

Министерство образования Российской Федерации
Архангельский государственный технический университет

А.Е. Алексеев

**ДИАГНОСТИКА НАДЕЖНОСТИ
АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ**

Учебное пособие

Архангельск 2004

Рецензенты:

В.И.Мальгин, проф., д-р техн. наук, «Севмашвтуз»

В. П. Емельянов, доц., канд. техн. наук., АГТУ

УДК 62-192:52(031)

Алексеев А.Е. Диагностика надежности автоматизированных систем: Учебное пособие. - Архангельск: Изд-во ГОУ АГТУ, 2004. - 75 с.

Подготовлены кафедрой автоматизации технологических процессов и производств АГТУ.

Рассмотрены вопросы расчета надежности на различных этапах разработки и эксплуатации технических систем, решения задач оптимального проектирования структур и моделирования процессов функционирования систем с учетом ресурсных и экономических ограничений.

Предназначены для студентов специальности 210200 «Автоматизация технологических процессов и производств» очной формы обучения по дисциплине «Диагностика и надежность автоматизированных систем».

© Архангельский государственный
технический университет, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Устройства управления, учета, контроля, регулирования состоят из элементов: измерительных приборов, реле, усилителей, электронных, гидравлических, пневматических и других типов исполнительных механизмов. В них могут входить вычислительные элементы, запоминающие и другие виды устройств. В этих условиях важно уметь прогнозировать надежность систем и решать задачи согласования надежности оборудования с другими характеристиками технологического процесса производства продукции.

Достоверность расчетов зависит от того, на базе какого числа испытаний они производятся. Чем больше число испытаний, тем выше достоверность, которая оценивается доверительной вероятностью, обычно нормируемой. Различают $P(t)$: 0,99 – высокий уровень; 0,9 – повышенный; 0,8 – средний; 0,7 – пониженный; 0,6 – низкий; 0,5 – очень низкий уровень. Значение интенсивности отказов зависит в различные периоды нормальной эксплуатации элементов и при номинальных режимах снижается по мере совершенствования заводами-изготовителями технологии их производства. Так для транзисторов (полупроводниковых триодов-усилителей) достигнуты значения $\lambda = 10^{-8}$ 1/час и меньше.

Одним из важнейших вопросов в области создания и эксплуатации автоматизированного оборудования является необходимость нормирования надежности машин и систем управления. Небольшая группа менее надежных элементов, работающих с группой высоконадежных элементов, ограничивает общую надежность системы в целом.

Многие реальные системы имеют сложную структуру, которая может и не сводиться к обычным параллельно-последовательным или последовательно-параллельным соединениям. В общем случае такие системы могут представлять собой сети сложной конфигурации. Типичным примером сложной системы являются автоматизированные системы управления (АСУ) или сети ЭВМ, представляющие собой совокупность объектов управления – вычислительных центров различных уровней, объединяемых в единое целое сетью (системой) обмена данными – информационной сетью (ИС), через которую осуществляется целевое взаимодействие объектов управления или ВЦ друг с другом. При этом объекты управления АСУ, являющиеся источниками и получателями информации, являются конечными узлами ИС. Для обеспечения возможности использования различных путей передачи информации между заданными парами этих узлов, а также для увеличения коэффициента использования каналов связи в ИС предусматриваются специальные элементы, называемые узлами коммутации. Показатели эффективности ИС определяются качеством доставки информации. В общем случае тракт передачи данных (ТПД) можно рассматривать как совокупность параллельно включенных непрерывных каналов связи (НКС) различного типа, организованных в линиях связи различного типа с помощью аппаратуры частотного или временного уплотнения, устройств преобразования сигналов (модемов) и устройств повышения достоверности (УПД). Важное значение приобретают вопросы определения основных показателей эффективности интегральных микросхем.

1. Термины и понятия надежности

1.1. Общие понятия

Объект — техническое изделие определенного целевого назначения, рассматриваемое в периоды проектирования, производства, испытаний и эксплуатации.

Надежность — способность объекта выполнять заданные функции. Включает в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации такие свойства, как безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или сочетание этих свойств. Для конкретных объектов и условий эксплуатации эти свойства могут иметь различную относительную значимость.

Система — объект, представляющий собой совокупность элементов, взаимодействующих в процессе выполнения определенного круга задач и взаимосвязанных функционально.

Элемент системы — объект, представляющий собой простейшую часть системы, не имеющий самостоятельного интереса в рамках конкретного рассмотрения.

Долговечность — свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонта.

Ремонтпригодность — свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к предупреждению и обнаружению отказов и повреждений, к восстановлению работоспособности и исправности в процессе технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость — свойство объекта непрерывно сохранять исправное и работоспособное состояние в течение (и после) хранения и (или) транспортирования.

Исправность — состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям, установленным нормативно-технической документацией.

Неисправность — состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований, установленных нормативно-технической документацией.

Работоспособность — состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией. Основные параметры характеризуют функционирование объекта при выполнении поставленных задач и устанавливаются в нормативно-технической документации.

Неработоспособность — состояние объекта, при котором значение хотя бы одного заданного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям, установленным нормативно-технической документацией.

Предельное состояние — состояние объекта, при котором его дальнейшее применение по назначению должно быть прекращено из-за неустранимого нарушения требований безопасности или неустранимого отклонения заданных параметров за установленные пределы, недопустимого увеличения эксплуатационных расходов или необходимости проведения капитального ремонта.

Повреждение — событие, заключающееся в нарушении исправности объекта при сохранении его работоспособности.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособности объекта.

Критерий отказа — отличительный признак или совокупность признаков, согласно которым устанавливается факт возникновения отказа. Признаки (критерии) отказов устанавливаются нормативно-технической документацией на данный объект.

Восстановление — процесс обнаружения и устранения отказа (повреждения) с целью восстановления его работоспособности (исправности).

Восстанавливаемый объект — объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемых условиях.

Невосстанавливаемый объект — объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемых условиях.

Показатель надежности — техническая характеристика, количественным образом определяющая одно или несколько свойств, составляющих надежность объекта.

Наработка — продолжительность или объем работы объекта.

Технический ресурс — наработка объекта от начала его эксплуатации до достижения предельного состояния или капитального (среднего) ремонта или от начала эксплуатации после ремонта (среднего или капитального) до следующего ремонта или достижения предельного состояния.

Срок службы — календарная продолжительность эксплуатации объекта от ее начала или возобновления после капитального или среднего ремонта до наступления предельного состояния.

Срок сохраняемости — календарная продолжительность хранения и (или) транспортирования объекта в заданных условиях, в течение и после которой сохраняются значения установленных показателей (в том числе показателей надежности) в заданных пределах.

Для различных отраслей промышленности имеются свои особенности. Так к их числу для систем энергетики относятся:

- массовый и ответственный характер снабжения продукцией в условиях сплошной электрификации с учетом непрерывности и неразрывного единства процесса производства, передачи и потребления основных видов энергетики;
- многоцелевое использование продукции и наличие категорий потребителей с разными требованиями к качеству продукции, к характеристикам непрерывности (бесперебойности) снабжения;
- сугубо системный характер не только структуры, но и самого единого технологического процесса выполнения основных функций и, следовательно, определяющая роль и непосредственная тесная связь проявлений свойств надежности с качеством продукции, экономической эффективностью, маневренностью, экологической безвредностью и с другими сопряженными свойствами систем энергетики;
- практическое отсутствие или пренебрежимо малая вероятность событий полного отказа системы в целом, а также полного непланового и планового ремонтов системы, что обусловлено наличием большого количества источников и потребителей энергии, наличием большого числа различных видов режимной избыточности систем энергетики;
- значительное взаимное влияние управляемой (защищаемой), управляющей (защищающей) и обслуживающей составляющих систем не только по функциям, но и по состояниям;
- регионально-отраслевое распределение большого числа непрерывно связанных разнородных элементов и процессов, в частности источников снабжения и потребителей;

- значительная взаимная заменяемость как основных частей и видов продукции различных систем энергетики, так и средств обеспечения снабжения потребителей на всех иерархических уровнях.

С учетом этих особенностей имеется ряд дополнительных терминов.

Система энергетики — человеко-машинная система, предназначенная для добычи (производства, получения), переработки (преобразования), передачи, хранения и распределения соответствующей продукции и снабжения потребителей этой продукцией.

Устойчивоспособность — свойство объекта непрерывно сохранять устойчивость в течение некоторого времени.

Режимная управляемость (управляемость) — свойство объекта поддерживать нормальный режим посредством управления.

Живучесть — свойство объекта противостоять локальным возмущениям и отказам, не допуская их каскадного (системного) развития с массовым нарушением питания потребителей.

Безопасность — свойство объекта не допускать ситуаций, опасных для людей и окружающей среды.

Рабочее состояние — состояние объекта, при котором он выполняет все или часть заданных функций в полном или частичном объеме (в отличие от работоспособного состояния, при котором объект способен выполнять все или часть заданных функций).

Частично рабочее состояние — рабочее состояние объекта, при котором он выполняет хотя бы часть заданных функций.

Авария — событие, заключающееся в переходе объекта с одного уровня работоспособности или относительного уровня функционирования на другой, существенно более низкий, с крупным нарушением режима работы объекта.

Резерв мощности (производительности) — разность между располагаемой мощностью (производительностью) объекта и его нагрузкой в данный момент времени при допустимых значениях параметров режима его работы и показателях качества производимой продукции.

Ремонтный резерв — часть резерва мощности (производительности) объекта, предназначенная для компенсации потери его мощности (производительности), вызванной предупредительным ремонтом.

Оперативный резерв — часть резерва мощности (производительности) объекта, предназначенная для компенсации небаланса между производством и потреблением продукции, вызванного отказами элементов объекта, случайным и непредвиденным увеличением потребления продукции.

Аварийный резерв — часть оперативного резерва объекта, предназначенная для компенсации потери его мощности (производительности), вызванной отказами элементов объекта.

Резерв продукции (запас продукции) — количество накопленной продукции сверх необходимой для компенсации дефицита мощности в течение определенного интервала времени.

Технологический резерв — резерв мощности и (или) резерв продукции потребителя, которые могут быть использованы для предотвращения остановки технологического процесса потребителя при нарушении его снабжения.

1.2. Характеристики отказов

Внезапный отказ — отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких основных параметров объекта. Внезапный отказ обычно является следствием постепенного накопления неисправностей и повреждений.

Постепенный отказ — отказ, характеризующийся постепенным изменением значений одного или нескольких основных параметров объекта.

Независимый отказ элемента — отказ элемента объекта, не обусловленный повреждениями и отказами других элементов объекта.

Зависимый отказ элемента — отказ элемента объекта, обусловленный повреждениями или отказами других элементов объекта.

Полный отказ — отказ, после возникновения которого использование объекта по назначению возможно, но при этом значения одного или нескольких основных параметров находятся вне допустимых пределов, т. е. работоспособность объекта понижена.

Перебегающий отказ — многократно возникающий и самоустраниющийся отказ одного и того же характера.

Конструкционный отказ — отказ, возникающий вследствие ошибок конструктора (или несовершенства существующих у разработчика методов конструирования).

Производственный отказ — отказ, возникающий вследствие нарушения или несовершенства технологического процесса изготовления объекта или комплектующего изделия.

Эксплуатационный отказ — отказ, возникающий вследствие нарушения установленных правил эксплуатации или вследствие влияния непредусмотренных внешних воздействий.

Классификация отказов приведена в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Классификация отказов

Признак классификации	Вид отказа
Характер изменения основного параметра объекта до момента возникновения отказа	Внезапный
	Постепенный
Возможность последующего использования объекта после возникновения его отказа	Полный
	Частичный
Связь между отказами	Независимый
	Зависимый
Устойчивость неработоспособности	Устойчивый
	Самоустраниющийся
Наличие внешних проявлений отказа	Очевидный (явный)
Причина возникновения отказа: – при конструировании (ошибка конструктора,	Конструкционный

несовершенство принятых методов конструирования) – при изготовлении (ошибка при изготовлении – нарушение принятой технологии, несовершенство технологии) – при эксплуатации (нарушение правил эксплуатации, внешние воздействия, не свойственные нормальной эксплуатации)	Производственный Эксплуатационный
Природа происхождения	Естественный
	Искусственный

1.3. Резервирование

Резервирование — метод повышения надежности объекта введением дополнительных элементов и функциональных возможностей сверх минимально необходимых для нормального выполнения объектом заданных функций.

Структурное резервирование — метод повышения надежности объекта, предусматривающий использование избыточных элементов, входящих в физическую структуру объекта.

Временное резервирование — метод повышения надежности объекта, предусматривающий использование избыточного времени, выделенного для выполнения задач.

Информационное резервирование — метод повышения надежности объекта, предусматривающий использование избыточной информации сверх минимально необходимой для выполнения задач.

Функциональное резервирование — метод повышения надежности объекта, предусматривающий использование способности элементов выполнять дополнительные функции вместо основных или наряду с ними.

Нагрузочное резервирование — метод повышения надежности объекта, предусматривающий использование способности его элементов воспринимать дополнительные нагрузки сверх номинальных.

Основной элемент — элемент основной физической структуры объекта, минимально необходимой для нормального выполнения объектом его задач.

Резервный элемент — элемент, предназначенный для обеспечения работоспособности объекта в случае отказа основного элемента.

Общее резервирование — резервирование, при котором резервируется объект в целом.

Раздельное резервирование — резервирование, при котором резервируются отдельные элементы объекта или их группы.

Скользящее резервирование — резервирование замещением, при котором группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент в данной группе.

Нагруженный резерв — резервный элемент, находящийся в том же режиме, что и основной.

Облегченный резерв — резервный элемент, находящийся в менее нагруженном режиме, чем основной.

Ненагруженный резерв — резервный элемент, практически не несущий нагрузок.

Восстанавливаемый резерв — резервный элемент, работоспособность которого в случае отказа подлежит восстановлению в процессе функционирования объекта.

Невосстанавливаемый резерв — резервный элемент, работоспособность которого в случае отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемых условиях функционирования объекта.

Кратность резервирования — отношение числа резервных элементов к числу резервируемых элементов объекта.

Дублирование — резервирование, при котором одному основному элементу придается один резервный.

1.4. Показатели безотказности и ремонтпригодности

Наработка до отказа — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет (при условии работоспособности в начальный момент времени).

Средняя наработка до отказа — математическое ожидание случайной наработки объекта до первого отказа.

Средняя наработка между отказами — математическое ожидание случайной наработки объекта между отказами.

Средняя наработка на отказ — отношение наработки восстанавливаемого объекта за некоторый период времени к математическому ожиданию числа отказов в течение этой наработки.

Заданная наработка — наработка, в течение которой объект должен безотказно работать для выполнения своих функций.

Среднее время простоя — математическое ожидание случайного времени вынужденного нерегламентированного пребывания объекта в состоянии неработоспособности.

Среднее время восстановления — математическое ожидание случайной продолжительности восстановления работоспособности (собственно ремонта).

Вероятность восстановления — вероятность того, что фактическая продолжительность восстановления работоспособности объекта не превысит заданной.

Показатель технической эффективности функционирования — мера качества собственно функционирования объекта или целесообразности использования объекта для выполнения заданных функций.

Коэффициент сохранения эффективности — показатель, характеризующий влияние степени надежности элементов объекта на техническую эффективность, представляемый в виде отношения показателя технической эффективности функционирования при реальной надежности к максимально возможному значению этого показателя (т. е. соответствующему состоянию полной работоспособности всех элементов объекта).

Нестационарный коэффициент готовности — вероятность того, что объект окажется работоспособным в заданный момент времени, отсчитываемый от начала работы (или от

другого строго определенного момента времени), для которого известно начальное состояние этого объекта.

Средний коэффициент готовности — усредненное на заданном интервале времени значение нестационарного коэффициента готовности.

Стационарный коэффициент готовности (коэффициент готовности) — вероятность того, что восстанавливаемый объект окажется работоспособным в произвольно выбранный момент времени в установившемся процессе эксплуатации.

Нестационарный коэффициент оперативной готовности — вероятность того, что объект, находясь в режиме ожидания, окажется работоспособным в заданный момент времени, отсчитываемый от начала работы (или от другого строго определенного момента времени), и начиная с этого момента времени будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

Средний коэффициент оперативной готовности — усредненное на заданном интервале значение нестационарного коэффициента оперативной готовности.

Стационарный коэффициент оперативной готовности (коэффициент оперативной готовности) — вероятность того, что восстанавливаемый объект окажется работоспособным в произвольный момент времени и с этого момента времени будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

Коэффициент технического использования — отношение средней наработки объекта в единицах времени за некоторый период эксплуатации к сумме средних значений наработки, времени простоя, обусловленного техническим обслуживанием, и времени ремонтов за тот же период эксплуатации.

Интенсивность отказов — условная плотность вероятности отказа восстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Параметр потока отказов — плотность вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени. Параметр потока отказа может быть определен как отношение числа отказов объекта за определенный интервал времени к длительности этого интервала при ординарном потоке отказов.

