

学号: 171010000000000000

姓名:

$$\text{tr}(\alpha\beta') = 0.$$

7.

设 α, β 是两个 n 维非零列向量, 满足 $\alpha'\beta = 0$, 求矩阵 $A = \alpha\beta'$ 的全部特征值.

8.

$$\det(\beta'\alpha) = 0.$$

$$|\beta'| |\alpha| = 0.$$

Solution. 对 A 有 $A\zeta_0 = \lambda\zeta_0.$

$$(\alpha\beta' - \lambda I_n)\zeta_0 = 0.$$

$$\det(\alpha\beta' - \lambda I_n)$$

$$\text{tr}(\alpha\beta' - \lambda) = -\lambda^n.$$

8. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, 且 $m \geq n$. 求证:

$$|\lambda I_m - \underset{m \times m}{AB}| = \lambda^{m-n} |\lambda I_n - \underset{n \times n}{BA}|.$$

特别, 若 A, B 都是 n 阶矩阵, 则 AB 与 BA 有相同的特征多项式.

8. 设 α, β 是两个 n 维非零列向量, 求矩阵 $\mathbf{I}_n - \alpha\beta'$ 的全部特征值.

Solution.