2013—2014 学年第二学期《高等数学（2-2)》期末考试 A 卷

一.（共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分）判断下列命题是否正确 ？　在题后的括号内打“√”或“×”，如果正确，请给出证明，如果不正确请举一个反例进行说明 .

1．级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1+\frac{1}{n})^{-n}$ 发散 .（　　）

2．若 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 点处有极值，则 $f_x'(x_0,y_0)=0$，$f_y'(x_0,y_0)=0$．（　　）

3．第二类曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} dxdy=$ 曲面 Σ 的面积 .（　　）

二.（共 3 小题，每小题 7 分，共计 21 分）

1. 设 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 两两互相垂直，且 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=3$，求 $|\sqrt{3}\,\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}|$.

2．已知两条直线的方程是$L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$，$L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$，

求过L_1且平行于L_2的平面方程.

3．计算二重积分$\iint_D (x^2 - y^2)dxdy$，其中D：$x^2 + y^2 \le 1$，$x \ge 0, y \ge 0$．

三.（共 2 小题，每小题 7 分，共计 14 分）

1. 计算$\iint_\Sigma (x+y+z)dS$，其中Σ为曲面$y+z=1$被柱面$x^2+y^2=1$所截下的有限部分.

2．要制作一个容积为V的长方体形无盖水池，应如何选择水池的尺寸，才能使它的表面积最小.

四.（共 2 小题，第 1 小题 7 分，第 2 小题 6 分，共计 13 分）

1．设 $z = f(2x - y\,,\ y\sin x)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 dz 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.（7 分）

2．求曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点 $(1\,,2\,,0)$ 处的法线方程.（6 分）

五.（共 2 小题，每小题 7 分，共计 14 分）

1．计算曲线积分 $\oint_L \dfrac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$，其中 L 是曲线 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 沿逆时针方向一周.

2．计算三重积分$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2+xyz)dxdydz$，其中$\Omega: x^2+y^2+z^2\le 1$.

六.（共 2 小题，每小题 6 分，共计 12 分）

1. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n}$的收敛半径、收敛域及其和函数.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x, & 0\le x\le\pi, \\ 0, & -\pi<x<0.\end{cases}$ 以2π为周期的傅里叶级数的和函数为$S(x)$，

求其傅里叶系数b_2 及$S(2\pi)$, $S(3\pi)$的值.（6 分）

七.（共 2 小题，第 1 小题 7 分，第 2 小题 4 分，共计 11 分）

1. 计算曲面积分 $I=\oiint\limits_{\Sigma}\dfrac{y^2dydz+x^2dzdx+zdxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧.（7 分）

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[\,a\,,b\,]$ $(0<a<b)$ 上连续且 $f(x)>0$，

证明：$\int_a^b f(x)dx\int_a^b\dfrac{dx}{f(x)}\geq(b-a)^2$.　　　（4 分）