A 卷

2006—2007 学年第一学期

《线性代数》试卷

专业班级 ______________________

姓　　名 ______________________

学　　号 ______________________

开课系室 ______应用数学系______

考试日期 ___2007 年元月 14 日___

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得　分								
阅卷人								

注　意 事　项

1. 请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；

2. 答题时请注意书写清楚，保持卷面清洁；

3. 本试卷共七道大题，满分 100 分；试卷本请勿撕开，否则作废；

4. <u>在第二页有第一题和第二题答题卡，请将答案填写在答题卡上，答在其它位置不得分。</u>

一．单项选择题（每小题 3 分，共 21 分）

1．若排列 6 i 4 3 j 1 为奇排列，则（【　1　】　）。

A) i =2 ，j =5;　　B) i =5 ，j =2;　　C) i =j =2;　　D) i =j =5.

2．若 $D=\begin{vmatrix} k & 2 & 3 \\ -1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix}=0$，则$k=$（　【　2　】　）。

A）$k=1$；　　B）$k=2$；　　C）$k=1$ 或 $k=2$；　　D）$k\neq 1$ 且 $k\neq 2$。

3．若 A 是 4 阶方阵，|A|=2，则 |2A|=（　【　3　】　）。

A）4；　　B）8；　　C）16；　　D）32。

4．设 A，B 都是 n 阶方阵，若 $AB=O$(O 为 n 阶零矩阵)，则必有（　【　4　】　）。

A) $|A|=0$ 或 $|B|=0$；　　B）$A+B=O$

C）$A=O$ 或 $B=O$；　　D）$|A|+|B|=0$。

5．设 A，B 为满足 $AB=O$ 的任意两个非零矩阵，则必有（　【　5　】　）。

A）A 的列向量线性相关，B 的行向量线性相关；

B）A 的列向量线性相关，B 的列向量线性相关；

C）A 的行向量线性相关，B 的行向量线性相关；

D）A 的行向量线性相关，B 的行向量线性相关。

6．若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，则向量组 $\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\ \alpha_3+\alpha_1$（【　6　】）。

A）线性相关且秩为 2；　　B）线性相关且秩为 3；

C）线性无关且秩为 2；　　D）线性无关且秩为 3。

7．设 $\alpha=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$，则 α,β 的内积等于（　【　7　】　）。

A) 0;　　B) 1;　　C) 3;　　D) 6.

一、二题答题卡

第一题	(1)	(2)	(3)	(4)
选 择 题				
第一题	(5)	(6)	(7)	
选 择 题				
第二题	(1)	(2)	(3)	(4)
填 空 题				
第二题	(5)	(6)	(7)	
填 空 题				

二、填空题（每小题 3 分，共 21 分）

1．行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=$ ____【 1 】____。

2．设 $A=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & c & 0 \end{pmatrix}$, (其中 $abc\neq 0$), 则 $A^{-1}=$ ____【 2 】____。

3．设 $\alpha_1=(1,\ 1,\ 0), \alpha_2=(0,\ 1,\ 1), \alpha_3=(2,\ 1,\ 0)$，则 $2\alpha_1-3\alpha_2+\alpha_3=$

____【 3 】____。

4．若向量组 α_1,α_2 线性无关，则向量组 $\beta_1=3\alpha_1+\alpha_2, \beta_2=2\alpha_1+\alpha_2$，

$\beta_3=\alpha_1+\alpha_2$，一定是线性 ____【 4 】____的。

5．设非齐次线性方程组 $Ax=b, r(A)=n-1$，其中 n 是未知量的个数，u_1,u_2 是方程组两个不同的解，则方程组的全部解为____【 5 】____。

6． 设 A 是n阶方阵，A 的伴随矩阵 $A^*\neq O$，且A的各行元素之和皆等于零，则齐次线性方程组 $Ax=O$ 的通解为____【 6 】____。

7．设 $\lambda=3$ 是n阶矩阵A的特征值，E是n阶单位阵，则行列式 $\left|A-3E\right|=$ **【 7 】**

。

三、（每小题 6 分，共 18 分）

1. 计算行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$。

2．求矩阵 X，使 $AX=B$。其中 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$。

3．设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 线性无关，非零向量 $\boldsymbol{\beta}$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 正交（$\boldsymbol{i}=1,2,\cdots,\boldsymbol{r}$），证明 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r,\boldsymbol{\beta}$ 线性无关。

四（10 分）．设有向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\\-1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\4\\-3\\-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}0\\3\\-2\\0\end{pmatrix},\ \alpha_4=\begin{pmatrix}4\\5\\-4\\-2\end{pmatrix}$,

（1）求此向量组的秩，并求一个最大无关组，

（2）将其余向量用这个最大无关组线性表示。

五（10 分）设 n 阶实矩阵 A 满足 $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$，但 $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{E}$ 。

（1）证明 A 一定是奇异的矩阵（即 $|\boldsymbol{A}|=0$）；

（2）求 A 的特征值。

（3）若 $\boldsymbol{R(A)=r}$，求行列式 $|A+E|$ 的值。

六（10 分）λ 为何值时线性方程组 $\begin{cases} x_1 - \lambda x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 + \lambda x_3 = 2 \\ 5x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 1 \end{cases}$

（1）无解；（2）有唯一解；（3）有无穷多个解？并在有无穷多解时求出通解。

七（10 分）用正交变换把二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3,$$

化为标准形。