Интенсивность восстановления — условная плотность вероятности восстановления работоспособности объекта, определенная для рассматриваемого момента времени, при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

1.5. Показатели долговечности и сохраняемости

Гамма-процентный ресурс — наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью $1 - \gamma$.

Средний ресурс — математическое ожидание ресурса.

Назначенный ресурс — суммарная наработка объекта, при достижении которой эксплуатация должна быть прекращена независимо от его состояния.

Средний ремонтный ресурс — средний ресурс между смежными капитальными ремонтами объекта.

Средний ресурс до списания — средний ресурс объекта от начала эксплуатации до его списания.

Средний ресурс до капитального ремонта — средний ресурс от начала эксплуатации объекта до его первого капитального ремонта.

Гамма-процентный срок службы — срок службы, в течение которого объект не достигает предельного состояния с вероятностью $1 - \gamma$.

Средний срок службы — математическое ожидание срока службы.

Средний межремонтный срок службы — средний срок службы между смежными капитальными ремонтами объекта.

Средний срок службы до капитального ремонта — средний срок службы от начала эксплуатации объекта до его первого капитального ремонта.

Средний срок службы до списания — средний срок службы от начала эксплуатации объекта до его списания.

Гамма-процентный срок сохраняемости — продолжительность хранения, в течение которой у объекта сохраняются установленные показатели с заданной вероятностью $1 - \gamma$.

Средний срок сохраняемости — математическое ожидание срока сохраняемости.

1.6. Показатели надежности

Существуют две формы представления показателей надежности: вероятностная и статистическая. Вероятностная форма обычно бывает удобнее при априорных аналитических расчетах надежности, статистическая - при экспериментальном исследовании надежности технических объектов.

Процесс эксплуатации объекта с восстановлением можно представить как последовательность интервалов работоспособности ξ_i , чередующихся с интервалами простоя η_i , т.е. $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2, \dots$. Математической моделью процесса эксплуатации объекта может стать соответствующий случайный процесс.

1.6.1. Невосстанавливаемые объекты

Предварительно введем следующие обозначения:

$f_1(t)$ — плотность распределения $F_1(t)$;

$F_1(t) = P\{\xi_1 \leq t\}$ — распределение времени до первого отказа;

$n(t)$ — число отказавших объектов к моменту t ;

$N(t)$ — число работоспособных объектов к моменту t ;

$\Delta n(t, t')$ — число объектов, отказавших в интервале времени $[t, t']$;

ξ_1 — случайная наработка объекта до первого отказа;

$\xi_1^{(i)}$ — реализация случайной величины ξ_1 для i -го объекта.

1. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от 0 до t_0 :

а). Вероятностное определение

$$P(t_0) = P(0; t_0) = P\{\xi_1 \geq t_0\} = 1 - n(t_0) / N(0),$$

т. е. $P(t_0)$ — вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени работы t_0 , начав работать в момент времени $t = 0$, или вероятность того, что наработка до отказа окажется больше заданного времени работы;

б). Статистическое определение

$$\bar{P}(t_0) = N(t_0) / N(0) = 1 - n(t_0) / N(0),$$

т. е. $\bar{P}(t_0)$ — отношение числа объектов, безотказно проработавших до момента времени t_0 , к числу объектов, исправных в начальный момент времени $t = 0$, или частота события, состоящего в том, что реализация времени работы объекта до отказа окажется больше заданного времени работы t_0 .

Иногда сама выполняемая объектом задача имеет случайную длительность ζ , характеризующуюся своей функцией распределения $W(t) = P\{t, \Delta t\}$. В этом случае полная вероятность безотказной работы объекта за время выполнения задачи

$$P_0 = \int_0^{\infty} P(t) dW(t).$$

2. Вероятность отказа объекта в интервале времени от 0 до t_0 определяется как дополнительная к вероятности безотказной работы, т. е.

$$Q(t_0) = 1 - P(t_0); \quad \bar{Q}(t_0) = 1 - \bar{P}(t_0).$$

3. Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от t до $t + t_0$:

а). Вероятностное определение

$$P(t, t + t_0) = P\{\xi_1 \geq t + t_0 \mid \xi_1 > t\} = P(0, t + t_0) / P(0, t) = P(t + t_0) / P(t),$$

т. е. $P(t, t + t_0)$ — вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени работы t_0 , начинающегося с момента времени t , или условная вероятность того, что случайная наработка объекта до отказа окажется больше величины $t + t_0$ при условии, что объект уже проработал безотказно до момента времени t ;

б). Статистическое определение

$$\bar{P}(t, t + t_0) = N(t + t_0) / N(t),$$

т. е. $\bar{P}(t, t + t_0)$ — отношение числа объектов, проработавших до момента времени $t + t_0$ к числу объектов, исправных к моменту времени t , или частота события, состоящего в том, что реализация наработки объекта до отказа окажется больше $t + t_0$ при условии, что эта реализация больше величины t .

4. Вероятность отказа объекта в интервале времени от t до $t + t_0$ определяется как дополнительная к соответствующей вероятности, т. е.

$$Q(t, t+t_0) = 1 - P(t, t+t_0) = \frac{P(t) - P(t+t_0)}{P(t)};$$

$$\bar{Q}(t, t+t_0) = 1 - \bar{P}(t, t+t_0).$$

5. Плотность распределения отказов:

а). Вероятностное определение

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) = \frac{d}{dt} Q(t) = -\frac{d}{dt} P(t),$$

т. е. $f(t)$ — плотность вероятности того, что время работы объекта до отказа окажется меньше t , или плотность вероятности отказа к моменту времени t .

б). Статистическое определение

$$\bar{f}(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(0) \cdot \Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{N(0) \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N(0) \cdot \Delta t},$$

т. е. $\bar{f}(t)$ — отношение числа отказов в интервале времени $[t, t + \Delta t]$ к произведению числа исправных объектов в начальный момент времени $t = 0$ на длительность интервала времени Δt .

6. Интенсивность отказов объекта в момент времени t :

а). Вероятностное определение

$$\lambda(t) = \frac{1}{1 - F(t)} \frac{d}{dt} F(t) = \frac{f(t)}{P(t)},$$

т. е. $\lambda(t)$ — условная плотность вероятности отказа объекта к моменту времени t при условии, что до этого момента отказ изделия не произошёл.

б). Статистическое определение

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{N(t) \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n(t, t + \Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t},$$

т. е. $\bar{\lambda}(t)$ — отношение числа отказов в интервале времени $[t, t + \Delta t]$ к произведению числа исправных объектов в момент времени t на длительность интервала времени Δt .

7. Средняя наработка объекта до отказа:

а). Вероятностное определение

$$T_1 = M \{ \xi_1 \} = \int_0^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x dQ(x) = \int_0^{\infty} P(x) dx,$$

т. е. T_1 — математическое ожидание (среднее значение) наработки до отказа.

б). Статистическое определение

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{N(0)} (\xi_1^{(1)} + \xi_1^{(2)} + \dots + \xi_1^{[N(0)]}) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} \xi_1^{(i)}$$

или

$$\bar{T}_1 = \xi_1^{(1)} + \frac{N(0)-1}{N(0)} [\xi_1^{(2)} - \xi_1^{(1)}] + \dots + \frac{1}{N(0)} [\xi_1^{[N(0)]} - \xi_1^{[N(0)-1]}].$$

1.6.2. Восстанавливаемые объекты

Для восстанавливаемых объектов приводятся только дополнительные показатели надежности. Все показатели для невозстанавливаемых объектов также могут быть применимы для характеристики восстанавливаемых объектов, повторно они не приводятся.

Введем дополнительные обозначения: $g(t)$ — плотность распределения $G(t)$; $G(t) = P\{\eta \leq t\}$ — распределение времени восстановления; $n(t, t')$ — число объектов, неработоспособных в момент t или отказавших хотя бы один раз в интервале $[t, t']$; $n_b(t)$ — число объектов, восстановление которых длилось меньше; $N(t, t')$ — число объектов, работоспособных в момент t и не проработавших безотказно до t' ; $N_b(t)$ — число объектов, восстановление которых длилось больше t ; t_∞ — произвольный “достаточно удаленный” момент времени, соответствующий стационарному режиму случайного процесса; $\Delta n_b(t, t')$ — число объектов, восстановление которых длилось больше t , но меньше t' ; ξ_k — случайное время работы (случайная наработка) объекта перед k -м отказом (после $(k-1)$ -го восстановления); $\xi_k^{(i)}$ — реализация ξ_k для i -го объекта; η_k — случайное время восстановления (простоя) объекта после k -го отказа; $\eta^{(i)}$ — i -я реализация времени восстановления.

1. Средняя наработка между отказами:

а). Вероятностное определение

$$T = T_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} M\{T_k\} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k T_j,$$

т. е. T — математическое ожидание предельного значения наработки между отказами для стационарного процесса.

Здесь T_k — средняя наработка объекта от момента окончания $(k-1)$ -го восстановления до k -го отказа, определяемая как

$$T_k = M\{\xi_k\} = \int_0^\infty t f_k(t) dt = \int_0^\infty t dQ_k(t) = \int_0^\infty P_k(t) dt,$$

т. е. T_k — математическое ожидание (среднее значение) наработки объекта от момента окончания $(k - 1)$ -го отказа;

б. Статистическое определение

$$\bar{T}_k = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} \{\theta_k^{(i)} | k\} \gg 1\}$$

т. е. \bar{T}_k — среднее арифметическое реализаций времени работы до k -го отказа при «достаточно большом» k .

Для \bar{T} при произвольном фиксированном k справедливо следующее статистическое определение:

$$\bar{T}_k = \frac{1}{N(0)} (\xi_k^{(1)} + \xi_k^{(2)} + \dots + \xi_k^{[N(0)]}) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} \xi_k^{(i)}$$

или

$$\begin{aligned} \bar{T}_k &= \xi_k^{(1)} + \frac{N(0)-1}{N(0)} [\xi_k^{(2)} - \xi_k^{(1)}] + \dots + \frac{1}{N(0)} [\xi_k^{[N(0)]} - \xi_k^{[N(0)-1]}] = \\ &= \sum_{i=1}^{N(0)} \frac{N(0)-i+1}{N(0)} [\xi_k^{(i)} - \xi_k^{(i-1)}], \end{aligned}$$

где принято, что $\xi_k^{(1)} \leq \xi_k^{(2)} \leq \dots \leq \xi_k^{[N(0)]}$, причем $\xi_k^{(0)} = 0$. Здесь $N(0)$ — общее число объектов, начавших работать после $(k - 1)$ -го восстановления; $\xi_k^{(i)}$ — реализация времени работы после $(k - 1)$ -го восстановления до k -го отказа для i -го изделия (в порядке поступления отказов); T_k — среднее арифметическое реализаций наработки объектов от момента окончания $(k - 1)$ -го восстановления до k -го отказа.

2. Параметр потока отказов:

а). Вероятностное определение (для стационарного ординарного потока отказов)

$$\lambda = 1/T,$$

т. е. λ , — математическое ожидание числа отказов объекта с восстановлением в единицу времени для установившегося процесса эксплуатации.

б). Статистическое определение

$$\bar{\lambda} = 1/\bar{T},$$

т. е. $\bar{\lambda}$ — среднее число отказов объекта с восстановлением в единицу времени.

В теории надежности в отличие от теории массового обслуживания, как правило, не приходится различать интенсивность и параметр потока отказов, так как поток отказов физически является всегда ординарным.

3. Средняя наработка на отказ:

а). Вероятностное определение

$$T(t_0) = \frac{t_0}{M\{n(t_0)\}},$$

т. е. $T(t_0)$ — отношение суммарной наработки t_0 за заданный период времени к математическому ожиданию числа отказов за это же время,

б). Статистическое определение

$$\bar{T}(t_0) = \frac{t_0}{n(t_0)} = \frac{1}{n(t_0)} \left[\sum_{k=1}^{n(t_0)} \bar{T}_k + \zeta \right],$$

т. е. $T(t_0)$ — отношение суммарной наработки t_0 за время наблюдения за объектом к наблюдаемому числу отказов за это же время, где ζ — наработка объекта от момента устранения последнего отказа до окончания наблюдения за объектом.

4. Среднее время восстановления объекта:

а). Вероятностное определение

$$\tau = M\{\eta\} = \int_0^{\infty} t \cdot g(t) dt = \int_0^{\infty} t dG(t) = \int_0^{\infty} [1 - G(t)] dt,$$

т. е. τ - математическое ожидание (среднее значение) времени восстановления объекта;

б). Статистическое определение

$$\bar{\tau} = \frac{1}{N(0)} (\eta^{(1)} + \eta^{(2)} + \dots + \eta^{[N(0)]}) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} \eta^{(i)}$$

или

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \eta^{(1)} + \frac{N(0)-1}{N(0)} [\eta^{(2)} - \eta^{(1)}] + \dots + \frac{1}{N(0)} [\eta^{[N(0)]} - \eta^{[N(0)-1]}] = \\ &= \sum_{i=1}^{N(0)} \frac{N(0)-i+1}{N(0)} [\eta^{(i)} - \eta^{(i-1)}], \end{aligned}$$

где $\eta^{(1)} \leq \eta^{(2)} \leq \dots \leq \eta^{[N(0)]}$, причем $\eta^{(0)} = 0$; $\bar{\tau}$ — среднее арифметическое реализаций времени восстановления.

5. Интенсивность восстановления объекта в момент времени t , отсчитываемый от момента начала восстановления:

а). Вероятностное определение

$$\mu(t) = \frac{g(t)}{1 - G(t)},$$

т. е. $\mu(t)$ — условная плотность вероятности восстановления объекта в момент времени t , отсчитываемого от момента начала восстановления, при условии, что до момента времени t восстановления объекта не произошло;

б). Статистическое определение

$$\bar{\mu}(t) = \frac{n_s(t + \Delta t) - n_s(t)}{N_s(t) \cdot \Delta t} = \frac{N_s(t + \Delta t) - N_s(t)}{N_s(t) \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n_s(t, t + \Delta t)}{N_s(t) \cdot \Delta t},$$

т. е. $\bar{\mu}(t)$ — отношение числа восстановлений в интервале времени $[t, t + \Delta t]$ к произведению числа объектов, еще не восстановленных к моменту t , на длительность интервала времени Δt .

6. Нестационарный коэффициент оперативной готовности:

а). Вероятностное определение

$$R(t, t + \Delta t) = \sum_{k=1}^{\infty} P \left\{ \sum_{i=0}^k (\xi_i + \eta_i) < t < t + t_0 \leq \xi_{k+1} + \sum_{i=0}^k (\xi_i + \eta_i) \right\} = \\ = \sum_{k=1}^{\infty} P \{ [t, t + t_0] \in \theta_k \}$$

т. е. $R(t, t + \Delta t)$ - вероятность того, что объект окажется работоспособным в момент t и проработает безотказно в течение заданного времени t_0 , начиная с этого момента, или вероятность того, что интервал времени $[t, t + t_0]$ целиком попадает внутрь одного из интервалов θ_k , $k = 1, 2, \dots$;

б). Статистическое определение

$$\bar{R}(t, t + t_0) = \frac{N(0) - n(t, t + t_0)}{N(0)} = \frac{N(t, t + t_0)}{N(0)},$$

т. е. $\bar{R}(t, t + t_0)$ — отношение числа объектов, работоспособных в момент времени t и проработавших безотказно до момента времени $t + t_0$, к общему числу объектов в момент времени t .

Этот показатель для восстанавливаемых объектов определяется иначе, чем для невозстанавливаемых.

7. Стационарный коэффициент оперативной готовности, или стационарная вероятность безотказной работы объекта в течение заданного времени работы t_0 (обычно называется коэффициентом оперативной готовности):

а). Вероятностное определение

$$R(t_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + t_0),$$

т. е. $R(t_0)$ — вероятность того, что объект проработает безотказно в течение заданного времени t_0 , начиная с произвольного «достаточно удаленного» момента времени.

Для любых распределений наработки между отказами и времени восстановления, имеющих конечные средние значения T и τ соответственно, всегда можно записать

$$R(t_0) = \frac{1}{T + \tau} \int_{t_0}^{\infty} P_{\infty}(t) dt,$$

где $P_{\omega}(t) = 1 - F_{\omega}(t)$, ($F_{\omega}(t)$ — функция распределения наработки между отказами);

б). Статистическое определение

$$\bar{R}(t_0) = \frac{N(t_{\omega}, t_{\omega} + t_0)}{N(0)},$$

т. е. $\bar{R}(t_0)$ — отношение числа объектов, исправных в произвольный «достаточно удаленный» момент времени и проработавших затем безотказно в течение заданного времени t_0 , к общему числу объектов.

8. Нестационарный коэффициент готовности объекта:

а). Вероятностное определение

$$K(t) = \sum_{i=1}^{\omega} P \left\{ \sum_{k=0}^i (\xi_k + \eta_k) < t < \sum_{k=0}^i (\xi_k + \eta_k) + \xi_{i+1} \right\}$$

или

$$K(t) = R(t, t_0 = 0),$$

т. е. $K(t)$ — вероятность того, что в момент времени t объект находится в состоянии работоспособности (при известных начальных условиях в момент $t = 0$);

б). Статистическое определение

$$\bar{K}(t) = N(t) / N(0) = 1 - n(t) / N(0),$$

т. е. $\bar{K}(t)$ — отношение числа объектов, находящихся в момент времени t в состоянии работоспособности, к общему числу объектов.

