2016—2017 学年第二学期

《大学物理（2-1）》（64/56 学时）期中考试 A 卷答案

一、选择题（共 30 分）

1、D　2、B　3、C　4、C　5、C　6、A　7、B　8、B　9、D　10、C

二、简单计算与问答题（共 2 小题，每小题 5 分）

1、答：（1）　切向加速度 a_{t} 和法向加速度 a_{n} 均不为零，表明质点速度的大小和方向均变化，但加速度是恒矢量，表明质点做抛体运动。　　3 分

（2）若加速度 $\boldsymbol{a}$ 随时间变化，则质点做一般曲线运动。　　2 分

2、答：由势能的定义知 r 处的势能 E_{p} 为:

$$E_{\mathrm{p}}=\int_r^{\infty}\boldsymbol{f}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$$　　2 分

$$=\int_r^{\infty}\frac{k}{r^3}\mathrm{d}r=-k\frac{1}{2r^2}\Big|_r^{\infty}=\frac{k}{2r^2}$$　　3 分

三、简单计算与问答题（共 2 小题，每小题 5 分）

1、解：　选取小球为研究对象，小球从以速度 $\vec{v}$ 水平抛出到跳回原高度并保持 $\vec{v}$ 不变为研究过程。在该过程中，小球受到重力和地面的作用力；根据动量定理，整个过程中，外力对时间的积累等于初、状态动量的增量。　　2 分

$$m\vec{g}t+\vec{I}_{地面}=\vec{P}_2-\vec{P}_1=0$$

所以，小球与地面碰撞过程中，地面给它的冲量为 $\vec{I}_{地面}=-m\vec{g}t$ 。　　3 分

2、解：　选人和小车为研究系统，人运动的方向为正方向，由于小车放在光滑的水平面上，系统在水平方向不受外力，所以动量守恒。设小车的运动速度为 V ，则

$$mv+MV=0$$　　1 分

$$V=-\frac{mv}{M}$$

说明小车以 $V=\frac{mv}{M}$ 做匀速运动，方向与人运动方向相反。

因为 $l_{人}+l_{车}=L$ ，且 $l_{人}=vt$　　$l_{车}=Vt$ ，所以 $vt+\frac{mv}{M}t=L$ 。　　1 分

可求得　　$$t=\frac{ML}{(M+m)v}$$　　1 分

所以　　$$l_{人}=\frac{ML}{M+m}\qquad l_{车}=\frac{mL}{M+m}$$　　2 分

四、简单计算与问答题（共 2 小题，每小题 5 分）

1、答：在光滑的平面上，转动两个鸡蛋。生鸡蛋在光滑的平面上转动时，因惯性蛋清将向蛋壳附近聚集，改变了质量分布，因此，生鸡蛋对转轴的转动惯量变大，由角动量守恒定律 $J_0\omega_0 = J\omega$ 可知，角速度 ω 减小。而熟鸡蛋的转动惯量不变，ω 也不变。故生鸡蛋在转动过程中会很快停下来。 5 分

也可从能量角度或内部的粘滞阻力等方面解释：生鸡蛋内部为非固态蛋液，由于蛋液的可流动性并且蛋液难以与蛋壳一起转动，转动过程中内部产生较大的能量损失，故生鸡蛋不易转动以来，也更容易停止转动。

（按照上面不同角度的解释，酌情给分）

2、答：（1） 转台、人、哑铃、地球系统的机械能不守恒． 1 分

因人收回双臂时要做功，即非保守内力的功不为零，不满足守恒条件． 1 分

（2） 转台、人、哑铃系统的角动量守恒．因系统受的对竖直轴的外力矩为零． 1 分

（3） 哑铃的动量不守恒，因为有外力作用． 1 分

哑铃的动能不守恒，因外力对它做功． 1 分

五、（本题 10 分）

解： 质点的运动方程 $x = 2t$， $y = 19 - 2t^2$

（1）消去参数 t，得轨道方程为： $y = 19 - \frac{1}{2}x^2$ 1 分

（2）把 t = 2s 代入运动方程，可得

$$\boldsymbol{r} = 2\times 2\boldsymbol{i} + (19 - 2\times 2^2)\boldsymbol{j} = 4\boldsymbol{i} + 11\boldsymbol{j}$$ 1 分

由速度、加速度定义式，有

$$\begin{aligned} v_x &= \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = 2, v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t = -4t \\ a_x &= \mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t = 0, a_y = \mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t = -4 \end{aligned}$$ 2 分

所以，t 时刻质点的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = -4\boldsymbol{j}$$

所以， t = 2s 时， $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} - 8\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a} = -4\boldsymbol{j}$ 2 分

（3）当质点的位置矢量和速度矢量垂直时，有

$$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v} = 0$$ 1 分

即 $[2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}]\cdot[2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}]=0$

