Clave $\frac{321}{0'33}$

INGENIERÍA TÉCNICA EN INFORMÁTICA DE GESTIÓN CURSO 05/06

EXAMEN DE FÍSICA

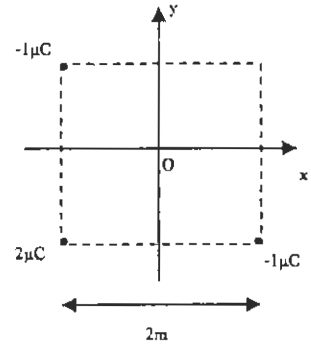
(10 de febrero de 2006)

Este examen consta de **cinco** problemas. Cada problema debe entregarse en una hoja por **separado**. Deben entregarse **todos** los problemas, aunque no se hayan resuelto (entregar hoja en blanco con el nombre y el número de problema no realizado). **Indicar nombre, apellidos y grupo en todas las hojas del examen.** La puntuación de cada problema viene indicada al principio del enunciado.

1) (15 puntos) Se disponen las 3 cargas puntuales de la figura en los vértices de un cuadrado. Hallar:

a) El campo eléctrico en el punto O

b) La energía potencial electrostática del sistema.

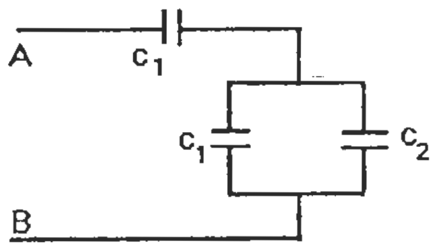


2) (20 puntos) Calcular el campo eléctrico ($\vec{E}$) creado por una esfera maciza no conductora, de densidad de carga ρ uniforme y de radio a, en un punto situado a una distancia r del centro de la esfera. Considerar los casos en que $r > a$ y $r < a$. ¿Cuál es el valor del campo para $r = a$? Calcular también el valor del potencial eléctrico dentro y fuera de la esfera (V(r)).

3) (20 puntos) Tres condensadores se asocian como se indica en la figura:

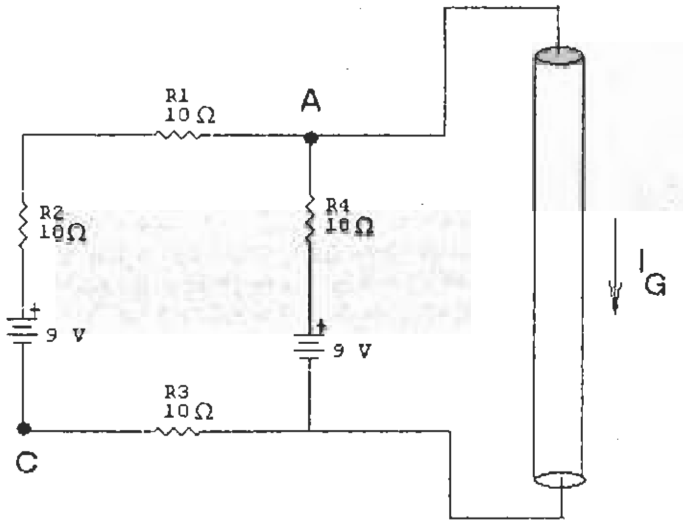
a) Si $C_1 = 7$ μF ¿cuánto debe valer C_2 para que la capacidad del conjunto sea igual a C_2?

b) Tomando $C_2 = 5$ μF se aplica entre los puntos A y B una diferencia de potencial de 300 V, encontrar la carga y la diferencia de potencial de cada condensador.



1

4) **(20 puntos)** En una práctica de laboratorio se desea encontrar el diámetro de una barra cilíndrica conductora de grafito, de longitud L=22 cm y resistividad $\rho=3.5 \times 10^{-5}$ Ωm. Para este fin, se conecta dicha barra a los extremos del circuito de la figura. Al medir la tensión V_{AC} entre los puntos A y C del circuito, y la corriente I_G que circula por el conductor, se obtiene V_{AC}=4.48V, I_G=904.52 mA.

