fuente es de

$$\vec{Z}_{C^*} = -j\frac{1}{C\omega} = -j\ \Omega$$

En consecuencia, la impedancia total será

$$\vec{Z}_T = \vec{Z}_{C^*} + 1/\vec{Y}_P = 1 - j\ = \sqrt{2}\angle -45^{\circ}\Omega \qquad \text{(0,5 puntos)}$$

b)

La intensidad máxima de la corriente que suministra la fuente en su forma fasorial será

$$\vec{I}_o = \frac{\vec{V}_o}{\vec{Z}_T} = \frac{8\angle 45^{\circ}}{\sqrt{2}\angle -45^{\circ}} = 4\sqrt{2}\angle 90^{\circ}\,\mathrm{A} \qquad \text{(0,75 puntos)}$$

El ángulo de desfase entre la intensidad y la tensión será $\varphi = \varphi_I - \varphi_V = 45^{\circ}$

c) La potencia activa total será

$$P=\frac{1}{2}I_oV_o\cos\varphi=\frac{1}{2}8\ V\times4\sqrt{2}\ A\times\cos45^o=16\ W$$ (0,75 puntos)

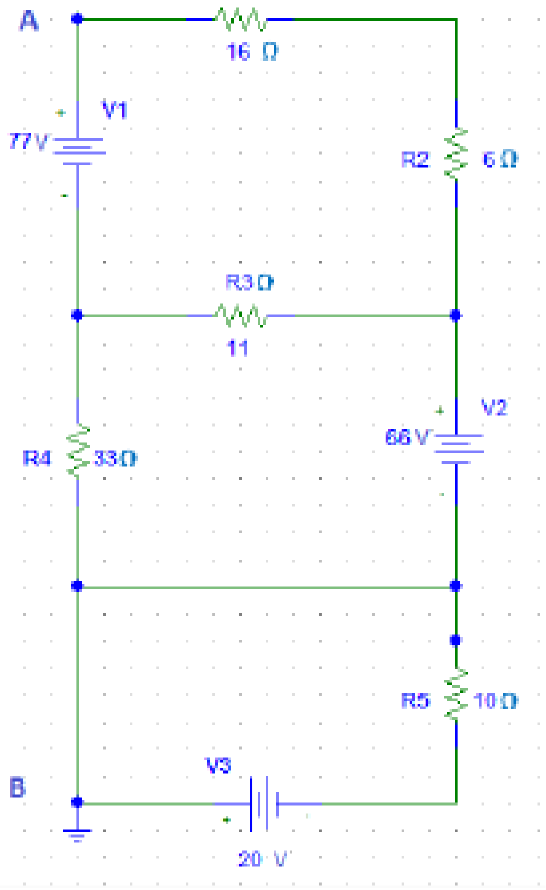
d)

Para que la impedancia fuese mínima tendría que ocurrir que $\mathrm{Im}[\vec{Z}_T]=0$ y esto se puede lograr colocando en el punto P una inductancia de $L=1H$. (0,5 puntos)

## Problema 3: ( 3 puntos).

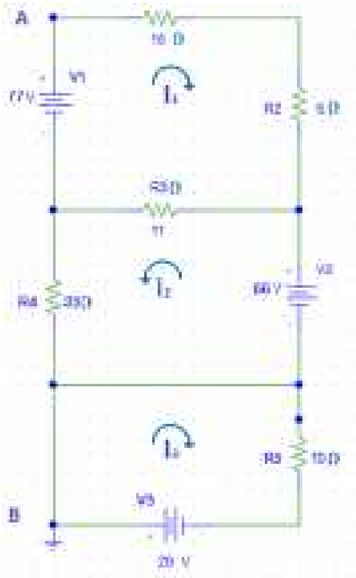
Para el circuito de la figura calcular:

1. El equivalente Thévenin desde los terminales A y B (2p)
2. La intensidad que circula por las resistencias R2 y R5 cuando los terminales A y B quedan en vacío (0,5 p)
3. El equivalente Norton (0,5 p)



**Solución:**

1. Para calcular el equivalente Thevenin, en primer lugar calculamos la tensión de la fuente Thevenin, que es la tensión existente entre los puntos A y B en el circuito de la figura ($V_{AB}$). Para ello seguimos el método de Maxwell, según el sentido de las intensidades de malla que hemos representado en la figura. De cada malla obtenemos una ecuación aplicando las leyes de Kirchoff ($\sum V_i=0$):




Malla 1:

$$(16+6+11)\cdot I_1 + 11\cdot I_2 = 77$$

$$33\cdot I_1 + 11\cdot I_2 = 77$$

$$3\cdot I_1 + 1\cdot I_2 = 7$$

Malla 2:

$$11\cdot I_1 + (11+33)\cdot I_2 = 66$$

$$11\cdot I_1 + 44\cdot I_2 = 66$$

$$1\cdot I_1 + 4\cdot I_2 = 6$$

Malla 3:

$$10\cdot I_3 = 20$$

De esta última ecuación obtenemos $I_3$:

$$I_3 = 2\,A$$ (0,4 puntos)

