

**МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ КАДРОВ И УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ**

САМАРСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Кафедра «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению курсовой работы по дисциплине

«ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ»

для студентов заочной формы обучения специальности
190402 - «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»

Составитель: Белоногов А.С.

Самара 2004

Методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Основы теории надежности» для студентов заочной формы обучения специальности 190402 - «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте». - Самара: СамГАПС, 2004 – 18с.

Утверждено на заседании кафедры « 12 » октября 2004 года, протокол № 2.

Печатается по решению редакционно – издательского совета академии.

В методических указаниях дано задание на курсовую работу, приведена методика расчета показателей надежности невосстанавливаемых систем с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов и невосстанавливаемых систем с избыточной структурой, а также приведен пример расчета типового варианта.

Составитель: к.т.н. Белоногов А.С.

Рецензенты: заведующий кафедрой «АСОИУ» СамГАПС,
 д.т.н., проф. Кацюба О.А.,
 начальник отдела службы связи и вычислительной техники
 Куйбышевской ж. д., доцент Коняшин В.А.

Редактор: Егорова И.М.
Компьютерная верстка: Чертыковцева Н.В.

Подписано в печать 29.12.04. Формат 60×90 1/16.
Бумага писчая. Печать оперативная. Усл. печ. л. 1,1.
Тираж 200. Заказ № 223.

© Самарская государственная академия путей сообщения, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Появление сложных систем управления привело к тому, что надежность аппаратуры стала определяющим фактором обеспечения эффективного использования этих систем. Первые работы по вопросам надежности в нашей стране были выполнены в 50-е годы академиками АН СССР А.И. Бергом и Н.Г. Бруевичем.

Развитие железнодорожных систем автоматики и телемеханики, обеспечивающих бесперебойное и безопасное движение поездов, выдвинуло на передний план исследования надежности, выполненные профессорами И.Е. Дмитренко, В.В. и Вл.В. Сапожниковыми [1].

Изучение вопросов надежности принято разделять на три направления [2]. К первому относят весь перечень вопросов общей теории надежности – научной дисциплины, изучающей общие закономерности отказов и восстановлений технических устройств. Ко второму направлению относят вопросы надежности отдельных элементов и устройств по профилю будущей работы инженера. Третьим направлением является изучение методов и способов повышения надежности эксплуатируемых систем. В предлагаемом издании в основном рассматриваются вопросы первых двух направлений изучения теории надежности, необходимые для персонала, обслуживающего устройства железнодорожной автоматики и телемеханики.

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 [3] *надежность* – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования.

Надежность объекта оценивается не только во время непосредственной эксплуатации, но и во время хранения, транспортирования и ремонтов. Поэтому надежность является сложным свойством и состоит из сочетания следующих составляющих: *безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости*.

Основной количественной характеристикой надежности элементов является интенсивность отказов $\lambda(t)$. Статистически интенсивность отказов определяется по формуле, ч^{-1}

$$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{\text{ср}} \Delta t},$$

где $N_{\text{ср}}$ – среднее число элементов, работоспособных в интервале времени Δt ;

$n(\Delta t)$ – количество отказавших элементов за период времени Δt ;

Δt – рассматриваемый интервал времени в часах.

Теоретические сведения по первой задаче.

В период нормальной эксплуатации устройств (исключающей время приработки и старения) интенсивность отказов является постоянной величиной. В этом случае вероятность безотказной работы $P(t)$ определяется по формуле:

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Вероятность отказа $Q(t)$ – величина, противоположная вероятности безотказной работы, поэтому

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Среднее время безотказной работы (средняя наработка на отказ), ч

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda}.$$

Плотность вероятности отказа $f_c(t)$, ч⁻¹

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda t},$$

Когда происходит отказ, и объект теряет свою работоспособность, возможны две ситуации. Первая – объект не ремонтируют и больше не используют по назначению. Такой объект называется *невосстанавливаемым*. Он работает только до первого отказа. Данная стратегия использования объекта применяется, если восстановление его технически невозможно или экономически невыгодно. Вторая ситуация – выполняется ремонт объекта, который снова используется по назначению. Такой объект называется *восстанавливаемым*. Большинство систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи являются восстанавливаемыми, обслуживаемыми системами [4].

Для восстанавливаемых систем важнейшими показателями надежности являются среднее время восстановления T_v , а также коэффициент готовности K_r (вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени), который определяется по формуле:

$$K_r = \frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}} + T_v}.$$

Понятие надежности тесно связано с понятием отказа. По характеру возникновения выделяют отказы внезапные, постепенные и перемежающиеся.

Внезапные отказы возникают в результате скачкообразного изменения значений параметров объекта. Их трудно предсказать и можно ожидать только с определенной степенью вероятности.

