

МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ ГРАФИКОВ ПОПРАВКИ – ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ПОИСКА ГРУБЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЯХ

В последнее время одной из актуальных проблем математической обработки геодезических измерений является проблема контроля, поиска и учета грубых ошибок измерений.

По происхождению грубые ошибки являются случайными, так как грубая ошибка в конкретном измерении может либо появиться, либо нет. Причины их появления различны: промахи и просчеты наблюдателя, резкие изменения внешних условий измерений, некорректный ввод информации о результатах измерений в соответствующее программное обеспечение ЭВМ и так далее.

Однако, в теории обработки измерений грубые ошибки нельзя считать случайными, так как они не подчиняются статистическим закономерностям случайных ошибок и обладают свойствами, отличными от свойств случайных ошибок:

а) По абсолютной величине грубые ошибки превышают предел, установленный для случайных ошибок измерений;

б) Математическое ожидание грубой ошибки $M(\Delta_{\text{груб}})$ равно самой грубой ошибке $\Delta_{\text{груб}}$ ($M(\Delta_{\text{груб}}) = \Delta_{\text{груб}}$);

в) Вероятность появления грубой ошибки $P_{\text{груб}}$ зависит от принятого уровня доверительной вероятности $P_{\text{случ}}$, для которого определен предел абсолютных значений случайных ошибок измерений, и вычисляется по формуле

$$P_{\text{груб}} = 1 - P_{\text{случ}}. \quad (1)$$

Согласно [1] "контроль грубых ошибок — это набор тестов, позволяющих устанавливать наличие в n измерениях хотя бы одного грубого".

В качестве таких тестов могут выступать следующие общеизвестные признаки наличия грубых ошибок измерений в геодезическом построении:

– Наличие одной или нескольких невязок условных уравнений, превышающих допустимые значения, при уравнивании геодезического построения коррелятным способом метода наименьших квадратов;

– Наличие одного или нескольких свободных членов избыточных измерений, превышающих допустимые значения, при уравнивании геодезического построения рекуррентным способом;

– Наличие недопустимых значений поправок измерений, вычисляемых при уравнивании геодезического построения параметрическим или коррелятным способом метода наименьших квадратов;

– Увеличение ошибки единицы веса μ_{yp} после уравнивания по сравнению с ее проектным значением μ_0 ;

– Увеличение после уравнивания значений среднеквадратических ошибок неизвестных и функций от них по сравнению с проектными значениями;

– Нарушение условия [2]

$$\sum_{i=1}^n (p_i \cdot V_i^2) \leq \mu_0^2 \cdot \chi_{p_0, r}^2, \quad (2)$$

где n — количество измерений в геодезическом построении;

p_i — вес i -го измерения;

V_i — поправка в i -е измерение;

μ_0 — проектное значение ошибки единицы веса;

$\chi_{p_0, r}^2$ — коэффициент, значение которого зависит от принятой доверительной вероятности и числа степеней свободы (или количества избыточных измерений в геодезическом построении).

Согласно [1] "поиск грубой ошибки — это комплекс мероприятий по локализации ошибки с точностью до подгруппы из k измерений, ($k \ll n$, в предельном случае $k=1$)".

Данное понятие необходимо расширить и считать поиском грубых ошибок измерений комплекс мероприятий по решению следующих задач:

– Обнаружение всех возможных комбинаций грубых ошибок измерений;

– Вычисление значений грубых ошибок измерений;

– Выполнение оценки точности вычисленных значений грубых ошибок;

– Выявление всех комбинаций измерений, в которых принципиально невозможно обнаружить грубые ошибки.

В результате выполненных исследований установлено, что наиболее перспективными для решения перечисленных задач являются методы, в которых используются уравнения, связывающие поправки в измерения с истинными ошибками измерений. Такие уравнения есть только в теории параметрического способа МНК-уравнивания; их количество равно количеству измерений, что дает возможность тестировать на грубые ошибки все измерения без исключения. Эти уравнения служат основой для поиска грубых ошибок в методике Коугия В.А. [3], [4], в методике Дьякова Б.Н. и Фёдоровой Н.В. [5] и в некоторых других.

Однако среди известных методов до недавнего времени не было ни одного, позволяющего решать всю совокупность обозначенных задач, и существовала острая необходимость разработки нового полифункционального метода.

В 2001 году данная проблема была успешно решена — разработан новый автоматизированный метод поиска грубых ошибок измерений,

характеризующийся высокой эффективностью и универсальностью, — метод наложения графиков поправок (сокращенно — МНГП) [6].