9. Нестационарный средний коэффициент готовности объекта:

а). Вероятностное определение

$$K^*(t) = \frac{1}{t} \int_0^t K(x) dx,$$

т. е. $K^*(t)$ — математическое ожидание отношения времени, в течение которого объект находится в соответствии работоспособности в интервале $[0, t]$, ко всей длительности этого интервала;

б). Статистическое определение

$$\bar{K}^*(t) = \frac{1}{t \cdot N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} \sum_k (\xi_k^{(i)} | \xi_k^{(i)} \in [0, t]) = \frac{1}{t \cdot N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} s_i(t),$$

где $s_i(t)$ — суммарная наработка i -го объекта за время t , т. е. $\bar{K}^*(t)$ — среднее арифметическое суммарных наработок объектов за время t .

10. Стационарный коэффициент готовности объекта (для краткости обычно называется коэффициентом готовности):

а). Вероятностное определение

$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} K(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K^*(t), \text{ или } K = R(t_0 = 0),$$

т. е. K — вероятность нахождения объекта в состоянии работоспособности для стационарного случайного процесса (т.е. в произвольный и достаточно удаленный момент времени) или математическое ожидание отношения времени (для стационарного случайного процесса), в течение которого объект находится в состоянии работоспособности в некотором интервале, ко всей длительности этого интервала.

Для любых распределений наработки между отказами и времени восстановления, имеющих конечные средние значения T_∞ и τ соответственно, всегда можно записать

$$K = T_\infty / (T_\infty + \tau);$$

б). Статистическое определение

$$\bar{K} = N(t_\infty) / N(0) = 1 - n(t_\infty) / N(0),$$

т. е. \bar{K} — отношение числа объектов, находящихся в состоянии работоспособности в произвольный достаточно удаленный момент времени, к общему числу объектов.

1.6.3. Специальные показатели

В последнее время с появлением современных сложных систем, применяющих вычислительные средства, для многих практических расчетов надежности стали использоваться специальные показатели, основными из которых являются:

- 1) вероятность заданной суммарной наработки за фиксированное календарное время t ;
- 2) вероятность наличия не менее чем заданного интервала безотказной работы за фиксированное суммарное время t ;
- 3) вероятность наличия не менее чем заданного интервала безотказной работы за фиксированное календарное время t ;
- 4) вероятность отсутствия интервала простоя, большего допустимой величины, за фиксированное суммарное время простоя t ;
- 5) вероятность отсутствия интервала простоя, большего допустимой величины, за фиксированное календарное время t .

Первый показатель оказывается важным для тех систем, которые допускают перерывы в работе и могут продолжать выполнение своих функций начиная с любого момента. Эти системы имеют своеобразный временной резерв: для них важно, чтобы за требуемое время суммарная наработка системы составила бы не менее заданной

величины (или, иными словами, чтобы суммарное время простоя не превышало определенной величины). К подобного рода системам можно отнести системы, выпускающие какую-либо массовую однородную продукцию, когда объем выпуска зависит только лишь от длительности суммарной наработки.

Второй показатель используется для оценки надежности систем, которые имеют возможность повторных попыток выполнения задачи. Эти системы также характеризуются определенной временной избыточностью; необходимо, чтобы система за требуемое время t проработала непрерывно хотя бы один раз в течение интервала времени, достаточного для выполнения задачи.

Третий показатель является частным случаем второго. Он получается в предположении малости суммарного времени простоя по сравнению с периодом t . Для математических моделей в этом случае делается предположение о мгновенном восстановлении объекта после отказа.

Первые два показателя можно использовать для оценки ЭВМ, в которых после сбоя или отказа возможно повторное выполнение прежней программы. Третий показатель полезен для описания систем, которым свойственна своеобразная “инерционность” в процессе функционирования: эти системы не чувствительны к достаточно кратковременным перерывам. Примерами могут служить средства обработки траекторий управляемых объектов, у которых допускается экстраполяция координат при пропадании ограниченного количества данных.

1. Вероятность заданной суммарной наработки a за фиксированное время t :

а). Вероятностное определение

$$A(a, t) = P\{s(t) \geq a\},$$

где a — заданный уровень суммарной наработки; $s(t)$ — суммарная наработка за время t .

Таким образом, $A(a, t)$ — вероятность того, что суммарная наработка объекта за время t превысит заданную величину t_0 .

б). Статистическое определение

$$A(a, t) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} [s_i(t)]_a,$$

где $s_i(t)$ — суммарная наработка i -го объекта за время t ,

$$[s_i(t)] = \begin{cases} 1, & \text{если } s_i(t) \geq a \\ 0, & \text{если } s_i(t) < a \end{cases}$$

Таким образом, $\bar{A}(a, t)$ — отношение числа объектов, суммарная наработка которых за время t превысила величину a , к общему числу объектов.

2. Вероятность наличия интервала безотказной работы, большего заданной величины b , за фиксированное календарное время t :

а). Вероятностное определение

$$B(b, t) = P\{\exists \xi_i \geq b \mid \xi_i \in [0, t]\},$$

где ξ_i — интервал безотказной работы (включая часть незавершенного последнего интервала ξ_i^*), т. е. $B(b, t)$ — вероятность того, что за наработку t появится хотя бы один интервал безотказной работы ξ_i (включая часть незавершенного последнего интервала ξ_i^*), больший заданной величины b ;

б). Статистическое определение

$$B(t_0, t) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} [\{\xi, \eta\}_i]_b,$$

где $\{\xi, \eta\}_i$ — реализация последовательности интервалов безотказной работы и простоя для i -го объекта за время t .

Таким образом, $\bar{B}(b, t)$ — доля общего числа объектов, у которых в реализации процесса функционирования за время t окажется хотя бы один интервал безотказной работы θ_j (включая возможную часть незавершенного последнего интервала θ_j^*), больший заданной величины.

3. Вероятность наличия интервала безотказной работы, большего заданной величины b , за фиксированную суммарную наработку t :

а). Вероятностное определение

$$B^*(b, t) = P\{\exists \xi_i \geq b \mid s(t) = t, \xi_i \in [0, t]\},$$

где ξ_i — любой интервал безотказной работы, включая в данном случае и часть незавершенного последнего интервала ξ_i^* , т. е. $B^*(b, t)$ — вероятность того, что за суммарную наработку t появится хотя бы один интервал безотказной работы ξ_i (включая и часть незавершенного последнего момента ξ_i^*), больший заданной величины b (\exists — квантор «существует»);

б). Статистическое определение

$$\bar{B}^*(b, t) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} [\{\xi\}_i]_b,$$

где $\{\xi\}_i$ — реализация последовательности интервалов безотказной работы для i -го объекта за время t^* при условии, что восстановление отказов мгновенно.

Таким образом, $\bar{B}^*(b, t)$ — доля общего числа объектов, у которых в реализации процесса функционирования за суммарную наработку t окажется хотя бы один интервал

безотказной работы ξ_i (включая часть незавершенного последнего интервала ξ^*), больший заданной величины b .

4. Вероятность отсутствия интервала простоя, большего допустимой величины c , за фиксированное суммарное время простоя t :

а). Вероятностное определение

$$C^*(c, t) = P\{\forall \eta_i < c \mid s_B(t) = t, \eta_i \in [0, t]\},$$

где η_i — интервал простоя (включая часть незавершенного последнего интервала η^*); $s_B(t)$ — суммарное время простоя, т. е. $C^*(c, t)$ — вероятность того, что за суммарное время простоя не появится ни одного интервала простоя η_i (включая часть незавершенного последнего интервала η^*), большего заданной величины c (\forall —квантор «для всех»);

б). Статистическое определение

$$\overline{C}^*(c, t) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} [\{\eta\}_i]_c,$$

где $\{\eta\}_i$ — реализация последовательности интервалов простоя для i -го объекта за суммарное время простоя t ,

$$[\{\eta\}_i]_c = \begin{cases} 1, & \text{если за время } t \text{ в } \{\eta\}_i \text{ не существует ни одного} \\ & \text{интервала } \xi_i \text{ (включая часть незавершенного последнего} \\ & \text{интервала } \eta^*), \text{ большего } c, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Таким образом, $C^*(c, t)$ — доля общего числа объектов, у которых в реализации времени простоя за суммарное время простоя t не окажется ни одного интервала простоя ξ (включая часть незавершенного последнего интервала η^*), большего заданной величины c .

5. Вероятность отсутствия интервала простоя, большего допустимой величины c , за фиксированное календарное время t :

а). Вероятностное определение

$$C(c, t) = P\{\forall \eta_i < c \mid \eta_i \in [0, t]\},$$

где η_i — интервал простоя (включая часть незавершенного последнего интервала η^*), т. е. $C(c, t)$ — вероятность того, что за время t не появится ни одного интервала простоя η_i (включая возможную часть незавершенного последнего интервала η^*), большего c ;

б). Статистическое определение

$$\bar{C}(c, t) = \frac{1}{N(0)} \sum_{i=1}^{N(0)} [\{\xi, \eta\}_i]_c$$

где $\{\xi, \eta\}_i$ — реализация последовательности интервалов безотказной работы и простоя для 1-го объекта за время t ,

$$[\{\xi, \eta\}_i]_c = \begin{cases} 1, \text{ если за время } t \text{ в } \{\theta, \eta\} \text{ не существует ни одного} \\ \text{интервала } \eta_j \text{ (включая возможную часть незавершенного} \\ \text{последнего интервала } \eta^*), \text{ большего } c, \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Таким образом, $\bar{C}(c, t)$ — доля общего числа объектов, у которых в реализации процесса функционирования за время t не окажется ни одного интервала простоя η_j (включая возможную часть незавершенного последнего интервала η^*), большего c .

1.7. Выбор показателей надежности системы

Выбор показателей надежности является конкретной задачей, решение которой существенным образом зависит от характера технического объекта, его назначения и общих требований к процессу и результатам его функционирования. Показатели надежности в зависимости от уровня рассматриваемого объекта принято подразделять на оперативные и технические. Оперативные показатели надежности — это показатели, характеризующие качество функционирования системы с точки зрения потребителя. Технические показатели имеют своеобразный «технологический» характер. Они нужны для использования в дальнейших расчетах или статистических оценках. Эти показатели назначаются для подсистем (элементов). Например, если дублированную систему удобно характеризовать коэффициентом готовности (оперативный показатель), то каждый из резервных элементов удобнее характеризовать техническими показателями — распределениями наработки и времени восстановления (или их основными параметрами, например математическими ожиданиями), поскольку именно они позволяют рассчитать показатель надежности системы в целом с учетом особенностей эксплуатации и технического обслуживания.

Выбор вида показателей зависит в основном от общего назначения системы, но на него может влиять также и степень важности или ответственности функций, выполняемых системой. Выбирая показатели надежности для технического объекта, следует иметь в виду следующие рекомендации:

- общее число показателей надежности должно быть по возможности минимальным;
- следует избегать сложных комплексных показателей, получаемых в виде каких-либо сверток критериев (например, взвешиванием с различными «весами»);
- выбранные показатели надежности должны иметь простой физический смысл;
- выбранные показатели надежности должны допускать возможность проведения подтверждающих (поверочных) оценок на этапе проектирования (аналитических расчетов или имитационного моделирования);

- выбранные показатели надежности должны допускать возможность статистической (опытной) оценки при проведении специальных испытаний или по результатам эксплуатации;
- выбранные показатели должны допускать задание норм надежности в количественной форме.

1.8. Задание требований по надежности

1.8.1. Предварительные замечания

При задании требований по надежности следует различать технические объекты трех уровней:

системы — технические объекты, выполняющие определенные самостоятельные функции и характеризуемые оперативно-техническими показателями надежности и эффективности функционирования;

подсистемы — технические объекты, входящие в состав системы, выполняющие частные функциональные задачи и характеризуемые в основном техническими показателями надежности;

элементы — технические объекты, представляющие собой элементную базу подсистем.

1.8.2. Задание требований на систему

1. Экспертное (директивное) задание требований основывается только на общей инженерной интуиции и практическом опыте, а поэтому не требует каких-либо особых комментариев.

2. Задание требований по прототипу основывается на анализе имеющейся статистической информации по надежности уже существующих технических объектов, близких к рассматриваемому по назначению, структуре или элементной базе. Требования по надежности в этом случае задаются с учетом возможного роста надежности элементной базы, масштаба рассматриваемой системы по сравнению с прототипом, условий функционирования и т. п. Такой прогноз в значительной степени также опирается на экспертные оценки, однако подтверждается конкретными фактическими данными.

3. Задание оптимального уровня надежности возникает только в том случае, когда:

- выходной эффект от функционирования системы измерим в тех же (обычно-стоимостных) единицах, что и затраты на ее создание;
- достоверно известны исходные данные о надежности элементной базы;
- полностью определены принципы построения структуры, так и процессов функционирования (возможность резервирования, использование различной элементной базы, режим использования, регламент технического обслуживания и т. п.).

Задание требований сводится к максимизации целевой функции вида

$$F_k(R) = E_k(R) - C_k(R),$$

где R — показатель надежности системы, зависящий от выбранного k -го варианта структуры системы S_k и от надежности элементов i -го типа r_i , т. е.

$$R = R(S_k, r_i), \quad k = 1, \dots, m, i = 1, \dots, n,$$

где m — число рассматриваемых вариантов структуры, n — число различных комплектующих элементов; $E_k(R)$ — выходной эффект от функционирования k -го варианта системы в стоимостном выражении при уровне надежности R ; $C_k(R)$ — затраты на обеспечение уровня надежности, равного R , для k -го варианта системы.

Для всякого фиксированного k решение находится обычным способом из условия

$$\partial E_k(R) / \partial R = \partial C_k(R) / \partial R,$$

после чего выбирается вариант, для которого достигается наибольшее абсолютное значение из оптимальных решений $E_k(R)$.

Если выходной эффект системы несоизмерим с затратами (объекты обороны, системы безопасности различных транспортных средств и т.п.), то задание требований по надежности на систему возможно только двумя первыми способами.

1.8.3. Задание требований на подсистему

Предполагается, что требования на подсистему задаются при наличии уже каким-то образом заданных требований на систему в целом.

1.8.3.1. Метод равномерного распределения. Если система состоит из N примерно близких по сложности (т. е. по структуре и числу входящих элементов) подсистем, то можно заданный показатель надежности (R) типа вероятности безотказной работы, коэффициента оперативной готовности или коэффициента готовности распределять по правилу

$$R_i = \sqrt[N]{R}, \quad i = 1, \dots, N.$$

Задаваемая средняя наработка для i -й подсистемы в этом случае приближенно равна $T_i = NT$, $i = 1, \dots, N$; T — заданная средняя наработка системы.

1.8.3.2. Метод пропорционального распределения. Если n_i — число элементов в i -й подсистеме, то

$$R_i = \sqrt[n_i]{R}, \quad i = 1, \dots, N, \quad a_i = n_i \left(\sum_{1 \leq i \leq N} n_i \right)^{-1}.$$

Под n_i в данном случае следует понимать число «приведенных» элементов. Если известны интенсивности отказов элементов (или прототипов элементов) j -го типа λ_j , то метод пропорционального распределения можно модифицировать, положив

$$a_i = \sum_{1 \leq j \leq M} \lambda_j n_{ij} (\sum_{1 \leq i \leq N} \sum_{1 \leq j \leq M} \lambda_j n_{ij})^{-1} \quad .$$

1.8.3.3. Метод оптимального распределения. Если при задании требований по надежности на систему в целом (R) известны структура системы (S) и методы повышения надежности подсистем, т. е. функции $R_i(C_i)$, где C_i — ресурс, затрачиваемый на обеспечение надежности подсистемы, то можно найти оптимальное распределение требований по надежности для двух случаев:

а) максимум показателя надежности системы при ограничениях на суммарный ресурс C^0

$$\max_C \left\{ R(S, R_i(C_i)) \mid \sum_{1 \leq i \leq N} C_i \leq C_0 \right\}, C = (C_1, C_2, \dots, C_N);$$

б) минимум затрат на систему при достижении заданного показателя надежности R^0

$$\min \{ C(S, R_i(C_i)) \mid R^0 \}.$$

Обе задачи решаются обычными способами дискретного програм-мирования, как задачи на условную оптимизацию.

1.8.4. Задание требований на элемент

Если в пределах данного исследования элементом является относительно сложная подсистема, то подход к заданию требований совпадает с тем, который был описан выше.

Если же элементом является технологическая единица типа микроэлемента и радиоэлектронной детали, то в настоящее время существуют лишь экспертные способы задания требований, включая способы задания по прототипу.

