



A 卷

2013—2014 学年第一学期  
《高等数学（2-1）》第二阶段考试卷  
(工科类)

专业班级 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_

学 号 \_\_\_\_\_

开课系室 \_\_\_\_\_ 基础数学系

考试日期 \_\_\_\_\_ 2013 年 12 月 7 日

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
本题满分	20	18	18	10	12	12	10	
本题得分								
阅卷人								

注意事项:

1. 请在试卷正面答题, 反面及附页可作草稿纸;
2. 答题时请注意书写清楚, 保持卷面清洁;
3. 本试卷共七道大题, 满分 100 分; 试卷本请勿撕开, 否则作废;
4. 本试卷正文共 7 页。

一. (共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分)

1. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$

2. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \tan 5x}{\ln \tan 3x}.$

3. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x.$

4. 求不定积分:  $\int \ln^2 x dx.$

本题满分 20 分	
本 题 得 分	

二. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(x - \ln(1+\tan x))}{\sin^3 x}$ .

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a_1^x + a_2^x + a_3^x + \cdots + a_n^x}{n} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad (a_i > 0, \quad i = 1, 2, \cdots, n).$

3. 求不定积分:  $\int \cos^3 x \sin^4 x dx.$

三. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求不定积分  $\int \frac{dx}{x \ln x}$ .

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求不定积分  $\int \frac{x+3}{x^2+2x+3} dx$ .

3. 求不定积分  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

四. (本题 10 分)

已知函数  $y = \frac{(x-1)^2}{1+x}$ , 讨论函数的单调区间、凸性、极值和函数图形的拐点、渐近线。

本题满分 10 分	
本 题 得 分	

五. (共 2 小题, 每题 6 分, 共 12 分)

1. 写出函数  $f(x) = x^2 e^x$  的  $n$  阶麦克劳林展开式。

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

2. 把一根长度为  $a$  的铁丝截成两段, 其中一段折成正方形框, 另一段弯成圆周, 问如何截时, 可使所围成的正方形和圆的面积之和达到最小?

六. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 设  $e^{x^2}$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 求  $\int x f'(x) dx$ .

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

2. 讨论方程  $\ln x - \frac{x}{e} + k = 0$  ( $k > 0$ ) 在  $(0, +\infty)$  内有几个实根?

七. 证明题 (共 2 小题, 每小题 5 分, 共计 10 分)

1. 证明: 当  $x < 1$  时,  $e^x \leq \frac{1}{1-x}$ .

本题满分 10 分	
本 题 得 分	

2. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导, 且  $f(a) = f(b) = 0$ , 证明存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f'(\xi) + f(\xi) = 0$ .