

КУРС ЛЕКЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

1. Основные положения и зависимости надежности

Общие зависимости

Существенное рассеяние основных параметров надежности предопределяет необходимость рассматривать ее в вероятностном аспекте.

Как выше было показано на примере характеристик распределений, параметры надежности используются в статистической трактовке для оценки состояния и в вероятностной трактовке для прогнозирования. Первые выражаются в дискретных числах, их в теории вероятностей и математической теории надежности называют о ц е н к а м и . При достаточно большом количестве испытаний они принимаются за ,истинные характеристики надежности.

Рассмотрим проведенные для оценки надежности испытания или эксплуатацию значительного числа N элементов в течение времени t (или наработки в других единицах). Пусть к концу испытания или срока эксплуатации останется N_p работоспособных (неотказавших) элементов и n отказавших.

Тогда относительное количество отказов $Q(t) = n / N$.

Если испытание проводится как выборочное, то $Q(t)$ можно рассматривать как статистическую оценку вероятности отказа или, если N достаточно велико, как вероятность отказа.

В дальнейшем в случаях, когда необходимо подчеркивать отличие оценки вероятности от истинного значения вероятности, оценка будет дополнительно снабжаться знаком звездочки, в частности $Q^*(t)$

Вероятность безотказной работы оценивается относительным количеством работоспособных элементов

$$P(t) = N_p/N = 1 - (n/N)$$

Так как безотказная работа и отказ — взаимно противоположные события, то сумма их вероятностей равна 1:

$$P(t) + Q(t) = 1.$$

Это же следует из приведенных выше зависимостей.

При $t=0$ $n = 0$, $Q(t)= 0$ и $P(t)=1$.

При $t= \infty$ $n=N$, $Q(t)=1$ и $P(t)= 0$.

Распределение отказов по времени характеризуется ф у н к ц и е й п л о т н о с т и р а с п р е д е л е н и я $f(t)$ наработки до отказа. В статистической трактовке $f(t) \frac{\Delta n}{N \Delta t} = \frac{\Delta Q(t)}{\Delta t}$, в вероятностной трактовке $\frac{dQ(t)}{dt}$. Здесь Δn и ΔQ — приращение числа отказавших объектов и соответственно вероятности отказов за время Δt .

Вероятности отказов и безотказной работы в функции плотности $f(t)$ выражаются зависимостями

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt; \text{ при } t = \infty \quad Q(t) = \int_0^\infty f(t)dt = 1$$

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_0^\infty f(t)dt$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ в отличие от плотности распределения относится к числу объектов N_p , оставшихся работоспособными, а не к общему числу объектов. Соответственно в статистической трактовке

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_p \Delta t}$$

и в вероятностной трактовке, учитывая, что $N_p/N = P(t)$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Получим выражение для вероятности безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов. Для этого в предыдущее выражение подставим

$f(t) = - \frac{dP(t)}{dt}$, разделим переменные и произведем интегрирование:

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = \lambda(t)dt; \ln P(t) = - \int_0^t \lambda(t)dt$$

$$P(t) = e^{- \int_0^t \lambda(t)dt}$$

Это соотношение является одним из основных уравнений теории надежности.

К числу важнейших общих зависимостей надежности относят зависимости надежности систем от надежности элементов.

Рассмотрим надежность наиболее характерной для машиностроения простейшей расчетной модели системы из последовательно соединенных элементов (рис. 1.2), у которой отказ каждого элемента вызывает отказ системы, а отказы элементов принимаются независимыми.

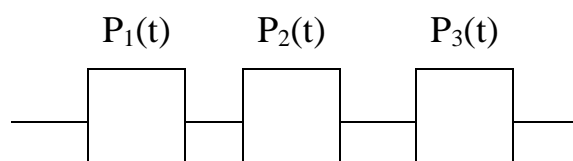


Рис. 1.2. Последовательная система

Используем известную теорему умножения вероятностей, согласно которой *вероятность произведения, т. е. совместного проявления независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий*. Следовательно, вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов, т.е. $P_{ст}(t) = P_1(t)P_2(t) \dots P_n(t)$.

Если $P_1(t) = P_2(t) = \dots = P_n(t)$, то $P_{ст}(t) = P^n(t)$. Поэтому надежность сложных систем получается низкой. Например, если система состоит из 10 элементов с вероятностью безотказной работы 0,9 (как в подшипниках качения), то общая вероятность получается $0,9^{10} \approx 0,35$

Обычно вероятность безотказной работы элементов достаточно высокая, поэтому, выразив $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$ через вероятности откатов и пользуясь теорией приближенных вычислений, получаем

$$P_{cr}(t) = [1 - Q_1(t)][1 - Q_2(t)] \dots [1 - Q_n(t)] \approx 1 - [Q_1(t) + Q_2(t) + \dots + Q_n(t)],$$

так как произведениями двух малых величин можно пренебречь.

При $Q_1(t) = Q_2(t) = \dots = Q_n(t)$ получаем $P_{cm} = 1 - nQ_1(t)$. Пусть в системе из шести одинаковых последовательных элементов $P_1(t) = 0,99$. Тогда $Q_1(t) = 0,01$ и $P_{cm}(t) = 0,94$.

Вероятность безотказной работы нужно уметь определять для любого промежутка времени. По теореме умножения вероятностей

$$P(T + t) = P(T)P(t) \text{ или } P(t) = \frac{P(T+t)}{P(T)},$$

где $P(T)$ и $P(T + t)$ — вероятности безотказной работы за время T и $T + t$ соответственно; $P(t)$ — условная вероятность безотказной работы за время t (термин «условная» здесь введен, поскольку вероятность определяется в предположении, что изделия не имели отказа до начала интервала времени или наработки).

Надежность в период нормальной эксплуатации

В этот период постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const},$$

где $\lambda = 1 / m_t$; m_t — средняя наработка до отказа (обычно в часах). Тогда λ выражается числом отказов в час и, как правило, составляет малую дробь.

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t}$$

Она подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов (изделий): особо ответственных машин, эксплуатируемых в период после окончания приработки и до существенного проявления постепенных отказов; элементов радиоэлектронной аппаратуры; машин с последовательной заменой отказавших деталей; машин вместе с электро- и гидрооборудованием и системами управления и др.; сложных объектов, состоящих из многих элементов (при этом время безотказной работы каждого может не быть распределено по экспоненциальному закону; нужно только, чтобы отказы одного элемента, не подчиняющегося этому закону, не

доминировали над другими).

Приведем примеры неблагоприятного сочетания условий работы деталей машин, вызывающих их внезапный отказ (поломку). Для зубчатой передачи это может быть действием максимальной пиковой нагрузки на наиболее слабый зуб при его зацеплении в вершине и при взаимодействии с зубом сопряженного колеса, при котором погрешности шагов сводят к минимуму или исключают участие в работе второй пары зубьев. Такой случай может встретиться только через много лет эксплуатации или не встретиться совсем.

