



A 卷

2015—2016 学年第一学期
《高等数学（2-1）》期末考试卷
答案及评分标准
(工科类)

专业班级 _____

姓 名 _____

学 号 _____

开课系室 _____ 基础数学系

考试日期 _____ 2016 年 1 月 11 日

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
本题满分	12	18	18	18	8	12	9	5	
本题得分									
阅卷人									

注意事项:

1. 请在试卷正面答题, 反面及附页可作草稿纸;
2. 答题时请注意书写清楚, 保持卷面清洁;
3. 本试卷共八道大题, 满分 100 分; 试卷本请勿撕开, 否则作废;
4. 本试卷正文共 8 页。

一. (共 3 小题, 每小题 4 分, 共计 12 分) 判断下列命题是否正确? 在题后的括号内打“√”或“×”, 如果正确, 请给出证明, 如果不正确请举一个反例进行说明.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

1. 函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内的驻点一定是极值点. ()

2. 反常积分 $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$ 是发散的. ()

3. 设函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x)$ 是 $g(x)$ 的高阶无穷小, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x f(t) \sin t dt$ 是 $\int_0^x t g(t) dt$ 的高阶无穷小. ()

二. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1) dt}{x^2(1 - \cos x)^2}$.

2. 求由参数方程 $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ 所确定的函数的一阶导数 $\frac{dy}{dx}$ 及二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3. 设 $y = \ln \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{a}{b} \arctan \frac{x}{b}$, 求 dy , (其中 a, b 为常数, $b \neq 0$).

三. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 试确定常

数 a, b 的值.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 设曲线的方程为 $x^3 + y^3 + (x+1)\cos(\pi y) + 9 = 0$, 求此曲线在 $x=-1$ 处的法线方程.

3. 试确定曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 中的 a, b, c, d , 使得在 $x = -2$ 处曲线有水平切线, $(1, -10)$ 为拐点, 且点 $(-2, 44)$ 在曲线上.

四. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 设 $\int xf(x) dx = \arcsin x + C$, 求不定积分 $\int \frac{dx}{f(x)}$.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求定积分 $\int_{-2}^2 x^2 \left(\frac{\sin^3 x}{1+x^6} + \sqrt{4-x^2} \right) dx$.

3. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-a}{x+a} \right)^x = \int_a^{+\infty} 2xe^{-2x} dx$, 求 a 的值.

五. (本题 8 分) 设 D 为曲线 $y = e^x$ 与直线 $x=1$, x 轴、 y 轴所围成的平面图形, 求:

(1) D 的面积 S ; (4 分)

(2) D 绕 y 轴旋转一周所得的旋转体体积 V . (4 分)

本题满分 8 分	
本 题 得 分	

六. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 一等腰梯形闸门, 它的两条底边各长 $10m$ 和 $6m$, 高 $20m$, 较长的底边与水面相齐, 计算闸门的一侧所受到的水压力, 其中水的密度为 ρ , 重力加速度为 g .

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

2. 一立体的下部为圆柱体，上部为以圆柱体顶面为底面的半球体，若该物体的体积为常数 V ，问圆柱体的高 h 和底圆半径 r 为多少时，此立体有最小表面积. (常用公式：半径为 a 的球的体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ ，表面积公式为 $S = 4\pi a^2$.)

七. (共 2 小题，共计 9 分)

1. 求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = e^{-x}$ 的通解. (5 分)

本题满分 9 分	
本 题 得 分	

2. 求微分方程 $y' + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x}$ 的通解. (4 分)

八．（本题 5 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导且 $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$ ，证明：至少存在一点 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f'(\xi) = 1$ 。

本题满分 5 分	
本 题 得 分	

各章分值分配：

第 1 章 10 分；第 2 章 22 分；第 3 章 19 分；第 4 章 6 分；第 5 章 34 分；第 6 章 9 分。