2017—2018 学年第一学期

《高等数学（2-1）》期中考试卷

（工 科 类）

专业班级 ________________________

姓　　名________________________

学　　号________________________

开课系室______基础数学系________

考试日期____2017 年 11 月 11 日____

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
本题满分	12	18	10	18	8	12	10	12	
本题得分									
阅卷人									

注意事项：

1．请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；
2．答题时请注意书写清楚，保持卷面清洁；
3．本试卷共八道大题，满分 100 分；试卷本请勿撕开，否则作废；
4. 本试卷正文共 8 页。

本题满分 12 分	
本题得分	

一．简答与选择题（共 4 小题，每小题 3 分，共计 12 分）

1．试说明数列$\{x_n\}$收敛与数列$\{x_n\}$有界的关系.

2．试说明函数 $f(x)$ 在 x_0 点可导与连续的关系.

3．选择题：设函数 $f(x)$ 具有任意阶导数，且 $f'(x)=[f(x)]^2$，则当 n 为大于 2 的正整数时， $f^{(n)}(x)=$（　　　　　　）

(A) $n![f(x)]^{n+1}$；　　　　(B) $n![f(x)]^{2n}$；

(C) $n[f(x)]^{n+1}$；　　　　(D) $[f(x)]^{2n}$.

4．选择题：若函数 $f(x)$ 在 x_0 点取得极值，则（　　　　　）

(A) $f'(x_0)=0$；　　　　(B) $f'(x_0)=0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在；

(C) $f''(x_0)>0$；　　　　(D) $f'(x_0)=0$, $f''(x)<0$.

本题满分 18 分	
本题得分	

二.（共 3 小题，每小题 6 分，共计 18 分）

1. 求极限：$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{1}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n}\right)$.

2. 求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin^2 x)}{e^{x^2}-1}$.

3. 求极限：$\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1})$.

三.（10 分）设函数 $f(x)=\dfrac{x|x-2|}{(x^2-4)\sin x}$，指出函数的间断点，并判断其类型.

本题满分 10 分	
本题得分	

四.（共 3 小题，每小题 6 分，共计 18 分）

本题满分 18 分	
本题得分	

1. 设 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+2017)$，求 $f'(0)$.

2. 设 $y=\ln\frac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}+\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{2}$，求 dy .

3. 设方程 $\sqrt[x]{y}=\sqrt[y]{x}$ （$x>0$，$y>0$）确定二阶可导函数 $y=y(x)$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

五.（8 分）设函数 $f(x)=\begin{cases} a+2+b(1+\sin x), & x<0 \\ e^{ax}-1, & x\geq 0 \end{cases}$，试确定常数 a,b，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 点可导，并求 $f'(0)$.

本题满分 8 分	
本题得分	

六．应用题（共 2 小题，每小题 6 分，共计 12 分）

本题满分 12 分	
本题得分	

1．求摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ 在 $t=\frac{\pi}{2}$ 处的切线方程 .

2．如果将一个边长为 **6** 米的正方形铁皮的四角各剪去同样大小的小正方形后，制成一个无盖盒子，问剪去小正方形的边长为多少米时，可使盒子的容积最大？

本题满分 10 分	
本题得分	

七．（**10** 分）已知 $f(x)=x-5\arctan x$，试讨论函数的单调区间、极值、凸性、拐点．

八．证明题（共 2 小题，每小题 6 分，共计 12 分）

本题满分 12 分	
本题得分	

1．证明：当 $x>1$ 时， 有 $2\sqrt{x}>3-\dfrac{1}{x}$.

2．设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)=f(1)=0$，

证明：至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $f(\xi)+f'(\xi)=0$.

各章分值分配：第 1 章 25 分；第 2 章 38 分；第 3 章 37 分.