Постепенные отказы возникают в результате постепенного изменения значений параметров объекта в результате его старения или износа. Постепенные отказы можно прогнозировать.

Третьим видом отказа является *перемежающийся* отказ – многократно возникающий самоустраняющийся отказ объекта одного и того же характера. Сбои связаны с кратковременным действием температурных изменений, внешних электромагнитных влияний, колебаний питающих напряжений и т.д. Причины сбоев труднее всего обнаружить из-за кратковременности их действия.

Теоретические сведения по второй задаче.

Структура исследуемых объектов может быть сложной, и ее стараются преобразовать к виду, более удобному для расчетов, используя, в частности, **разложение сложной структуры по «ключевым» элементам**. Сущность метода заключается в

замене сложной структуры двумя более простыми, такими, что сумма вероятностей работоспособных состояний этих структур равна вероятности работоспособного состояния исходной структуры. В основу метода положена формула разложения логического уравнения работоспособности (или вытекающая из нее формула вероятности полного события).

Правило разложения:

1. В исходной схеме выбирается элемент с наибольшим количеством связей - элемент разложения x .

2. В месте элемента x делается замыкание, получается первая структура.

3. В месте расположения элемента x делается обрыв в исходной структуре. Получается вторая структура.

4. Вероятность работоспособного состояния первой структуры умножается на вероятность безотказной работы элемента x . Получается первая составляющая P_1 вероятности работоспособного состояния исходной схемы.

5. Вероятность работоспособного состояния второй структуры умножается на вероятность отказа элемента x . Получается вторая составляющая P_2 вероятности работоспособного состояния исходной схемы.

6. Суммируя составляющие P_1 и P_2 , получаем вероятность работоспособного состояния исходной структуры.

Разложение можно делать многократно.

Теоретические сведения по третьей задаче.

Для повышения надежности систем применяют различные методы резервирования.

Резервирование - это метод повышения надежности введением избыточности, т.е. использованием дополнительных средств и возможностей сверх минимально необходимых для выполнения объектом заданных функций [8]. Различают структурное, функциональное, временное и информационное резервирование.

Структурное резервирование, называемое также аппаратным, предусматривает использование избыточных элементов структуры объекта. При этом вводимые в дополнение к **основным избыточные резервные** структурные элементы имеют единственное назначение - взять на себя выполнение рабочих функций при отказе соответствующих основных элементов. Такое резервирование - своеобразный метод автоматизации процесса замены отказавшего элемента.

Из многочисленных способов структурного резервирования можно выделить:

- **общее резервирование** - резервируется весь объект в целом;
- **раздельное резервирование** — резервируются отдельные элементы;
- **резервирование замещением** — когда функции основного элемента передаются резервному только при отказе основного элемента;
- **скользящее резервирование** - когда группа основных элементов резервируется с использованием специальных переключающих устройств одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой отказавший основной элемент).

По степени нагруженности резервного элемента до наступления отказа принято различать:

- **нагруженный ("горячий") резерв** - когда резервные элементы находятся в том же режиме, что и основной элемент;
- **облегченный ("теплый") резерв** - резервные элементы находятся в менее

нагруженном режиме, чем основной;

- **недогруженный ("холодный") резерв** - резервные элементы не несут нагрузок до момента подключения их вместо основных.

Структурное резервирование в СЖАТ применяется не только для того, чтобы повысить безотказность СЖАТ, но также и для безопасности микропроцессорных и компьютерных систем. Повышение достоверности результатов обработки информации обеспечивается резервированием аппаратных средств с применением многоканальных систем с жесткой или мягкой синхронизацией каналов и сравнением результатов на выходе каналов с помощью безопасных схем сравнения. Обычно используют два канала. Такое резервирование называется **дублированием**.

Функциональное резервирование обеспечивает использование способности элементов выполнять дополнительные функции, а также возможность выполнять заданную функцию дополнительными средствами.

Временное резервирование предусматривает использование избыточного времени. При этом время выполнения аппаратурой требуемой работы заведомо больше времени, необходимого для выполнения какой-то операции, например, на установку маршрута по станции или открытие проходного сигнала АБ после освобождения ограждаемого этим сигналов блок-участка на железнодорожных участках, где пропускная способность используется не полностью.

Информационное резервирование предусматривает использование избыточной информации. Его простейшим примером является многократная передача одного и того же сообщения по каналу связи. К информационному резервированию относится использование дополнительных разрядов при кодировании информации, что позволяет обнаруживать и исправлять ошибки в передаче информации (корректирующие коды). Следует заметить, что использование информационного резервирования влечет за собой необходимость введения избыточных элементов.