Примером неблагоприятного сочетания условий, вызывающего поломку вала, может явиться действие максимальной пиковой нагрузки при положении наиболее ослабленных предельных волокон вала в плоскости нагрузки.

Существенное достоинство экспоненциального распределения — его простота: оно имеет только один параметр.

Если, как обычно, $\lambda t \leq 0,1$, то формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda t.$$

Плотность распределения (в общем случае)

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $\lambda(t)t \approx t/m_t$ (рис. 1.3):

(t) t	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
P(t)	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Так как при $\frac{t}{m_t}=1$ вероятность $P(t) \approx 0,37$, то 63% отказов возникает за время $t < m_t$ и только 37% позднее. Из приведенных значений следует, что для обеспечения требуемой вероятности безотказной работы 0,9 или 0,99 можно использовать только малую долю среднего срока службы (соответственно 0,1 и 0,01).

Если работа изделия происходит при разных режимах, а следовательно, и интенсивностях отказов λ_1 (за время t_1) и λ_2 (за время t_2), то

$$P(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)}$$

Эта зависимость следует из теоремы умножения вероятностей.

Для определения на основании опытов интенсивность отказов оценивают среднюю наработку до отказа

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{1}{N} \sum t_i$$

где N — общее число наблюдений. Тогда $\lambda = 1/\bar{t}$.

Можно также воспользоваться графическим способом (рис. 1.4): нанести

экспериментальные точки в координатах t и $-\lg P(t)$.

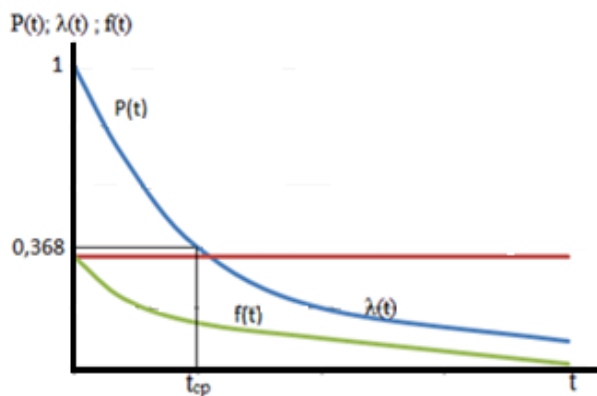


Рис. 1.3. Функция вероятности $P(t)$ безотказной работы, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности $\lambda(t)$ отказов экспоненциального распределения

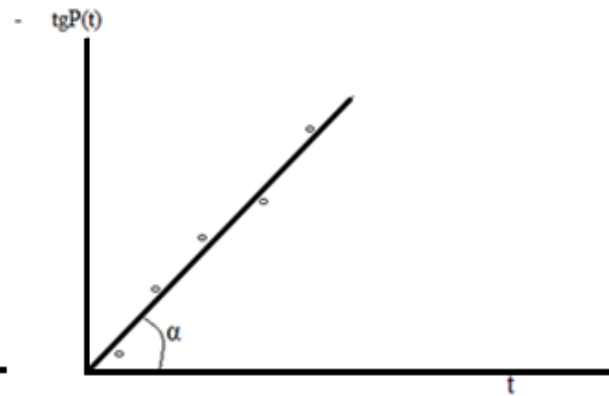


Рис. 1.4. Графическое определение вероятности безотказной работы по результатам экспериментов

Знак минус выбирают потому, что $P(t) < 1$ и, следовательно, $\lg P(t)$ — отрицательная величина.

Тогда, логарифмируя выражение для вероятности безотказной работы: $\lg P(t) = -\lambda t \lg e = -0,343 \lambda t$, заключаем, что тангенс угла прямой, проведенной через экспериментальные точки, равен $\tg \alpha = 0,343 \lambda$, откуда $\lambda = 2,3 \tg \alpha$

При этом способе нет необходимости доводить до конца испытания всех образцов.

Вероятностная бумага (бумага со шкалой, в которой кривая функция распределения изображается прямой) должна иметь для экспоненциального распределения полулогарифмическую шкалу.

Для системы $P_{cm}(t) = e^{-\sum \lambda_i t}$. Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$, то $P_{cm}(t) = e^{-n\lambda_1 t}$. Таким образом, вероятность безотказной работы системы, состоящей из элементов с вероятностью безотказной работы по экспоненциальному закону, также подчиняется экспоненциальному закону, причем интенсивности отказов отдельных элементов складываются. Используя экспоненциальный закон распределения, несложно определить среднее число изделий n , которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий N_p , которые останутся работоспособными. При $\lambda t \leq 0,1$

$$n \approx N \lambda t; \quad N_p \approx N(1 - \lambda t).$$

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ отсутствия внезапных отказов механизма в течение $t = 10000$ ч, если интенсивность отказов составляет $\lambda = 1/m_t = 10^{-8}$ 1/ч

Решение. Так как $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0,1$, то пользуемся приближенной зависимостью $P(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$

Расчет по точной зависимости $P(t) = e^{-\lambda t}$ в пределах четырех знаков после запятой дает точное совпадение.

Надежность в период постепенных отказов

Для постепенных отказов ¹ нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают вначале низкую плотность распределения, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа работоспособных элементов.

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов в этот период для описания надежности применяют не сколько законов распределений, которые устанавливают путем аппроксимации результатов испытаний или наблюдений в эксплуатации.

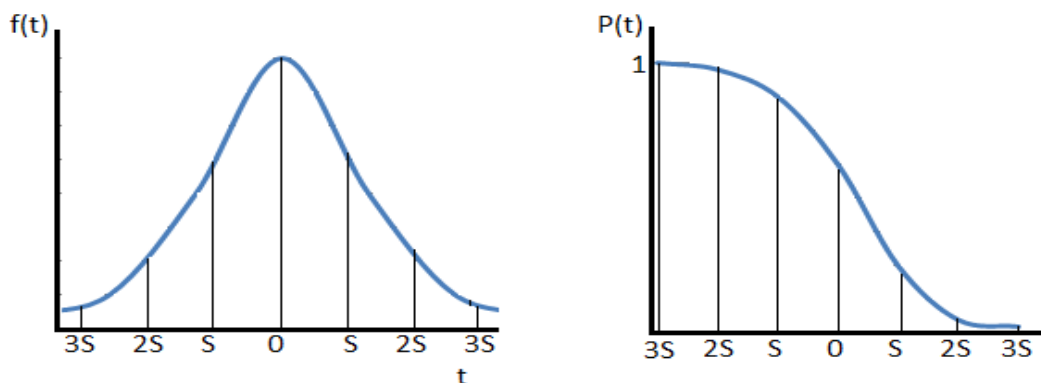


Рис. 1.5. Функция плотности вероятности и интегральная функция вероятности нормального распределения

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов (рис. 1.5, 1.6).

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы.