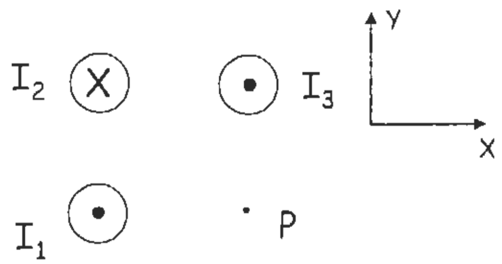


Calcula:

a) Valores numéricos de todas las corrientes en el circuito (expresándolas en mA), así como la resistencia R_G de la barra de grafito (expresándola en Ω).
b) Diámetro del conductor de grafito (expresándolo en mm).
c) Potencia disipada en el conductor de grafito.

5) **(25 puntos)** Sean tres conductores rectilíneos, infinitos y paralelos dispuestos en los vértices de un cuadrado de lado 10 cm como el indicado en la figura donde I_1 = 5 A, I_2 = 2 A e I_3 = 6 A con los sentidos indicados en la figura.

a) ¿Cuánto vale el vector campo magnético ($\vec{B}$) en el punto P?
b) Si situamos en el punto P un electrón con velocidad $\vec{v} = 5\times10^5 \, {}^{m}\!/_{s} \, \vec{k}$, ¿qué fuerza ($\vec{F}$) experimentará?
c) ¿Qué campo eléctrico ($\vec{E}$) habría que incluir en el sistema para que el electrón continuará su trayectoria sin desviarse del eje z?



d) Al situar un conductor rectilíneo de 50 cm en paralelo a los otros tres y pasando por el punto P siente una fuerza de $\vec{F} = \left(1.6\times10^{-5}\,\vec{i} - 2\times10^{-5}\,\vec{j}\right)N$ ¿qué corriente transporta dicho conductor y en qué sentido?

CONSTANTES:

Permitividad del vacío $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2\,N^{-1}\,m^{-2}$

Carga del electrón: -1.6×10^{-19} C

Carga del protón: $+1.6 \times 10^{-19}$ C

Permeabilidad del vacío $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\ N\,A^{-2}$

Masa del electrón: 9.1×10^{-31} Kg

Masa del Protón: 1.67×10^{-27} Kg

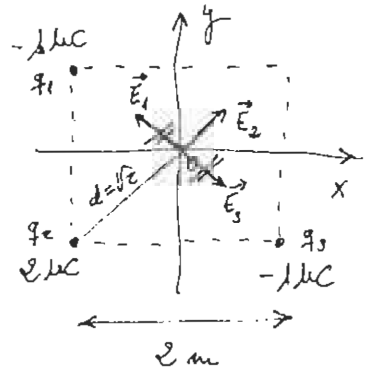
Problema 1

Problema nº 1 (15 puntos)

Se disponen las 3 cargas puntuales de la figura en los vértices de un cuadrado. Hallar:

a) El campo eléctrico en el punto O

b) La energía potencial electrostática del sistema



Solución:

a) El campo debido a cada carga en el punto O, se indica, en rojo, en la figura.

$$\vec{E}(0) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

Los módulos:

$$|\vec{E}_i| = k\frac{|q_i|}{d^2} \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

$$\vec{E}_1 = k\frac{|-10^{-6}|}{(\sqrt{2})^2}(-\cos 45\,\vec{i} + \operatorname{sen} 45\,\vec{j}) = k\frac{10^{-6}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}(-\vec{i}+\vec{j})$$

$$= 3{,}2\times 10^3(-\vec{i}+\vec{j})\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = k\,\frac{2\times 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2}\,(\cos 45\,\vec{i} + \mathrm{sen}\,45\,\vec{j}) = 6{,}4\times 10^{3}(\vec{i}+\vec{j})\,\frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_3 = k\,\frac{|-10^{-6}|}{(\sqrt{2})^2}\,(\cos 45\,\vec{i} - \mathrm{sen}\,45\,\vec{j}) = 3{,}2\times 10^{3}(\vec{i}-\vec{j})\,\frac{N}{C}$$

