2012-2013 学年第二学期《高等数学（2-2)》第一阶段（第七、八章）试卷

一.（共 3 小题，每小题 7 分，共计 21 分）

1. 设 $\overrightarrow{a}$,$\overrightarrow{b}$,$\overrightarrow{c}$ 为单位向量，且满足 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$ ，求 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}+\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}+\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{a}$.

2. 求直线 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ 与平面 $\Pi:x+y-2z+3=0$ 的交点.

3. 求函数 $u=2xy-z^2$ 在点 $P(2,-1,1)$ 处沿从点 $P(2,-1,1)$ 到点 $Q(3,1,-1)$ 方向的方向导数，问函数在点 $P(2,-1,1)$ 处沿哪个方向的方向导数最大？并求函数在点 $P(2,-1,1)$ 处最大的方向导数值.

二. （共 3 小题，每小题 7 分，共计 21 分）

1. 设一个立体由上半球面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 和锥面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 所围成，求它在 xoy 平面内的投影.

2. 已知空间三角形三个顶点 $A(-1, 2, 3)$，$B(1, 1, 1)$，$C(0, 0, 5)$，求此三角形的面积

3. 设函数 $z = f(x^2 + y^2)$，其中 f 具有二阶导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三.（共 3 小题，每小题 7 分，共计 21 分）

1. 证明二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处不连续，但在点 $(0,0)$ 处偏导数 $f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$ 存在.

2. 求椭球面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 上平行于平面 $x - y + 2z = 0$ 的切平面方程.

3. 求由方程组$\begin{cases} x^2+y^2-z^2=0 \\ x+y+z-1=0 \end{cases}$确定的隐函数$y(x),z(x)$的导数$\dfrac{dy}{dx}$和$\dfrac{dz}{dx}$.

四．（7 分）证明二元函数$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$，在点$(0,0)$处偏导数$f'_x(0,0)$，$f'_y(0,0)$存在，但不可微.

五．（共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分）

1. 要制作一个容积为V的长方体无盖水池，应如何选择水池的尺寸，才能使它的表面积最小.

2. 求点$M(1\,,2\,,-1\,)$到直线$L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$的距离.

3. 把直线$L:\begin{cases}x-2y-z+4=0\\5x+y-2z+8=0\end{cases}$化为对称式方程和参数方程.

六.（共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分）

1. 求与已知平面$8x+y+2z+5=0$平行且与三个坐标面所构成的四面体体积为 1 的平面方程.

2. 求直线$L:\begin{cases}x+2y-z+1=0\\x-y+z+1=0\end{cases}$ 在平面$\Pi:x+y+z-2=0$内的投影直线的方程.

3. 求空间圆周$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\x+y+z=0\end{cases}$，在点$(1,-2,1)$处的切线方程和法平面方程.

2012-2013 学年第二学期《高等数学（2-2)》第二阶段（第九、十章）试卷

一.（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1. 设 $f(x,y)$ 在闭区域 D 上连续，设闭区域 D 的面积为 $\sigma \neq 0$，证明：

$\exists(\xi,\eta)\in D$，使 $\iint\limits_{D} f(x,y)d\sigma = f(\xi,\eta)\sigma.$

2. 求 $\iint\limits_{D} \frac{\sin x}{x} dxdy$ 其中 D 是由 $y = x^2$, $y = x$ 所围成的闭区域.

3. 计算 $\iint xz^2 dydz + (x^2 y - z^3)dzdx + (2xy + y^2 z)dxdy$, 其中 $\Sigma : z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$

$(x^2 + y^2 \leq a^2)$ 取上侧.

二.（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1. 计算 $\iiint\limits_{\Omega} xyzdxdydz$, 其中 Ω 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 及三个坐标面所围成的位于第一卦限的立体.

2. 计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)dS$ ，其中 Σ 为平面 $y+z=5$ 被柱面 $x^2+y^2=25$ 所截得的部分.

3. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$, 其中 Ω 为锥面 $x^2+y^2=z^2$ 与平面 $z=a\ (a>0)$ 所围成的立体.

三.（共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分）

1. 求$\oint_L xds$，其中L是由$y=0, x=1, y=x^2$所围区域的边界.

2．设L为一条不经过坐标原点的分段光滑简单闭曲线，计算$\oint_L \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}$，其中$L$取逆时针方向.

3．设曲线积分 $\int_L [f(x)-e^x]\sin y\,dx - f(x)\cos y\,dy$ 与路径无关，其中 $f(x)$ 具有一阶连续导数，且 $f(0)=0$，求 $f(x)$.

四.（7 分）设 Ω ：$z \ge \sqrt{x^2+y^2}$，$z \le \sqrt{R^2-x^2-y^2}$ ，$f(x,y,z)$ 在 Ω 上连续，将三重积分 $\iiint_\Omega f(x,y,z)dv$ 分别化为直角坐标系、柱面坐标系、球面坐标系下的三次积分.

五.（共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

1. 求 $\iint_D \arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中 D 是第一象限内，边界曲线是 $x^2+y^2=1$，$x^2+y^2=4$，$y=x, y=0$ 的闭区域.

2. 计算$\oint_L \frac{\ln(x^2+y^2)dx+e^{y^2}dy}{x^2+y^2+2x}$, 其中$L$为圆周$x^2+y^2+2x=1$取逆时针方向.

3. 计算$\iint_D x[1+xyf(x^2+y^2)]dxdy$，其中$D$是由$y=x^3, y=1, x=-1$所围成的区域，$f$为连续函数.

六. （共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

1．计算$\iint_\Sigma xyzdxdy$，其中为球面$x^2+y^2+z^2=1$的外侧，在$x\geq 0, y\geq 0$的部分.

2．设有速度场$\vec{v}=(x^3+a)\vec{i}+(y^3+a)\vec{j}+(z^3+a)\vec{k}$，求$\vec{v}$通过上半球面$\Sigma$:

$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ $(R>0)$上侧的流量Φ.

3．设曲线积分$\int_L xy^2dx+\varphi(x)ydy$与路径无关，其中$\varphi(x)$有连续的导数，且$\varphi(0)=0$，计算$\int_{(0,0)}^{(1,1)}xy^2dx+\varphi(x)ydy$.