

① Valdivia Sanchez Angel Problemas.

Cantidad de información con un símbolo si la probabilidad es de $1/4$.

$$P(s) = \frac{1}{4}$$

$$I_1 = -\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = 3.80 \text{ bits}$$

$$I_1 = -\log_{10}\left(\frac{1}{4}\right) = 1.14 \text{ hartleys}$$

$$I_1 = \ln\left(\frac{1}{4}\right) = 2.63 \text{ nats.}$$

② Consideramos un paquete de 32 autos. Tenemos que escoger un carro aleatoriamente. Encuentra la incertidumbre relacionada por el evento.

$$H(s) = \sum_s P(s) \log \frac{1}{P(s)} \text{ bits}$$

$$= 1/32 \log_2(32)$$

$$= 0.15625 \text{ bits}$$

$$P(s) = \frac{1}{32}$$

$$= 0.03125$$

$$S = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_{32}\}$$

③ En un sistema PCM si ocurre una probabilidad de $1/4$ y el de 1 ocurre con una probabilidad de $3/4$, calcule la información transportada por cada dígito binario

	Bits	Hartleys	Nats
$I_1 = 0$	2	0.60	1.38
$I_2 = 1$	0.41	0.12	0.28

④ Una fuente produce uno de 4 posibles símbolos durante cada intervalo tiene las siguientes probabilidades.

	$P(I_k)$	bits	Hartleys	Nats
$I_1 = x_1$	$1/2$	1	0.30	0.69
$I_2 = x_2$	$1/4$	2	0.60	1.38
$I_3 = x_3$	$1/8$	3	0.90	2.07

⑤ Sea una fuente que emite símbolos /seg. Entonces la tasa de información de la fuente será.

R = Tasa de información ; H = Entropía de la fuente,
 r = tasa de cada símbolo generada. $R = r(\text{símbolos/seg} \times H(\text{bits inf/símbolo}))$
 $R = rH(\text{bits de información/segundo})$

a) Una fuente discreta emite una de cinco símbolos cada milisegundos con probabilidades de $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/16$ respectivamente. Determina la entropía de la fuente y tasa de la información.

	Bits
$P(M_1) = 1/2$	$-\log_2(1/2) = 1$
$P(M_2) = 1/4$	$-\log_2(1/4) = 2$
$P(M_3) = 1/8$	$-\log_2(1/8) = 3$
$P(M_4) = 1/16$	$-\log_2(1/16) = 4$
$P(M_5) = 1/16$	$-\log_2(1/16) = 4$

$$H = \sum_x p(x) \cdot \log_2(1/p(x))$$

$$H = \frac{1}{2}(-\log_2(1/2)) + \frac{1}{4}(-\log_2(1/4)) + \frac{1}{8}(-\log_2(1/8)) + \frac{1}{16}(-\log_2(1/16)) + \frac{1}{16}(-\log_2(1/16))$$

$$H = 1/2 + 1/2 + 3/8 + 1/4 + 1/4 = \frac{15}{8} \text{ bits muestras}$$

$$R = 1000 \frac{\text{muestras}}{\text{seg}} \cdot \frac{15}{8} \frac{\text{bits}}{\text{muestras}} = 1875 \text{ bps}$$

b) Las probabilidades de 5 posible resultados de un experimento están dados como sigue. $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/16$. Determina la entropía y tasa de información si hay 16 resultados por segundo.

El número de bits por símbolo y entropía son iguales al ejercicio anterior

$$R = 16 \frac{\text{muestras}}{\text{seg}} = \frac{15}{8} \frac{\text{bits}}{\text{muestras}} = 30 \text{ bps}$$

c) Una señal analógica de banda limitado a 10 KHz es cuantizada a 8 niveles de un sistema PCM con probabilidades de un cuarto, $1/5, 1/5, 1/10, 1/20, 1/20, 1/20$. Encuentra la entropía y tasa de información $f_m = 10 \text{ KHz}$.

	bits
$P(M_1) = 1/5$	$-\log_2(1/5) = 2$
$P(M_2) = 1/5$	$-\log_2(1/5) = 2$
$P(M_3) = 1/10$	$-\log_2(1/10) = 3$
$P(M_4) = 1/10$	$-\log_2(1/10) = 3$
$P(M_5) = 1/20$	$-\log_2(1/20) = 4$
$P(M_6) = 1/20$	$-\log_2(1/20) = 4$
$P(M_7) = 1/4$	$-\log_2(1/4) = 2$
$P(M_8) = 1/20$	$-\log_2(1/20) = 4$

$$H = 1/5 \cdot 2 + 1/5 \cdot 2 + 1/10 \cdot 3 + 1/10 \cdot 3 + 1/20 \cdot 4 + 1/20 \cdot 4 + 1/4 \cdot 2 + 1/20 \cdot 4$$

$$H = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{2} \text{ bits}$$

6. Considera una fuente telegráfica con 2 símbolos punto y raya. La duración del punto es de 0.2 seg. La duración de la raya es 3 veces la duración del punto. La probabilidad del punto es el doble que el de la raya y el tiempo entre símbolos es de 0.2 seg. Calcula la tasa de información de la fuente telegráfica.

$$1 = \frac{1}{0.2 \text{ seg/sim} \cdot \frac{2}{3} + 0.4 \text{ seg/sim} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{30}{8} \frac{\text{muestras}}{\text{seg}}$$

$$2P(-) + P(\cdot) = 1$$

$$P(-) (2+1) = 1$$

$$P(-) (3) = 1$$

$$P(-) = 1/3$$

$$P(\cdot) = \frac{2}{3}$$

$$H = \frac{2}{3} (-\log_2(\frac{2}{3})) + \frac{1}{3} (-\log_2(1/3))$$

$$H = \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 2$$

$$H = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ bits/muestras}$$

$$R = rH = \frac{30}{8} \cdot \frac{4}{3} = 5 \text{ bps.}$$