Efectivamente, como se observa en la figura, las contribuciones de q_1 y q_3 se cancelan. Por tanto:

$$\boxed{\vec{E}(0) = 6{,}4\times 10^{3}(\vec{i}+\vec{j})\ \frac{N}{C}}$$

b) $\boxed{U_{\text{electrostática}}} = W\{q_1, q_2, q_3\} =$

$$= q_2 V_1(\vec{r}_2) + q_3\left[V_1(\vec{r}_3) + V_2(\vec{r}_3)\right] =$$

$$= k\left(\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|} + \frac{q_1 q_3}{|\vec{r}_3-\vec{r}_1|} + \frac{q_2 q_3}{|\vec{r}_3-\vec{r}_2|}\right) =$$

$$= k\left(\frac{-2\times 10^{-12}}{2} + \frac{10^{-12}}{2\sqrt{2}} - \frac{2\times 10^{-12}}{2}\right) = \underline{-1{,}5\times 10^{-2}\,J}$$

Problema 2

2) Calcular el campo eléctrico ($\bar{E}$) creado por una esfera maciza no conductora, de densidad de carga ρ uniforme y de radio a, en un punto situado a una distancia r del centro de la esfera. Considerar los casos en que $r > a$ y $r < a$. ¿Cuál es el valor del campo para $r = a$? Calcular también el valor del potencial eléctrico dentro y fuera de la esfera (V(r)).

SOLUCIÓN:

Calculamos primero el campo eléctrico para r > a

Aplicamos la ley de Gauss: $\oint \bar{E} \cdot d\bar{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$.

Como el campo eléctrico es uniforme y la densidad de carga también es uniforme, podemos escribir:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \cdot V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi a^3}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \bar{E} = \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}\bar{u}_r \text{, o bien } \Rightarrow \bar{E} = \frac{Q_{total}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\bar{u}_r$$

Calculamos primero el campo eléctrico para r < a

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \cdot V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \bar{E} = \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \varepsilon_0}\bar{u}_r \text{, o bien } \Rightarrow \bar{E} = \left(\frac{Q_{total}}{4\pi\varepsilon_0 a^3} \cdot r\right)\bar{u}_r$$

¿Cuál es el valor del campo para $r = a$?

En ambos casos se comprueba que: $\bar{E} = \frac{\rho \cdot a}{3 \cdot \varepsilon_0}\bar{u}_r$, o bien $\bar{E} = \frac{Q_{total}}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\bar{u}_r$

Calculamos el potencial eléctrico para r > a

Para un campo radial se cumple: $\bar{E}(\bar{r}) = -\frac{dV(\bar{r})}{d\bar{r}}$, luego podemos determinar el potencial eléctrico a partir del campo eléctrico como: $V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0} \bar{E} \cdot d\bar{r}$, donde r_0 es la referencia de potencial. Se considera $V(\infty) = 0$.

Entonces, para r > a, tenemos:

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} dr = -\frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

Calculamos el potencial eléctrico para $r < a$

En este caso,

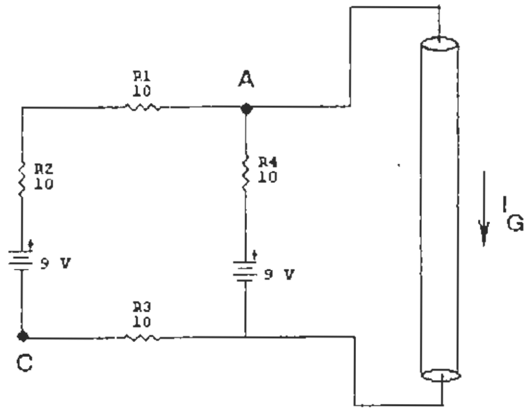
$$V(r) = -\int_{\infty}^{a} \frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} dr - \int_{a}^{r} \frac{\rho \cdot r}{3 \cdot \varepsilon_0} dr = -\frac{\rho \cdot a^3}{3 \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_{\infty}^{a} \frac{dr}{r^2} - \frac{\rho}{3 \cdot \varepsilon_0} \int_{a}^{r} r \cdot dr \Rightarrow$$

$$V(r) = \frac{\rho \cdot a^2}{3 \cdot \varepsilon_0} - \frac{\rho}{6 \cdot \varepsilon_0} \cdot \left\{ r^2 - a^2 \right\}$$