Нормальному распределению подчиняется наработка до отказа многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий, размеры и ошибки измерений деталей и т. д.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}}.$$

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание m_t и среднее квадратическое отклонение S . Значение параметров m_t и S оценивают по результатам испытаний по формулам

$$m_t \approx \bar{t} = \sum \frac{t_i}{N}$$

$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \bar{t})^2}$$

где \bar{t} и s — оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

Сближение параметров и их оценок увеличивается с увеличением числа испытаний.

Иногда удобнее оперировать с дисперсией $D = S^2$.

Математическое ожидание определяет на графике (см. рис. 1.5) положение

петли, а среднее квадратическое отклонение - ширину петли.

Кривая плотности распределения тем острее и выше, чем меньше S . Она начинается от $t = -\infty$ и распространяется до $t = +\infty$;

Это не является существенным недостатком, особенно если $m_t \leq 3S$, так как площадь, очерченная уходящими в бесконечность ветвями кривой плотности, выражающая соответствующую вероятность отказов, очень мала. Так, вероятность отказа за период времени до $m_t - 3S$ составляет всего 0,135% и обычно не учитывается в расчетах. Вероятность отказа до $m_t - 2S$ равна 2,175%. Наибольшая ордината кривой плотности распределения равна $0,399/S\lambda$

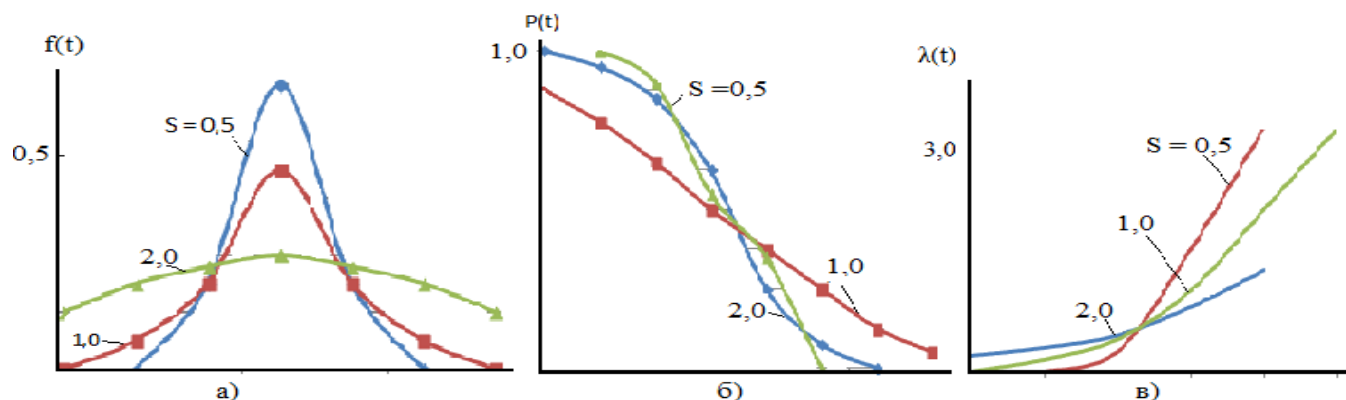


Рис. 1.6. Основные характеристики нормального распределения при разных значениях среднего квадратического отклонения: а - плотность вероятности $f(t)$; б - вероятность безотказной работы $P(t)$; в - интенсивность отказов $\lambda(t)$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно $Q(t)=F(t)$; $P(t)=1 - F(t)$. Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц. Таблицы для нормального распределения в функции $(t - m_t)$ и S были бы громоздкими, так как имели бы два независимых параметра. Можно обойтись небольшими таблицами для нормального распределения, у которого $m_x=0$ и $S_x=1$. Для этого распределения функция плотности

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

имеет одну переменную x . Величина x является центрированной, так как $m_x=0$, и нормированной, так как $S_x=1$. Функция плотности распределения записывается в относительных координатах с началом на оси симметрии петли.

Функция распределения - интеграл от плотности распределения

$F_0(x) = \int_{-\infty}^x f_0(x) dx$. Из этого уравнения следует, что $F_0(x) + F_0(-x) = 1$, отсюда $F_0(x) = 1 - F_0(-x)$.

Для использования таблиц следует применять подстановку $x = (t - m_t)/S$; при этом x называется *квантилью нормированного нормального распределения* и обычно обозначается u_p .

Плотность распределения и вероятность безотказной работы соответственно $f(t)=f_0(x)/S$; $Q(t)=F_0(x)$; $P(t)=1 - F_0(x)$, где $f_0(x)$ и $F_0(x)$ берут по таблицам.

Например:

x	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,4	0,242	0,054	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения $F_0(x)$ пользуются функцией Лапласа:

$$\Phi(x) = \int_0^x f_0(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Очевидно, что

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^0 f_0(x)dx + \int_0^x f_0(x)dx = 0,5 + \Phi(x).$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы, выраженные через функции Лапласа, отличающиеся пределами интегрирования, имеют вид

$$Q(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t-m_t}{S}\right); \quad P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t-m_t}{S}\right).$$

Сравнивая изделия с одинаковой средней наработкой до отказа и разным средним квадратическим отклонением S , нужно подчеркнуть, что хотя при больших S и имеются экземпляры с большой долговечностью, но чем меньше S , тем много лучше изделия.

Помимо задачи оценки вероятности безотказной работы за данное время или за данную наработку встречается обратная задача - определение времени или наработки, соответствующих заданной вероятности безотказной работы.

Значения этой наработки (времени) определяют с помощью квантилей нормированного нормального распределения

Значения квантилей даются в таблицах в зависимости от требуемой вероятности, в частности от вероятности безотказной работы. Например:

$P(t)$	0,5	0,9	0,95	0,99	0,999	0,9999
u_p	0	-1,282	-1,645	-2,326	-3,09	-3,719

Операции с нормальным распределением проще, чем с другими, поэтому им часто заменяют другие распределения. При малых коэффициентах вариации S/m_t нормальное распределение хорошо заменяет биномиальное, пуассоново и логарифмически нормальное.

Р а с п р е д е л е н и е с у м м ы н е з а в и с и м ы х с л у - ч а й н ы х в е л и ч и н $U = X + Y + Z$, называемое *композицией распределений*, при нормальном распределении слагаемых также является нормальным распределением.

Математическое ожидание и дисперсия композиции соответственно равны

$$m_u = m_x + m_y + m_z; \quad S_u^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

где m_x, m_y, m_z - математические ожидания случайных величин;

$X, Y, Z, S_x^2, S_y^2, S_z^2$ - дисперсия тех же величин.

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ безотказной работы в течение $t = 1,5 \cdot 10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами $m_t = 4 \cdot 10^4$ ч, $S = 10^4$ ч.

Решение. Находим квантиль $u_p = \frac{1,5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = -2,5$; по таблице определяем, что $P(t) = 0,9938$.

Пример. Оценить 80%-ный ресурс $t_{0,8}$ гусеницы трактора, если известно, что долговечность гусеницы ограничена по износу, ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами

$m_t = 10^4$ ч; $S = 6 \cdot 10^3$ ч.

