

Медведев Владимир Олегович

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ-I

ПРОГРАММА КУРСА:

I. Элементы теории вещественных чисел. Вещественные числа. Следствия из аксиом поля и упорядоченности, аксиома Архимеда. Натуральные и рациональные числа. Существование и единственность \mathbb{R} . Комплексные и p -адические числа.

II. Элементы общей топологии. Ограниченные множества, точная верхняя грань. Теорема о вложенных промежутках. Открытые и замкнутые множества. Предельные и граничные точки. Нигде не плотные и всюду плотные множества. Теорема Бэра. Канторово множество. Всякое ограниченное бесконечное множество имеет по крайней мере одну предельную точку. Покрывтия. Лемма Гейне-Бореля. Компактность и секвенциальная компактность.

III. Теория числовых последовательностей. Предел последовательности. Сходимости к бесконечности. Лемма о двух милиционерах. Подпоследовательности. Фундаментальные последовательности, критерий Коши. Монотонные последовательности, теорема Вейерштрасса. Частичные пределы. Верхний предел, нижний предел.

IV. Элементы теории числовых рядов. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Геометрическая прогрессия, гармонический ряд. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Число e . Представление e в виде суммы ряда из обратных факториалов. Иррациональность числа e .

V. Теория непрерывных функций одной переменной. Предел функции. Предел функции по Гейне. Бесконечно малые и бесконечно большие. Замечательные пределы. Предел сложной функции. Замена переменных в пределах. Односторонние пределы. Непрерывные функции. Разрывы, классификация точек разрыва. Локальные свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Глобальные свойства непрерывных функций. Ограниченность. Теорема о промежуточном значении. Образ компакта - компакт. Равномерная непрерывность. Монотонные функции. Точки разрыва. Обратная функция. Элементарные функции, их определения и свойства. Выпуклые функции и их свойства.

VI. Элементы дифференциального исчисления. Производные. Дифференциал. Геометрический смысл производной. Теорема о дифференцировании сложной функции. Частные производные функции $f(x, y)$. Дифференцируемость функции $f(x(t), y(t))$ по t . Теорема о производной обратной функции. Производная функции, заданной параметрически, и функции, заданной неявно. Таблица производных. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа и следствия. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора. Формулы для остаточного члена. Ряд Тейлора. Формулы и ряд Тейлора для экспоненты, тригонометрических функций, $(1 + x)^\alpha$. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределённостей. Теорема Дарбу.

VI. Теория экстремумов функции одной переменной. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие. Исследование графиков функций. Построение графиков параметрически заданных кривых. Построение графиков неявно заданных кривых на плоскости. Выпуклость кривой, заданной параметрически и неявно.

VII. Элементы теории функции многих переменных. Функции многих переменных, непрерывность. Предел функции многих переменных. Линейные отображения: ограниченность и непрерывность. Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференциал,

касательное пространство. Частные производные. Матрица Якоби. Градиент. Якобиан. Дифференцирование композиции отображений. Неявная функция: простейший случай. Условия дифференцируемости неявной функции. Вторая производная неявной функции.

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- [1] В.А. Зорич. Математический анализ, том 1. МЦНМО, 2002.
- [2] Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 1. Издание 6, Наука, 1966.
- [3] А.М. Красносельский. Конспект лектора. Математический анализ. 1 курс, 1 модуль, 2020.
- [4] В.И. Богачёв. Математический анализ: конспект лекций. Мат. фак. ВШЭ, 1 курс, осень 2021.
- [5] С.М. Львовский. Лекции по математическому анализу. МЦНМО, 2008.
- [6] У. Рудин. Основы математического анализа. Мир, 1976.