填空题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，X_1，X_2，Λ，X_n 为来自总体 X 的一个简单随机样本，则检验假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$（$\sigma_0^2$ 已知）应选统计量____________。

2. 设随机变量 X_1，X_2，Λ，X_n 相互独立且均服从 $X \sim N(0,1)$，统计量 $\dfrac{a(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2}}$ 服从 t 分布，则常数 $a=$____________。

3.设总体 $Y \sim N(0,1)$, $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$ 来自 X 的随机样本，若 $Z=(Y_1+Y_2)^2+(Y_3-Y_4)^2+(Y_5-Y_6)^2$ 且 $aX \sim \chi^2(3)$（卡方分布），则 $a=$____________.

4.设 $\boldsymbol{X_1, X_2, \cdots, X_n}$ 为来自总体 X 的一个样本，*EX*，*DX* 均存在但未知，则总体方差 *DX* 的无偏估计量为____________________。

5.设随机变量ξ服从正态 *N*(0, 1)分布，η服从 $\boldsymbol{\chi^2(n)}$ 分布，且ξ,η相互独立，则__服从 t(n)分布.

6.设随机变量ξ服从正态 $\boldsymbol{N(a, \sigma^2)}$，其中 $\boldsymbol{\sigma = 0.01, \xi_1, \Lambda, \xi_n}$ 为一样本，*a* 的置信水平为 0.95 的置信区间为（2.121， 2.129）则样本容量约为 *n*=____________.（$\boldsymbol{\Phi(1.96) = 0.975}$）

7.设总体ξ服从均匀分布 $\boldsymbol{U(0, \theta]}$，0.2, 0.4, 0.5, 0.8, 0.6 是一组样本观察值，则θ的最大似然估计值为 ____________.

8. 设总体 $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$，$Z_1, Z_2, \cdots, Z_n$ 为样本，用其检验 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$，则下列说法正确的是__________.

(A) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0

(B) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0

(C) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0

(D) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0，那么在检验水平 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0

计算题

1.设总体 X 服从参数为$\mu,\sigma(-\infty<\mu<\infty,\sigma>0)$的双参数指数分布，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}, & x\ge\mu,\\ 0, & x<\mu.\end{cases}$$

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，假设 σ 已知，分别求参数 μ 的矩估计与最大似然估计.

2. 设总体X服从参数为$\mu,\theta(-\infty<\mu<\infty,\theta>0)$的分布，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x-\mu}{\theta}}, & x\ge\mu,\\ 0, & x<\mu.\end{cases}$$

设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，求 μ，θ 这两个参数的极大似然估计.

3.设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=2\theta\sqrt{\frac{\theta}{\pi}}x^2e^{-\theta x^2}\qquad -\infty<x<+\infty$$

其中θ>0 是未知参数， X_1,X_2,Λ,X_n是来自总体的一个容量为n的简单随机样本，求θ的极大似然估计量。

4.设某次概率考试的考生成绩服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，σ^2未知. 从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得平均分$\bar{x}=75$，样本方差 $S^2=5^2$. 试求：(1) μ的置信度是0.95的置信区间；

(2) 在显著性水平$\alpha=0.05$条件下，是否可以认为这次考试全体学生的平均成绩是80分？并给出检验过程. 可能用到的数据见下表.

$P(t(n)\ge\lambda)=\alpha$

λ \ α / n	0.05	0.025
35	1.6896	2.0301
36	1.6883	2.0281

5.设总体 $X \sim N(\mu, 0.06)$，若随机抽取的样本观察值为 14.70, 15.21, 14.90, 14.91, 15.32, 15.32,请给出总体均值 μ 的区间估计，并对 μ=15.05 进行假设检验（$\alpha = 0.05$）。