Y de las obtenidas en las mallas 1 y 2 obtenemos las otras dos:

$$\left.\begin{array}{l} 3\cdot I_1 + 1\cdot I_2 = 7 \\ 1\cdot I_1 + 4\cdot I_2 = 6 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} I_2 - 12\cdot I_2 = 7 - 18 \\ I_2 = 1\,A \end{array}$$ (0,4 puntos)

$$I_1 + 4\cdot 1 = 6$$

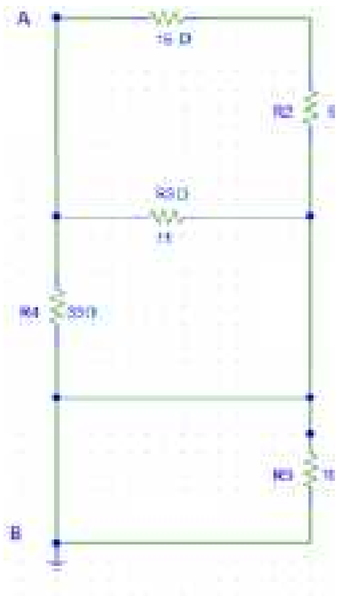
$$I_1 = 2\,A$$ (0,4 puntos)

Con estos valores calculamos la diferencia de tensión entre A y B que es la tensión de la fuente de Thevenin:

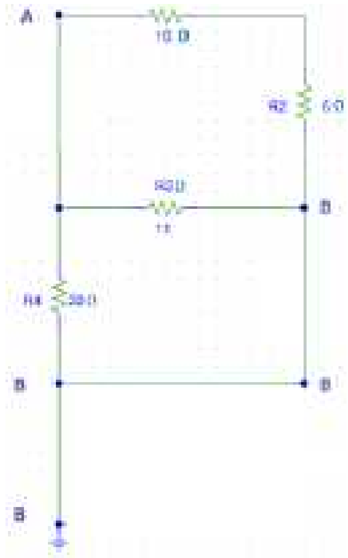
$$V_{AB} = V_1 + R_4\cdot I_2 = 77 + 33\cdot 1 = 110\,V$$

$$V_{Th} = 110\,V$$ (0,4 puntos)

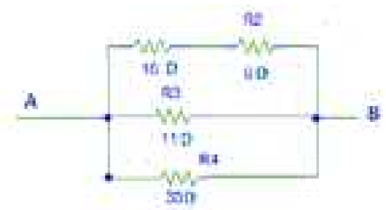
Para calcular la resistencia del equivalente, apagamos las fuentes de tensión y calculamos la resistencia equivalente entre A y B:




Para simplificar el circuito, en primer lugar eliminamos la resistencia $R_5$, al estar en paralelo con un cortocircuito, y vemos que el punto B se encuentra conectado directamente a las resistencias $R_2$, $R_3$ y $R_4$:



Lo cual es equivalente al siguiente circuito:

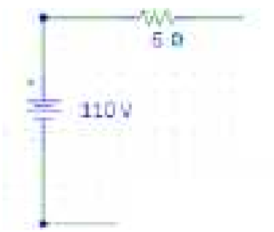



En este caso, la resistencia equivalente entre A y B será:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{22} + \frac{1}{11} + \frac{1}{33} = \frac{1}{11} \cdot \left(\frac{3+1+2}{6}\right) = \frac{1}{6}$$

$R_{AB} = 6\,\Omega$ (0,4 puntos)

Luego el equivalente Thevenin del circuito dado será:



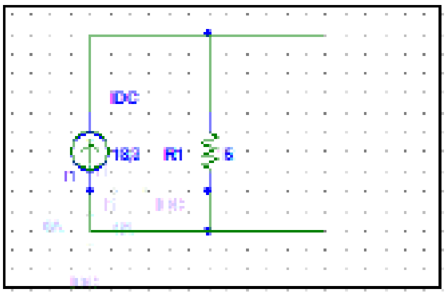

2. Las intensidades que circulan por $R_2$ y $R_5$ se calculan, de acuerdo a la figura inicial en la que representábamos las intensidades de malla $I_i$:

$I_{R2} = I_1 = 2\,A$ (0,25 puntos)

$I_{R5} = I_3 = 2\,A$ (0,25 puntos)

3. El equivalente Norton será la misma resistencia del equivalente Thevenin, pero en paralelo con una fuente de intensidad cuyo valor se calcula a partir de la misma resistencia y el valor de la fuente de tensión aplicando la ley de Ohm:

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{110}{6} = 18{,}3\,A$$ (0,25 puntos)




si de da el valor de la resistencia Norton, se obtienen: 0,25 puntos