Решение. При $P(t) = 0,8$; $u_p = -0,84$:

$T_{0,8} = m_t + u_p S = 10^4 - 0,84 \cdot 6 \cdot 10^3 \approx 5 \cdot 10^3$ ч.

Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным разрушениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы (рис. 1.8)

$$P(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}}$$

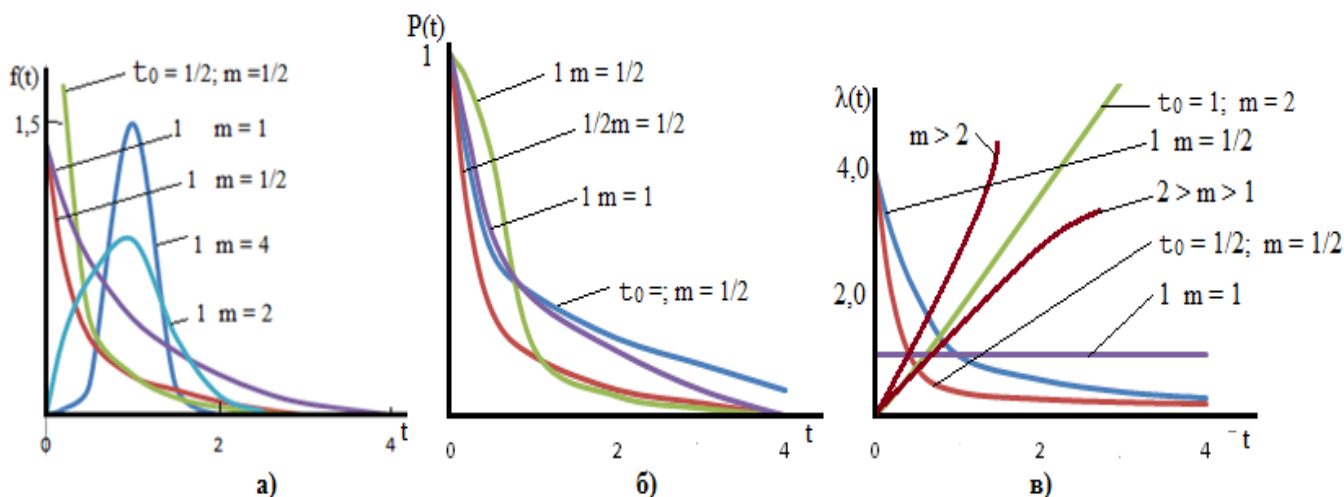


Рис. 1.8. Основные характеристики распределения Вейбулла при разных параметрах t_0 и m : а - плотность вероятности $f(t)$; б - вероятность безотказной работы $P(t)$; в - интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1}$$

плотность распределения

$$f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}}$$

Распределение Вейбулла имеет также два параметра: параметр формы $m > 0$ и параметр масштаба $t_0 > 0$.

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно

$$m_t = b_m t_0^{\frac{1}{m}}; \quad S_t = c_m t_0^{\frac{1}{m}},$$

где b_m и c_m - коэффициенты (см. табл. 1.1).

Если в течение времени t^* отказы не наступают, то формулы для характеристик надежности несколько модифицируются. Так, вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\frac{(t-t^*)m}{t_0}}.$$

Возможности и универсальность распределения Вейбулла видны из следующих пояснений (рис. 1.8).

При $m < 1$ функции $\lambda(t)$ и $f(t)$ от наработки до отказа убывающие.

При $m = 1$ распределение превращается в экспоненциальное $\lambda(t) = \text{const}$ и $f(t)$ - убывающая функция.

При $m > 1$ функция $f(t)$ - одновершинная, функция $\lambda(t)$ - непрерывно возрастающая при $1 < m < 2$ с выпуклостью вверх, а при $m > 2$ - с выпуклостью вниз.

При $m=2$ функция $\lambda(t)$ является линейной и распределение Вейбулла превращается в так называемое распределение Рэлея.

При $m=3,3$ распределение Вейбулла близко к нормальному.

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла производится так:

логарифмируем выражение для $P(t)$:

$$\lg P(t) = -\frac{t^m}{t_0} - 0,4343;$$

вводим обозначение $y = -\lg P(t)$ и логарифмируем:

$$\lg y = m \lg t - A, \quad \text{где } A = \lg t_0 + 0,362.$$

Откладывая результаты испытаний на графике в координатах $\lg t - \lg y$ (рис. 1.9) и проводя через полученные точки прямую, получаем $m = \tan \alpha$; $\lg t_0 = A - 0,362$, где α - угол наклона прямой к оси абсцисс; A - отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Надежность системы из последовательно соединенных одинаковых элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла, также подчиняется распределению Вейбулла.

Пример. Оценить вероятность безотказной работы $P(t)$ роликоподшипников в течение $t=10^4$ ч, если ресурс подшипников описывается распределением Вейбулла с параметрами $t_0 = 10^4$ ч, $m = 1,5$.

Решение. $P(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}} = e^{-\frac{10^4 \cdot 1,5}{10^7}} = 0,905$.

Совместное действие внезапных и постепенных отказов

Вероятность безотказной работы изделия за период t , если до этого оно проработало время T , по теореме умножения вероятностей равна

$$P(t) = P_B(t)P_n(t),$$

где $P_B(t) = e^{-\lambda t}$ и $P_n(t) = P_n(T+t)/P_n(T)$ - вероятности отсутствия внезапных и соответственно постепенных отказов.

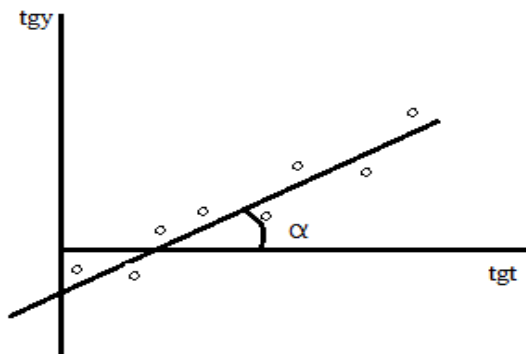


Рис. 1.9. Графическое определение параметров распределения Вейбулла.

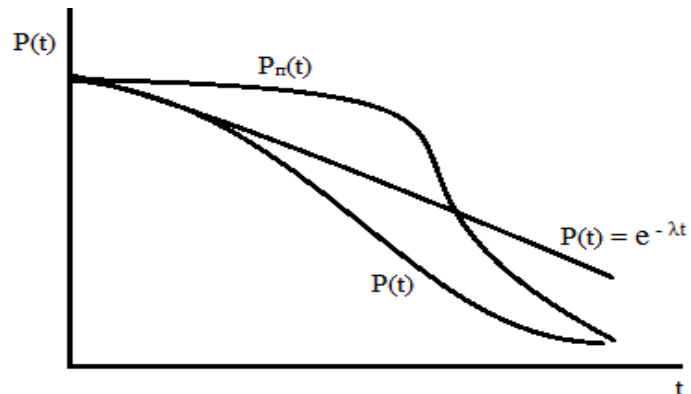


Рис. 1.10. Совместное действие внезапных и постепенных отказов, где верхняя кривая $P(t)$ для внезапных отказов

Для системы из последовательно соединенных элементов вероятность безотказной работы за период t равна

$$P_{cm}(t) = e^{-t \sum \lambda_i} \prod \frac{P_{ni}(T+t)}{P_{ni}(T)},$$

где знаки \sum и \prod означают сумму и произведение.