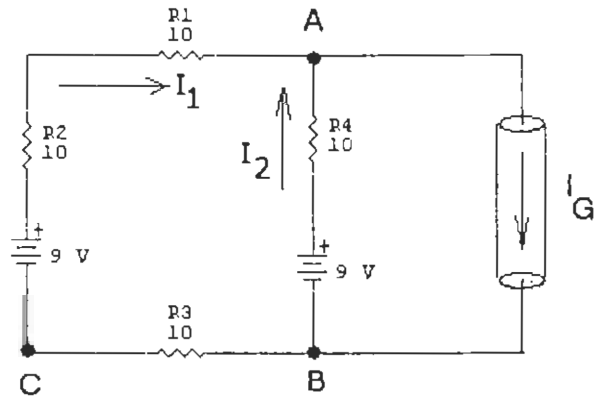
Problema 3

Capacidad	Solución
Apartado 1: C2	$C_2 = \dfrac{C_1(C_1+C_2)}{C_1+C_1+C_2}$ $C_2^2 + C_1C_2 - C_1^2 = 0$ $C_2 = \frac{C_1}{2}(\sqrt{5}-1)$=4,326μF
Apartado2: Ceq con C2=5μF	$C_{eq} = \dfrac{C_1(C_1+C_2)}{2C_1+C_2} = \dfrac{84}{19}$ μF
C_{DF}	$C_{DF} = C_1 + C_2 = 12\mu$F
Q_{Total}	$Q_{total} = C_{eq}\cdot V_{AB} = 1{,}326\cdot 10^{-3}C$
Q_1	$Q_1=Q_{Total}$
Q_{DF}	$Q_{DF}=Q_{Total}$
V_{DF}	$V_{DF} = \dfrac{Q_{DF}}{C_{DF}} = 110{,}5V$
Q_1(DF)	$Q_1 = C_1\cdot V_{DF} = 7{,}735\cdot 10^{-4}C$
Q_2(DF)	$Q_2 = C_2\cdot V_{DF} = 5{,}525\cdot 10^{-4}C$
VAD	$V_{AD} = \dfrac{Q_1}{C_1} = 189{,}5V$ $V_{AD} = V_{AB} - V_{DF}$

PROBLEMA 4 (20 puntos). En una práctica de laboratorio se desea encontrar el diámetro de una barra cilíndrica conductora de grafito, de longitud L=22 cm y resistividad ρ=3.5 x 10^{-5} Ωm. Para este fin, se conecta dicha barra a los extremos del circuito de la figura. Al medir la tensión V_{AC} entre los puntos A y C del circuito, y la corriente I_G que circula por el conductor, se obtiene V_{AC}=4.48V, I_G=904.52 mA. Calcula: a) valores numéricos de todas las corrientes en el circuito (expresándolas en mA), así como la resistencia R_G de la barra de grafito (expresándola en Ω); b) diámetro del conductor de grafito (expresándolo en mm); c) Potencia disipada en el conductor de grafito.



a) En el circuito de la figura se muestran las corrientes I_1, I_2 e I_G en las ramas del circuito.



El voltaje entre los puntos A y C por la rama superior izquierda es:

$$V_{AC} = -20 I_1 + 9 \Rightarrow I_1 = \frac{9 - V_{AC}}{20}$$

sustituyendo el valor experimental hallado de V_{AC}, obtenemos:

$$I_1 = \frac{9 - 4.48}{20} \approx 226\ mA$$

En el nudo A, conocemos dos corrientes (I_G e I_1) luego:

$$I_1 + I_2 = I_G \Rightarrow I_2 = I_G - I_1$$

sustituyendo:

$$I_2 = I_G - I_1 = 904.52\, mA - 226\, mA = 678.52\, mA$$

La resistencia R_G del conductor de grafito es la tensión V_{AB} entre sus extremos dividido por la intensidad I_G que atraviesa dicho conductor, es decir:

$$R_G = \frac{V_{AB}}{I_G} = \frac{V_{AB}}{904.52\ 10^{-3}}$$

siendo:

