



A 卷

2018—2019 学年第一学期  
《高等数学 (2-1)》期中考试卷  
(工科类)

专业班级 \_\_\_\_\_

姓 名 \_\_\_\_\_

学 号 \_\_\_\_\_

开课系室 \_\_\_\_\_ 基础数学系

考试日期 \_\_\_\_\_ 2018 年 11 月 17 日

页 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
本页满分	24	15	15	12	12	12	10	
本页得分								
阅卷人								

注意事项:

1. 请在试卷正面答题, 反面及附页可作草稿纸;
2. 答题时请注意书写清楚, 保持卷面清洁;
3. 本试卷共八道大题, 满分 100 分; 试卷本请勿撕开, 否则作废;
4. 本试卷正文共 7 页。

一、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

1. 设  $y = f(x)$  在  $x_0$  处可微，则  $\lim_{x \rightarrow x_0} \Delta y =$ \_\_\_\_\_.

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{\sin x}} =$ \_\_\_\_\_.

3. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^{x+y} + \cos(xy) = 0$  确定，则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_.

4.  $y = \arctan x$  的上凸区间\_\_\_\_\_.

二、单项选择题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分. 下列每题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将所选项前的字母填在题后的括号内.）

1. 当  $x \rightarrow 0$  时， $f(x) = x - \sin ax$  与  $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$  是等价无穷小量，则 ( ).

(A)  $a = 1, b = -\frac{1}{6}$ ;

(B)  $a = 1, b = \frac{1}{6}$ ;

(C)  $a = -1, b = -\frac{1}{6}$ ;

(D)  $a = -1, b = \frac{1}{6}$ .

2. 下列各式正确的是 ( ).

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ ;

(B)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ;

(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e$ ;

(D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = e$ .

3. “对任给的  $\varepsilon > 0$ ，总存在正整数  $N$ ，当  $n > N$  时，恒有  $|x_n - a| < 2\varepsilon$ ” 是数列  $\{x_n\}$  收敛到  $a$  的 ( ).

(A) 充分但非必要条件;

(B) 必要但非充分条件;

(C) 充要条件;

(D) 既非充分又非必要条件.

4.  $f(x)$  为可导函数， $f'(x_0) = \frac{1}{2}$ ，则  $\Delta x \rightarrow 0$  时， $f(x)$  在  $x_0$  处的微分  $dy$  与  $\Delta x$  比较是

( ) 的无穷小.

(A) 等价;

(B) 同阶;

(C) 低阶;

(D) 高阶.

三、求下列极限（共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \sin x}{\sqrt{1+x^2} - \cos x^2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi}{2} x$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \ln(1-x) \right]$

四、（共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

1. 求函数  $y = \frac{1}{\sqrt{\sin \frac{1}{x}}}$  的微分  $dy$  .

2. 求函数  $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$  的导数  $y'$  .

3. 设函数  $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2, & x < 0 \\ e^{ax-1}, & x \geq 0 \end{cases}$  , 确定  $a, b$  的值, 使  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导.

五、(共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

1. 求函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ xe^{-x}, & x > 0 \end{cases}$  的单调区间和极值.

2. 求函数  $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  的间断点并判断其类型.

六、(共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

1. 设参数方程  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ , 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$  .

2. 求函数  $f(x) = \frac{1}{x}$  在  $x_0 = -1$  处的  $n$  阶泰勒公式.

七、(共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

1. 设有一块边长为  $a$  的正方形铁皮, 从其各角截去同样的小正方形, 做成一个无盖的方匣, 问截去多少, 方能使做成的匣子容积最大?

2. 设函数  $F(x)$  在  $x = 0$  处可导且  $F(0) = 0$ , 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(1 - \cos x)}{\tan^2 x}$  .

八、(共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

1. 证明: 当  $x > 1$  时,  $e^x > ex$ .

2. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  内可导, 证明: 在  $(a, b)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使

$$\frac{bf(b) - af(a)}{b - a} = f(\xi) + \xi f'(\xi).$$