Для новых изделий $T=0$ и $P_{ni}(T)=1$.

На рис. 1.10 показаны кривые вероятности отсутствия внезапных отказов, постепенных отказов и кривая вероятности безотказной работы при совместном действии внезапных и постепенных отказов. Вначале, когда интенсивность постепенных отказов низка, кривая соответствует кривой $P_B(t)$, а потом резко снижается.

В период постепенных отказов их интенсивность, как правило, многократно выше, чем внезапных.

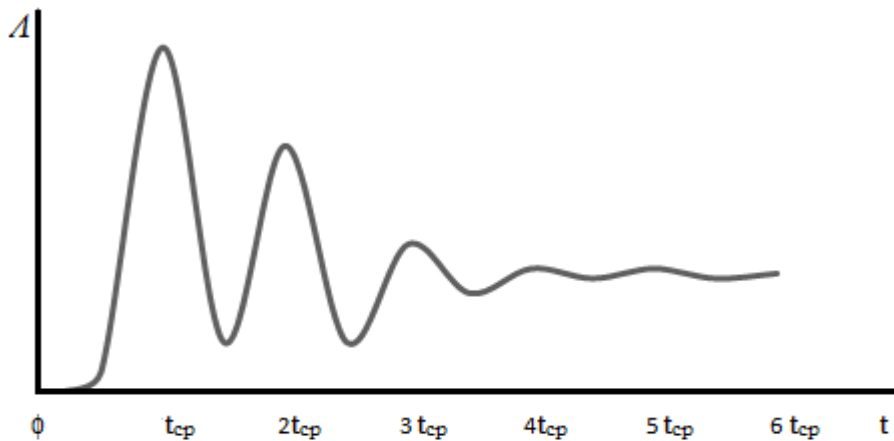
Особенности надежности восстанавливаемых изделий

У невосстанавливаемых изделий рассматриваются первичные отказы, у восстанавливаемых первичные и повторные. Все рассуждения и термины для невосстанавливаемых изделий распространяются на первичные отказы восстанавливаемых изделий.

Для восстанавливаемых изделий показательны графики эксплуатации рис. 1.11.а и работы рис. 1.11. б восстанавливаемых изделий.

(см. рис. 1.6. в), а параметр потока отказов $\Lambda(t)$ сначала возрастает, потом начинаются колебания, которые затухают на уровне $1/\bar{T}$ (рис. 1.12). Наблюдаемые максимумы $\Lambda(t)$ соответствуют средней наработке до отказа первого, второго, третьего и т. д. поколений.

В сложных изделиях (системах) параметр потока отказов рассматривается как сумма параметров потоков отказов. Составляющие потоки можно рассматривать по узлам или по типам устройств, например механическим, гидравлическим, электрическим, электронным и другим $\Lambda(t) = \Lambda_1(t) + \Lambda_2(t) + \dots$. Соответственно средняя наработка между отказами изделия (в период нормальной эксплуатации)



$$\bar{T} = 1/\bar{\Lambda} \text{ или } 1/\bar{T} = 1/\bar{T}_1 + 1/\bar{T}_2 + \dots$$

Вероятность безотказной работы от момента T до $T + t$ подчиняется экспоненциальному распределению

$$P(t) = e^{-\frac{\Lambda}{t}}$$

Для системы из последовательно соединенных элементов

$$P_{cm} = e^{-t \sum \Lambda_i}$$

Одним из основных комплексных показателей надежности восстанавливаемого изделия является *коэффициент технического использования*

$$\eta = \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}_p + \bar{T}_n + \bar{T}_{рем}}$$

где $\bar{T}_p, \bar{T}_n, \bar{T}_{рем}$ - среднее значение наработки, простоя, ремонта.

2. Надежность систем

Общие сведения

Надежность большинства изделий в технике приходится определять при рассмотрении их как с и с т е м. Сложные системы делятся на *подсистемы*.

Системы с позиций надежности могут быть *последовательными, параллельными и комбинированными*.

Наиболее наглядным примером последовательных систем могут служить автоматические станочные линии без резервных цепей и накопителей. В них название реализуется буквально. Однако понятие «последовательная система» в

задачах надежности — более широкое, чем обычно. К этим системам относят все системы, в которых отказ элемента приводит к отказу системы. Например, систему подшипников механических передач рассматривают как последовательную, хотя подшипники каждого вала работают параллельно.

Примерами параллельных систем являются энергетические системы из электрических машин, работающих на общую сеть, многомоторные самолеты, суда с двумя машинами и резервированные системы.

Примеры комбинированных систем - частично резервированные системы.

Многие системы состоят из элементов, отказы каждого из которых можно рассматривать как независимые. Такое рассмотрение достаточно широко применяется по отказам функционирования и иногда как первое приближение - по параметрическим отказам.

Системы могут включать элементы, изменение параметров которых определяет отказ системы в совокупности или даже влияет на работоспособность других элементов. К этой группе относится большинство систем при точном рассмотрении их по параметрическим отказам. Например, отказ прецизионных металлорежущих станков по параметрическому критерию - потере точности - определяется совокупным изменением точности отдельных элементов: шпиндельного узла, направляющих и др.

В системе с параллельным соединением элементов представляет интерес знание вероятности безотказной работы всей системы, т.е. всех ее элементов (или подсистем), системы без одного, без двух и т. д. элементов в пределах сохранения системой работоспособности хотя бы с сильно пониженными показателями. Например, четырехмоторный самолет может продолжать полет после отказа двух двигателей.

Сохранение работоспособности системы из одинаковых элементов определяется с помощью биномиального распределения.

Рассматривают бином

$$[P(t) + Q(t)]^m,$$

где показатель степени m равняется общему числу параллельно работающих элементов; $P(t)$ и $Q(t)$ - вероятности безотказной работы и соответственно отказа каждого из элементов.

Записываем результаты разложения биномов с показателями степени 2, 3 и 4 соответственно для систем с двумя, тремя и четырьмя параллельно работающими элементами:

$$\begin{aligned}(P + Q)^2 &= P^2 + 2PQ + Q^2 = 1; \\(P + Q)^3 &= P^3 + 3P^2Q + 3PQ^2 + Q^3 = 1; \\(P + Q)^4 &= P^4 + 4P^3Q + 6P^2Q^2 + 4PQ^3 + Q^4 = 1.\end{aligned}$$

В них первые члены выражают вероятность безотказной работы всех элементов, вторые — вероятность отказа одного элемента и безотказной работы

остальных, первые два члена — вероятность отказа не более одного элемента (отсутствие отказа или отказ одного элемента) и т. д. Последний член выражает вероятность отказа всех элементов.