$$V_{AB} = -10 I_2 + 9 \approx 2.21\ V$$

entonces:

$$R_G = \frac{2.21}{904.52\ 10^{-3}} \approx 2.45\ \Omega$$

b) El diámetro d_G de la barra cilíndrica de grafito, se obtiene a partir de la expresión que relaciona la resistencia del conductor R_G, con su resistividad ρ, longitud L y sección S:

$$R_G = \rho \frac{L}{S}$$

siendo:

$$d_G = 2\sqrt{\frac{\rho L}{\pi R_G}}$$

sustituyendo datos:

$$d_G = 2\sqrt{\frac{(3.5\ 10^{-5})(22\ 10^{-2})}{2.45\pi}} \approx 2\ mm$$

c) La potencia P disipada por el conductor es el producto de su resistencia R_G por la corriente I_G al cuadrado, es decir:

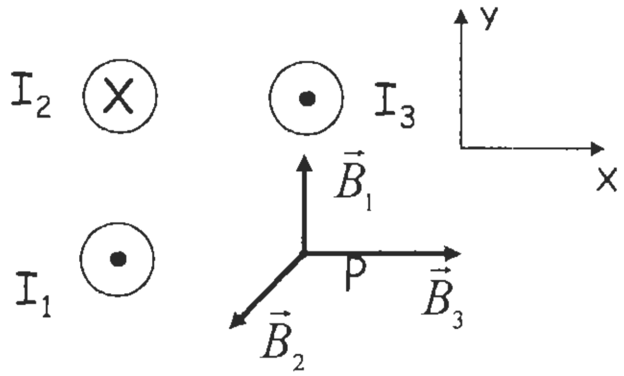
$$P_G = R_G\ I_G^2$$

sustituyendo:

$$P_G = 2.45\ (904.52\ 10^{-3})^2 = 2\ W$$

Problema 5

a) Teniendo en cuenta los sentidos de las corrientes y la regla de la mano derecha, los vectores $\vec{B}$ debidos a cada hilo son los indicados en el dibujo.



Los módulos de los campos los calculamos por Ampère: $\oint_C \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I_{en}$, obteniéndose al final:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi L}\vec{j}\,T \qquad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi L\sqrt{2}}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)T \qquad \vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi L}\vec{i}\,T$$

donde L es el lado del cuadrado (L = 10 cm).

Aplicando el principio de superposición llegamos a que el campo total es:

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0}{2\pi L}\left(5\vec{i} + 4\vec{j}\right)T = 2\times10^{-6}\left(5\vec{i} + 4\vec{j}\right)T$$

b) La fuerza que siente el electrón viene dada por:

$$\vec{F} = q_e\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = -1.6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 5\cdot10^{5} \\ 10^{-5} & 8\cdot10^{-6} & 0 \end{vmatrix} = -1.6\cdot10^{-19}\left(-4\vec{i}+5\vec{j}\right) = \left(6.4\cdot10^{-19}\vec{i} - 8\cdot10^{-19}\vec{j}\right)N$$

c) Para que electrón no se desvíe la fuerza eléctrica y magnética tienen que ser iguales en módulo y de sentido contrario para contrarrestarse.

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow q_e\vec{E} = -q_e\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) \Rightarrow \vec{E} = -\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

Luego:

$$\vec{E} = \left(4\vec{i} - 5\vec{j}\right)N/C$$

d) $\vec{F} = \left(1.6\cdot10^{-5}\vec{i} - 2\cdot10^{-5}\vec{j}\right)N$ $\qquad\qquad$ $\vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B}$

$$\vec{F} = \left(1.6\cdot10^{-5}\vec{i} - 2\cdot10^{-5}\vec{j}\right) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & Il \\ 10^{-5} & 8\cdot10^{-6} & 0 \end{vmatrix}$$

De arriba extraemos las dos siguientes ecuaciones de las que podemos extraer el valor de la corriente:

$$1.6\cdot10^{-5} = -8\cdot10^{-6}I0.5 \Rightarrow I = -4A$$
$$-2\cdot10^{-5} = 10^{-5}I0.5 \Rightarrow I = -4A$$

Luego la corriente es de 4 A en el sentido negativo del eje Z.