В теории надежности обычно рассматриваются Марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем, т.е. процессы, у которых для каждого момента времени вероятность любого состояния объекта в будущем зависит только от состояния объекта в настоящий момент времени и не зависит от того, каким образом объект пришел в это состояние. При анализе таких процессов удобно использовать граф состояний - графическое изображение процесса. На графе изображаются возможные состояния системы и ее возможные переходы, поэтому такой граф называют также графом переходов.

Если известно словесное описание структуры и принципов функционирования и восстановления работоспособности системы, то можно определить множество всех возможных состояний системы, а все состояния можно разделить на два класса: работоспособности и отказа. Если известны интенсивности отказов и восстановлений отдельных элементов системы, то можно построить граф переходов, вершинами которого будут возможные состояния системы, а ребрами - возможные переходы с интенсивностями, определяемыми соответствующими характеристиками безотказности и ремонтпригодности элементов. Например, если известно, что система находится в некотором состоянии S_i и для перехода ее в состояние S_j необходимо, чтобы произошло определенное событие (отказ или восстановление какого-либо элемента), то от состояния S_i к состоянию S_j проводится стрелка, возле которой указывается интенсивность реализации данного события. При этом не все события (переходы) могут оказаться разрешенными. Все ограничения на граф переходов в явном виде содержатся в словесном описании принципа функционирования и восстановления системы. На

основании построенного графа переходов легко написать необходимую систему уравнений, решение которой позволит вычислять требуемый показатель надежности.

При выводе расчетных формул по графам состояний и при других расчетах надежности используется формула **полной вероятности**, полученная при решении следующей задачи в теории вероятности. Событие B зависит от того, какое частное состояние принимает событие A . Событие A может принимать состояния A_1, A_2, \dots, A_n , которые являются несовместными. Если известны условные вероятности $P(B/A_i)$ и вероятности $P(A_i)$, то полная вероятность события B

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + \dots + P(A_n)P(B/A_n).$$

Прямо по виду графа состояний получаем систему уравнений, используя следующее правило [9]: для каждого из возможных состояний объекта записывается уравнение, в левой части которого dP_i/dt , а справа — столько слагаемых, сколько стрелок графа соприкасается с данным состоянием. Если стрелка направлена в данное состояние, то перед слагаемым ставится плюс, если стрелка направлена из данного состояния — минус. Каждое из слагаемых будет равно произведению интенсивности перехода из данного состояния (либо в данное состояние) на вероятность состояния, из которого исходит стрелка.

Далее полученная система дифференциальных уравнений решается по известным правилам.

2. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Структура курсовой работы:

1. Титульный лист, на котором указываются название учебного заведения, вид выполняемого задания и его тема, фамилия, имя и отчество студента, его учебный шифр, номер учебной группы, почтовый адрес и дата выполнения работы.

2. Оглавление.

3. Введение, в котором следует изложить роль систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи в организации бесперебойного и безопасного движения поездов. Требования к системам с точки зрения надежности и безопасности. Экономические и социальные последствия отказов в системах «человек - техника». Тенденции развития систем и проблемы надежности. Эффективность повышения надежности (1-2 стр.).

4. Расчетно — пояснительная записка решения трех задач.

5. Список использованной литературы.

Исходные данные выбираются согласно шифра студента (две последние цифры) и приводятся в начале решения каждой задачи.

Общий объем курсовой работы не должен превышать 20 листов формата А4. Текст пишется на одной стороне листа с полями шириной 20 мм. Листы пояснительной записки должны быть пронумерованы. Необходимые пояснения должны быть изложены кратко, без повторений. Размерность всех физических величин должна быть указана в соответствии с системой СИ.

При наличии замечаний исправления делаются на чистой стороне листа рядом с замечаниями.

3.ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

ЗАДАЧА №1

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы:

Шифр	Номер рисунка	Шифр	Номер рисунка
$0 \leq N \leq 12$	рис.1	$52 \leq N \leq 64$	рис.5
$13 \leq N \leq 25$	рис.2	$65 \leq N \leq 76$	рис.6
$26 \leq N \leq 38$	рис.3	$77 \leq N \leq 88$	рис.7
$39 \leq N \leq 51$	рис.4	$89 \leq N \leq 99$	рис.8

где N - две последние цифры шифра.

