## 2011-2012 学年第一学期 高等数学(2-1)期中试题参考答案

一、填空题(每空3分,共计18分)

2. 设曲线方程为
$$\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}, \quad \text{则} \frac{d^2 y}{dx^2} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

3. 试用" 
$$\varepsilon - \delta$$
"语言叙述  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = A$ 的定义:

4. 设  $y = x^3 \sin x$ ,则  $y^{(10)}(0) =$ 

5. 设 
$$f(a) = 1$$
,  $f'(a) = 4$  则  $\lim_{n \to \infty} \left[ \frac{f(a + \frac{1}{n})}{f(a)} \right]^n = \underline{\hspace{1cm}}$ .

- 6. 若  $\lim_{x \to \pi} f(x)$  存在,且  $f(x) = \frac{\sin x}{x \pi} + 2 \lim_{x \to \pi} f(x)$ ,则  $\lim_{x \to \pi} f(x) = \underline{\qquad}$
- 二、选择题(每小题3分,共计12分)
- 1. 函数  $f(x) = x \sin x$  ( )
  - (A) 在 $(-\infty, +\infty)$  内无界 (B) 在 $(-\infty, +\infty)$  内有界
  - (C) 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大 (D) 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限的极限值
- 2. 设 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{\tan x} e^x$  与 $x^n$  为同阶无穷小,则n为()
  - (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.
- 3. 设f(x)在x = 0的某邻域内连续,且 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{1 \cos x} = 2$ ,则f(x)在x = 0( )
  - (A) 不可导 (B) 可导且  $f'(0) \neq 0$  (C) 取极大值 (D) 取极小值

4. 曲线 
$$y = e^{\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)(x-2)}$$
 的渐近线有( )

(A) 一条 (B) 二条 (C) 三条 (D) 四条

三、计算题(每题7分,共计35分)

1. 
$$\vec{x} \lim_{x \to 0} \frac{\sin x - \tan x}{(\sqrt[3]{1 + x^2} - 1)(\sqrt{1 + \sin x} - 1)}$$

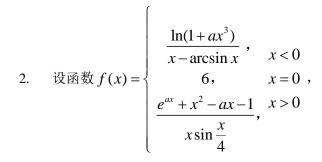
$$2. \ \ \vec{x} \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \arctan x\right)^x$$

3. 
$$x \lim_{x\to 0} (\frac{1}{x^2} - \cot^2 x)$$

4. 设方程 $\sqrt[x]{y} = \sqrt[y]{x}$  (x > 0, y > 0)确定二阶可导函数 y = y(x),求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**5.** 写出函数  $f(x) = x^2 \ln x$  在 x = 1 处带有拉格朗日余项的 n 阶泰勒展开式(n > 3).

- 四、解答题(每题8分,共计24分)
  - 1. 求函数  $f(x) = x^2 e^{-x}$  的极值、凹凸区间及拐点坐标.



问 a 为何值时, f(x) 在 x=0 点连续; a 为何值时, x=0 是 f(x) 的可去间断点.

3. 一飞机在离地面 2km 的高度,以 200km/h 速度水平飞行到某目标上空,以便进行航空摄影,试求飞机飞至该目标正上方时,摄影机转动的角速度.

五、证明题:

1. (本小题 5 分) 设函数 f(x) 在 [0,1] 上二阶可导,且 f(0) = f(1) = 0.证明:至少存在一点  $\xi \in (0,1)$ ,

使得
$$f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{1-\xi}$$
成立.

2. (本小题 6 分) 证明: 当x > 0时,  $(x^2 - 1) \ln x \ge (x - 1)^2$ .