2. Методы расчета

2.1. Надежность элемента

2.1.1. Невосстанавливаемый элемент

2.1.1.1. Предварительные замечания. При анализе надежности радиоэлектронных комплексов элементом могут считаться целая РЛС, система передачи данных, ЭВМ, энергосистема и т. д. В теории надежности под элементом системы обычно понимают достаточно самостоятельную и четко выделенную (конструктивно, схемно или функционально) ее часть, дальнейшая детализация которой нецелесообразна в пределах проводимого анализа. При анализе надежности РЛС элементом можно считать отдельный ее канал, блок или стойку аппаратуры, при анализе надежности какого-либо блока — отдельный модуль, ячейку, радиодеталь и т. д.

2.1.1.2. Произвольное распределение. Предполагается, что известно распределение наработки элемента до отказа $F(t)$. Показатели надежности элемента выражаются через известный закон распределения или его основные параметры. В табл. 2.1 приведены основные показатели надежности для произвольного закона распределения наработки до отказа.

Таблица 2.1. Произвольное распределение наработки до отказа
невосстанавливаемого элемента $F(t)$

Показатель	Непрерывная функция	Дискретная функция
$P(t_0)$	$1-F(t_0)$	$1 - \sum_{i=1}^{k(t_0)} \nu_i$
$Q(t_0)$	$F(t_0)$	$\sum_{i=1}^{k(t_0)} \nu_i$
$P(t, t+t_0)$	$\frac{1-F(t+t_0)}{1-F(t)}$	$\left(1 - \sum_{i=1}^{k(t+t_0)} \nu_i\right) / \left(1 - \sum_{i=1}^{k(t)} \nu_i\right)$
$Q(t, t+t_0)$	$\frac{F(t+t_0)-F(t)}{1-F(t)}$	$\left(\sum_{i=1}^{k(t+t_0)} \nu_i\right) / \left(1 - \sum_{i=1}^{k(t)} \nu_i\right)$
T	$\int_0^{\infty} [1-F(t)] dt$	$\sum_{i=1}^M \nu_i t_i$

2.1.1.3. Экспоненциальное распределение. В табл. 2.2 приведены основные показатели надежности элемента для экспоненциального распределения наработки до отказа. Приближенные значения приводятся для условия $\lambda t_0 \ll 1$. Погрешность равна $0,5(\lambda t_0)^2$. Практически приближенные значения показателей можно использовать, если $\lambda t_0 < 0,1$.

Таблица 2.2. Экспоненциальный закон распределения наработки до отказа невосстанавливаемого элемента $F(t)=1-e^{-\lambda t}$

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$P(t_0)=P(t,t+t_0)$	$e^{-\lambda t}$	$1-\lambda t$
$Q(t_0)=Q(t,t+t_0)$	$1-e^{-\lambda t}$	$-\lambda t$
T	$1/\lambda$	-
$\lambda(t)$	λ	-

2.1.1.4. «Стареющие» распределения. Для вероятности безотказной работы элемента, который имеет возрастающую или возрастающую в среднем функцию интенсивности, т. е. ВФИ- или ВСФИ-распределения, относящиеся к «стареющим», можно дать хорошие оценки на основании информации о средней наработке до отказа и дисперсии. Рассматриваются следующие случаи:

ВФИ-распределение при известном значении средней наработки до отказа T ;

ВФИ-распределение при известных значениях средней наработки до отказа и дисперсии распределения;

ВСФИ-распределение при известном значении средней наработки до отказа.

2.1.1.5 Вероятность безотказной работы при случайной длительности выполнения задачи. Если время выполнения элементом задачи t_0 является случайной величиной с распределением $W(t)$, то вероятность безотказной работы элемента можно записать в виде

$$P = \int_0^{\infty} P(t) dW(t) = \int_0^{\infty} P(t) w(t) dt,$$

где $w(t)$ — плотность распределения $W(t)$.

Выражения для P представлены в табл. 2.3. Погрешность $(\lambda t_0)^3$.

Таблица 2.3. Вероятность безотказной работы невосстанавливаемого элемента случайной длительности выполнения задачи *

Распределение	Точное выражение	Приближенное выражение
Экспоненциальное $w(t) = \frac{1}{t_0} e^{-\frac{t}{t_0}}$	$\frac{1}{1 + \lambda t_0}$	$1 - \lambda t_0 + (\lambda t_0)^2$
Нормальное $w(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}}$	$e^{-\lambda t_0 + \frac{\sigma^2 \lambda^2}{2}}$	$1 - \lambda t_0 + \frac{\lambda^2 (t_0^2 + \sigma^2)}{2}$

Произвольное $W(t)$	$1 - \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\lambda^k m_k}{k!}$	$1 - \lambda t_0 + \frac{\lambda^2 (t_0^2 + \sigma^2)}{2}$
------------------------	-----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------

* Через m_k обозначен k -й начальный момент распределения $W(t)$.

2.1.2. Восстанавливаемый элемент

2.1.2.1. Предварительные замечания. Процесс функционирования восстанавливаемого элемента можно описать как последовательность чередующихся интервалов работоспособности и простоя: $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2, \dots$

В данном пункте будет рассмотрен случай, когда все ξ_i имеют одно и то же распределение $F(t)$, а все η_i — одно и то же распределение $G(t)$, причем все величины ξ_i и η_i взаимонезависимы. Такой случайный процесс называется альтернирующим процессом восстановления. Этот же процесс функционирования восстанавливаемого элемента удобно описать графом перехода из состояния работоспособности H_0 в состояние отказа H_1 .

2.1.2.2. Произвольные распределения наработки до отказа и времени восстановления. Значения средней наработки до отказа T и среднего времени восстановления τ находятся на основании известных законов распределения $F(t)$ и $G(t)$ соответственно. Стационарный коэффициент готовности определяется как

$$K = T / (T + \tau) .$$

Стационарный коэффициент оперативной готовности

$$R(t_0) = \frac{1}{T + \tau} \int_{t_0}^{\infty} P(x) dx .$$

Если известно, что распределение наработки между отказами является «стареющим», то коэффициент оперативной готовности $R(t_0)$ имеет следующие верхнюю и нижнюю границы:

$$K(1 - t_0 / T) \leq R(t_0) \leq K e^{-t_0 / T} .$$

2.1.2.3. Экспоненциальные распределения наработки до отказа $F(t)$ и времени восстановления $G(t)$. В табл. 2.4 приведены основные показатели надежности элемента для экспоненциальных законов распределения наработки до отказа $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ и времени восстановления $G(t) = 1 - e^{-\mu t}$. Приближенные значения показателей приведены для условий $\lambda t_0 \ll 1$ и $\gamma = \lambda/\mu \ll 1$. Коэффициенты $K(t)$ и $k(t)$ соответствуют случаю, когда в момент времени $t = 0$ элемент находится в состоянии работоспособности, коэффициенты $K^0(t)$ и $k^0(t)$ — случаю, когда в момент времени $t = 0$ элемент находится в состоянии отказа. График зависимости коэффициента готовности представлен на рис. 2.1.

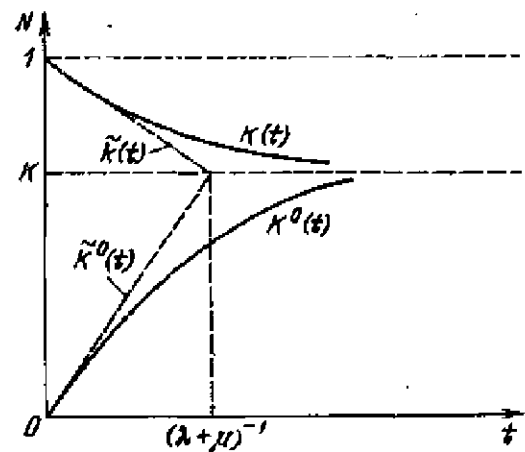


Рис. 2.1. Зависимость коэффициента готовности от времени

Таблица 2.4. Экспоненциальные законы распределения наработки между отказами $F(t)=1-e^{-\lambda t}$ и времени восстановления $G(t)=1-e^{-\mu t}$ восстанавливаемого элемента

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$P(t_0)$	$e^{-\lambda t_0}$	$1 - \lambda t_0$
$Q(t_0)$	$1 - e^{-\lambda t_0}$	λt_0
T	$\frac{1}{\lambda}$	-
τ	$\frac{1}{\mu}$	-
K	$\frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{T}{T + \tau} = \frac{1}{1 + \gamma}$	$1 - \gamma$
k	$\frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{\tau}{T + \tau} = \frac{\gamma}{1 + \gamma}$	γ
$K(t)$	$K + ke^{-(\lambda + \mu)t}$	$1 - \gamma(1 - e^{-\mu t})$
$K^0(t)$	$K(1 - ke^{-(\lambda + \mu)t})$	$(1 - \gamma)(1 - e^{-\mu t})$
$k(t)$	$k(1 - ke^{-(\lambda + \mu)t})$	$\gamma(1 - e^{-\mu t})$
$k^0(t)$	$k + Ke^{-(\lambda + \mu)t}$	$e^{-\mu t} + \gamma(1 - e^{-\mu t})$
$R(t_0)$	$Ke^{-(\lambda + \mu)t}$	$1 - \gamma - \lambda t_0$
$R(t, t_0)$	$(K + ke^{-(\lambda + \mu)t})e^{-\lambda t_0}$	$[1 - (1 - \gamma)e^{-\mu t}](1 - \lambda t_0)$

2.1.2.4. Частично контролируемый восстанавливаемый элемент. Рассмотрим функционирование восстанавливаемого элемента; часть которого контролируется лишь периодически. Это означает, что возникший в этой части элемента отказ остается некоторое время необнаруженным. Отказ в контролируемой части элемента обнаруживается мгновенно после возникновения. Восстановление работоспособности элемента продолжается в среднем в течение времени τ . Средняя наработка элемента до отказа T , среднее время простоя элемента с учетом пребывания в состоянии необнаруженного отказа τ_c . В табл. 2.5 приведены формулы для расчета основных показателей надежности. В таблице введены следующие обозначения: A_1 — произвольное распределение наработки до отказа и периодических проверок неконтролируемой части через неслучайное время t_v ; A_2 — произвольное распределение наработки до отказа и проверок неконтролируемой части через случайные экспоненциально-распределенные интервалы времени; A_3 и A_4 — случаи, аналогичные соответственно A_1 и A_2 , но для экспоненциального распределения наработки до отказа; $\gamma_0 = t_0 / T$, $\gamma = \tau / T$ и $\gamma_v = t_v / T$ где t_v - постоянный период между проверками неконтролируемой части (если эти проверки осуществляются через случайное время, то предполагается, что оно имеет экспоненциальное распределение с параметром ν). Также предполагается, что если отказ возникает, то в неконтролируемой части элемента он возникает с вероятностью α , а в контролируемой - с вероятностью $1-\alpha$. Для отдельных показателей надежности приведены верхняя и нижняя оценки, так как произвольное распределение $P(t)$ предполагается «стареющим», т.е. предельными случаями для него являются экспоненциальное и вырожденное распределения.

Таблица 2.5. Частично контролируемый восстанавливаемый элемент

Показатель		A_1	A_2	A_3	A_4
τ_c	нижняя оценка	$0,5t_v\alpha + \tau$	$\frac{\alpha}{\nu} + \tau$	$0,5t_v\alpha + \tau$	$\frac{\alpha}{\nu} + \tau$
	верхняя оценка	$\alpha t_v + \tau$		$\alpha t_v + \tau$	
$P_c(t_0)$		$P(t_0)$	$P(t_0)$		
K	нижняя оценка	$1-(\alpha\gamma_v+\gamma)$	$1-(\alpha\gamma_v+\gamma)$	$1-(\alpha\gamma_v+\gamma)$	$1-(\alpha\gamma_v+\gamma)$
	верхняя оценка	$1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)$		$1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)$	
$R(t_0)$	нижняя оценка	$(1-\gamma_0) \times [1-(\alpha\gamma_v+\gamma)]$	$(1-\gamma_0) \times [1-(\alpha\gamma_v+\gamma)]$	$(1-\gamma_0) \times [1-(\alpha\gamma_v+\gamma)]$	$[1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)]e^{-\gamma_0}$
	верхняя оценка	$[1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)]e^{-\gamma_0}$	$[1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)]e^{-\gamma_0}$	$[1-(0,5\alpha\gamma_v+\gamma)]e^{-\gamma_0}$	

2.1.2.5. Восстанавливаемый элемент с регламентными работами. *По режиму работы элемента во время проведения регламентных работ:*

A_1 — режим, при котором в течение регламентных работ элемент находится в рабочем состоянии, хотя и не выполняет своих оперативных функций;

A_2 — режим, при котором в течение регламентных работ отказ элемента возникнуть не может.

По глубине проведения регламентных работ:

B_1 — во время регламентной работы длительностью A_x производится только контроль работоспособности элемента;

B_2 — во время регламентной работы длительностью A_2 производится предупредительная замена элемента;

B_3 — во время каждой регламентной работы производится контроль работоспособности элемента, а предупредительная замена осуществляется только ровно на m -й регламентной работе.

По разновидности режима B_3 :

C_1 — отсчет номера регламентной работы, во время которой должна осуществляться предупредительная замена, ведется от предыдущей предупредительной замены либо от ближайшей аварийной замены;

C_2 — аварийные замены не изменяют заранее предопределенного порядка предупредительных замен.

По выявлению отказов:

D_1 — отказ может быть обнаружен только при проведении регламентной работы;

D_2 — отказ может быть выявлен не только в процессе регламентной работы, но и непосредственно по наблюдаемым характеристикам функционирования через некоторое время после возникновения.

По моменту выявления отказа во время регламентной работы:

E_1 — отказ выявляется в самом начале регламентной работы и устраняется одновременно с проведением регламента;

E_2 — отказ выявляется на некоторой фазе регламентной работы и сразу же начинает устраняться;

E_3 — отказ выявляется в процессе регламентной работы, но начинает устраняться лишь по завершении ее.

По достоверности контроля:

F_1 — абсолютно достоверный контроль работоспособности, выявляющий отказ элемента во время текущей регламентной работы с достоверностью единицы;

F_2 — недостоверный контроль, выявляющий отказ элемента во время каждой текущей регламентной работы с вероятностью $1-\beta$

По степени жесткости проведения регламентных работ:

G_1 — регламентные работы являются обязательными и проводятся, невзирая на то, в какой фазе находится выполнение основных функций;

G_2 — регламентные работы допускают отсрочку, если в момент необходимого начала регламентной работы выполняется основная задача.

По возможности выхода из регламентной работы:

H_1 — невозможен выход из регламентной работы в нормальный режим;

H_2 — возможен выход из регламентной работы.

В дальнейшем после завершения предупредительной замены элемент полностью обновляется, а в случае прерывания регламентной работы при экстренном выходе в

режим рабочего функционирования его характеристики остаются теми же, что и до начала ее проведения.

Стационарный коэффициент оперативной готовности

$$R(t_0) = K^* P^*(t_0),$$

где K^* — стационарная вероятность того, что элемент может в произвольный момент времени успешно начать выполнение задачи;

$P^*(t_0)$ — вероятность того, что элемент проработает в течение требуемого интервала времени t_0 , начиная с некоторого случайного момента в стационарном режиме функционирования, до отказа или до наступления регламентной работы, которую по условиям эксплуатации нельзя отсрочить.

Вероятность K^* можно приближенно записать в виде

$$K^* \approx \aleph^* K,$$

где \aleph^* — величина, близкая по смыслу коэффициенту использования (табл. 2.6);

K — стационарный коэффициент готовности,

$$K = T / (T + \zeta + \chi),$$

где T — средняя наработка на отказ;

ζ — среднее время собственно восстановления;

χ — среднее время пребывания в состоянии необнаруженного отказа.

Таблица 2.6. Выражения для \aleph^*

Режимы	H_1	H_2
A_1	$\frac{T - \pi - \zeta - \chi}{T - \zeta - \chi}$	$1 - \left(1 - \frac{T - \pi - \zeta - \chi}{T - \zeta - \chi}\right)(1 - \gamma)$
A_2	$\frac{T - \zeta - \chi}{T - \pi - \zeta - \chi}$	$1 - \left(1 - \frac{T - \zeta - \chi}{T - \pi - \zeta - \chi}\right)(1 - \gamma)$

Выражения для входящих в табл. 2.6 величин при различных режимах приведены в табл. 2.7-2.9.

Таблица 2.7. Выражения для \aleph

Режимы	D_1	D_2	
		Точное выражение	Приближенное выражение
F_1	$0,5 \theta$	$M \min(\delta, v)$	$\left(\frac{1}{\delta} + \frac{2}{\theta}\right)^{-1}$
F_2	$\theta(0,5 + \beta)$	$M \min(\delta, v^*)$	$\left(\frac{1}{\delta} + \frac{2}{\theta(0,5 + \beta)}\right)^{-1}$

v^* —случайная величина с распределением $P \{v^* = \theta(0,5 + k)\} = (1 - \beta)\beta^k$.

В выражениях, приведенных в табл. 2.8, $\Delta_1 < \Delta_2$, так как регламентная работа, включающая в свой состав только контроль работоспособности, всегда занимает меньше времени, чем регламентная работа, включающая предупредительную замену элемента, в которую входит и контроль работоспособности по полной программе. Аналогично аварийная замена не может быть короче предупредительной.