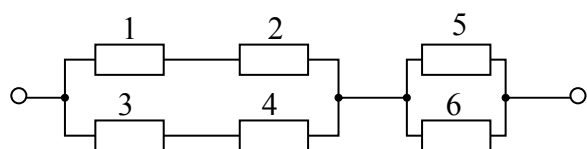


Рис.1

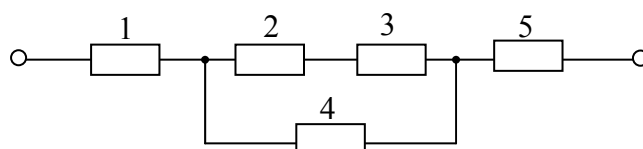


Рис.2

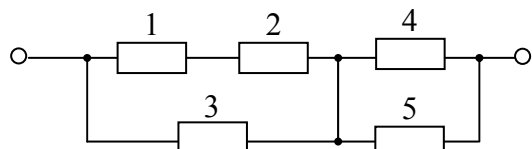


Рис.3

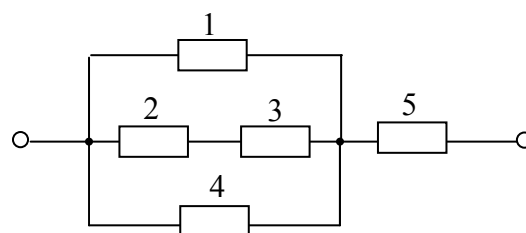


Рис.4

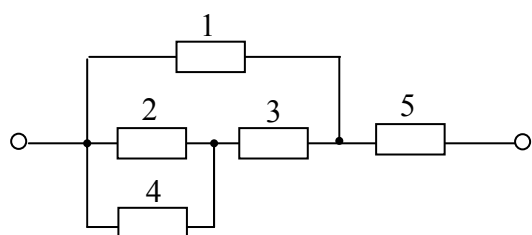


Рис.5

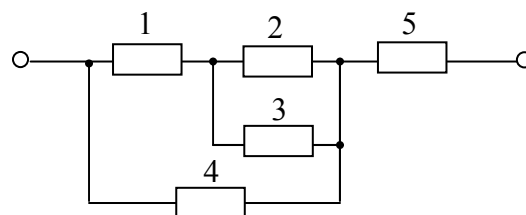


Рис.6

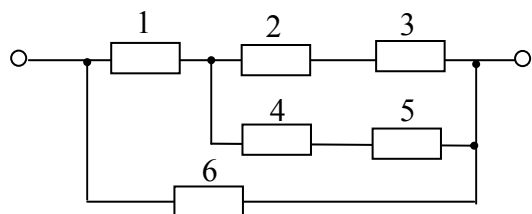


Рис.7

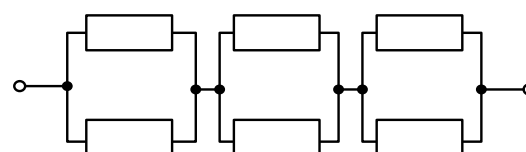


Рис.8

2. Интенсивность отказа i - го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i = \left(0,1 \cdot i + \frac{N}{100} \right) \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1},$$

где i - порядковый номер элемента,
 N -две последние цифры шифра.

3. Время работы системы, t :

$$t=90+N, \text{ ч}$$

где N -две последние цифры шифра.

Определить:

Для выбранной структурной схемы системы, интенсивности отказов элементов λ которой известны, определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени t .
3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время t .

ЗАДАЧА №2

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы:

Шифр	Номер рисунка	Шифр	Номер рисунка
$0 \leq N \leq 24$	рис.9	$50 \leq N \leq 74$	рис.11
$25 \leq N \leq 49$	рис.10	$75 \leq N \leq 99$	рис.12

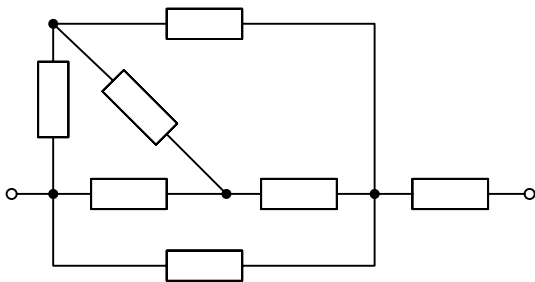


Рис.9

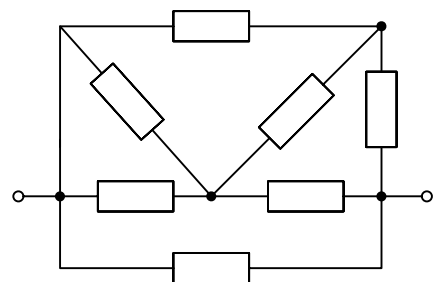


Рис. 10

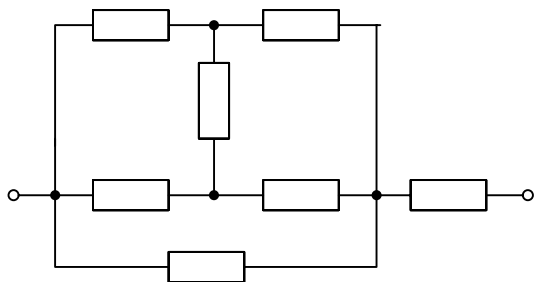


Рис. 11

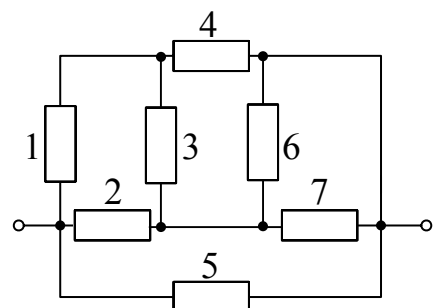


Рис.12

2. Интенсивность отказа i - го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i = \left(0,2 \cdot i + \frac{N}{100} \right) \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1},$$

где i - порядковый номер элемента,
 N -две последние цифры шифра.