Теоретической основой МНГП является матричное уравнение, связывающее вектор поправок в измерения V с вектором истинных ошибок измерений Δ [7]

$$V = -G \cdot \Delta, \quad (3)$$

где G — матрица, вычисляемая по формуле $G = E - A \cdot N^{-1} \cdot A^T \cdot P$;

E — единичная матрица;

A — матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок;

N^{-1} — матрица, обратная матрице коэффициентов нормальных уравнений N ($N = A^T \cdot P \cdot A$);

P — диагональная матрица весов измерений.

Используя уравнение (3), поправку V_i каждого измерения можно представить в виде линейной комбинации истинных ошибок измерений

$$V_i = -\sum_{j=1}^n (g_{i,j} \cdot \Delta_j), \quad (4)$$

где $g_{i,j}$ — элементы i -той строки G -матрицы;

Δ_j — истинная ошибка j -го измерения.

При отсутствии в геодезическом построении грубых ошибок измерений истинные ошибки Δ_j , произведения $g_{i,j} \cdot \Delta_j$ и поправки V_i являются случайными величинами, и их математические ожидания равны нулю.

Если среди измерений есть одно грубое с истинной ошибкой Δ_j , то одно слагаемое в формуле (4) будет иметь ненулевое математическое ожидание, так как $M(\Delta_j) = \Delta_j$ и $M(g_{i,j} \cdot \Delta_j) = g_{i,j} \cdot \Delta_j$. Тогда формулу (4) можно переписать в виде

$$V_i = -g_{i,j} \cdot \Delta_j + \varepsilon_i, \quad (5)$$

где ε_i — суммарное влияние случайных ошибок остальных измерений.

Поскольку $M(\varepsilon_i) = 0$, то из формулы (5) при $\varepsilon_i = 0$ и $i = j$ можно вычислить истинную ошибку Δ_j по формуле

$$\Delta_j = -V_j / g_{j,j}. \quad (6)$$

Идея метода наложения графиков заключается в наложении графика величин $(-g_{i,j} \cdot \Delta_j)$ на график поправок из уравнивания V_i . Так как несовпадение графиков в каждой точке равно величине ε_i , можно вычислить среднее квадратическое отклонение этих графиков

$$\delta_j = \sqrt{(\sum (p_i \cdot \varepsilon_i^2)) / n}, \quad (7)$$

где p_i — вес i -го измерения;

n — количество измерений в геодезическом построении.

Величина ε_i является случайной составляющей поправок V_i и её реальные значения могут отличаться от нуля, поэтому для δ_j необходимо вычислять предел δ_0

$$\delta_0 = \mu_0 \cdot \sqrt{r/n}, \quad (8)$$

где μ_0 — проектное значение ошибки единицы веса;

r — количество избыточных измерений в геодезическом построении.

В общем случае местонахождение грубой ошибки неизвестно, поэтому значения Δ и δ нужно вычислить для всех измерений, а затем сравнить полученные значения средних квадратических отклонений со значением δ_0 . Поскольку грубая ошибка Δ_j содержится только в j -том измерении, то величина ε любого другого измерения будет включать влияние грубой ошибки Δ_j , и величина δ для него будет превышать предел δ_0 . Для грубого измерения значение δ будет меньше значения δ_0 .

Если в геодезическом построении имеется два грубых измерения с истинными ошибками Δ_j и Δ_l , то в этом случае формула (4) запишется в виде

$$V_i = -g_{i,j} \cdot \Delta_j - g_{i,l} \cdot \Delta_l + \varepsilon_i. \quad (9)$$

При поиске двух грубых ошибок выполняется наложение графика величин $(-g_{i,j} \cdot \Delta_j - g_{i,l} \cdot \Delta_l)$ на график поправок из уравнивания V_i и подсчитывается среднее квадратическое отклонение этих графиков по формуле (7).

Значения истинных ошибок Δ_j и Δ_l следует получить из решения системы двух уравнений [5]

$$\begin{aligned} g_{j,j} \cdot \Delta_j + g_{l,j} \cdot \Delta_l &= -V_j, \\ g_{l,j} \cdot \Delta_j + g_{l,l} \cdot \Delta_l &= -V_l. \end{aligned} \quad (10)$$

В общем случае истинные ошибки и величина δ вычисляются для всех комбинаций пар измерений. Значение δ для комбинации двух грубоошибочных измерений будет меньше предела δ_0 .