Таблица 2.8. Выражения для ζ

Режимы	E_1	E_2	E_3
B_1	τ	$0,5\Delta_1 + \tau$	$\Delta_1 + \tau$
B_2	τ	$0,5\Delta_2 + \tau$	$\Delta_2 + \tau$
B_3	τ	$0,5\Delta^* + \tau$	$\Delta^* + \tau$

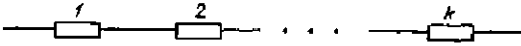
$$\Delta^* = \Delta_1(m - 1) / m + \Delta_2 / m.$$

Таблица 2.9. Выражения для π

Режи мы	C_1	C_2
B_1	$\frac{T}{\theta} \Delta_1$	$\frac{T}{\theta} \Delta_1$
B_2	$\frac{T}{\theta} \Delta_2$	$\frac{T}{\theta} \Delta_2$
B_3	$\frac{T}{m\theta} \Delta_2 + \frac{(m-1)}{m\theta} \Delta_1$	$\left[\frac{T}{m\theta} \right] \Delta_2 + \left(\left[\frac{T}{\theta} \right] - \left[\frac{T}{m\theta} \right] \right) \Delta_1$

Для практических расчетов различие в режимах C_1 и C_2 несущественно. Выражения для вычисления вероятности $P^*(t_0)$ приведены в табл. 2.10, где нижняя и верхняя оценки записаны для ВФИ-распределения наработки до отказа.

Таблица 2.10. Выражения для $P^*(t_0)$

			Верхняя оценка
$1 - \frac{t_0(T + \theta)}{T\theta}$	$1 - \frac{t_0}{T}$	$e^{-t_0/T}$	

2.2. Системы без восстановления

2.2.1. Последовательное соединение элементов

2.2.1.1. Предварительные замечания. При расчетах надежности последовательным называется такое соединение элементов, при котором отказ хотя бы одного из них приводит к отказу всего соединения в целом (рис. 2.2). Последовательное соединение в указанном выше смысле не всегда совпадает с физическим последовательным соединением элементов. Например, расчет надежности электрической схемы группы параллельно включенных конденсаторов по отношению к отказу типа «короткое замыкание» следует производить, как для последовательного соединения элементов, так как отказ каждого конденсатора приводит к отказу всей группы.

Рис. 2.2. Структурная схема последовательного соединения элементов

В дальнейшем, если особо не оговаривается, отказы элементов предполагаются независимыми, т.е. отказ любой группы элементов никак не влияет на вероятностные характеристики остальных элементов.

2.2.1.2. Система из независимых элементов. Случайная наработка $\theta^{(1)}$ до отказа системы из m последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов определяется минимальным значением случайных наработок $\theta_i^{(1)}$ ее элементов, т. е.

$$\theta^{(1)} = \min_{1 \leq i \leq m} \theta_i^{(1)}.$$

Если известны распределения наработок до отказа отдельных элементов $P_i(t)$, то тогда для независимых элементов

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^m P_i(t_0).$$

В общем случае точное значение средней наработки до отказа можно вычислить лишь в виде интеграла

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt$$

численными методами.

2.2.1.3 Экспоненциальное распределение. В табл. 2.11 приведены основные показатели надежности для системы из последовательно соединенных невосстанавливаемых взаимно независимых элементов, у каждого из которых распределение наработки до отказа является экспоненциальным:

$$P(t_0) = e^{-\lambda t_0}.$$

Таблица 2.11. Показатели надежности последовательной системы

Показатель	Точное выражение	Приближенное выражение
$P(t_0)$	$e^{-\Lambda t_0}$	$1 - \Lambda t_0$
$Q(t_0)$	$1 - e^{-\Lambda t_0}$	Λt_0
$P(t+t_0)$	$e^{-\Lambda t_0}$	$1 - \Lambda t_0$
$Q(t, t+t_0)$	$1 - e^{-\Lambda t_0}$	Λt_0
T	$1/\Lambda$	-

Приближенные выражения для показателей надежности даны при условии, что

$$\Lambda t_0 \ll 1, \text{ где } \Lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i.$$

2.2.1.4. Последовательное соединение зависимых элементов. Предположение о независимости элементов систем на практике часто оказывается неверным. Например,

зависимость элементов может проявляться даже следующим образом: на все элементы одновременно оказывает влияние один и тот же внешний воздействующий фактор (температура, вибрация, радиация и т. п.), поэтому все элементы одновременно становятся менее надежными.

Чаще всего элементы являются зависимыми, причем корреляция положительна. Для последовательного соединения зависимых элементов:

$$P(t_0) \geq \prod_{i=1}^m P_i(t); T_i \geq \int_0^{\infty} \prod_{i=1}^m P_i(t) dt.$$

2.2.1.5. ВФИ-распределение. В табл. 2.12 приведены нижняя и верхняя оценки для некоторых показателей надежности системы, представляющей собой последовательное соединение элементов, имеющих ВФИ-распределение наработки до отказа, причем предполагается, что известны значения средней наработки до отказа каждого элемента T_i . В табл. 2.12 через $T_{(k)}$ обозначена k -я из величин T_i , упорядоченных по возрастанию, т.е.

$$T_{(1)} = \min_{1 \leq i \leq m} T_i; T_{(2)} = \min_{1 \leq i \leq m} \{T_i \mid T_i > T_{(1)}\}, \dots$$

Таблица 2.12. Показатели надежности системы из последовательно соединенных «стареющих» элементов

Показатель	Нижняя граница	Верхняя граница	Интервал, для которого справедлива граница
$P(t)$	$e^{-t \sum_{i=1}^m \frac{1}{T_i}}$	1	$t < T_{(1)}$
	0	$e^{-\sum_{i=1}^m \omega_i^k t}$	$T_{(k)} < t \leq T_{k+1}$
T	$\left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{T_i} \right)^{-1}$	$\min T_i$	для любых T_i

Если дополнительно известны дисперсии σ_i^2 для каждого элемента, то верхняя и нижняя границы вероятности безотказной работы последовательной системы $P(t)$ могут быть найдены как произведения соответствующих численных верхних и нижних границ вероятностей безотказной работы элементов.

Численные значения границ для наработки до отказа T в последнем случае могут быть получены численным интегрированием соответствующих границ вероятности безотказной работы.

2.2.2. Нагруженный резерв

2.2.2.1. Предварительные замечания. Предполагается, что отказы элементов обнаруживаются мгновенно после их возникновения и переключение на резерв

осуществляется без прерывания работы системы. При этом считается, что переключатель абсолютно надежен, а индикация отказа достоверна. Кроме того, при переходе на резервный элемент не возникают какие-либо переходные режимы, нарушающие нормальное функционирование.

2.2.2.2. Резервирование одного основного элемента. Структурная схема резервной группы, состоящей из одного основного и m нагруженных резервных элементов, представлена на рис. 2.3.

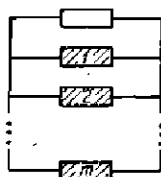


Рис. 2.3. Структурная схема системы из одного основного и m резервных элементов

1. Вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t_0) = 1 - \prod_{1 \leq i \leq m+1} q_i(t_0),$$

где $q_i(t_0)$ — вероятность отказа i -го элемента за время t_0 .

Для экспоненциального распределения наработки элементов до отказа, т. е. для $q_i(t_0) = 1 - e^{-\lambda_i t_0}$, при малых t_0 справедлива следующая нижняя оценка:

$$\overline{P}(t_0) \approx 1 - t_0^{m+1} \prod_{1 \leq i \leq m+1} \lambda_i,$$

где λ_i — интенсивность отказов i -го элемента.

При идентичных элементах, что чаще всего бывает на практике,

$$\overline{P}(t_0) \approx 1 - (\lambda t_0)^{m+1}.$$

2. Средняя наработка до отказа в общем случае может быть найдена только численным интегрированием по формуле

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt,$$

где $P(t)$ — вероятность безотказной работы.

Для идентичных элементов можно привести компактные формулы:

- экспоненциальное распределение наработки до отказа каждого элемента $p(t) = \exp(-\lambda t)$

$$T = \lambda^{-1} \sum_{k=1}^{m+1} k^{-1},$$

- при больших значениях m можно пользоваться приближенным выражением

$$\bar{T} \approx \lambda^{-1} [C + \ln(m+1) + (2m+2)^{-1}],$$

где C - константа Эйлера, $C \cong 0,577$;

- распределение Гнеденко-Вейбулла для наработки до отказа $p(t) = \exp(-\lambda t^\alpha)$

$$T = \lambda^{-\alpha^{-1}} \Gamma(1 + \alpha^{-1}) \sum_{k=1}^{m+1} (-1)^{k-1} C_{m+1}^k k^{\alpha-1},$$

- при больших значениях m

$$\bar{T} \approx [\lambda^{-1} \ln(m+1)] \alpha^{-1};$$

- ВФИ-распределения основного и резервных элементов при известных значениях квантили $r(T)$

$$0.56 / (m+1) \leq r(T) \leq 1 / (m+1).$$

2.2.2.3. Скользящее резервирование. Резервная группа состоит из n основных и m резервных элементов, находящихся в нагруженном режиме (рис. 2.4).

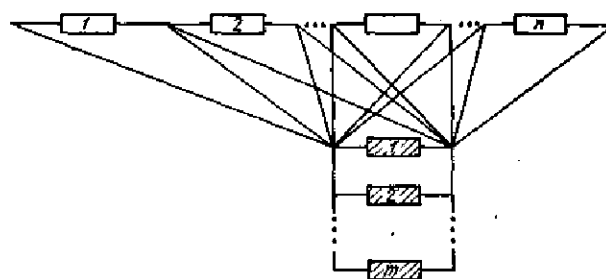


Рис. 2.4. Структурная схема системы из n основных и m резервных элементов

Выражения для $P(t_0)$ и T приведены в табл. 2.13, в которой приняты следующие дополнительные обозначения: p_i — сокращенная запись $p_i(t_0)$; \bar{p}_i — вероятность безотказной работы i -го элемента для экспоненциального распределения, т.е. $\bar{p}_i = \exp(-\lambda_i t_0)$; $\bar{q}_i = 1 - \bar{p}_i$; $q_{(i)}$ (или $\bar{q}_{(i)}$) — значения q_i (или \bar{q}_i), упорядоченные в порядке невозрастания, т.е. $q_{(1)} \geq q_{(2)} \geq \dots$; (или $\bar{q}_{(1)} \geq \bar{q}_{(2)} \geq \dots$); общая вероятность равна произведению вероятностей составляющих систему элементов

$$P = \prod_{1 \leq i \leq n+m} p_i(t_0),$$

$$\gamma_i = [1 - p_i(t_0)] / p_i(t_0).$$

Значение $\bar{\gamma}_i$ получается из γ_i заменой $p_i(t_0)$ на $p_i(t_0)$, $\lambda(t)$ — величины λ_i , упорядоченные в порядке невозрастания, т. е. $\lambda_{(1)} \geq \lambda_{(2)} \geq \dots$.

$$T_{(i)} = (\lambda_{(i)})^{-1}; \quad \Lambda = \sum_{1 \leq i \leq n+m} \lambda_i \cdot q_j$$

Поясним вывод формулы для $P(t_0)$ для разных элементов. Резервная группа работоспособна, если в ней имеется не менее m любых работоспособных элементов. Вероятность этого события

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^{m+n} p_i + \sum_{i=1}^{m+n} q_i \prod_{\substack{j=1 \\ (j \neq i)}}^{n+m} p_j + \sum_{1 \leq i < j \leq n} q_i q_j \prod_{\substack{k=1 \\ (k \neq i, j)}}^{n+m} p_k + \dots + \sum_{g_m \in G_m} \prod_{i \in g_m} q_i \prod_{k \in g_m} p_k,$$

где g_m - множество ровно m различных индексов $k \in (1, \dots, n)$;

\bar{g}_m - дополнительное множество, т. е. $g_m \cap \bar{g}_m = \emptyset$, $g_m \cup \bar{g}_m = (1, \dots, n)$;

G_m - множество всех g_m , т. е. всех различных наборов по m индексов из n (число их равно C_{n+m}^m).

Используя введенные выражения для P и γ получаем выражения, приведенные в табл. 2.13. Приближенное выражение получается из эквивалентного представления

$$P(t_0) \approx 1 - \left(\sum_{g_{m+1} \in G_{m+1}} \prod_{i \in g_{m+1}} q_i \prod_{k \in g_{m+1}} p_k + \dots + \prod_{i=1}^{n+m} q_i \right),$$

если в нем учесть только первый член в скобках.

Таблица 2.13. Показатели надежности для систем с нагруженным скользящим резервом

Распределе ние	Элемент ы	Показате ль	Точное выражение
Произвольное	Разные	$P(t_0)$	$P(1 + \sum_{1 \leq i \leq n+m} \gamma_i +$ $+ \sum_{1 \leq i < j \leq n+m} \gamma_i \gamma_j + \dots + \sum_{g_m \in G_m} \prod_{k \in g_m} \gamma_k)$
		T	Не приводится

Экспоненциальное	Идентичные	P(t ₀)	$\sum_{0 \leq j \leq m} C_{n+m}^j p^{n+m-j} q^j =$ $= 1 - \sum_{m+1 \leq j \leq n+m} C_{n+m}^j p^{n+m-j} q^j$
		T	Не приводится
	Разные	P(t ₀)	$P(1 + \sum_{0 \leq i \leq n} \tilde{\gamma}_i +$ $+ \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \tilde{\gamma}_i \tilde{\gamma}_j + \dots + \sum_{\substack{\mathcal{G}_m \in G_m \\ k \in \mathcal{G}_m}} \prod \tilde{\gamma}_k)$
		T	Не приводится
	Идентичные	P(t ₀)	$\sum_{0 \leq j \leq m} C_{n+m}^j \tilde{p}^{n+m-j} \tilde{q}^j =$ $= 1 - \sum_{m+1 \leq j \leq n+m} C_{n+m}^j \tilde{p}^{n+m-j} \tilde{q}^j$
		<i>T</i>	$\lambda^{-1} \sum_{0 \leq j \leq m} (n+m-j)^{-1}$

Продолжение табл. 2.13

Приближенное выражение	
Заниженное значение	Завышенное значение
$1 - C_{n+m}^{m+1} \prod_{1 \leq i \leq n+m} q_{(i)}$	$1 - C_{n+m}^{m+1} ((n+m)^{-1} \prod_{1 \leq i \leq n+m} q_{(i)})^{m+1}$
$T_{(m)}$	$\sum_{0 \leq k \leq m} (\Lambda - \sum_{1 \leq i \leq k} \lambda_{(i)})^{-1}, \lambda_{(0)} = 0$
$1 - C_{n+m}^{m+1} q^{m+1}$	
$\int_0^\infty P(t_0) dt$	$\lambda^{-1} \sum_{0 \leq j \leq m} (n+m-j)^{-1}$
$1 - C_{n+m}^{m+1} t_0^{m+1} \prod_{1 \leq i \leq m+1} \lambda_{(i)}$	$1 - C_{n+m}^{m+1} ((n+m)^{-1} \sum_{1 \leq i \leq m+1} \lambda_i t_0)^{m+1}$
$\sum_{0 \leq k \leq m} (\Lambda - k(n+m)^{-1} \nearrow \sum_{1 \leq i \leq n+m} \lambda_i)^{-1}$	$\sum_{0 \leq k \leq m} (\Lambda - \sum_{1 \leq i \leq k} \lambda_{(i)})^{-1}, \lambda_{(0)} = 0$
$1 - C_{n+m}^{m+1} \tilde{q}^{m+1}$	
$\ln \frac{n+m}{n} - \frac{m}{n(n+m)}$	

Данное выражение приемлемо при расчетах при выполнении условия

$$\max_{1 \leq i \leq n} q_i \ll 1/(n+m).$$

В табл. 2.13 в нескольких случаях не приводятся точные выражения для T . Здесь для получения численных значений следует использовать представление T в виде

интеграла от функции $P(t_0)$. Точное выражение для T в случае различных элементов при экспоненциальном распределении можно получить, используя комбинаторную формулу

$$T = \frac{1}{\Lambda} + \sum_{1 \leq i \leq n} \frac{\lambda_i}{\Lambda} \frac{1}{\Lambda - \lambda_i} + \sum_{1 \leq i < j \leq n} \frac{\lambda_i \lambda_j}{\Lambda^2} \frac{1}{\Lambda - \lambda_i - \lambda_j} + \dots$$

Целесообразнее воспользоваться приближенными оценками, приведенными в табл. 2.13. Заниженная оценка получена на основании того, что $T(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1})$ является выпуклой вниз функцией своих аргументов. Завышенная приближенная оценка получена в том предположении, что отказавшие элементы оказываются самыми ненадежными. Причем обе эти формулы имеют в своей основе точное выражение для случая идентичных элементов с экспоненциальным распределением.

