



2014—2015 学年第二学期
《高等数学（2-2）》第一阶段考试卷（工科类）

专业班级

姓 名

学 号

开课系室 基础数学系

考试日期 2015 年 4 月 19 日

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
本题满分	12	18	14	22	10	12	12	
本题得分								
阅卷人								

注意事项：

1. 本试卷共七道大题，包括基础达标题（第一到四题），综合提高题（第五、六题），应用拓展题（第七题），满分 100 分；
2. 请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；
3. 本试卷正文共 7 页；试卷本请勿撕开，否则作废。

本题满分 12 分

一、(共 3 小题，每小题 4 分，共计 12 分) 判断下列命题是否正确？在题后的括号内打“√”或“×”；如果正确，请给出证明，如果不正确请举一个反例进行说明.

本 题 得 分	
------------------	--

1. 设 $\vec{a} \neq \vec{0}$ ，已知 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ 且 $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ ，则必有 $\vec{b} = \vec{c}$. ()

2. 若函数 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处沿任何方向的方向导数都存在，

则 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处的偏导数也存在. ()

3. 若点 (x, y) 沿着无数多条平面曲线趋向于点 (x_0, y_0) 时，函数 $f(x, y)$ 都趋向于某一个常数 A ，则有 $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = A$. ()

二、(共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

1. 求与向量 $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ 共线且满足 $\vec{a} \cdot \vec{x} = -28$ 的向量 \vec{x} .

2. 求过直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ 且垂直于平面 $3y - 2z - 5 = 0$ 的平面方程.

3. 求由曲面 $2z = x^2 + y^2$ 及 $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ 所围成的立体在 xOy 坐标面上的投影区域.

三、(共 2 小题, 每小题 7 分, 共计 14 分)

本题满分 14 分	
本 题 得 分	

1. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x^2 + y^2 = z \end{cases}$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切线方程和法平面方程.

2. 求直线 $\begin{cases} 2x - y + z - 1 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ 在平面 $x + 2y - z = 0$ 上的投影直线的方程.

四、计算题（共 3 小题，前两小题每题 7 分，第 3 小题 8 分，共计 22 分）

1. 设 $z = f(2x - y, y \sin x)$ ，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

本题满分 22 分	
本 题 得 分	

2. 已知 $\varphi\left(\frac{y}{z}\right) - \frac{x}{z} = 0$ ，其中 φ 为可微函数，求 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$.

3. 设 \vec{n} 为曲面 $\Sigma: 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$ 在点 $P(1,1,1)$ 处指向外侧的法向量, 求:

(1) 函数 $u = e^{\frac{y}{x}} + \ln \sqrt{z}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处的梯度;

(2) 函数 $u = e^{\frac{y}{x}} + \ln \sqrt{z}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处沿方向 \vec{n} 的方向导数.

五、(本题 10 分)

已知 $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 设 $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = k\vec{a} - \vec{b}$.

问: (1) k 为何值时, $\vec{c} \perp \vec{d}$;

(2) k 为何值时, 以 \vec{c} 与 \vec{d} 为邻边的平行四边形的面积为 6.

本题满分 10 分	
本 题 得 分	

六、(本题 12 分)

$$\text{讨论函数 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

在 (0,0) 点处的连续性、偏导数存在性和可微性；并写出多元函数的连续性、偏导数存在性和可微性之间的相互关系.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

七、(本题 12 分)

本题满分 12 分	
本题得分	

某公司可通过电台及报纸两种方式做销售某商品的广告。根据统计资料，销售收入 R (单位：万元) 与电台广告费用 x_1 (单位：万元) 及报纸广告费用 x_2 (单位：万元) 之间的关系有如下经验公式：

$$R = 15 + 14x_1 + 32x_2 - 8x_1x_2 - 2x_1^2 - 10x_2^2$$

已知利润=销售收入-广告费用，求：

- (1) 在广告费用不限的情况下，求最优广告策略 (即利润最大)；
- (2) 若提供的广告费用为 1.5 万元，求相应的最优广告策略。