2013-2014 学年第二学期《高等数学（2-2）》第一阶段（第七、八章）试卷 参考答案

一.（共 3 小题，每小题 5 分，共计 1 5　分）判断下列命题是否正确？在题后的括号内打“√”或“×”，如果正确，请给出证明，如果不正确请举一个反例进行说明.

1．设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，　则 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x,y)$ 不存在.（　　　）

2．若 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 点处连续，则 $f'_x(x_0,y_0)$，$f'_y(x_0,y_0)$ 都存在.（　　　）

3．若 $f'_x(x_0,y_0)=0$，$f'_y(x_0,y_0)=0$，则 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 点处必有极值.（　　　）

二.（共 3 小题，每小题 6 分，共计 18 分）

1. 设$\left|\vec{a}\right|=1$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $\angle(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{6}$, 求以向量$\vec{a}+\vec{b}$和$\vec{a}+2\vec{b}$为邻边的平行四边形的面积$S$.

2．设$\vec{a}$, $\vec{b}$ $\vec{c}$两两互相垂直，且$\left|\vec{a}\right|=1$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $\left|\vec{c}\right|=3$，求$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$的模.

3．求与两直线$L_1:\begin{cases}x=1\\ y=-1+t\\ z=2+t\end{cases}$ 及$L_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$都平行，且过坐标原点的平面方程.

三.（共 2 小题，第 1 小题 10 分，第 2 小题 7 分，共计 17 分）

1．求函数$u=x^3+2xy+y^3+z^3$在点$P(1,1,1)$处沿从点$P(1,1,1)$到点$Q(2,3,3)$方向的方向导数，问函数在点$P(1,1,1)$处沿哪个方向的方向导数最大？并求函数在点$P(1,1,1)$处最大的方向导数值.

2. 求直线$L:\begin{cases}x+2y-z+1=0\\x-y+z+1=0\end{cases}$ 在平面$\Pi:x+y+z-2=0$内的投影直线的方程.

四.（共 2 小题，第 1 小题 8 分，第 2 小题 6 分，共计 14 分）

1．设 $z=f(e^x\sin y, x^2+y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，

（1）求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；（5 分）

（2）当 $z=e^x\sin y+x^2+y^2$ 时，在（1）的结果中，$f_1'=$？$f_2'=$？$f_{11}''=$？$f_{12}''=$？

$f_{21}''=$？$f_{22}''=$？$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$？（3 分）

2．设 $z=z(x,y)$ 由方程 $xe^y+yz+ze^x=0$ 所确定，求 dz.

五.（本题 10 分）设函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 \quad , & (x,y)=(0,0) \end{cases}$

证明：(1) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处连续；（3 分）

(2) 在点 $(0,0)$ 处偏导数 $f_x'(0,0)$，$f_y'(0,0)$ 存在；（3 分）

(3) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微．（4 分）

六.（共 3 小题，每小题 6 分，共计 18 分）

1. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-3x=0 \\ 2x-3y+5z-4=0 \end{cases}$ 在点（1,1,1）处的切线与法平面方程.

2．求空间曲线$\Gamma:\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=16\\x^2+z^2-y^2=0\end{cases}$ 在yoz坐标面上的投影曲线.

3. 求曲面$z=x^2+y^2$与平面$2x+4y-z=0$平行的切平面方程.

七.（本题 8 分）做一个长方体形的箱子，其容积为$\frac{9}{2}$ ㎥，箱子的盖及侧面的造价为 8 元/㎡，箱子的底造价为 1 元/㎡，试求造价最低的箱子的长、宽、高（取米为长度单位）.

2013-2014 学年第二学期《高等数学（2-2）》第二阶段（第九、十章）试卷 参考答案

一．（共 3 小题，每小题 6 分，共计 18 分）

1．求由 $y=x^2, x=1, y=0$ 所围成的平面图形的面积.

2. 计算 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dV$，其中 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 所围成的闭区域.

3. 计算 $\iint\limits_{\Sigma} xyzdydz$，$\Sigma:$ 球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧，在 $x\ge 0, y\ge 0$ 的部分.

二．（共 3 小题，每小题 7 分，共计 21 分）

1. 求密度为 $\rho(x,y)=4-(2x^2+y^2)$ 的曲线 $x^2+y^2=1$ 的质量.

2．计算 $\int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} e^{-y^2}dy\int_0^{y} e^{-x^2}dx+\int_{\frac{R}{\sqrt{2}}}^{R} e^{-y^2}dy\int_0^{\sqrt{R^2-y^2}} e^{-x^2}dx$.

3．求锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积.

三．（共 2 小题，每小题 7 分，共计 14 分）

1．计算$\iiint\limits_{\Omega} zdV$，$\Omega$是由$z=\frac{h}{R}\sqrt{x^2+y^2}$及$z=h\,(R>0,h>0)$所围成的闭区域.

2．求位于两圆$r=2\sin\theta$和$r=4\sin\theta$之间的均匀薄片的重心坐标.

四．（共 2 小题，每小题 7 分，共计 14 分）

1． 设一平面力场为$\vec{F}=(3x^2y+8xy^2)\vec{i}+(x^3+8x^2y)\vec{j}$，求质点沿曲线$y^2=1-x$从点$(0,1)$移动到点$(1,0)$时力所作的功.

2. 计算积分$\iint\limits_{\Sigma}(y-x^2+z^2)dydz+(x+y^2-z^2)dzdx+(3x^2-y^2+z)dxdy$，$\Sigma: yOz$平面上曲线$\begin{cases} z=y^2 \\ x=0 \end{cases}(0\le z\le 1)$绕$z$轴旋转一周所成曲面上侧.

五．（共 2 小题，每小题 7 分，共计 14 分）

1. 设流速场 $\vec{v}=x^2\vec{i}+z^2\vec{k}$，$\Sigma$ 是平面 $x+y+z=1$ 被三个坐标面截下的第一卦限部分上侧，求流过 Σ 的流量.

2. Γ: 圆周 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ 从 x 轴正向看为逆时针方向，计算积分：$\oint_\Gamma ydx+zdy+xdz$.

六．（本题 7 分）设有一高度为 $h(t)$（t 为时间）的雪堆在融化过程中，其侧面满足方程 $z=h(t)-\dfrac{2(x^2+y^2)}{h(t)}$（设长度单位为厘米，时间单位为小时），已知体积减少的速率与侧面积成正比，（比例系数 0.9），问高度为 130 厘米的雪堆全部融化需多少小时？

七．（共 2 小题，每小题 6 分，共计 12 分）

1. 请就你的理解讨论平面上两类曲线积分之间的关系（主要讨论他们之间的联系和区别）．

2. 设简单有界闭区域D如图所示，∂D取逆时针方向，$Q(x,y)$及其一阶偏导数$\dfrac{\partial Q}{\partial x}$在$D$上连续，

试证明：$\displaystyle\iint_D \frac{\partial Q}{\partial x}dxdy = \oint_{\partial D} Q(x,y)dy$.