2.2.3. Ненагруженный резерв

2.2.3.1. Предварительные замечания. Предполагаются мгновенное обнаружение отказа и мгновенное подключение резервного элемента на место основного без прерывания нормального функционирования системы (резервной группы). Переключатель - идеальный и абсолютно надежный. Резервные элементы, находящиеся в ненагруженном режиме, не отказывают, и с течением времени их вероятностно-временные характеристики не меняются, т. е. на место отказавшего основного элемента подключается каждый раз совершенно новый резервный элемент со своими начальными характеристиками.

Если указанные предположения неприемлемы для решения конкретной задачи, то следует перейти к рассмотрению восстанавливаемого элемента без резервирования, у которого время восстановления равно времени переключения на резерв, а последний всегда исправен.

Рассматривается только наиболее часто встречающийся на практике случай, когда резервная группа состоит из идентичных элементов.

Вероятность безотказной работы резервной группы из одного основного и n резервных элементов определяется по рекуррентной формуле

$$P(t_0) = r_{m+1}(t_0) = \int_0^{t_0} r_m(t_0 - x) f(x) dx$$

или

$$p(t_0) = 1 - F^{*(m+1)}(t_0),$$

где $f(x)$ — плотность распределения наработки до отказа;
 $F^{*k}(t)$ — k -кратная свертка распределения $F(t)$,

$$F^{*k}(t) = \int_0^t F^{*(k-1)}(t-x) dF(x) = \int_0^t F(t-x) dF^{*(k-1)}(x)$$

Если дисперсия распределения для каждого элемента неизвестна, но известно, что распределение относится к классу ВФИ, то для F можно выбрать даже предельный случай, т. е. считать, что F есть экспоненциальное распределение. Тогда для резервной группы коэффициент вариации

$$\sigma_{\Sigma} / T_{\Sigma} = \sqrt{(m+1)^{-1}}.$$

Для экспоненциального распределения

$$P(t_0) = \sum_{0 \leq k \leq m} \frac{(\lambda t_0)^{k+1}}{(k+1)!} e^{-\lambda t_0}.$$

Средняя наработка до отказа

$$T_{\Sigma} = (m+1)T.$$

2.2.3.2. Скользящее резервирование. Резервная группа состоит из n основных и m резервных элементов, которые находятся в ненагруженном режиме. Все элементы идентичные (наиболее важный для практики случай).

Для произвольного распределения данная задача не решается. Поэтому в табл. 2.14 приведены приближенные завышенная и заниженная оценки. Получение заниженной оценки вероятности безотказной работы заключается в том, что резервная группа со скользящим резервом заменяется последовательной системой из n элементов, каждому из которых придается свой резерв (резерв распределяется поровну). Завышенная оценка вероятности безотказной работы получается исходя из предположения, что вся полезная наработка элементов резервной группы до момента (m+1)-го отказа распределяется поровну между всеми основными (рабочими) позициями системы.

Таблица 2.14. Показатели надежности для ненагруженного скользящего резервирования

Распределение	Значение показателя	$P(t_0)$	T
Произвольное	Приближенное заниженное	$1 - (F^{*(s+1)}(t))^{m+n(1-s)} (F_t^{*s})$	$\left(1 + \frac{m}{n}\right)T,$
	Завышенное	$F^{*(m+n)}(nt_0)$	$\frac{n+m}{n}T$
Экспоненциальное	Точное	$e^{-n\lambda t_0} \sum_{0 \leq k \leq m+1} \frac{(n\lambda t_0)^k}{k!}$	$\frac{m+1}{n}T$

Оценки для средней наработки до отказа получаются на основании оценок для ВФИ-распределения. В указанных оценках через s обозначена целая часть величины (m +

$n)n^{-1}$. Кроме того, как и ранее, F^{*s} — s -кратная свертка, определяемая по рекуррентной формуле

$$F^{*s}(t) = \int_0^t F^{*(s-1)}(t-x) dF(x).$$

2.3. Системы с восстановлением

2.3.1. Общая схема Марковского процесса

2.3.1.1. Принцип составления графа переходов. Аналитические выражения и конструктивные вычислительные схемы для различных показателей надежности восстанавливаемых систем могут быть получены для тех случаев, когда все распределения наработки до отказа и времени восстановления отдельных элементов являются экспоненциальными, т.е. процесс функционирования системы описывается однородным марковским процессом.

Предположение об экспоненциальности распределений не всегда оправдано. Особенно это относится к распределениям времени восстановления, поскольку предположение о независимости оставшейся длительности ремонта от уже затраченного на ремонт времени неестественно. Однако если в среднем наработка до отказа элементов значительно больше времени ремонта, то многие показатели надежности не зависят от характера распределения времени восстановления.

Если известны структура и принцип функционирования и восстановления работоспособности системы, то можно определить множество всех возможных состояний системы, причем, задав определенный критерий отказа, все состояния можно разделить на два класса: работоспособности и отказа. Если известны интенсивности отказов и восстановления отдельных элементов системы, то можно построить граф переходов, вершинами которого будут возможные состояния системы, а ребрами — возможные переходы с интенсивностями, определяемыми соответствующими характеристиками безотказности и ремонтпригодности элементов. Например, если известно, что система находится в некотором состоянии H_i и для перехода ее в состояние H_j необходимо, чтобы произошло определенное событие (отказ или восстановление какого-либо элемента), то от состояния H_i к состоянию H_j проводится стрелка, у которой указывается интенсивность реализации данного события. Заметим, что при построении подобных графов не все события (переходы) могут оказаться разрешенными. Все ограничения на граф переходов в явном виде содержатся в описании принципа функционирования и восстановления системы. На основании построенного графа переходов легко записать необходимую систему уравнений, решение которых позволит получить требуемый показатель надежности.

2.3.1.2. Расчет нестационарного коэффициента готовности. Обозначим через E_+ множество состояний работоспособности системы, а через E_- — множество состояний отказа (в соответствии с выбранным критерием отказа). Обозначим через $E(k)$ множество тех состояний, из которых возможен непосредственный переход в некоторое состояние k , а через $e(k)$ — множество состояний, в которые возможен непосредственный переход из данного состояния k .

Для каждого состояния k можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$p'_k(t) = -p_k(t) \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ki} + \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ik}(t),$$

где запись $i \in E$ означает, что суммирование ведется по всем состояниям i , которые относятся к множеству E . Через Λ_{ij} обозначена интенсивность перехода из состояния i в состояние j , а через $p_i(t)$ - вероятность пребывания системы в состоянии H_i в момент времени t .

Если граф переходов содержит n различных состояний, то в результате может быть составлено n различных дифференциальных уравнений. Для определения нестационарного коэффициента готовности необходимо взять $n-1$ уравнение и одно дополнительное уравнение вида

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1$$

а также иметь начальные условия $p_i(0) = p_i$, где через $p_i(0)$ обозначена вероятность состояния в момент времени $t = 0$. Если известно, что в момент времени $t = 0$ система находится именно в состоянии H_i , то $p_i(0) = 1$, $p_j(0) = 0$ для всех остальных состояний $j \neq i$.

Для нахождения искомого показателя надежности применяется преобразование Лапласа, в результате чего получается система алгебраических уравнений:

$$s\varphi_k(s) - p_k = -\varphi_k(s) \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ki} + \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ik}\varphi_i(s)$$

Для выбранных $n-1$ уравнений

$$\sum_{i=1}^n s\varphi_i(s) = 1,$$

где преобразование Лапласа для $p_i(t)$

$$\varphi_i(s) = \int_0^{\infty} p_i(t)e^{-st} dt.$$

Эту систему уравнений удобно записать в форме:

$$b_{11}\varphi_1(s) + b_{12}\varphi_2(s) + \dots + b_{1n}\varphi_n(s) = c_1$$

$$b_{21}\varphi_1(s) + b_{22}\varphi_2(s) + \dots + b_{2n}\varphi_n(s) = c_2$$

...

$$b_{n1}\varphi_1(s) + b_{n2}\varphi_2(s) + \dots + b_{nn}\varphi_n(s) = c_n$$

где b_{ij} — коэффициент при j -м члене в i -й строке; c_i — i -й свободный член.

Данную систему алгебраических уравнений можно решить, используя правило Крамера:

$$\varphi_i(s) = D_i(s) / D(s)$$

где $D(s)$ - определитель системы алгебраических уравнений, а $D_i(s)$ - тот же определитель, в котором i -и столбец заменен на столбец свободных членов.

Преобразование Лапласа нестационарного коэффициента готовности:

$$\varphi(s) = \sum_{i \in E_+} \varphi_i(s) = \frac{1}{D(s)} \sum_{i \in E_+} D_i(s).$$

Для обращения полученного преобразования Лапласа можно воспользоваться следующей процедурой. Записываем

$$\varphi(s) = \frac{A_0 + A_1 s + A_2 s^2 + \dots + A_m s^m}{B_0 + B_1 s + B_2 s^2 + \dots + B_{m+1} s^{m+1}},$$

где A , и B , — известные коэффициенты.

Находим корни полинома

$$B_0 + B_1 s + B_2 s^2 + \dots + B_{m+1} s^{m+1} = 0.$$

Пусть эти корни равны b_1, b_2, \dots, b_{m+1} . Это означает, что

$$B_0 + B_1 s + B_2 s^2 + \dots + B_{m+1} s^{m+1} = \prod_{j=1}^{m+1} (s - b_j)$$

Записываем $\varphi(s)$ условно в виде суммы простых дробей

$$\varphi(s) = \frac{\beta_1}{s - b_1} - \frac{\beta_2}{s - b_2} + \dots + \frac{\beta_{m+1}}{s - b_{m+1}},$$

где β_j — искомые коэффициенты.

Перепишем $\varphi(s)$ в приведенном виде

$$\varphi(s) = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j \prod_{i \neq j} (s - b_i)}{(s - b_1)(s - b_2) \dots (s - b_{m+1})}.$$

После преобразования, получаем

$$\varphi(s) = \frac{\varphi_0 + \varphi_1 s + \varphi_2 s^2 + \dots + \varphi_m s^m}{(s - b_1)(s - b_2) \dots (s - b_{m+1})},$$

где φ_i выражены через различные β_j и b_j .

Полиномы равны тогда, когда $A_0 = \varphi_0$, $A_1 = \varphi_1$, $A_2 = \varphi_2$, ..., $A_i = \varphi_i$. Из этих уравнений определяются искомые коэффициенты β_i .

После нахождения φ_j к $\varphi(s)$ применим обратное преобразование Лапласа: из выражения

$$\varphi(s) = \sum_{j=1}^{m+1} \frac{\beta_j}{s - b_j}$$

определим

$$K(t) = \sum_{j=1}^{m+1} \beta_j e^{-b_j t}.$$

Если $\varphi(s)$ имеет k равных значений b_j , то исходное уравнение должно быть записано в виде

$$\varphi(s) = \frac{\beta_1}{s - b_1} + \dots + \frac{\beta_2}{(s - b_j)^k} + \dots + \frac{\beta_{m+1}}{s - b_{m+1}},$$

где k — кратность корня b_j .

К членам вида $\beta_j / (s - b_j)^k$ применяется соответствующее обратное преобразование Лапласа.

2.3.1.3. Расчет вероятности безотказной работы. При нахождении вероятности безотказной работы необходимо в графе переходов ввести так называемые поглощающие состояния вместо всех состояний отказа. Это означает, что следует обратить в нуль все интенсивности переходов из любого состояния отказа. При написании дифференциальных уравнений можно лишь соответствующим образом изменить области суммирования.

Для каждого состояния работоспособности $k (k \in G)$ можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$p'_k(t) = -p_k(t) \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ki} + \sum_{i \in E_+ \cap B(k)} \Lambda_{ik} p_i(t),$$

где вторая сумма берется по подмножеству тех состояний $E(k)$, которые одновременно принадлежат E_+ .

Если граф переходов содержит m различных состояний работоспособности, в результате может быть составлено m различных дифференциальных уравнений. Все эти уравнения и начальные условия вида $p_i(0) = p_i$ используются для нахождения вероятности безотказной работы.

Для определения искомой характеристики надежности к записанной системе дифференциальных уравнений применяется преобразование Лапласа, в результате чего получается система алгебраических уравнений:

$$s\varphi_k(s) - p_k = -\phi_k(s) \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ki} + \sum_{i \in E(k) \cap E_+} \Lambda_{ik} \varphi_i(s).$$

Решение этой системы уравнений и определение вероятности безотказной работы осуществляются далее так же, как и для нестационарного коэффициента готовности.

2.3.1.4. Расчет средней наработки и коэффициента готовности. Если $\varphi(s)$ есть преобразование Лапласа для вероятности безотказной работы, то

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt = \left[\int_0^{\infty} e^{-st} P(t) dt \right]_{s=0} = \varphi(s) \Big|_{s=0}$$

Таким образом, чтобы найти среднюю наработку до отказа (или между отказами), достаточно решить систему уравнений вида

$$-p_k(0) = \varphi_k(0) \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ki} + \sum_{i \in E(k)} \Lambda_{ik} \varphi_i(0)$$

для всех $k \in G$.

Для получения средней наработки до отказа необходимо принять в качестве начальных условий $p_i(0) = 1$ и $p_j(0) = 0$ для $j \neq i$, где i - исходное состояние процесса, а для получения средней наработки между отказами (в стационарном режиме)

$$p_i(0) = p_i \left(\sum_{j \in E_+} p_j \right)^{-1}.$$

2.3.2. Восстанавливаемые резервированные системы различной кратности с неидеальными параметрами контроля и переключения

2.3.2.1. Предварительные замечания. В современных сложных изделиях все чаще встречается такое резервирование, когда все факторы, оказывающие наибольшее влияние на надежность резервированной системы, присутствуют одновременно. Это прежде всего кратность резервирования, параметры переключения на резерв, нагруженность резерва, параметры контроля основных и резервных устройств. Причем эти факторы влияют на надежность системы значительно сильнее, чем λ и μ .

В случае: дублированное устройство ($k = 1$) с нагруженным резервом ($\lambda_1 = \lambda$), периодический контроль резерва отсутствует ($\tau_k = \infty$):

$$T(1) = 1 / [\lambda(1 - (1 + \eta)(N/2 - \lambda/\mu))]$$

2.3.2.2. Система из k основных и n резервных элементов. Предполагается, что все элементы ремонтируются независимо, т. е. восстановление неограниченное. Все резервные элементы занумерованы, при отказе одного из основных элементов он «меняется местами» с тем резервным, который имеет наименьший номер среди всех резервных, не ремонтируемых в данный момент. Считается, что $t \ll 1/k_1$.

Для сокращения объема вычислений расчетные формулы приводятся в рекуррентном виде с числом шагов, возрастающим с увеличением числа резервных устройств.

2.3.2.3. Система из k основных и n резервных элементов с ненадежным переключающим устройством. Переключающее устройство представляет собой самостоятельный элемент со своими параметрами отказов, восстановления и контроля $(\tilde{\lambda}, \tilde{\mu}, \tilde{\eta}, \tilde{\tau}_k, \tilde{\eta}_k)$. При отказе одного из основных элементов переключение на резерв происходит успешно, только если переключающее устройство исправно, в противном случае переключение задерживается до окончания ремонта переключателя и происходит отказ системы средней продолжительности $\tau_n = 1/\mu$.

3. Дублирование с восстановлением

Дублирование является одним из наиболее часто встречающихся на практике видов резервирования.

3.1. Идентичные элементы

Предполагаются идеальный контроль работоспособности, мгновенное и абсолютно надежное переключение на резерв.

Расчетные формулы показателей надежности для дублированной системы из идентичных элементов приведены в табл. 3.1-3.4.

Приближенные формулы справедливы при выполнении условия $\gamma \ll 1$, где $\gamma = \lambda/\mu$.