3. Время работы системы, t :

$$t=90+N, \text{ ч,}$$

где N -две последние цифры шифра.

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Среднюю наработку до отказа T_0 .
3. Частоту отказов $f_c(t)$
4. Интенсивность отказа системы λ_c .

ЗАДАЧА №3

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с избыточной структурой при помощи Марковских процессов

Исходные данные:

1. Блок - схема системы.

Имеется система, состоящая из двух ЭВМ, работающих одновременно, и третьей – резервной системы, состоящей из одной или двух ЭВМ и используемой в режиме резерва, определяемого согласно номера шифра.

Шифр	Основная система	Резервная система
$0 \leq N \leq 24$	ЭВМ1	ЭВМ3 – холодный резерв
	ЭВМ2	ЭВМ4 – холодный резерв
$25 \leq N \leq 49$	ЭВМ1	ЭВМ3 – скользящий резерв
	ЭВМ2	
$50 \leq N \leq 74$	ЭВМ1	ЭВМ3 – холодный резерв
	ЭВМ2	
$75 \leq N \leq 99$	ЭВМ1	ЭВМ3 – горячий резерв
	ЭВМ2	

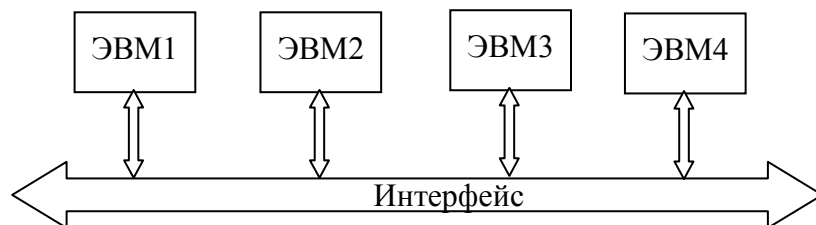


Рис.13

2. Интенсивность отказа i - го элемента определяется по формуле:

$$\lambda_i = \left(0,3 \cdot i + \frac{N}{100} \right) \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1},$$

где i - порядковый номер элемента,

N -две последние цифры шифра.

3. Время работы системы, t :

$$t=100+N, \text{ ч},$$

где N -две последние цифры шифра.

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Среднюю наработку до отказа T_0 .

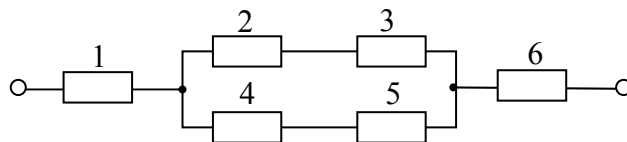
ПРИМЕР РАСЧЕТА ТИПОВОГО ВАРИАНТА

Задача №1

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы



2. Интенсивность отказов элементов системы за время t .

№ элем-та	1	2	3	4	5	6
$\lambda \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1}$	1,2	2,2	3,3	4,5	2,7	0,9

$$t=120 \text{ ч}.$$

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени t .
3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время t .

Решение:

На начальном этапе расчетов примем $P(t)=P$.

Так как элементы P_2 и P_3 соединены последовательно, то обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{23}=P_2 \cdot P_3. \quad (1.1)$$

Элементы P_4 и P_5 также соединены последовательно, а значит, обобщенное выражение вероятности их безотказной работы имеет вид:

$$P_{45}=P_4 \cdot P_5. \quad (1.2)$$

Обобщенное выражение вероятности безотказной работы для элементов $P_2 - P_5$ принимает вид:

$$P_{01} = 1 - (1 - P_{23}) \cdot (1 - P_{45}) = P_{45} + P_{23} - P_{45} \cdot P_{23}. \quad (1.3)$$

С учетом (1.1) и (1.2) выражение (1.3) принимает вид:

$$P_{01} = P_2 \cdot P_3 + P_4 \cdot P_5 - P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5.$$

В результате преобразований получим следующую обобщенную структурную схему системы (рис.1.1):

