2009—2010 学年第二学期　　高等数学（2-2）期末试卷(A)参考答案

一、填空题（$6\times 5分=30分$）

1. 若向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$两两互相垂直，且$|\vec{a}|=5,|\vec{b}|=12,|\vec{c}|=13$，则$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=$__________

2. 设函数$z=xy\sin\dfrac{y^2}{x^2}$，求$x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$__________

3. 设函数$f(x,y)$为连续函数，　改变下列二次积分的积分顺序：

   $\int_0^1 dy\int_{y^2}^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)dx=$____________________

4. 计算$I=\int_{(0,0)}^{(1,2)}(e^y+x)dx+(xe^y-2y)dy=$____________________

5. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{3^n}x^{2n}$的收敛域为：____________________

6. 设函数$f(x)=\pi x+x^2(-\pi<x<\pi)$的傅里叶级数为：$\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，

   则其系数$b_3=$ ______________

二、选择题（$4\times 5分=20分$）

1. 直线$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$与平面$3x+4y-z=2$的位置关系是(　　　　)

   (A) 直线在平面内；　(B) 垂直；　(C) 平行；　(D) 相交但不垂直.

2. 设函数$f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$，则$f(x,y)$（　　　　　）

   (A) 在原点有极小值；　(B) 在原点有极大值；

   (C) 在$(2,-2)$点有极大值；　(D) 无极值.

3. 设L是一条无重点、分段光滑，且把原点围在内部的平面闭曲线，L的方向为逆时针方向，

   则$\oint_L\dfrac{xdy-ydx}{x^2+y^2}=$（　　　　　）

   (A) 0；　(B) π；　(C) 2π；　(D) -2π.

4. 设a为常数，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin na}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$　（　　　　　）

   (A) 绝对收敛；　(B) 发散；　(C) 条件收敛；　(D) 敛散性与a值有关.

三、计算题（7+7+7+7+6+8=42 分）

1. 设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y)\neq(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$　讨论$f(x,y)$在原点$(0,0)$处是否连续，并求出两个偏导数$f_x'(0,0)$和$f_y'(0,0)$.（7 分）

2. 计算$I=\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}dxdydz$其中$\Omega$是由上半球面$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 和锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的立体 ．（7 分）

3. 求锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面$x^2+y^2=2x$所割下部分的曲面面积 ．（7 分）

4. 计算曲面积分$I=\oiint\limits_{\Sigma}y^2zdxdy+z^2xdydz+x^2ydzdx$，其中$\Sigma$是由$z=x^2+y^2$，
$x^2+y^2=1$，
$x=0,y=0,z=0$围在第一卦限的立体的外侧表面 ．（7 分）

5. 讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^{\frac{3}{2}}}$的敛散性. （6 分）

6. 把级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!\,2^{2n-1}}x^{2n-1}$的和函数展成$x-1$的幂级数.（8 分）

四、设曲线L是逆时针方向圆周$(x-a)^2+(y-a)^2=1$，$\varphi(x)$是连续的正函数，

证明：$\oint_L \frac{xdy}{\varphi(y)}-y\varphi(x)dx \ge 2\pi$. （8 分）