Таблица 3.1. Нагруженное дублирование при идентичных элементах и неограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$T^{(0)}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1+3\gamma}{2\gamma}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{2\gamma}$
$T^{(1)}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1+2\gamma}{2\gamma}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{2\gamma}$
τ	$\frac{1}{2\mu}$	-
$p^{(0)}(t_0)$	$\frac{1}{x_1 - x_2} (x_1 e^{-x_2 t_0} - x_2 e^{-x_1 t_0})$	$e^{-\frac{2\gamma}{1+3\gamma} \lambda t_0}$
$K(t)$	$1 - \frac{2\lambda^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} (\varepsilon_1 e^{-\varepsilon_2 t} - \varepsilon_2 e^{-\varepsilon_1 t}) \right]$	$1 - \gamma^2 \left[1 - \left(2 - e^{-\frac{\lambda}{\gamma}} \right) e^{-\frac{\lambda}{\gamma}} \right]$
K	$\frac{1}{1 + \gamma^*}$	$1 - \gamma^2$
$R(t_0)$	$\frac{x_2(\lambda - x_2)e^{-x_1 t_0} - x_1(\lambda - x_1)e^{-x_2 t_0}}{\mu(x_1 + x_2)(1 + \gamma^2)}$	$\frac{1}{1 + \gamma^*} e^{-\frac{2\gamma}{1+3\gamma} \lambda t_0}$

Примечание. Обозначения: $x_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} (1 + 3\gamma \pm \sqrt{1 + 6\gamma + \gamma^2})$; $\varepsilon_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} (1 + \gamma)(3 \pm 1)$;

$$\gamma^* = \frac{\gamma^2}{1 + 2\gamma}.$$

Таблица 3.2. Нагруженное дублирование при идентичных элементах и ограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$T^{(0)}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1+3\gamma}{2\gamma}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{2\gamma}$
$T^{(1)}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1+2\gamma}{2\gamma}$	$\frac{1}{\lambda} \frac{1}{2\gamma}$
τ	$\frac{1}{\mu}$	-
$p^{(0)}(t_0)$	$\frac{1}{x_1 - x_2} (x_1 e^{-x_2 t_0} - x_2 e^{-x_1 t_0})$	$e^{-\frac{2\gamma}{1+3\gamma} \lambda t_0}$
$K(t)$	$1 - \frac{2\lambda^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} (\varepsilon_1 e^{-\varepsilon_2 t} - \varepsilon_2 e^{-\varepsilon_1 t}) \right]$	$1 - 2\gamma^2 \left[1 - \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma} t \right) e^{-\frac{\lambda}{\gamma}} \right]$
K	$\frac{1}{1 + \gamma^*}$	$1 - 2\gamma^2$
$R(t_0)$	$\frac{x_2(\lambda - x_2)e^{-x_1 t_0} - x_1(\lambda - x_1)e^{-x_2 t_0}}{\mu(x_1 + x_2)(1 + 2\gamma + 2\gamma^2)}$	$\frac{1}{1 + \gamma^*} e^{-\frac{2\gamma}{1+3\gamma} \lambda t_0}$

Примечание. Обозначения: $x_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} \left[(1 + 3\gamma) \pm \sqrt{1 + 6\gamma + \gamma^2} \right]$;
 $\varepsilon_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} \left[(2 + 3\gamma) \pm \sqrt{4\gamma + \gamma^2} \right]$; $\gamma^* = \frac{2\gamma^2}{1 + 2\gamma}$.

Таблица 3.3. Ненагруженное дублирование при идентичных элементах и неограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$T^{(0)}$	$\frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{1}{\gamma} \right)$	$\frac{1}{\lambda\gamma}$
$T^{(1)}$	$\frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{1}{\gamma} \right)$	$\frac{1}{\lambda\gamma}$
τ	$\frac{1}{2\mu}$	-
$p^{(0)}(t_0)$	$\frac{1}{x_1 - x_2} (x_1 e^{-x_2 t_0} - x_2 e^{-x_1 t_0})$	$e^{-\frac{1}{2+1/\gamma} \lambda t_0}$
$K(t)$	$1 - \frac{\lambda^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} (\varepsilon_1 e^{-\varepsilon_2 t} - \varepsilon_2 e^{-\varepsilon_1 t}) \right]$	$1 - \frac{\gamma^2}{2} \left[1 - \left(2 - e^{-\frac{\lambda t}{\gamma}} \right) e^{-\frac{\lambda t}{\gamma}} \right]$
K	$\frac{1}{1 + \gamma^*}$	$1 - \frac{\gamma^2}{2}$
$R(t_0)$	$\frac{2[x_2(\lambda - x_2)e^{-x_1 t_0} - x_1(\lambda - x_1)e^{-x_2 t_0}]}{\mu(x_1 + x_2)(2 + 2\gamma + \gamma^2)}$	$\frac{1}{1 + \gamma^*} e^{-\frac{1}{2+1/\gamma} \lambda t_0}$

Примечание. Обозначения: $x_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} (1 + 3\gamma \pm \sqrt{1 + 6\gamma + \gamma^2})$;
 $\varepsilon_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} [(3 + 2\gamma) \pm \sqrt{1 + 4\gamma}]$; $\gamma^* = \frac{\gamma^2}{2(1 + \gamma)}$.

Таблица 3.4. Ненагруженное дублирование при идентичных элементах и ограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$T^{(0)}$	$\frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{1}{\gamma} \right)$	$\frac{1}{\lambda\gamma}$
$T^{(1)}$	$\frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{1}{\gamma} \right)$	$\frac{1}{\lambda\gamma}$
τ	$\frac{1}{\mu}$	-

$p^{(0)}(t_0)$	$\frac{1}{x_1 - x_2} (x_1 e^{-x_2 t_0} - x_2 e^{-x_1 t_0})$	$e^{-\frac{1}{2+1/\gamma} \lambda t_0}$
$K(t)$	$1 - \frac{\lambda^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} (\varepsilon_1 e^{-\varepsilon_2 t} - \varepsilon_2 e^{-\varepsilon_1 t}) \right]$	$1 - \gamma^2 \left[1 - \left(1 + \frac{\lambda}{\gamma} t \right) e^{-\frac{\lambda t}{\gamma}} \right]$
K	$\frac{1}{1 + \gamma^*}$	$1 - \gamma^2$
$R(t_0)$	$\frac{x_2 (\lambda - x_2) e^{-x_1 t_0} - x_1 (\lambda - x_1) e^{-x_2 t_0}}{\mu (x_1 + x_2) (1 + \gamma + \gamma^2)}$	$\frac{1}{1 + \gamma^*} e^{-\frac{1}{2+1/\gamma} \lambda t_0}$

Примечание. Обозначения: $x_{1,2} = \frac{\lambda}{2\gamma} (1 + 2\gamma) \pm \sqrt{1 + 4\gamma}$; $\varepsilon_{1,2} = \frac{\lambda}{\gamma} [(1 + \gamma) \pm \sqrt{\gamma}]$;

$$\gamma^* = \frac{\gamma^2}{1 + \gamma}.$$

3.3. Зависимые элементы

Для повышения надежности наиболее сложных или особо ответственных устройств нередко приходится применять функциональное резервирование, заключающееся в том, что основное (рабочее) устройство резервируется устройством, не аналогичным ему по своей структуре и принципам работы. Например, электронное устройство может резервироваться механической или оптической системой и т. п.

Такое устройство, резервирующее рабочее устройство только по функциональному назначению, может характеризоваться сильно отличающейся интенсивностью отказов и восстановления, и часто оба устройства зависят друг от друга по нагрузке (входным параметрам), которая в случае отказа одного из них перераспределяется на устройства, оставшиеся исправными.

Для дублированной системы (рис. 3.1) обозначим: $\lambda_1^{(2)}(\lambda_2^{(1)})$ — интенсивность отказов первого (второго) элемента при условии, что второй (первый) уже отказал; $\mu_1^{(2)}(\mu_2^{(1)})$ — интенсивность восстановления первого (второго) элемента при условии, что второй (первый) элемент также уже восстанавливается; $\lambda_1(\lambda_2)$ — интенсивность отказов первого

(второго) элемента при условии, что второй (первый) работоспособен; $\mu_1(\mu_2)$ — интенсивность восстановления первого (второго) элемента при условии, что второй (первый) работоспособен.

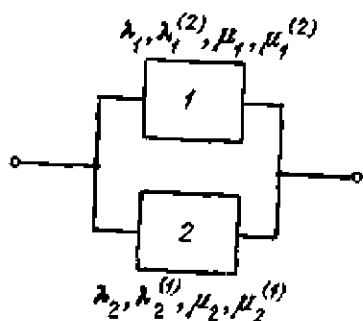


Рис. 3.1. Структурная схема дублированной системы из зависимых элементов с разными показателями надежности

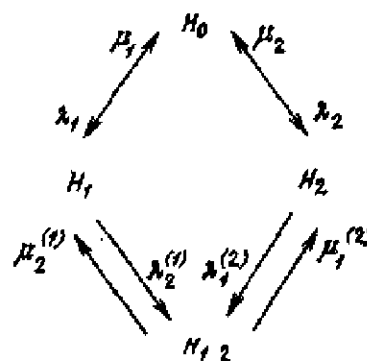


Рис. 3.2. Граф переходов из одного состояния в другое дублированной системы из зависимых элементов с разными показателями надежности

Граф переходов дублированной системы из одного состояния в другое представлен на рис. 3.2, где обозначено: H_0 — состояние системы, в котором отказавших элементов нет; H_1 (H_2) — состояние системы, в котором отказавшим является первый (второй) элемент; H_{12} — состояние отказа системы, в котором отказавшими являются оба элемента.

В табл. 3.5 приведены точные и приближенные формулы для основных показателей надежности дублированной системы. Приближенные формулы справедливы при выполнении условия

$$\bar{\gamma} = \bar{\lambda} / \mu_- \ll 1/2,$$

где $\bar{\lambda} = \max(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1^{(2)}, \lambda_2^{(1)})$; $\mu_- = \max(\mu_1, \mu_2, \mu_1^{(2)}, \mu_2^{(1)})$.

Таблица 3.5. Дублированная система при зависимых элементах с разными показателями надежности и неограниченном восстановлении

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
$T^{(0)}$	$\frac{1 + \alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2}{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}$	$\frac{\mu_1 \mu_2}{\lambda_2 \lambda_1^{(2)} \mu_1 + \lambda_1 \lambda_2^{(1)} \mu_2}$
$T^{(1)}$	$\frac{\mu_1^{(2)} \psi_1 + \mu_2^{(1)} \psi_2}{(\mu_1^{(2)} + \mu_2^{(1)}) (\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2)}$	$\frac{\mu_1 \mu_2}{\lambda_2 \lambda_1^{(2)} \mu_1 + \lambda_1 \lambda_2^{(1)} \mu_2}$
$P(t_0)$	Не приводится	$e^{-\frac{2 \nu \bar{\lambda} t_0}{1+3 \nu}}$
τ	$(\mu_1^{(2)} + \mu_2^{(1)})^{-1}$	-
$K(t)$	$\left(1 + \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}{\mu_1^{(2)} \psi_1 + \mu_2^{(1)} \psi_2}\right)^{-1}$	$\frac{\lambda_2 \lambda_1^{(2)} \mu_1 + \lambda_1 \lambda_2^{(1)} \mu_2}{\mu_2 \mu_1 (\mu_1^{(2)} + \mu_2^{(1)})}$
$R(t_0)$	Не приводится	$\left(1 + \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}{\mu_1^{(2)} \psi_1 + \mu_2^{(1)} \psi_2}\right)^{-1} e^{-\frac{2 \nu \bar{\lambda} t_0}{1+3 \nu}}$

Примечание: Обозначения: $\alpha_1 = \frac{\lambda_2^{(1)}}{\lambda_2^{(1)} + \mu_1}$; $\alpha_2 = \frac{\lambda_1^{(2)}}{\lambda_1^{(2)} + \mu_2}$; $\beta_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2^{(1)}}$; $\beta_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1^{(2)}}$;

$$\psi_1 = (1 - \alpha_2)(1 + \alpha_1 \beta_1) + \alpha_2 \beta_2 \left(1 + \alpha_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right);$$

$$\psi_2 = (1 - \alpha_1)(1 + \alpha_2 \beta_2) + \alpha_1 \beta_1 \left(1 + \alpha_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)$$

3.4. Учет контроля и переключения

3.4.1. Учет конечного времени переключения

Рассмотрим дублированную систему с абсолютно надежным переключателем, осуществляющим переключение при отказе основного элемента за конечное время t_n . Для всех показателей надежности системы при различных режимах работы и восстановления приведенные приближенные формулы справедливы для условий: средняя наработка до отказа элементов много больше среднего времени простоя и времени переключения; $T \gg \tau$ и $T \gg t_n$; ограничений для соотношений T и t_n не делается (табл. 3.6-3.9).

Произвольное распределение $P(t)$ предполагается «стареющим». Приведенные в таблицах верхние и нижние оценки справедливы для распределений с возрастающей функцией интенсивности. В таблицах введены

Таблица 3.6. Нагруженное дублирование с конечным временем переключения при неограниченном восстановлении*

Показатель	Экспоненциальное распределение	Произвольное распределение	
		Нижняя оценка	Верхняя оценка
T_c	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{T}{2}$
τ_c	$t_n + \gamma\tau$	$t_n + 0.5\gamma\tau$	$t_n + \gamma\tau$
$P_c(t_0)$	$e^{-\gamma_0}$	$1 - 2\gamma_0$	$e^{-\gamma}$
K	$1 - (\gamma_n + \gamma^2)$	$1 - 2(\gamma + 0.5\gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + \gamma^2)$
$R(t_0)$	$[1 - (\gamma_n + \gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - 2(\gamma + 0.5\gamma^2)](1 - \gamma_0)^2$	$[1 - (\gamma_n + \gamma^2)]e^{-\gamma_0}$

* $D = 2\gamma + \alpha\gamma_n$, $L^* = 2\gamma + 0.5\alpha\gamma_n$; $N = \alpha + \gamma(2 - \alpha)(1 - \alpha)$; $M = \alpha + (2\gamma_n + \gamma)(1 - \alpha)$ и $M^* = \alpha + (\gamma_n + \gamma)(1 - \alpha)$.

Таблица 3.7. Нагруженное дублирование с конечным временем переключения при ограниченном восстановлении

Показатель	Экспоненциальное распределение	Произвольное распределение	
		Нижняя оценка	Верхняя оценка
T_c	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{T}{2}$	T
τ_c	$t_n + 2\gamma\tau$	$t_n + 0.5\gamma\tau$	$t_n + 2\gamma\tau$
$P_c(t_0)$	$e^{-\gamma_0}$	$1 - 2\gamma_0$	$e^{-\gamma_0}$
K	$1 - (\gamma_n + 2\gamma^2)$	$1 - 2(\gamma + 0.5\gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + 2\gamma^2)$
$R(t_0)$	$[1 - (\gamma_n + 2\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - 2(\gamma + 0.5\gamma^2)](1 - \gamma_0)^2$	$[1 - (\gamma_n + 2\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$

Таблица 3.8. Ненагруженное дублирование с конечным временем переключения при неограниченном восстановлении

Показатель	Экспоненциальное распределение	Произвольное распределение P(t)	
		Нижняя оценка	Верхняя оценка
T_c	$\frac{1}{\lambda}$	T	T
τ_c	$t_n + 0.5\gamma\tau$	$t_n + 0.5\gamma\tau$	$t_n + 0.5\gamma\tau$
$P_c(t_0)$	$e^{-\gamma_0}$	$P(t_0)$	$P(t_0)$
K	$1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)$
$R(t_0)$	$[1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$

Таблица 3.9. Нагруженное дублирование с конечным временем переключения при ограниченном восстановлении

Показатель	Экспоненциальное распределение	Произвольное распределение P(t)	
		Нижняя оценка	Верхняя оценка
T_c	$\frac{1}{\lambda}$	T	T
τ_c	$t_n + \gamma\tau$	$t_n + 0.5\gamma\tau$	$t_n + \gamma\tau$
$P_c(t_0)$	$e^{-\gamma_0}$	$P(t_0)$	$P(t_0)$
K	$1 - (\gamma_n + \gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)$	$1 - (\gamma_n + \gamma^2)$
$R(t_0)$	$[1 - (\gamma_n + \gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - (\gamma_n + 0.5\gamma^2)]e^{-\gamma_0}$	$[1 - (\gamma_n + \gamma^2)]e^{-\gamma_0}$

обозначения: $\gamma = \tau/T$; $\gamma_0 = t_0/T$; $\gamma_n = t_n/T$. Нижний индекс «с» означает соответствующий показатель системы.

3.4.2. Учет надежности переключателя

Рассматривается дублированная система, состоящая из двух идентичных элементов. При отказе основного элемента переключение на резерв происходит с помощью переключателя, который, в свою очередь, может отказать либо с течением времени (вероятность безотказной работы переключателя $P_p(t)$), либо только в процессе переключения с вероятностью q .

Когда переключатель отказывает с течением времени, можно рассмотреть две существенно различные схемы: отказ обнаруживается либо немедленно после его возникновения, либо только непосредственно в момент переключения, т. е. при отказе основного элемента. В последнем случае отказ переключателя неизбежно приводит к отказу системы в целом, т.к. даже при наличии исправного резервного элемента его нельзя подключить для выполнения основных функций.

3.4.3. Учет полноты контроля

Во многих практических случаях при нагруженном дублировании не удастся осуществлять одинаковый контроль основного и резервного элементов. Например, иногда возможен контроль только основного элемента за счет использования функциональных тестов в процессе выполнения рабочих операций, а иногда возможен аппаратный контроль лишь элемента, находящегося в резерве и не выполняющего рабочих функций.

Оказывается, что весьма существенно, какой элемент контролируется полностью, а какой частично (очень важно осуществлять как можно более полный непрерывный контроль основного элемента), а также режимы резерва и восстановления. Средние значения времени простоя дублированной системы τ^* для разных случаев приведены (табл. 3.10) в предположении, что $\gamma \ll 1$.

