



2015—2016 学年第二学期
《高等数学（2-2）》第一阶段考试卷
(工 科 类)

专业班级 _____

姓 名 _____

学 号 _____

开课系室 _____ 基础数学系 _____

考试日期 _____ 2016 年 4 月 9 日 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
本题满分	12	18	16	8	18	12	16	
本题得分								
阅卷人								

注意事项：

1. 请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；
2. 答题时请注意书写清楚，保持卷面清洁；
3. 本试卷共七道大题，满分 100 分；试卷本请勿撕开，否则作废；
4. 本试卷正文共 7 页。

一. (共 3 小题, 每小题 4 分, 共计 12 分) 判断下列命题是否正确? 在题后的括号内打“√”或“×”, 如果正确, 请给出证明, 如果不正确请举一个反例进行说明 .

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

1. 过点(2,3,7)且与平面 $3x-2y-5z-7=0$ 平行的平面方程是 $3x-2y-5z+35=0$. ()

2. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处可微分, 则 $f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 的偏导数 $f'_y(x_0, y_0)$ 存在. ()

3. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处可微分, 且 $f'_x(x_0, y_0) = 0$, $f'_y(x_0, y_0) = 0$, 则点 $P(x_0, y_0)$ 必是 $f(x, y)$ 的极值点. ()

二. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 已知 $\vec{a} = (1, 1, 4)$, $\vec{b} = (2, -2, -1)$.

求 (1) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; (2) $\vec{a} \times \vec{b}$; (3) $\text{Prj}_{\vec{b}} \vec{a}$.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{1+xy} - \sqrt{1-xy}}{\sin y}$.

3. 求方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ 确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 的全微分 dz .

三. (共 2 小题, 每小题 8 分, 共计 16 分)

1. 设函数 $z = f(x+y, x-y, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

本题满分 16 分	
本 题 得 分	

2. 已知直线 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $L_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

(1) 求 L_1 与 L_2 之间的夹角; (2) 求 L_1 与 L_2 之间的距离.

四. (共 2 小题, 每小题 4 分, 共计 8 分)

1. 求两曲面 $z = \sqrt{9-x^2-y^2}$ 和 $x^2+y^2=3x$ 的交线在 xOz 平面上的投影曲线的方程.

本题满分 8 分	
本 题 得 分	

2. 求 $0 \leq z \leq \sqrt{9-x^2-y^2}$ 与 $x^2+y^2 \leq 3x$ 的公共部分在 xoy 平面上的投影.

五. (共 2 小题, 每小题 9 分, 共计 18 分)

1. 已知平面 $\pi_1: 3x+6y+3z+25=0$, 平面 $\pi_2: x-y+z-2=0$,
 直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$. 确定 λ , 使 $L \perp \pi_1$; 并求该直线在平面
 π_2 内的投影直线的方程.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

2. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 50, \\ z = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$ 在点 $(3, 4, 5)$ 处的切线方程和法平面方程.

六. (本题 12 分)

证明函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处

连续且偏导数存在, 但不可微.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

七. (共 2 小题, 每小题 8 分, 共计 16 分)

1. 求函数 $z = x^3 + y^2 - 6xy + 8$ 的极值点和极值.

本题满分 16 分

本
题
得
分

2. 已知函数 $f(x, y) = x + y + xy$, 曲线 $L: x^2 + y^2 + xy = 3$.

(1)求函数 $f(x, y)$ 在点 $P(1, 2)$ 处的梯度; (2)求函数 $f(x, y)$ 在曲线 L 上的最大方向导数.