

2014—2015 学年第一学期  
《高等数学（2-1）》期末考试 A 卷  
( 工 科 类 )

各章所占分值如下：

第 一 章	函数与极限	16 %;
第 二 章	一元函数的导数与微分	16 %;
第 三 章	微分中值定理与导数的应用	14 %;
第 四 章	不定积分	15 %;
第 五 章	定积分及其应用	26 % .
第 六 章	常微分方程	13 % .

一. (共 3 小题, 每小题 4 分, 共计 12 分) 判断下列命题是否正确? 在

题后的括号内打“√”或“×”, 如果正确, 请给出证明, 如果不正确请举一个反例进行说明.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$  不存在. ( )

2. 若曲线  $y = f(x)$  在  $(x_0, f(x_0))$  点处存在切线, 则  $f(x)$  在  $x_0$  点必可导. ( )

3. 设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续且下凸, 在  $(a, b)$  内二阶可导, 则  $\forall x \in (a, b)$  有  $f''(x) > 0$ . ( )

二. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt[n]{n}} - 1 \right) \cdot \sin(n!)$ .

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x (1+t^4) e^{t-x} dt}{x^4}$ .

3. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2 + 1^2} + \frac{n}{n^2 + 2^2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n^2} \right)$ .

三. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求函数  $f(x) = \frac{1 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + 2e^{\frac{1}{x}}}$  的间断点并判断其类型.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ , 求  $f'(x)$ .

3. 设方程  $\begin{cases} x = \ln(\sin t) \\ y = \cos t + t \sin t \end{cases}$  确定  $y$  为  $x$  的函数, 求  $\frac{dy}{dx}$  与  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

四. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求不定积分  $\int e^{x^2 + \ln x} dx$ .

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求不定积分  $\int x \cos^2 x dx$ .

3. 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上连续, 求定积分  $\int_{-1}^1 \{ [f(x) + f(-x)] \sin x + \sqrt{1-x^2} \} dx$ .

五. (本题 8 分) 设由曲线  $y = \ln x$  与直线  $x - ey = 0$  及  $x$  轴所围平面图形为  $D$

(1) 求  $D$  的面积  $S$ ; (4 分)

(2) 求  $D$  绕直线  $x = e$  旋转所得旋转体的体积  $V$ . (4 分)

本题满分 8 分	
本 题 得 分	

六. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 设有半径为  $R$  的半球形蓄水池中已盛满水 (水的密度为  $\rho$ ), 求将池中水全部抽出所做的功.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

2. 设有质量为  $m$  的降落伞以初速度  $v_0$  开始降落, 若空气的阻力与速度成正比 (比例系数为  $k > 0$ ), 求降落伞下降的速度与时间的函数关系.

七. (本题 6 分) 求微分方程  $y'' - 5y' + 6y = 6x^2 - 10x + 2$  的通解.

本题满分 6 分	
本 题 得 分	

八. (本题 8 分) 设  $L$  是一条平面曲线, 其上任意一点  $(x, y)$  ( $x > 0$ ) 到坐标原点的距离恒等于该点处的切线在  $y$  轴上的截距且  $L$  经过点  $(\frac{1}{2}, 0)$ .

本题满分 8 分	
本 题 得 分	

(1) 试求曲线  $L$  的方程;

(2) 求  $L$  位于第一象限的一条切线, 使该切线与  $L$  以及两坐标轴所围图形的面积最小.