

Applied Statistics for Data Science

Serie 7

Aufgabe 7.1

Für die Körpergrösse von 18-20jährigen Männern ergibt sich ein Mittelwert von 1.80 m bei einer Standardabweichung von 7.4 cm. Die Körpergrösse kann als normalverteilt angesehen werden.

Machen Sie für die folgenden Wahrscheinlichkeiten jeweils eine Skizze.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter Mann dieser Altersgruppe grösser als 1.85 m bzw. zwischen 1.70 m und 1.80 m gross?
- b) In welchem symmetrischen Bereich um den Mittelwert liegen die Grössen von 50 % der Körpergrössen?
- c) Wie gross muss ein Mann sein, damit er zu den 5 % grössten Männern gehört?

Aufgabe 7.2

In einem Ort gibt es einige Karpfenteiche. Die Masse der Karpfen ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 4$ kg und der Standardabweichung 1.25 kg.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, einen Karpfen zu fangen, der höchstens 2.5 kg bzw. mindestens 5 kg wiegt?
- b) Wie viel Prozent aller Karpfen wiegen zwischen 3 kg und 4.5 kg?
- c) Der Fischereiverband will einen Preis für die schwersten Karpfen aussetzen.

Welches Mindestgewicht muss man verlangen, damit die Wahrscheinlichkeit, den Preis zu bekommen, 2 % beträgt?

Applied Statistics for Data Science

Musterlösungen zu Serie 7

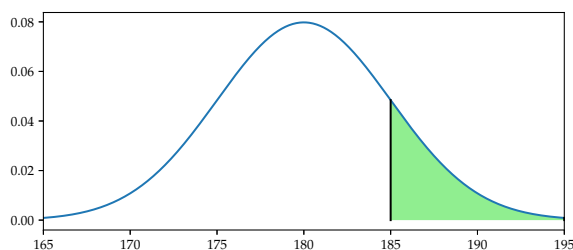
Lösung 7.1

Die Zufallsvariable X misst die Körperlänge einer zufällig ausgewählten Person. Die Verteilung von X sieht wie folgt aus:

$$X \sim \mathcal{N}(1.8, 0.074^2)$$

a) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit

$$P(X \geq 1.85) = 0.2496$$

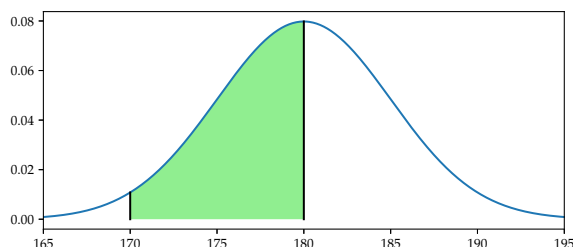


Also etwa 25 % der 18-20 Jahre alten Männer sind grösser als 1.85 m.

```
1 - pnorm(q = 1.85, mean = 1.8, sd = 0.074)
## [1] 0.2496233
```

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit

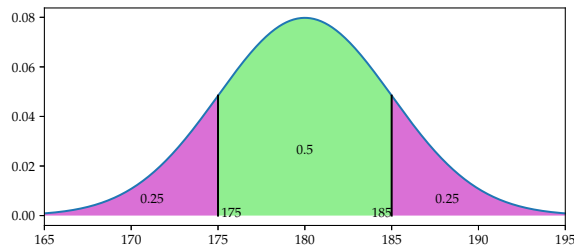
$$P(1.70 \leq X \leq 1.80) = 0.4117$$



Also etwa 41 % der 18-20 Jahre alten Männer sind zwischen 1.70 m und 1.80 m.

```
pnorm(q = 1.8, mean = 1.8, sd = 0.074) - pnorm(1.7, 1.8, 0.074)
## [1] 0.4117085
```

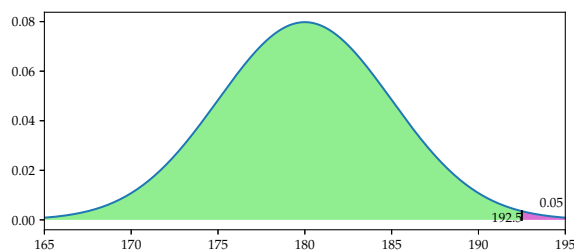
- b) Gesucht sind die Quantile $q_{0.25}$ und $q_{0.75}$ (das sind gerade das untere und obere Quartil):



```
qnorm(p = c(0.25, 0.75), mean = 1.8, sd = 0.074)
## [1] 1.750088 1.849912
```

Das heisst, 50 % der Männer sind zwischen 1.75 m und 1.85 m gross.

- c) Gesucht ist das Quantil $q_{0.95}$



```
qnorm(p = 0.95, mean = 1.8, sd = 0.074)
## [1] 1.921719
```

Das heisst, 5 % der Männer sind grösser als 1.92 m.

Lösung 7.2

Die Zufallsvariable X misst das Gewicht der Karpfen. X ist dann wie folgt verteilt:

$$X \sim \mathcal{N}(4, 1.25^2)$$

- a) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit

$$P(X \leq 2.5) = 0.115$$

Etwa 11 % der Karpfen wiegen weniger als 2.5 kg.

```
pnorm(q = 2.5, mean = 4, sd = 1.25)

## [1] 0.1150697
```

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit

$$P(X \geq 5) = 0.212$$

Etwa 21 % der Karpfen wiegen mehr als 5 kg.

```
1 - pnorm(q = 5, mean = 4, sd = 1.25)

## [1] 0.2118554
```

b) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit

$$P(3 \leq X \leq 4.5) = 0.4436$$

Etwa 44 % der Karpfen wiegen zwischen 3 kg und 4.5 kg.

```
pnorm(q = 4.5, mean = 4, sd = 1.25) - pnorm(3, 4, 1.25)

## [1] 0.4435663
```

c) Gesucht ist das Quantil $q_{0.98}$

```
qnorm(p = 0.98, mean = 4, sd = 1.25)

## [1] 6.567186
```

Zu 2 % muss man einen Karpfen fangen, der 6.57 kg oder mehr wiegt, um den Preis zu gewinnen.