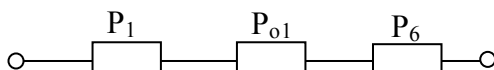


Рис.1.1. Обобщенная структурная схема системы

В результате вероятность безотказной работы системы $P_c = P_c(t)$ будет:

$$P_c = P_1 \cdot P_{01} \cdot P_6 = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_6 + P_1 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6. \quad (1.4)$$

Так как $P = P(t) = e^{-\lambda \cdot t}$, то $P_c(t)$ принимает следующий вид:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} + e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_4 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_5 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} - e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_4 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_5 \cdot t} \cdot e^{-\lambda_6 \cdot t} =$$

$$= e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6)t} + e^{-(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t}. \quad (1.5)$$

Выражение плотности вероятности отказа $f_c(t)$, с учетом что

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}, \quad (1.6)$$

имеет следующий вид:

$$f_c(t) = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6)t} + (\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t} -$$

$$- (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6) \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t}. \quad (1.7)$$

Выражение определения вероятности появления отказа $Q_c(t)$ имеет следующий вид:

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t). \quad (1.8)$$

Подставив исходные данные в выражения (1.5), (1.7) и (1.8), получим:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t :

$$P_c(t) = 0,56.$$

2. Плотность вероятности отказа системы $f_c(t)$ в момент времени t :

$$f_c(t) = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

3. Вероятность появления отказа $Q_c(t)$ за заданное время t :

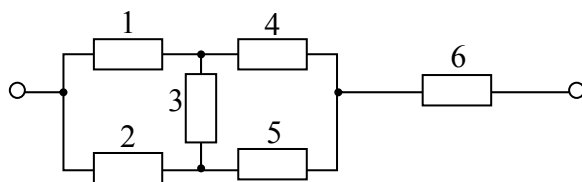
$$Q_c(t) = 0,44.$$

Задача №2

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с постоянными во времени интенсивностями отказов элементов

Исходные данные:

1. Структурная схема системы



2. Интенсивность отказов элементов системы за время t .

№ элем-та	1	2	3	4	5	6
$\lambda \cdot 10^{-3}, \text{ ч}^{-1}$	1,2	2,3	3,0	2,8	2,8	0,3

$$t = 120 \text{ ч}.$$

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Среднюю наработку до отказа T_0 .
3. Частоту отказов $f_c(t)$.
4. Интенсивность отказа системы λ_c .

Решение:

1. Для нахождения вероятности безотказной работы системы используем метод разложения структуры относительно базового элемента. Метод основывается на теореме о сумме вероятностей несовместимых событий.

В качестве базового элемента выберем 3-й элемент.

В соответствии с теоремой имеем два несовместимых события:

а) Базовый элемент находится в работоспособном состоянии, т.е. $P_3=1$, и его заменяем перемычкой.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис.2.1):

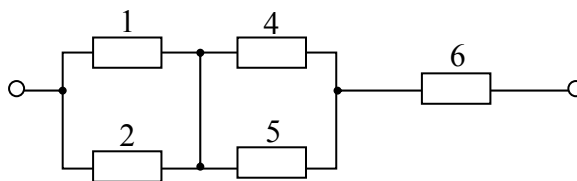


Рис.2.1. Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в работоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы $P_{c1}(t)$ будет:

$$P_{c1} = [1 - (1 - P_1) \cdot (1 - P_2)] \cdot [1 - (1 - P_4) \cdot (1 - P_5)] \cdot P_6 = [P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2] \cdot [P_4 + P_5 - P_4 \cdot P_5] \cdot P_6. \quad (2.1)$$

б) Базовый элемент находится в состоянии отказа, т.е. $P_3=0$ и его заменяем разрывом.

Тогда структурная схема системы принимает следующий вид (рис.2.2):

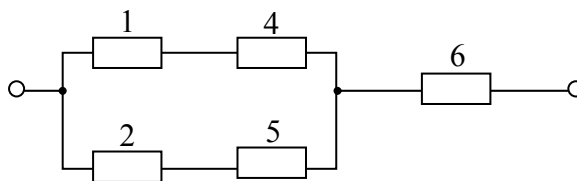


Рис.2.2. Структурная схема системы, когда базовый элемент находится в работоспособном состоянии

Для данной системы вероятность безотказной работы $P_{c2}(t)$ будет:

$$P_{c2} = [1 - (1 - P_1 \cdot P_4) \cdot (1 - P_2 \cdot P_5)] \cdot P_6 = P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6. \quad (2.2)$$

Вероятность безотказной работы исходной системы определится по формуле:

$$P_c(t) = P_{бэ} \cdot P_{c1}|_{P_{бэ}=1} + Q_{бэ} \cdot P_{c2}|_{Q_{бэ}=1},$$

где $P_{бэ}$ - вероятность безотказной работы базового элемента,

$Q_{бэ}$ - вероятность отказа базового элемента,

$P_{c1}|_{P_{бэ}=1}$ - вероятность безотказной работы первой вспомогательной структуры,

$P_{c2}|_{Q_{бэ}=1}$ - вероятность безотказной работы второй вспомогательной структуры.

