

## Teoría de la Demostración en Proposiciones

### Caso general

$$\sim c, g \rightarrow c, r \rightarrow g \Rightarrow \sim r$$

1. $\sim c$	Premisa 1
2. $g \rightarrow c$	Premisa 2
3. $r \rightarrow g$	Premisa 3
4. $\sim g$	MT 1,2
5. $\sim r$	MT 3,4

$$\sim (a \vee b), c, b \Rightarrow (a \wedge c) \wedge b$$

1. $\sim (a \vee b)$	Premisa 1
2. $c$	Premisa 2
3. $b$	Premisa 3
4. $\sim a \wedge \sim b$	De Morgan 1
5. $\sim b$	Simplificación 4
6. $(a \wedge c) \wedge b$	ECQ 3, 5

$$s \wedge (\sim\sim p), \sim p \vee q, q \rightarrow r \Rightarrow r$$

1. $s \wedge (\sim\sim p)$	Premisa 1
2. $\sim p \vee q$	Premisa 2
3. $q \rightarrow r$	Premisa 3
4. $\sim\sim p$	Simplificación 1
5. $p$	Eliminación doble negación 4
6. $p \rightarrow q$	Interdefinición 2
7. $q$	MP 5,6
8. $r$	MP 3,7

$$\sim d \rightarrow \sim r, \sim a \rightarrow \sim d, \sim a \Rightarrow \sim r$$

1. $\sim d \rightarrow \sim r$	Premisa 1
2. $\sim a \rightarrow \sim d$	Premisa 2
3. $\sim a$	Premisa 3
4. $\sim a \rightarrow \sim r$	Silogismo 2,1
5. $\sim r$	MP 3,4

$$\sim(p \vee q), r \rightarrow p, \sim r \rightarrow t, (x \rightarrow t) \rightarrow (q \wedge b) \Rightarrow s$$

1. $\sim(p \vee q)$	Premisa 1
2. $r \rightarrow p$	Premisa 2
3. $\sim r \rightarrow t$	Premisa 3
4. $(x \rightarrow t) \rightarrow (q \wedge b)$	Premisa 4
5. $\sim p \wedge \sim q$	De Morgan 1
6. $\sim p \rightarrow \sim r$	Contraposición 2
7. $\sim p$	Simplificación
8. $\sim r$	MP 6,7
9. $t$	MP 3,8
10. $x \rightarrow t$	Int. antecedente 9
11. $q \wedge b$	MP 4,10
12. $q$	Simp 11
13. $\sim q$	Simp 5
14. $q \wedge \sim q$	Prod 12,13
15. $s$	ECQ 14

### Cálculo con supuestos

$$[r \rightarrow (o \vee h)] \rightarrow [\sim(\sim h \vee \sim p), (q \rightarrow p) \rightarrow r, o \Rightarrow r]$$

1. $[r \rightarrow (o \vee h)] \rightarrow [\sim(\sim h \vee \sim p)]$	Premisa 1
2. $(q \rightarrow p) \rightarrow r$	Premisa 2
3. $o$	Premisa 3
4. $o \vee h$	Adición 3
5. $r \rightarrow o \vee h$	Int. antecedente 4
6. $q$	Supuesto TD
7. $\sim(\sim h \vee \sim p)$	MP 5,1
8. $\sim\sim h \wedge \sim\sim p$	De Morgan 7
9. $h \wedge p$	Equivalencia 8
10. $p$	Simplificación 9
11. $q \rightarrow p$	Cierre TD 6,11
12. $r$	MP 11,2

$$(p \rightarrow t) \rightarrow c, p \rightarrow (t \wedge q), \sim q \Rightarrow c$$

1. $(p \rightarrow t) \rightarrow c$	Premisa 1
2. $p \rightarrow (t \wedge q)$	Premisa 2
3. $\sim q$	Premisa 3
4. $p$	Supuesto TD
5. $t \wedge q$	MP 2,4
6. $t$	Simplificación 5
7. $p \rightarrow t$	Cierro supuesto
8. $c$	MP 1,7

$$p \rightarrow r, p \vee s, s \rightarrow u \Rightarrow \sim r \rightarrow u$$

1. $p \rightarrow r$	Premisa 1
2. $p \vee s$	Premisa 1
3. $s \rightarrow u$	Premisa 1
4. $\sim r$	Supuesto 1 TD
5. $\sim p$	MT 1,4
6. $s$	Silogismo disyuntivo 2,5
7. $u$	MP 3,7
8. $\sim r \rightarrow u$	Cierro supuesto 1

$$\sim(\sim p \vee q) \rightarrow r, s \vee t, s \rightarrow \sim u, t \rightarrow \sim u, u \Rightarrow r$$

1. $\sim(\sim p \vee q) \rightarrow r$	Premisa 1
2. $s \vee t$	Premisa 2
3. $s \rightarrow \sim u$	Premisa 3
4. $t \rightarrow \sim u$	Premisa 4
5. $u$	Premisa 5
6. $\sim p \vee q$	Supuesto RA
7. $s$	Supuesto casos I 6
8. $\sim u$	MP 3,7
9. $t$	Supuesto casos II 6
10. $\sim u$	MP 4,9
11. $\sim u$	Cierro supuesto casos 6, 7-8, 9-10
12. $\sim(\sim p \vee q)$	Cierro supuesto RA 6, 5, 11
13. $r$	MP 1,15

$$\sim(p \wedge q), \sim p \rightarrow r, \sim q \rightarrow s \Rightarrow r \vee s$$

1. $\sim(p \wedge q)$	Premisa 1
2. $\sim p \rightarrow r$	Premisa 2
3. $\sim q \rightarrow s$	Premisa 3
4. $\sim(r \vee s)$	Supuesto RA
5. $\vdash \sim(p \wedge q) \rightarrow \sim p \vee \sim q$	De Morgan
6. $\sim p \vee \sim q$	MP 5,1
7. $\sim p$	Supuestos casos I 6
8. $r$	MP 2,7
9. $\vdash r \rightarrow r \vee s$	A5
10. $r \vee s$	MP 9,8
11. $\sim q$	Supuesto Casos I 6
12. $s$	MP 3,11
13. $\vdash s \rightarrow s \vee r$	A5
14. $s \vee r$	MP 13,12
15. $\vdash s \vee r \rightarrow r \vee s$	Commutativa
16. $r \vee s$	MP 15,14
17. $r \vee s$	Cierro casos 6, 7-10, 11-16
18. $r \vee s$	Canc. abs. 4, 4, 17

$$a \rightarrow b \wedge c, \sim(a \wedge \sim b), b \rightarrow (c \rightarrow t) \Rightarrow a \rightarrow t$$

1. $a \rightarrow b \wedge c$	Premisa 1
2. $\sim(a \wedge \sim b)$	Premisa 2
3. $b \rightarrow (c \rightarrow t)$	Premisa 3
4. $a$	Supuesto TD
5. $b \wedge c$	MP 1,4
6. $b$	Simplificación 5
7. $c \rightarrow t$	MP 3,6
8. $c$	Simplificación 5
9. $t$	MP 8,7
10. $a \rightarrow t$	Cierro Supuesto TD 4-10