Удобные формулы для технических расчетов параллельных резервированных систем приведены ниже.

Надежность системы из последовательно соединенных элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла $P_1(t) = e^{-\frac{t^{m_1}}{t_{01}^{m_1}}}$ и $P_2(t) = e^{-\frac{t^{m_2}}{t_{02}^{m_2}}}$, также подчиняется распределению Вейбулла $P(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0^m}}$, где параметры m и t являются довольно сложными функциями аргументов m_1, m_2, t_{01} и t_{02} .

Методом статистического моделирования (Монте-Карло) на ЭВМ построены графики для практических расчетов. Графики позволяют определять средний ресурс (до первого отказа) системы из двух элементов в долях от среднего ресурса элемента большей долговечности и коэффициент вариации для системы в зависимости от отношения средних ресурсов и коэффициентов вариации элементов.

Для системы из трех элементов и более можно пользоваться графиками последовательно, причем удобно их применять для элементов в порядке возрастания их среднего ресурса.

Оказалось, что при обычных значениях коэффициентов вариации ресурсов элементов $v = 0,2 \dots 0,8$ нет необходимости учитывать те элементы, средний ресурс которых в пять раз и более превышает средний ресурс наименее долговечного элемента. Также оказалось, что в многоэлементных системах, даже если средние ресурсы элементов близки друг к другу, нет необходимости учитывать все элементы. В частности, при коэффициентах вариации ресурса элементов $v \leq 0,4$ можно учитывать не более пяти элементов.

Эти положения в значительной степени распространяемы на системы, подчиняющиеся другим близким распределениям.

Надежность последовательной системы при нормальном распределении нагрузки по системам

Если рассеяние нагрузки по системам пренебрежимо мало, а несущие способности элементов независимы друг от друга, то отказы элементов статистически независимы и поэтому вероятность $P(R \geq F_0)$ безотказной работы последовательной системы с несущей способностью R при нагрузке F_0 равна произведению вероятностей безотказной работы элементов:

$$P(R \geq F_0) = \prod_{j=1}^n P(R_j \geq F_0) = \prod_{j=1}^n [1 - F_{R_j}(F_0)], \quad (21)$$

где $P(R_j \geq F_0)$ - вероятность безотказной работы j -го элемента при нагрузке F_0 ; n - число элементов в системе; $F_{R_j}(F_0)$ - функция распределения несущей способности j -го элемента при значении случайной величины R_j , равном F_0 .

В большинстве случаев нагрузка имеет существенное рассеяние по системам,

например универсальные машины (станки, автомобили и др.) могут эксплуатироваться в разных условиях. При рассеянии нагрузки по системам оценку вероятности безотказной работы системы $P(R \geq F)$ в общем случае следует находить по формуле полной вероятности, разбив диапазон рассеяния нагрузки на интервалы ΔF , найдя для каждого интервала нагрузки произведение вероятности безотказной работы $P(R_j \geq F_i)$ у j -го элемента при фиксированной нагрузке на вероятность этой нагрузки $f(F_i)\Delta F$, а затем, просуммировав эти произведения по всем интервалам,

$$P(R \geq F) = \sum f(F_i)\Delta F \prod_1^n P(R_j \geq F_i)$$

или, переходя к интегрированию,

$$P(R \geq F) = \int_0^\infty f(F) \prod_1^n [1 - F_{Rj}(F)] dF, \quad (2.2)$$

где $f(F)$ - плотность распределения нагрузки; $F_{Rj}(F)$ - функция распределения несущей способности j -го элемента при значении несущей способности $R_j = F$.

Расчеты по формуле (2.2) в общем случае трудоемки, так как предполагают численное интегрирование, а поэтому при большом n возможны только на ЭВМ. Чтобы не вычислять $P(R \geq F)$ по формуле (2.2), на практике часто оценивают вероятность безотказной работы систем $P(R \geq F_{\max})$ при нагрузке F_{\max} максимальной из возможных. Принимают, в частности, $F_{\max} = m_F (1 + 3v_F)$, где m_F - математическое ожидание нагрузки и v_F - ее коэффициент вариации. Это значение F_{\max} соответствует наибольшему значению нормально распределенной случайной величины F на интервале, равном шести средним квадратическим отклонениям нагрузки. Такой метод оценки надежности существенно занижает расчетный показатель надежности системы.

Ниже предлагается достаточно точный метод упрощенной оценки надежности последовательной системы для случая нормального распределения нагрузки по системам. Идея метода состоит в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным распределением так, чтобы нормальный закон был близок истинному в диапазоне пониженных значений несущей способности системы, так как именно эти значения определяют величину показателя надежности системы.

Сравнительные расчеты на ЭВМ по формуле (2.2) (точное решение) и предлагаемому упрощенному методу, приведенные ниже, показали, что его точность достаточна для инженерных расчетов надежности систем, у которых коэффициент вариации несущей способности не превышает 0,1...0,15, а число элементов системы не превышает 10... 15. Сам метод заключается в следующем:

1. Задаются двумя значениями F_A и F_B фиксированных нагрузок. По формуле (3.1) проводят расчет вероятностей безотказной работы системы при этих нагрузках. Нагрузки подбирают с тем расчетом, чтобы при оценке надежности системы вероятность безотказной работы системы получилась в пределах $P(R \geq F_A) = 0,45 \dots 0,60$ и $P(R \geq F_B) = 0,95 \dots 0,99$, т.е. охватывали бы представляющий

интерес интервал.

Ориентировочные значения нагрузок можно принимать близкими значениям

$$F_A \approx (1 + v_F)m_F, \quad F_B \approx (1 + v_F)m_F,$$

2. По табл. 1.1 находят квантили нормального распределения u_{pA} и u_{pB} , соответствующие найденным вероятностям.

3. Аппроксимируют закон распределения несущей способности системы нормальным распределением с параметрами математического ожидания m_R и коэффициента вариации v_R . Пусть S_R - среднее квадратическое отклонение аппроксимирующего распределения. Тогда $m_R - F_A + u_{pA}S_R = 0$ и $m_R - F_B + u_{pB}S_R = 0$. Из приведенных выражений получаем выражения для m_R и $v_R = S_R/m_R$:

$$m_R = F_A - \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}} u_{pA}; \quad (2.3)$$

$$v_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}}; \quad (2.4)$$

4. Вероятность безотказной работы системы $P(R \geq F)$ для случая нормального распределения нагрузки F по системам с параметрами математического ожидания m_F и коэффициента вариации v_R находят обычным способом по квантили нормального распределения u_p . Квантиль u_p вычисляют по формуле, отражающей факт, что разность двух распределенных нормально случайных величин (несущей способности системы и нагрузки) распределена нормально с математическим ожиданием, равным разности их математических ожиданий, и средним квадратическим, равным корню из суммы квадратов их средних квадратических отклонений:

$$u_p = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n}v)^2 + v_F^2}}$$

где $\bar{n} = m_R/m_F$ - условный запас прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки.

