A 卷

《线性代数》期末模拟试卷

专业班级 ________________________

姓　　名________________________

学　　号________________________

开课系室______应用数学系______

考试日期____2013 年 11 月 30 日____

页　号	一	二	三	四	五	总分
本页满分	30	16	16	24	14	
本页得分						
阅卷人						

注意事项：

1．请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；

2．答题时请注意书写清楚，保持卷面清洁；

3．本试卷共五道大题，满分 100 分；试卷本请勿撕开，否则作废；

一．填空题（共 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

1．矩阵 $A=\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$，则 $R(A)=$__________.

2．设 3 阶矩阵 A 的特征值为 1， 2， 3，则 A^2+E 的特征值为_______.

3．若四阶方阵 A 的秩等于 2，则 $R(A^*)=$________.

4. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-2x_1x_2+4x_2x_3$ 的矩阵为______.

5. 从 R^2 的基 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ 到基 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ 的过渡矩阵为_______.

二．选择题（共 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

1．已知 $2n$ 阶行列式 D 的某一列元素及其余子式都等于 a，则 $D=$（ ）.

A. 0； B. a^2； C. $-a^2$； D. na^2.

2．已知三阶方阵 A 和 B 满足 $|A|=|B|=2$，则 $|2AB|=$（ ）.

A． 2^2； B． 2^3； C． 2^4； D． 2^5.

3．已知 A 和 B 均为 5 阶方阵，且 $R(A)=4$， $R(B)=5$，则 $R(AB)=$（ ）.

A． 1； B． 2； C． 3； D． 4.

4. 设 A 是 n 阶方阵， $|A|=2$， A^* 是 A 的伴随矩阵，则行列式 $|A^*|=$（ ）.

A． 2； B. 2^n； C. 2^{n-1}； D. 前面选项都不对.

5. 若向量组 α， β， γ 线性无关， α， β， δ 线性相关，则（ ）.

A． α 必可由 β， γ， δ 线性表示； B. β 必可由 α， γ， δ 线性表示；

C. δ 必可由 α， β， γ 线性表示； D. δ 必不可由 α， β， γ 线性表示.

三．计算下列各题（共 4 小题，每小题 8 分，共计 32 分）

1. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}103 & 100 & 204\\199 & 200 & 395\\301 & 300 & 600\end{vmatrix}$.

2. 求 A 的逆矩阵，其中矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\1 & -1 & 0\\-2 & 0 & 0\end{bmatrix}$.

3. 验证 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ 是 R^3 的基，并求

$\alpha=\begin{pmatrix}3\\4\\3\end{pmatrix}$ 在这组基下的坐标.

4. 求解方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

四. 求解下列各题（共 3 小题，每小题 8 分，共计 24 分）

1. 设矩阵 A 满足 $A^2 - 3A - 2E = 0$, 证明 A 可逆，并求 A^{-1}.

2. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，$\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3$, $\beta_2 = \alpha_2 - \alpha_3$, $\beta_3 = 2\alpha_1 - \alpha_2 + 3\alpha_3$, 讨论向量组 β_1, β_2, β_3 的线性相关性.

3. 证明 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}=[x+(n-1)a](x-a)^{n-1}$.

五、（14 分）

求一个正交变换，将二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+2x_2x_3$ 化为标准形.