

数值实验报告 I

实验名称	计算方法上机实践				实验时间	2025 年 3 月 29 日	
姓名	秦浩政 郭凯平 刘桂凡 刘佳鑫	班级	数据 2301	学号	2306030214 2306020510 2309050116 2309050117	成绩	

一、实验目的，内容

列主元高斯消去法求线性方程组的解

二、算法描述

选主元：在每列中选取绝对值最大的元素作为主元，提高数值稳定性。

行交换：若主元不在对角线位置，交换行以确保主元位于对角线。

消去：利用主元消去当前列下方的元素，逐步构建上三角矩阵。

回代求解：从最后一行开始，利用已求得的解逐步向上求解每个未知数。

三. 程序代码

```
import numpy as np
from fractions import Fraction
1 个用法
def gauss(A, b, n):
    # 构造增广矩阵，并将所有元素转换为 Fraction
    Ab = np.array([[Fraction(num) for num in row] + [Fraction(num)] for row, num in zip(A, b)])
    # 前向消去过程
    for i in range(n):
        # 部分选主元：找到列中绝对值最大的元素
        max_row = i + np.argmax(np.abs(Ab[i:, i]))
        # 交换当前行和最大行
        if max_row != i:
            Ab[[i, max_row]] = Ab[[max_row, i]]
        # 消去
        for j in range(i + 1, n):
            p = Ab[j, i] / Ab[i, i]
            Ab[j, i:] = Ab[j, i:] - p * Ab[i, i:]

    # 输出列主元高斯消元后的增广矩阵
    print("高斯消元后的增广矩阵:")
    formatted_matrix = []
    for row in Ab:
        formatted_row = []
        for num in row:
            if num.denominator == 1: # 如果分母为 1，则输出整数
                formatted_row.append(int(num.numerator))
            else:
                formatted_row.append(str(num))
        formatted_matrix.append(formatted_row)
    for row in formatted_matrix:
        print(row)

    # 回代过程
    x = [Fraction(0) for _ in range(n)]
    for i in range(n - 1, -1, -1):
        q = Fraction(0) # 初始化点积为 0
        for j in range(i + 1, n):
            q = q + Ab[i, j] * x[j] # 累积点积
        x[i] = (Ab[i, -1] - q) / Ab[i, i]

    # 格式化结果，将可整除的 Fraction 转换为整数
    formatted_result = []
    for val in x:
        if val.denominator == 1: # 如果分母为 1，则输出整数
            formatted_result.append(int(val.numerator))
        else:
            formatted_result.append(str(val))

    return formatted_result

# 输入矩阵和向量
A = [[12, -3, 3], [-18, 3, -1], [1, 1, 1]]
b = [15, -15, 6]

n = len(A)
result = gauss(A, b, n)
print("该方程组的解是:", result)
```

四. 数值结果

```
高斯消元后的增广矩阵：
[-18, 3, -1, -15]
[0, '7/6', '17/18', '31/6']
[0, 0, '22/7', '66/7']
该方程组的解是： [1, 2, 3]
```

五. 计算结果分析

结果经过检验就是该方程组的解

六. 计算中出现的问题，解决方法及体会

开始计算结果是小数形式，不是很精准，为了解决这个问题，我们让计算过程中如果不可以整除的数，化简为分数，因此我们采用了 Fraction 类型的数据来解决这个问题，输出的时候，为了显示方便采用字符串的形式输出结果，就不会以小数的形式输出了。示例（案例）：

```
高斯消元后的增广矩阵：
[-18.0, 3.0, -1.0, -15.0]
[0.0, 1.1666666666666667, 0.9444444444444444, 5.166666666666667]
[0.0, 0.0, 3.142857142857143, 9.428571428571429]
该方程组的解是： [1.0, 2.0000000000000004, 3.0]
```

最终的程序结果就是该结果的修改。

教师评语	指导教师：年 月 日
------	------------

