2009-2010 学年第二学期工科 高等数学（2-2）期中试题

一、填空题（5×6分$=30$分）

1. 向量$\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}+8\vec{k}$，向量$\vec{b}$的三个方向角均相等且为锐角，则$\mathrm{Prj}_{\vec{b}}\vec{a}=$_________ .

2. 曲线$\begin{cases}x^2+z^2-4z=0\\ y=0\end{cases}$绕 z 轴旋转所得的旋转曲面的方程是________________.

3. 设函数$z=f(u,v)$有连续的二阶偏导数，其中$u=x^2+y^2, v=xy$，则$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

＝________________________.

4. 函数$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在$(1,2,-2)$处的最大变化率是________，

对应方向的方向余弦是______________________.

5. 改变二次积分$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y}} f(x,y)dx$的积分次序得____________________.

二、选择题（4×4分$=16$分）

1. 设直线 L：$\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\ 2x-y-10z+3=0\end{cases}$，平面$\pi: 4x-2y+z-2=0$，则直线 L（　　　）

（A）垂直于平面π；　（B）在平面π上；（C）平行于平面π；　（D）与平面π斜交.

2．函数 $f(x,y)$在点(x_0,y_0)处偏导数存在是 $f(x,y)$在该点可微的（　　　）

（A）充分非必要条件；（B）必要非充分条件；（C）充要条件；（D）非充分非必要条件.

3. 设 $f(x)$是连续的奇函数，$g(x)$是连续的偶函数，区域$D=\{(x,y)|0\le x\le 1,-\sqrt{x}\le y\le\sqrt{x}\}$，则下列结论正确的是（　　　）

（A）$\iint\limits_D f(y)g(x)dxdy=0$；　　（B）$\iint\limits_D f(x)g(y)dxdy=0$；

（C）$\iint\limits_D [f(x)+g(y)]dxdy=0$；　（D）$\iint\limits_D [f(y)+g(x)]dxdy=0$.

4. 下列说法正确的是 （　　　）

（A）两向量$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件是存在唯一的实数λ，使得$\vec{a}=\lambda\vec{b}$；

（B）二元函数$z=f(x,y)$的两个二阶偏导数$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$在区域 D 内连续，

则在该区域内两个二阶混合偏导必相等；

(C) 二元函数 $z = f(x, y)$ 的两个偏导数在点 (x_0, y_0) 处连续是函数在该点可微的充分条件；

(D) 二元函数 $z = f(x, y)$ 的两个偏导数在点 (x_0, y_0) 处连续是函数在该点可微的必要条件.

三、计算题（6+18+9+9=42 分）

1. 求直线 $\begin{cases} 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$ 在平面 $4x - y + z = 1$ 内的投影直线的方程.（6 分）

2. （2+6+10=18 分） 设 Γ 为空间曲线 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$. 求 （1）$\Gamma$ 在 xoy 平面内的投影曲线；（2）Γ 在点 $(-1, -1, 2)$ 处切线方程与法平面方程；（3） 原点到 Γ 的最长和最短距离.

3. 计算 $\iint\limits_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dxdy$， $D: x^2 + y^2 \le 1$ 且 $x + y \ge 1$.（9 分）

4. 计算由 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 和 $z=x^2+y^2$ 围成的空间体的体积.（9 分）

四、证明题（6+6=12 分）

1. 设 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$，证明：$\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$.

2. 设 $\Omega(t): x^2+y^2+z^2\le t^2, t>0,\ F(t)=\iiint\limits_{\Omega(t)} f(x^2+y^2+z^2)\,dxdydz$，其中 f 为连续函数，

$f(1)=1$，证明：$F'(1)=4\pi$.