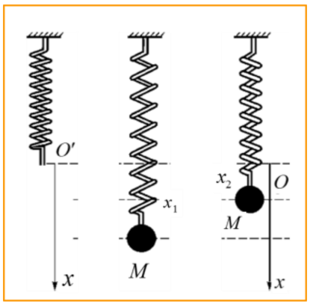
整理，得 $t^3-9t=0$

解得 $t_1=0$； $t_2=3$； $t_3=-3$（舍去） 1 分

$t=0\text{s时}, x_1=0, y_1=19\text{m}$ 1 分

$t=3\text{s时}, x_2=6\text{m}, y_2=1\text{m}$ 1 分

六、（本题 10 分）



解：选取电梯为参考系，则其加速运动时为非惯性系．选弹簧原长处为弹性势能零点．弹簧最低处为重力势能零点．

当电梯加速运动时，根据牛顿第二定律

$$kx_1-Mg-Ma=0$$ 2 分

电梯加速度为零时的弹簧的平衡位置处 $kx_2=Mg$ 2 分

整个过程只有保守力做功，机械能守恒．电梯加速度为零时的平衡位置处物体的速度达到最大． 1 分

初始状态为电梯加速运动时，此时只有弹性势能：

$$E=\frac{1}{2}kx_1^2$$ 2 分

末状态为电梯加速度为零时的弹簧的平衡位置处，此时动能最大，还有弹性势能和重力势能：

$$E=\frac{1}{2}kx_2^2+Mg(x_1-x_2)+\frac{1}{2}Mv_{\max}^2$$ 2 分

根据机械能守恒：

$$\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}kx_2^2+Mg(x_1-x_2)+\frac{1}{2}Mv_{\max}^2$$

解得 $$v_{\max}=a\sqrt{\frac{M}{k}}$$ 1 分

七、（本题 10 分）

解：设质心在 O 点，它与绳的中点重合．由质心运动定理可知，质心速度为零，质心保持在 O 点不动．m_A、m_B 分别为两个滑冰运动员的质量，$m_A=m_B=m$．

（1） 抓住绳之前 A 对 O 点的角动量为

$$L_{AO}=\frac{1}{2}m\upsilon_0 R=2.28\times10^3\ \text{kg m}^2/\text{s} \qquad 2\ 分$$

抓住绳之后，*A* 受 *B* 的拉力对 *O* 点的力距为零，所以 *A* 对 *O* 点的角动量不变，即，

$$L'_{AO}=L_{AO}=2.28\times10^3\ \text{kg m}^2/\text{s} \qquad 2\ 分$$

B 的角动量与 *A* 的相同.

（2） 绳的原长 $R=10$ m，收拢后为 $r=5$ m．因为 *A* 对 *O* 点的角动量守恒，故收绳后 *A* 的速率 υ' 由下式决定：

$$锐\frac{1}{2}m\upsilon' r=\frac{1}{2}m\upsilon_0 R，\ \upsilon'=R\upsilon_0/r=13\ \text{m/s} \qquad 2\ 分$$

B 的速率与 *A* 相同

（3） 张力 $$T=m\frac{\upsilon'^2}{\frac{1}{2}r}=4.73\times10^3\ \text{N} \qquad 2\ 分$$

（4） 由动能定理可知，收绳过程中运动员 *A* 对 *B* 做的功为

$$A=\frac{1}{2}m(\upsilon'^2-\upsilon_0^2)=4.44\times10^3\ \text{J} \qquad 2\ 分$$

也等于 *B* 对 *A* 做的功.

八、（本题 10 分）

解：（1）以子弹和圆盘为系统，在子弹击中圆盘过程中，由于系统所受对转轴的力矩为零，所以，系统对轴 *O* 的角动量守恒. 1 分

$$(\frac{1}{2}MR^2+mR^2)\omega=mv_0R \qquad 2\ 分$$

$$\omega=\frac{2mv_0}{(M+2m)R} \qquad 1\ 分$$

（2）设σ为圆盘的质量面密度，则圆盘所受水平面的摩擦力矩的大小为

$$M_f=\int_0^R r\mu g\sigma 2\pi r\,\mathrm{d}r=\frac{2}{3}\pi\mu g\sigma R^3=\frac{2}{3}\mu MgR \qquad 2\ 分$$

根据刚体的定轴转动定律，可得 $-M_f=J\beta$ 2 分

$$\therefore \qquad (\frac{1}{2}MR^2+mR^2)\beta=-\frac{2}{3}\mu MgR$$

$$\beta=-\frac{4\mu Mg}{3(M+2m)R} \qquad 1\ 分$$

圆盘做匀减速转动，根据运动学规律 $2\beta\theta=0-\omega^2$

$$\theta=\frac{3m^2v_0{}^2}{2\mu MgR(M+2m)} \qquad 1\ 分$$