Так как в качестве базового элемента принят 3-й элемент и $Q(t) = 1 - P(t)$, имеем:

$$P_c(t) = P_3 \cdot P_{c1} + (1 - P_3) \cdot P_{c2} = [P_1 + P_2 - P_1 \cdot P_2] \cdot [P_4 + P_5 - P_4 \cdot P_5] \cdot P_6 \cdot P_3 + (1 - P_3) \cdot (P_1 \cdot P_4 \cdot P_6 + P_2 \cdot P_5 \cdot P_6 - P_1 \cdot P_2 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6). \quad (2.3)$$

Подставив исходные данные, получим:

$$P_c(t) = \frac{99}{118}.$$

2. Определим среднюю наработку до отказа, используя выражение $T_0 = \int_0^{\infty} P_c(t) dt$.

$$\begin{aligned} T_0(t) = & \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t} dt + \\ & + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_3 + \lambda_6)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t} dt - \\ & - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_3 + \lambda_6)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)t} dt + 2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)t} dt + \\ & + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_6)t} dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_6)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)t} dt. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Так как $P(t) = e^{-\lambda t}$, то $T = \frac{1}{\lambda}$. В результате получим:

$$\begin{aligned} T_0 = & \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)} + \\ & + \frac{1}{(\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_3 + \lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)} - \\ & - \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_3 + \lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)} + 2 \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_3 + \lambda_6)} + \\ & + \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_6)} + \frac{1}{(\lambda_2 + \lambda_5 + \lambda_6)} - \frac{1}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6)}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Подставив исходные данные, получим:

$$T_0 = 683,334 \text{ ч.}$$

3. Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c = \frac{1}{T_0}. \quad (2.6)$$

Подставив исходные данные, получим:

$$\lambda_c = 1,463 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

4. Частота отказов системы:

$$f_c(t) = \lambda_c \cdot e^{-\lambda_c \cdot t}. \quad (2.7)$$

Подставив исходные данные, получим:

$$f_c(t) = 1,228 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

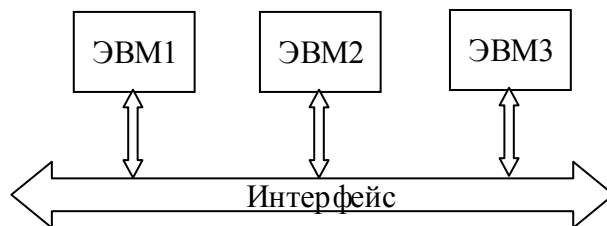
Задача №3

Расчет показателей надежности невосстанавливаемой системы с избыточной структурой при помощи Марковских процессов

Исходные данные:

Имеется вычислительная система, состоящая из двух ЭВМ, работающих одновременно, и третьей – резервной, используемой в режиме нагруженного резерва и дублирующей постоянно только вторую ЭВМ.

1. Структурная схема системы



2. Интенсивность отказов элементов системы за время t .

№ элем-та	1	2	3
$\lambda \cdot 10^{-3}, \text{ч}^{-1}$	0,5	1,5	1,5

$t = 120 \text{ ч.}$

Определить:

1. Вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ за заданное время t .
2. Среднюю наработку до отказа T_0 .

Решение:

1. Структурная схема данной системы имеет вид (рис.3.1):

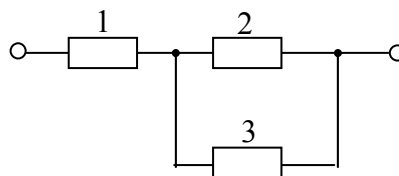


Рис.3.1. Структурная схема системы

2. Граф состояний системы принимает следующий вид (рис.3.2):

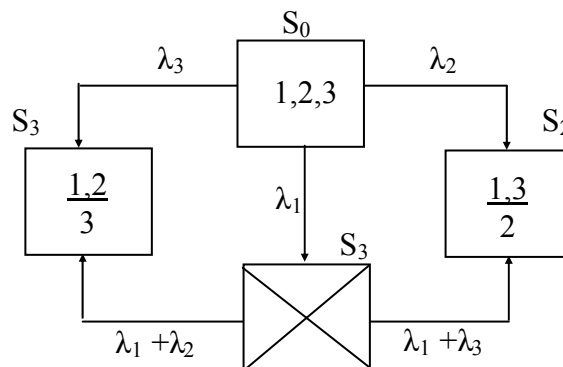


Рис.3.2. Граф состояний системы

На рис. 3.2:

S_0 – начальное состояние системы, при котором работают все элементы;

S_1 –состояние системы, при котором элементы 1 и 2 находятся в работоспособном состоянии, элемент 3 – в состоянии отказа;

S_2 –состояние системы, при котором элементы 1 и 3 находятся в работоспособном состоянии, элемент 2 – в состоянии отказа;

S_3 – полный отказ системы.