Таблица 3.10. Приближенные значения τ^*

Резерв	Распределение времени восстановления	Восстановление	
		ограниченное	неограниченное
Нагруженный	Произвольное	τ	0,5 τ (нижняя оценка)
			τ (верхняя оценка)
	Экспоненциальное	τ	0,5 τ
Ненагруженный	Произвольное	0,5 τ	0,5 τ (нижняя оценка)
			τ (верхняя оценка)
	Экспоненциальное	τ	0,5 τ

Предполагается, что переход с отказавшего основного элемента на резервный происходит только с помощью переключателя, т. е. Осуществляется резервирование замещением, а не постоянное резервирование, причем переключатель предполагается абсолютно надёжным. Отказ в неконтролируемой части основного элемента всегда приводит к отказу системы, так как она остается в состоянии необнаруженного отказа до момента очередной периодической проверки. Все формулы являются приближенными и справедливы лишь в предположении, что $\gamma \ll 1$, $\gamma_0 \ll 1$, $\gamma^* \ll 1$, $\gamma_v \ll 1$. Средняя наработка до отказа T_0 и вероятность безотказной работы $P_0(t)$ приведены для стационарного режима, нижние и верхние оценки - для случаев, когда соответствующие распределения предполагаются «стареющими».

4. Системы с монотонной структурой

4.1. Предварительные замечания

Многие реальные системы имеют сложную структуру, которая может и не сводиться к обычным параллельно-последовательным или последовательно-параллельным соединениям (рис. 4.1). Наиболее простой пример подобных структур (мостиковая схема) показан на рис. 4.2. В общем случае такие системы могут представлять собой сети сложной конфигурации. На практике к подобным системам можно отнести различные территориально распределенные системы, системы связи, информационные системы, системы управления объектами системы электро-энергетики и т.п.

Такие системы называются системами с монотонной структурой (последовательно-параллельные и параллельно-последовательные структуры являются частными случаями таких систем). Для них характерно одно

свойство: отказ любого из элементов может привести к ухудшению надежности или к отказу системы.

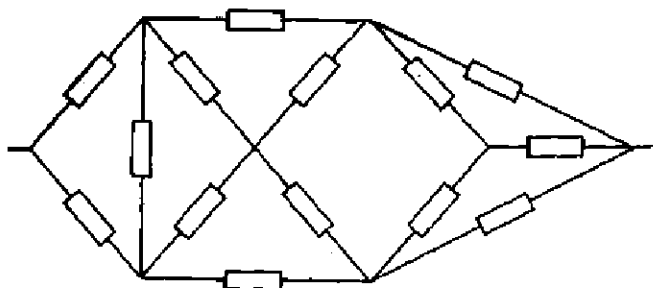


Рис. 4.1. Система со сложной структурой

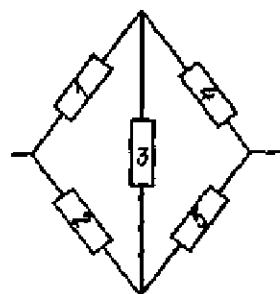


Рис. 4.2. Мостиковая схема

4.2. Определение монотонной структуры

Большинство практических систем характеризуется рядом свойств, заключающихся в том, что их характеристики надежности монотонно ухудшаются (не улучшаются) при ухудшении характеристик надежности составляющих их элементов.

4.3. Метод прямого перебора

Произвольная система, состоящая из n элементов, каждый из которых может находиться в состоянии работоспособности и в состоянии отказа, может находиться в 2^n различных состояниях:

- H_0 — все n элементов работоспособны;
- H_i — отказал i -й элемент, остальные работоспособны;
- H_{ij} — отказали i -й и j -й элементы, остальные работоспособны;
- $H_{1, 2, ..., n}$ — отказали все элементы.

Если каким-либо образом определен критерий отказа системы, то все множество ее состояний можно разделить на два подмножества: подмножество состояний работоспособности F и подмножество состояний отказа G . Тогда, если для каждого состояния a - H_a вычислить вероятность его появления P_a , то вероятность состояния работоспособности системы в целом можно записать как

$$P\{H_a \in F\} = \sum_{H_a \in F} P_a.$$

4.4. Метод разложения относительно особого элемента

В редких случаях удастся воспользоваться известной из математической логики теоремой о разложении функции логики по любому аргументу. Применительно к задачам надежности эта теорема может быть сформулирована следующим образом:

$$h(p) = p_i M\Phi(X_i, x_i = 1) + q_i M\Phi(X_i, x_i = 0),$$

где $M\Phi(X_i, x_i = 1)$ — вероятность состояния работоспособности системы при условии, что i -й элемент абсолютно надежен; $M\Phi(X_i, x_i = 0)$ — та же вероятность при условии, что i -й элемент заведомо отказал.

5. Характер и основные требования подготовки

5.1. Общие положения

Цель изучения дисциплины заключается в формировании у студентов знаний и умений анализа и обеспечения надежности программно-технических средств и систем автоматизации.

Основные задачи изучения дисциплины заключаются в овладении методами расчета показателей надежности технических систем, эффективного структурирования систем автоматизации и управления, их диагностирования и определения показателей функционирования.

В результате изучения дисциплины студенты должны знать:

- основные составляющие надежности и соответствующие функциональные и числовые показатели;
- методы расчета надежности технических и программных систем;
- способы оценивания эффективности сложных программно-технических систем автоматизации;
- способы обеспечения заданного уровня надежности программно-технических систем автоматизации;
- способы планирования и проведения испытаний и наблюдений для определения показателей надежности.

В результате изучения дисциплины студенты должны уметь:

- оценивать по экспериментальным данным показатели надежности технических и программных средств;
- анализировать надежность восстанавливаемых и невосстанавливаемых систем;
- синтезировать технические системы с заданным уровнем надежности.

В результате изучения дисциплины студенты должны владеть:

- методами создания аппаратных программных средств с заданным уровнем надежности и диагностирования систем автоматизации и управления;
- методами диагностики состояния и динамики объектов деятельности (технологических процессов, оборудования, средств автоматизации и управления с использованием необходимых современных методов и средств их анализа);
- методами проведения испытаний по определению показателей надежности систем управления различного уровня технологическими процессами и производствами.

Изучение дисциплины базируется на учебном материале следующих курсов: “Математика” (линейная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление, линейные дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика), “Технические средства автоматизации”, “Технологические измерения и приборы”, “Системы автоматизации и управления”. Знания и умения, полученные при освоении курса, используются при изучении курсов “Проектирование систем автоматизации”, “Автоматизация технологических процессов и производств”, а также при курсовом и дипломном проектировании.

5.2. Содержание самостоятельной работы

5.2.1. Подготовка к занятиям

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины складывается из подготовки к текущим занятиям, из выполнения курсовой работы и подготовки к ее защите, из подготовки к зачету по лабораторным работам.

Подготовка к текущим занятиям включает: изучение соответствующих разделов специальной литературы; проработку конспектов лекций; изучение методической литературы к лабораторному практикуму.

Основные темы и их содержания для проработки.

Общие сведения о надежности. Проблема надежности в технике, технологиях, автоматике. Математический аппарат теории надежности. Понятие технического элемента, системы. Понятие отказа элемента (системы), классификация отказов. Надежность и ее составляющие: безотказность, восстанавливаемость (ремонтпригодность), сохраняемость и долговечность. Функциональные показатели надежности: вероятность безотказной работы и восстановления за заданное время, плотность и интенсивность отказов и восстановления, функция готовности. Числовые показатели надежности: средняя наработка на отказ и восстановления, гамма-процентный ресурс (гарантированный ресурс). Срок сохраняемости, коэффициент

готовности и др. Теоретические законы безотказности и восстанавливаемости. Параметры за-конов и их связь с числовыми показателями надежности.

Надежность безизбыточных невосстанавливаемых систем. Понятие основного и избыточного (резервного) элемента. Основное соединение элементов. Структурные надежность схемы безизбыточных систем. Определение показателей надежности нерезервированной системы по известным характеристикам надежности основных элементов. Методы повышения надежности нерезервированной системы: упрощение схем, замена элементов.

Надежность систем с резервированием и восстановлением. Резервирование в технических системах и его виды: постоянное, скользящее, замещением; нагруженное, частично нагруженное, ненагруженное; групповое и индивидуальное; одно-, дробно- и многократное; мажоритарное. Структурные надежность схемы для различных видов резервирования. Методы расчета надежности резервированных невосстанавливаемых систем по известным характеристикам элементов. Показатели эффективности резервирования, способы их определения. Анализ надежности резервированных восстанавливаемых систем. Описание восстанавливаемых систем марковским случайным процессом с непрерывным временем и дискретными состояниями.

Синтез резервированных систем с оптимальным уровнем надежности. Постановка задачи синтеза резервированной системы с оптимальным или заданным уровнем надежности: критерии оптимальности, управления, связи, ограничения. Методы решения комбинаторных оптимизационных задач на условный экстремум: динамическое программирование, ветвей и границ, целочисленное нелинейное программирование и др. Оптимизационные задачи профилактического обслуживания технических систем.

Эффективность сложных систем. Понятие эффективности сложной системы, критерии эффективности, вычисление критериев эффективности через вероятности состояний марковской системы с непрерывным временем. Описание вероятностей конечного числа состояний системы. Анализ размерности системы уравнений, методы их решения. Способы уменьшения размерности системы уравнений: введение функциональных состояний, объединение “близких” состояний, уменьшение числа элементов и др.

Надежность программных средств и систем. Понятие “отказа” программы, программного обеспечения. Классификация отказов; ошибки в программах как источник отказа. Классификация ошибок, анализ распределения ошибок по стадиям создания. Способы и приемы выявления и устранения ошибок на стадиях разработки спецификаций, проектирования, реализации. Функциональные и числовые характеристики безотказности и восстанавливаемости нерезервированных программных средств и систем. Зависимость показателей надежности программных средств от числа ошибок в программах. Оценивание числа ошибок на стадии сопровождения. Резервирование программных средств и систем.

Оценка показателей надежности технических средств и систем. Определительные испытания на надежность. Планирование и проведение испытаний, методы обработки экспериментальных данных при определении статистических распределений и точечных и интервальных оценок числовых показателей надежности. Форсированные испытания на надежность. Методика их проведения и обработки данных. Контрольные испытания

технических средств и систем. Понятие ошибок первого и второго рода, риска изготовителя и пользователя. Тактика последовательного экспериментирования с целью обеспечения заданных рисков изготовителя и пользователя. Определение оценок показателей надежности технических элементов и систем по результатам эксплуатации. Методы сбора данных о наработках между отказами и восстановлениями; оценивание показателей надежности; анализ влияния условий эксплуатации элементов и систем на оценки показателей надежности.

5.2.2. Курсовая работа

Тема: Разработка требований эффективного функционирования автоматизированной системы с заданными показателями надежности.

Основные направления тематики:

- определение оценок показателей надежности технических средств по экспериментальным данным;
- расчет надежности автоматической системы сигнализации, защиты и блокировки, регулирования, контроля и регистрации;
- определение оптимального резерва при заданном уровне надежности информационного (или регулирующего) канала АСУТП при заданных ограничениях.

Состав и объем курсовой работы.

Пояснительная записка включает основные разделы:

- обоснование метода определения показателей надежности технической системы;
- разработку структуры технической системы с требуемыми показателями надежности;
- расчет показателей надежности технической системы.

Текстовая часть пояснительной записки представляется объемом 30-50 страниц машинописного текста и сопровождается необходимым графическим материалом.

Графическая часть курсовой работы выполняется на одном или двух листах формата А1.

Требования по оформлению пояснительной записки установлены СТП АГТУ 2.01.99.

При оформлении графического материала необходимо соблюдать требования ГОСТ 2.743-91, 19.003-80, 2.105-95.

Библиографический список

1. Алексеев А.Е. Методы расчета показателей надежности технических систем: Часть I. Учебное пособие. – Архангельск: Изд-во ФГУП «ПО» Севмаш», 2003. - 77 с.
2. Алексеев А.Е. Методы расчета показателей надежности технических систем: Часть II. Методические указания по выполнению лабораторных работ. - Архангельск: Изд-во ФГУП «ПО «Севмаш», 2003. - 65 с.
3. Балакирев В.С., Бадеников В.Я. Надежность технических и программных средств автоматизации: Учебное пособие. Ангарск: АТИ, 1994. - 64 с.
4. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. М.: Энергоатомиздат, 1986. - 480 с.
5. Надежность систем управления химическими производствами. / Б.В. Палюх, Г.М.Притыка, В.Л.Петров и др. - М.: Химия, 1987. - 178 с.
6. Обеспечение и методы оптимизации надежности химических и нефтеперерабатывающих производств / В.В. Кафаров, В.П. Мешалкин, Г.Грун и др. М.: Химия, 1987. - 272 с.
7. Шураков В.В. Надежность программного обеспечения систем обработки данных: Учебник - М.: Финансы и статистика, 1987. - 272 с.
8. Ястребенецкий М.А., Иванова Г.М. Надежность АСУТП: Учебное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1989. - 264 с.

Оглавление

Введение	3
1. Термины и понятия надежности	5
1.1. Общие понятия.	5
1.2. Характеристики отказов.	9
1.3. Резервирование.	10
1.4. Показатели безотказности и ремонтпригодности.	11
1.5. Показатели долговечности и сохраняемости.	13
1.6. Показатели надежности.	14
1.6.1. Невосстанавливаемые объекты.	14
1.6.2. Восстанавливаемые объекты.	17
1.6.3. Специальные показатели.	24
1.7. Выбор показателей надежности системы.	28
1.8. Задание требований по надежности.	29
1.8.1. Предварительные замечания.	29
1.8.2. Задание требований на систему.	30
1.8.3. Задание требований на подсистему.	31
1.8.3.1. Метод равномерного распределения.	31
1.8.3.2. Метод пропорционального распределения.	31
1.8.3.3. Метод оптимального распределения.	32
1.8.4. Задание требований на элемент.	32
2. Методы расчета.	33
2.1. Надежность элемента.	33
2.1.1. Невосстанавливаемый элемент	33
2.1.1.1. Предварительные замечания.	33
2.1.1.2. Произвольное распределение.	33
2.1.1.3. Экспоненциальное распределение.	34
2.1.1.4. «Стареющие» распределения.	34
2.1.1.5. Вероятность безотказной работы при случайной длительности выполнения задачи.	34
2.1.2. Восстанавливаемый элемент	35
2.1.2.1. Предварительные замечания.	35
2.1.2.2. Произвольные распределения наработки до отказа и времени восстановления.	35

2.1.2.3. Экспоненциальные распределения наработки до отказа $F(t)$ и времени восстановления $G(t)$	36
2.1.2.4. Частично контролируемый восстанавливаемый элемент.	37
2.1.2.5. Восстанавливаемый элемент с регламентными работами.	38
2.2. Системы без восстановления.	42
2.2.1. Последовательное соединение элементов.	42
2.2.1.1. Предварительные замечания.	42
2.2.1.2. Система из независимых элементов.	42
2.2.1.3. Экспоненциальное распределение.	43
2.2.1.4. Последовательное соединение зависимых элементов.	43
2.2.1.5. ВФИ-распределение.	43
2.2.2. <i>Нагруженный резерв</i>	44
2.2.2.1. Предварительные замечания.	44
2.2.2.2. Резервирование одного основного элемента.	45
2.2.2.3. Скользящее резервирование.	46
2.2.3. <i>Ненагруженный резерв</i>	50
2.2.3.1. Предварительные замечания.	50
2.2.3.2. Скользящее резервирование.	51
2.3. Системы с восстановлением.	52
2.3.1. Общая схема Марковского процесса.	52
2.3.1.1. Принципы составления графа переходов.	52
2.3.1.2. Расчет нестационарного коэффициента готовности.	53
2.3.1.3. Расчет вероятности безотказной работы.	56
2.3.1.4. Расчет средней наработки и коэффициента готовности.	57
2.3.2. Восстанавливаемые резервированные системы различной кратности с неидеальными параметрами контроля и переключения.	57
2.3.2.1. Предварительные замечания.	57
2.3.2.2. Система из k основных и n резервных элементов.	58

2.3.2.3. Система из k основных и n резервных элементов с ненадежным переключающим устройством.	58
3. Дублирование с восстановлением	58
3.1. Идентичные элементы	58
3.2. Зависимые элементы.. . . .	58
3.3. Учет контроля и переключения.	60
3.3.1. Учет конечного времени переключения.....	63
3.3.2. Учет надежности переключателя.....	65
3.3.3. Учет полноты контроля.....	65
4. Системы с монотонной структурой.	66
4.1. Предварительные замечания.	66
4.2. Определение монотонной структуры.	67

4.3. Метод прямого перебора.....	67
.....	
4.4 Метод разложения относительно особого элемента.	68
.....	
5. Характер и основные требования подготовки..	68
.....	
5.1. Общие положения.....	68
...	
5.2. Содержание самостоятельной работы	70
.....	
5.2.1. Подготовка к занятиям.....	70
5.2.2. Курсовая работа.....	72
.....	
Библиографический список.....	73

Диагностика надежности автоматизированных систем

Учебное пособие

Сдано в производство .01.04. Подписано в печать .01.04.

Формат 60x84x16. Бумага типографская. Усл. печ. листов 3,8. Тираж 100 экз.

Заказ №

Типография ФГОУ АГТУ

163002, г. Архангельск, наб. Северной Двины, 17