Использование изложенного метода рассмотрим на примерах.

Пример 1. Требуется оценить вероятность безотказной работы одноступенчатого редуктора, если известно следующее. Условные запасы прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки составляют: зубчатой передачи $\bar{n}_1 = 1,5$; подшипников входного вала $\bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 1,4$; подшипников выходного вала $\bar{n}_4 = \bar{n}_5 = 1,6$, выходного и входного валов $\bar{n}_6 = \bar{n}_7 = 2,0$. Это соответствует математическим ожиданиям несущей способности элементов $m_{R1} = 1,5m_F$; $m_{R2}m_{R3} = 1,4m_F$; $m_{R4} = m_{R5} = 1,6m_F$; $m_{R6} = m_{R7} = 2m_F$. Часто в редукторах n_6 и n_7 и соответственно m_{R6} и m_{R7} существенно больше. Задано, что несущие способности передачи, подшипников и валов нормально распределены с одинаковыми коэффициентами вариации $v_{R1} = v_{R2} = \dots = v_{R7} = 0,1$, а нагрузка по редукторам распределена также нормально с коэффициентом вариации $v_F = 0,1$.

Решение. Задаемся нагрузками F_A и F_B . Принимаем $F_A = 1,3m_F$, $F_B = 1,1m_F$, предполагая, что эти значения дадут близкие к требуемым значениям вероятностей

безотказной работы систем при фиксированных нагрузках $P(R \geq F_A)$ и $P(R \geq F_B)$.

Вычисляем квантили нормального распределения всех элементов, соответствующие их вероятностям безотказной работы при нагрузках F_A и F_B :

$$u_{pA1} = \frac{F_A - m_{R1}}{v_{R1} m_{R1}} = \frac{1,3m_F - 1,5m_F}{0,1 * 1,5m_F} = -1,34;$$

Аналогично, $u_{pA2} = u_{pA3} = -0,715$; $u_{pA4} = u_{pA5} = -1,88$; $u_{pA6} = u_{pA7} = -3,5$; $u_{pB1} = -2,67$; $u_{pB2} = u_{pB3} = -2,15$; $u_{pB4} = u_{pB5} = -3,13$; $u_{pB6} = u_{pB7} = -4,5$.

По квантилям из таблицы находим вероятность безотказной работы элементов: $P_1(R \geq F_A) = 0,9099$; $P_2(R \geq F_A) = P_3(R \geq F_A) = 0,7627$; $P_4(R \geq F_A) = P_5(R \geq F_A) = 0,9699$; $P_6(R \geq F_A) = P_7(R \geq F_A) = 0,9998$ при нагрузке F_A и $P_1(R \geq F_B) = 0,9967$; $P_2(R \geq F_B) = P_3(R \geq F_B) = 0,9842$; $P_4(R \geq F_B) = P_5(R \geq F_B) = 0,9991$; $P_6(R \geq F_B) = P_7(R \geq F_B) = 1,0000$ при нагрузке F_B .

Вероятности безотказной работы редуктора $P(R \geq F_A)$ и $P(R \geq F_B)$ при фиксированных нагрузках F_A и F_B оцениваем по формуле (3,1) как произведение вероятностей безотказной работы элементов. Получаем $P(R \geq F_A) = 0,4979$; $P(R \geq F_B) = 0,9637$. Сопоставляя эти значения с диапазонами допустимых значений, приведенными выше, видим, что вероятности находятся внутри диапазонов. Поэтому изменять значения F_A и F_B не будем.

По формулам (2.3), (2.4) вычисляем математическое ожидание m_R и коэффициент вариации v_R несущей способности редуктора:

$$m_R = \frac{F_B - F_A}{u_{pB} - u_{pA}} u_{pA} = 1,3m_F - \frac{1,1m_F - 1,3m_F}{-1,799 - 0,005} 0,005 = 1,299m_F;$$

$$v_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}} = - \frac{1,1m_F - 1,3m_F}{-1,1m_F * 1,799 - 1,3m_F * 0,005} = 0,1007,$$

где u_{pA} и u_{pB} - квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям $P(R \geq F_A)$ и $P(R \geq F_B)$.

По формуле (2.5) вычисляем квантиль u_p нормального распределения, соответствующую вероятности $P(R \geq F)$ безотказной работы редуктора:

$$u_p = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n}v)^2 + v_F^2}} = u_p = \frac{(1,299m_F/m_F) - 1}{\sqrt{(\frac{1,299m_F}{m_F})^2 + 0,1^2}} = -1,816$$

По таблице находим искомую вероятность, соответствующую полученной квантили: $P(R \geq F) = 0,965$.

Пример 2. Для условия рассмотренного выше примера найдем вероятность безотказной работы редуктора по максимальной нагрузке в соответствии с методикой, применявшейся ранее для практических расчетов. Максимальную нагрузку принимаем $F_{max} = m_p(1 + 3v_F) = m_F(1 + 3*0,1) = 1,3m_F$.

Решение. Вычисляем при этой нагрузке квантили нормального распределения вероятностей безотказной работы элементов $u_{p\ max1} = -1,333$; $u_{p\ max2} = u_{p\ max3} = -0,714$; $u_{p\ max4} = u_{p\ max5} = -1,875$; $u_{p\ max8} = u_{p\ max7} = -3,5$.

По таблице находим соответствующие квантилям вероятности $P_1(R \geq F_{max}) = 0,9087$;

$P_2(R \geq F_{\max}) = P_3(R \geq F_{\max}) = 0,7624$; $P_4(R \geq F_{\max}) = P_5(R \geq F_{\max}) = 0,9695$;
 $P_6(R \geq F_{\max}) = P_7(R \geq F_{\max}) = 0,9998$.

Вероятность безотказной работы редуктора при нагрузке $P_{\text{тах}}$ вычисляем по формуле (2.1). Получаем $P(P \wedge P_{\text{тах}}) = 0,496$.

Сопоставляя результаты решения двух примеров, видим, что первое решение дает оценку надежности, значительно более близкую к действительной и более высокую, чем во втором примере. Действительное значение вероятности, рассчитанное на ЭВМ по формуле (2.2), равно 0,9774.

Оценка надежности системы типа цепи

Несущая способность системы. Часто последовательные системы состоят из одинаковых элементов (грузовая или приводная цепь, зубчатое колесо, в котором элементами являются звенья, зубья, и т. д.). Если нагрузка имеет рассеяние по системам, то приближенную оценку надежности системы можно получить общим методом, изложенным в предыдущих параграфах. Ниже предлагается более точный и простой метод оценки надежности для частного случая последовательных систем — систем типа цепи при нормальном распределении несущей способности элементов и нагрузки по системам.