3. Исходя из количества работоспособных вершин системы следует, что число уравнений в системе дифференциальных уравнений равно трем:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_0(t) \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_3 \cdot P_0(t) - (\lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_1(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_2 \cdot P_0(t) - (\lambda_1 + \lambda_3) \cdot P_2(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Для решения системы уравнений (3.1) перейдем от оригинала к изображению, используя преобразования Лапласа. Получим:

$$\begin{cases} k \cdot P_0(k) - P_0(0) = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_0(k) \\ k \cdot P_1(k) - P_1(0) = \lambda_3 \cdot P_0(k) - (\lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_1(k) \\ k \cdot P_2(k) - P_2(0) = \lambda_2 \cdot P_0(k) - (\lambda_1 + \lambda_3) \cdot P_2(k) \end{cases} \quad (3.2)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (3.2) необходимо выбрать начальные условия. Так как в первоначальный момент времени (момент включения) система находится в состоянии S_0 , следовательно, вероятность нахождения системы в этом состоянии будет равна 1, т.е. $P_0(0)=1$, а в состояниях $P_1(0)$ и $P_2(0)$ вероятность будет равна 0.

Поэтому:

$$\begin{cases} k \cdot P_0(k) - 1 = -(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_0(k) \\ k \cdot P_1(k) = \lambda_3 \cdot P_0(k) - (\lambda_2 + \lambda_1) \cdot P_1(k) \\ k \cdot P_2(k) = \lambda_2 \cdot P_0(k) - (\lambda_1 + \lambda_3) \cdot P_2(k) \end{cases} \quad (3.3)$$

Из первого уравнения системы (3.3) получим:

$$P_0(k) = \frac{1}{k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1}. \quad (3.4)$$

Выражение для $P_1(k)$, используя (3.4) принимает вид:

$$P_1(k) = \frac{\lambda_3}{(k + \lambda_2 + \lambda_1) \cdot (k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)}. \quad (3.5)$$

Выражение для $P_2(k)$ принимает вид:

$$P_2(k) = \frac{\lambda_2}{(k + \lambda_1 + \lambda_3) \cdot (k + \lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)}. \quad (3.6)$$

Перейдем от изображения к оригиналу, используя следующие соотношения:

$$\frac{1}{k + a} \xrightarrow{\cdot} e^{-a \cdot t}, \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{(k + a) \cdot (k + b)} \xrightarrow{\cdot} \frac{1}{b - a} (e^{-a \cdot t} - e^{-b \cdot t}). \quad (3.8)$$

В результате получим:

$$P_0(t) = e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}, \quad (3.9)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda_3}{\lambda_3} \cdot (e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}, \quad (3.10)$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2} \cdot (e^{-(\lambda_3 + \lambda_1)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}) = e^{-(\lambda_3 + \lambda_1)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}. \quad (3.11)$$

Вероятность безотказной работы всей системы определится как сумма вероятностей нахождения системы во всех состояниях:

$$P_c(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = e^{-(\lambda_2 + \lambda_1)t} + e^{-(\lambda_3 + \lambda_1)t} - e^{-(\lambda_3 + \lambda_2 + \lambda_1)t}. \quad (3.12)$$

Подставив численные значения, получим:

$$P_c(t) = 0,9162.$$

$$T_0 = 714,286 \text{ ч.}$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сапожников В.В., Кравцов Ю.А., Сапожников Вл.В. Теоретические основы железнодорожной автоматики и телемеханики. – М.: Транспорт, 1995. – 320с.
2. Кравцов Ю.А., Шишляков А.В., Михайлов А.Ф. Эксплуатационная надежность устройств автоблокировки и АЛС. - М.: Транспорт, 1969. – 95с.
3. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Термины и определения.
4. Ушаков А.И., Козлов Б.А. Справочник по расчету надежности радиоэлектроники и автоматики. -М.: Советское радио, 1975. – 471с.
5. Лонгботтом Р. Надежность вычислительных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 288с.
6. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Христов Х.А., Гавзов Д.В. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики. – М.: Транспорт, 1995. – 272с.
7. Ягудин Р.Ш. Надежность устройств железнодорожной автоматики и телемеханики. - М.: Транспорт, 1989. – 158с.
8. Белецкий В.В. Теория и практический методы резервирования радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Энергия, 1977. – 360с.
9. Дмитренко И.Е. Техническая диагностика и автоконтроль систем железнодорожной автоматики и телемеханики. – М.: Транспорт, 1986.-144с.

