# 2010-2011 学年第二学期工科 高等数学（2-2）期中试题

## 一、填空题（$5\times5$分$=25$分）

1. $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ y\to+\infty}}(x^2+y^2)e^{-(x+y)}=$ ________

2. 如果直线$L_1:\begin{cases}x+2y-z-7=0\\2x-y-z+7=0\end{cases}$与直线$L_2:\begin{cases}x=3t-1\\y=-kt\\z=5t+2\end{cases}$ 垂直，则$k=$________

3. 函数$u=xy^2z$在点$P(1,-1,2)$处沿________方向的方向导数值最大，最大的方向导数值为________

4. $f(x,y)$为连续函数，且$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(u,v)dudv$，其中$D$由$y=0,\ y=x^2,$ $x=1$围成，则$f(x,y)=$________

5. $\int_0^1 dx\int_x^1 e^{-y^2}\,dy=$ ________

## 二、选择题（$5\times5$分$=25$分）

1. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|,\vec{a}=\{3,-5,8\},\vec{b}=\{-1,1,z\}$则$z=$（　　）

   (A) $-1$；　(B) 1；　(C) 3 ；　(D) -3.

2. 函数$f(u,v)$有连续的偏导数, $f(x,x^2)=x^4+2x^3+x,\ f_1'(x,x^2)=2x^2-2x+1$，则

   $f_2'(x,x^2)=$（　　）

   (A) $2x^2+2x+1$；　(B) $x^2+2x+1$；　(C) $2x^2+2x+2$；　(D) $2x^2+x+1$.

3. 下列关于函数$z=f(x,y)$在$P_0(x_0,y_0)$处的性质描述正确的是（　　）

(A) $f$在$P_0$处连续是函数$f$在该点偏导数存在的必要条件；

(B) $f$在$P_0$处可微分是函数$f$在该点偏导数存在的必要条件；

(C) 如果$f$在$P_0$处的两个偏导数为零，则函数$f$在该点可以取得极值；

(D) 如果$f$在$P_0$处两个偏导数连续，则函数$f$在该点沿任何方向的方向导数都存在.

4. 曲线$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \\ z = 2e^t \end{cases}$在对应$t = 0$处的切线与z轴

正向夹角的正弦是(　　　　)

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；　(B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$；　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；　(D) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

5. 设函数 $\boldsymbol{f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3}$，则 $\boldsymbol{f(x,y)}$ (　　　　)

(A) 在$(0,0)$点有极小值；　(B) 在$(1,1)$点有极大值；

(C) 在$(1,2)$点有极小值；　(D) 没有极值.

**三、计算题**（6+7+7+8+7+7+8=50 分）

1. 直线$L_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{0} = \dfrac{z-3}{-1}$，$L_2: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$，求过$L_1$且与$L_2$平行的平面$\Pi$的方程，并求$L_2$到平面$\Pi$的距离.(6 分)

2. 计算二重积分$\iint\limits_D (x+y+1)^2\,dxdy$,其中$D$为$x^2+y^2 \le 1$.(7 分)

3. 求空间区域$\Omega$: $0\le x\le 1$, $0\le y\le x$, $x+y\le z\le e^{x+y}$ 的体积$V$.（7 分）

4. 设$z=z(x,y)$是由$f(x-z,y-z)=0$确定的隐函数, 其中$f$有二阶连续偏导数, 且

$f_1'+f_2'\ne 0$, 求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.（8 分）

5. 由曲线$\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$绕$z$轴旋转一周形成的曲面与$z=8$围成的区域为$\Omega$，求

$I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$. （7 分）

6. 求极限 $\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{1}{t^6}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2}\sin(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}dxdydz$（7 分）

7. 在曲面 $\Sigma:(x^2y+y^2z+z^2x)^2+(x-y+z)=0$ 上的点 $(0,0,0)$ 处的切平面 $\Pi$ 内求一点 $P$，使 $P$ 到 $(2,1,2)$ 和 $(-3,1,-2)$ 的距离的平方和最小.（8 分）