



2014—2015 学年第一学期
《高等数学（2-1）》第二阶段考试卷
(工科类)

参考答案及评分标准

专业班级 _____

姓 名 _____

学 号 _____

开课系室 _____ 基础数学系 _____

考试日期 _____ 2014 年 12 月 20 日 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
本题满分	15	14	21	14	14	8	14	
本题得分	8	10	21	14	9	8	14	
阅卷人								

注意事项:

1. 请在试卷正面答题, 反面及附页可作草稿纸;
2. 答题时请注意书写清楚, 保持卷面清洁;
3. 本试卷共七道大题, 满分 100 分; 试卷本请勿撕开, 否则作废;
4. 本试卷正文共 7 页。

一. (共 3 小题, 每小题 5 分, 共计 15 分) 判断下列命题是否正确? 在

题后的括号内打“√”或“×”, 如果正确, 请给出证明, 如果不正确请举一个反例进行说明.

本题满分 15 分	
本 题 得 分	

1. 若 $f(x)$ 在 x_0 点有极值 $f(x_0)$, 则必有 $f'(x_0) = 0$. ()

2. 若 $f(x)$ 二阶可导且 $f''(x_0) = 0$, 则 $(x_0, f(x_0))$ 必是曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

()

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 且 $\forall x \in (a, b)$ 有 $f'(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 单调递增. ()

二. (共 2 小题, 每小题 7 分, 共计 14 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

本题满分 14 分	
本 题 得 分	

2. 求函数 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$ 的 n ($n > 3$) 阶麦克劳林公式 .

三. (共 3 小题, 每小题 7 分, 共计 21 分)

1. 求不定积分 $\int \sin^6 x \cos^3 x \, dx$.

本题满分 21 分	
本 题 得 分	

2. 求不定积分 $\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

3. 求不定积分 $\int x^3 \ln x \, dx$.

四. (共 2 小题, 每小题 7 分, 共计 14 分)

1. 已知曲线 $y = y(x)$ 上每一点的横坐标 x 处的二阶导数 $y'' = 6x$,
且曲线在点 $(0, -2)$ 处的切线为 $2x - 3y - 6 = 0$, 试求这个曲线的方程.

本题满分 14 分	
本 题 得 分	

2. 设 $\sin x$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int x f'(x) dx$.

五. (共 2 小题, 每小题 7 分, 共计 14 分)

1. 求函数 $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt[3]{x^2}$ 的凸性区间及曲线 $y = f(x)$ 的拐点.

本题满分 14 分	
本 题 得 分	

2. 求曲线 $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$ 的渐近线.

六. (本题 8 分) 设有一长为 8 cm、宽为 5 cm 的矩形铁皮, 在每个角上剪去同样大小的正方形, 问剪去正方形的边长为多少时, 才能使剩下的铁皮折起来做成开口盒子的容积最大? 最大的容积是多少?

本题满分 8 分	
本 题 得 分	

七. (共 2 小题, 每小题 7 分, 共计 14 分)

1. 证明: $\forall x > 0$, 有 $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1 + x)$.

本题满分 14 分	
本 题 得 分	

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(1) = 0$, 证明: 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$.