Тестирование на грубые ошибки можно осуществлять и для комбинаций из трех, четырех и так далее измерений, пока не будет найдена искомая комбинация, содержащая грубые ошибки. Теоретически наибольшее количество грубых ошибок в геодезическом построении не должно превышать $(r-1)$, однако, практически оно не должно быть больше одной трети от r .

Вследствие геометрических параметров конкретного геодезического построения вектору поправок V может соответствовать не одна, а несколько равновозможных комбинаций грубых ошибок измерений. В результате применения любого из известных методов поиска грубых ошибок будет обнаружена только одна, не обязательно верная, комбинация грубых ошибок измерений. В результате же применения МНГП будут обнаружены все возможные комбинации грубых ошибок измерений, соответствующие вектору поправок V , так как условие $\delta < \delta_0$ будет выполняться в отношении каждой из них. Обнаружение всех возможных комбинаций грубых ошибок измерений является несомненным преимуществом МНГП.

В отличие от других методов поиска грубых ошибок МНГП позволяет выявить и все комбинации измерений, в которых принципиально невозможно

обнаружить грубые ошибки. Необходимым и достаточным признаком принципиальной невозможности обнаружения грубых ошибок в определенной комбинации измерений является близкое к нулю значение определителя системы уравнений типа (10).

Следует отметить, что все задачи поиска грубых ошибок при применении МНГП решаются за один цикл уравнивания геодезического построения.

Алгоритм МНГП реализован в соответствующем модуле программного продукта NAL_GR. Программный продукт NAL_GR является универсальным и применяется для тестирования на грубые ошибки измерений различных видов геодезических построений: линейно-угловых ходов и систем ходов, триангуляции, нивелирных сетей, спутниковых измерений приращений координат и так далее.

Программный продукт NAL_GR в настоящее время успешно используется на производстве, в научных исследованиях. В результате выполнения научных исследований и производственных работ подтверждена высокая эффективность МНГП, а также установлены возможности и закономерности обнаружения грубых ошибок измерений в геодезических построениях различного вида; данный материал частично приведен в работах [8], [9], [10].

Обобщая результаты исследований возможностей поиска грубых ошибок измерений в различных геодезических построениях необходимо отметить, что эффективность поиска грубых ошибок измерений определяется не только возможностями применяемого метода. Существенное значение имеет и геометрия геодезического построения. Данное обстоятельство следует учитывать при проектировании геодезических сетей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дьяков Б.Н. О контроле, поиске и учете грубых ошибок измерений [Текст] / Б.Н. Дьяков, М.П. Рудикова // Геодезия и картография. - 1997. - № 6. - С. 21-24.
2. Гудков В.М. Математическая обработка маркшейдерско-геодезических измерений [Текст]: учеб. для вузов / В.М. Гудков, А.В. Хлебников - М.: Недра, 1990. - 335 с.
3. Коугия В.А. Обнаружение грубых ошибок измерений по результатам уравнивания [Текст] / В.А. Коугия // Геодезия и картография. - 1995. - № 6. - С.14-19.
4. Коугия В.А. Сравнение методов обнаружения и идентификации грубых ошибок измерений [Текст] / В.А. Коугия // Геодезия и картография. - 1998. - № 5. - С.23-28.
5. Дьяков Б.Н. Пошаговый поиск грубых ошибок измерений [Текст] / Б.Н. Дьяков, Н.В. Федорова // Геодезия и картография. - 2001. - № 3. - С.16-20.
6. Дьяков Б.Н. Поиск грубых ошибок измерений методом наложения графиков поправок [Текст] / Б.Н. Дьяков, Ю.В. Родионова // Геодезистъ. - 2002. - № 4. - С.22-24.
7. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений [Текст] / Ю.В. Линник – М.: Физматгиз, 1962. – 352 с.
8. Родионова Ю.В. Поиск грубых ошибок в разомкнутом линейно-угловом ходе [Текст] / СГГА.–Новосибирск, 2002–Деп. В ОНТИ ЦНИИГАиК, № 748-гд 2002.

9. Родионова Ю.В. Тестирование плановых геодезических построений на грубые ошибки измерений [Текст] // Современ. проблемы техн. наук: Тез. док. Новосиб. межвуз. науч. студ. конф., 16-17 мая 2002 года. - Новосибирск: НГАСУ, 2002.- С. 9.

10. Дьяков Б.Н. Тестирование линейно-угловых ходов на грубые ошибки измерений [Текст] / Б.Н. Дьяков, Ю.В. Родионова // Геодезия и картография. – 2003. - № 7. – С.21-24.

© Ю.В. Родионова, 2005