



2016—2017 学年第一学期
《高等数学（2-1）》期中考试卷（工科类）

专业班级 _____

姓 名 _____

学 号 _____

开课系室 _____ 基础数学系 _____

考试日期 _____ 2016 年 11 月 19 日 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总分
本题满分	16	18	18	12	12	12	12	
本题得分								
阅卷人								

注意事项：

1. 请在试卷正面答题，反面及附页可作草稿纸；
2. 答题时请注意书写清楚，保持卷面清洁；
3. 本试卷共七道大题，满分 100 分；试卷本请勿撕开，否则作废；
4. 本试卷正文共 7 页。

一. (共 4 小题, 每小题 4 分, 共计 16 分) 判断下列命题是否正确? 在题后的括号内打“√”或“×”, 如果正确, 请给出证明, 如果不正确, 请举一个反例进行说明。

本题满分 16 分	
本 题 得 分	

1. 如果数列 $\{x_n\}$ 有界, 则数列 $\{x_n\}$ 收敛. ()

2. 如果 $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$. ()

3. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 可导, 则 $|f(x)|$ 在 x_0 也可导. ()

4. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处既存在左导数又存在右导数, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续. ()

二. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$.

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^x$.

本题满分 18 分	
本 题 得 分	

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{e^{x^2} - 1}$.

三. (共 3 小题, 每小题 6 分, 共计 18 分)

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^3 + x - 1, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导, 求常数 a 和 b .

2. 指出函数 $f(x) = 5^{\frac{2x}{x-3}}$ 的间断点及其类型.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

3. 设方程 $3x^y + y^x = 4, (x > 0, y > 0)$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 求 $y'(1)$.

四. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 求曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 的所有渐近线方程.

2. 设函数 $f(x) = (x^2 + 1)\sin x$, 求 $f^{(50)}(\frac{\pi}{2})$.

五. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 设参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + t \\ y = e^t + \sin t \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

本题满分 12 分	
本 题 得 分	

2. 求 $f(x) = \frac{2}{3}x - (x-1)^{\frac{2}{3}}$ 的单调区间和极值.

六. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 讨论函数 $y = xe^x$ 的凸性区间和拐点.

2. 证明: 当 $x < 1$ 时, $e^x \leq \frac{1}{1-x}$.

七. (共 2 小题, 每小题 6 分, 共计 12 分)

1. 加热一块半径为 2cm 的金属圆形薄板, 其半径以 0.01cm/s 的速率增大, 求当半径为 2.1cm 时, 面积的变化率.

本题满分 12 分	
本题得分	

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, b]$ 上连续, 在 $(0, b)$ 内可导, 且 $f(b)=0$, 证明存在一点 $\xi \in (0, b)$, 使得 $f(\xi) + \xi \cdot f'(\xi) = 0$.