Закон распределения несущей способности цепи, состоящей из одинаковых элементов, соответствует распределению минимального члена выборки, т. е. ряда n чисел, взятых случайным образом из нормального распределения несущей способности элементов.

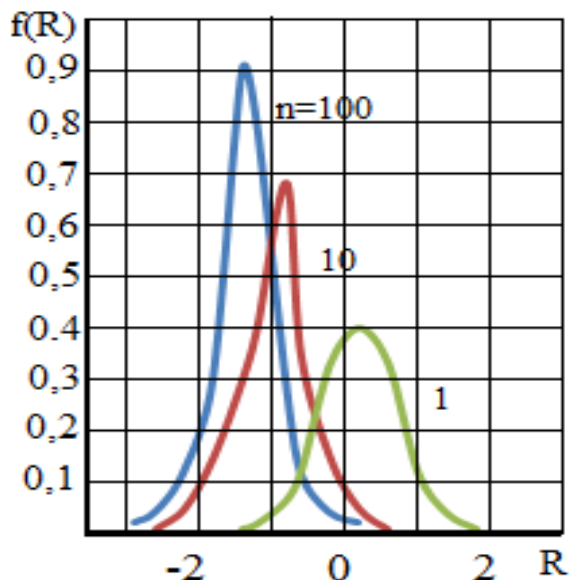


Рис. 2.1. Плотность распределения несущей способности цепи в зависимости от числа компонент.

Этот закон отличается от нормального (рис. 2.1) и тем существеннее, чем больше n . Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение снижаются с увеличением n . В теории экстремальных распределений (раздел теории вероятностей, занимающийся распределениями крайних членов выборок) доказано, что рассматриваемое распределение с ростом n стремится к двойному

экспоненциальному. Этот предельный закон распределения несущей способности R цепи $P(R \geq F_0)$, где F_0 - текущее значение нагрузки, имеет вид $P(R \geq F_0) = e^{-e^{R-\delta/\theta}}$. Здесь δ и θ ($\theta > 0$) - параметры распределения. При реальных (малых и средних) значениях n двойное экспоненциальное распределение непригодно для использования в инженерной практике из-за существенных погрешностей расчета.

Идея предлагаемого метода заключается в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным законом. Аппроксимирующее и реальное распределения должны быть близкими как в средней части, так и в области малых вероятностей (левый «хвост» плотности распределения несущей способности системы), так как именно эта область распределения определяет вероятность безотказной работы системы. Поэтому при определении параметров аппроксимирующего распределения выдвигаются равенства функций аппроксимирующего и реального распределения при медианном значении несущей способности системы соответствующему вероятности безотказной работы системы.

После аппроксимации вероятность безотказной работы системы, как обычно, находят по квантили нормального распределения, представляющего собой разность двух нормально распределенных случайных величин - несущей способности системы и нагрузки на нее.

Пусть законы распределения несущей способности элементов R_k и нагрузки на систему F описываются нормальными распределениями с математическими ожиданиями соответственно m_{Rk} и m_F и средними квадратическими отклонениями S_{Rk} и S_F .

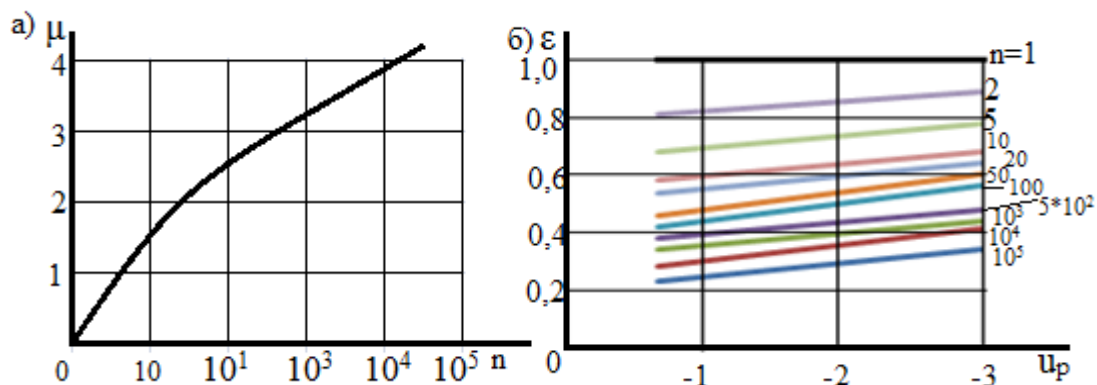


Рис2.2. Параметры распределения несущей способности системы: а - положения; б - рассеяния

Тогда учитывая, что значения математических ожиданий и средних квадратических отклонений несущей способности ниже у системы (цепи), чем у элементов, можно предложить простейшие выражения для математического ожидания m_R и среднего квадратического отклонения S_R нормального распределения, аппроксимирующего распределение несущей способности системы:

$$m_R = m_{Rk} - \mu S_{Rk}; \quad (2.6)$$

$$S_R = \varepsilon S_{Rk}. \quad (2.7)$$

Здесь μ и ε — некоторые коэффициенты ($\mu > 0$; $0 < \varepsilon \leq 1$), зависящие от n , а ε — также от u_p . Назовем величину μ параметром положения, а величину ε — параметром рассеяния. Значения μ и ε приведены в табл. 3.1 [35] и на рис. 2.2. Разность несущей способности систем и нагрузки на нее описывается нормальным распределением с математическим ожиданием $m_R - m_F$ и средним квадратическим отклонением $S = \sqrt{S_R^2 + S_F^2}$. Так как квантиль нормального закона u_p , характеризующая вероятность безотказной работы системы $P(R \geq F)$ связана с параметрами этого закона формулой $m_R = m_F + u_p S = 0$, получаем

$$u_p = -\frac{m_R - m_F}{\sqrt{S_R^2 + S_F^2}} = -\frac{m_{Rk} - \mu S_{Rk} - m_F}{\sqrt{(\varepsilon S_{Rk})^2 + S_F^2}}. \quad (2.8)$$

Вместо средних квадратических отклонений S_{Rk} , S_R , S_F можно рассматривать соответствующие коэффициенты вариации $v_{Rk} = \frac{S_{Rk}}{m_{Rk}}$; $v_R = \frac{S_R}{m_R}$; $v_F = \frac{S_F}{m_F}$, а математическое ожидание выразить через условные запасы прочности по средним значениям $\bar{n} = \frac{m_{Rk}}{m_F}$.

Тогда формулы (2.6)...(2.8) принимают вид:

$$m_R = m_{Rk}(1 - \mu v_{Rk}); \quad (2.9)$$

$$v_R = \frac{\varepsilon v_{Rk}}{1 - \mu v_R}; \quad (2.10)$$

$$u_p = -\frac{\bar{n}(1 - \mu v_{Rk}) - 1}{\sqrt{(\varepsilon \bar{n} v_{Rk})^2 + v_F^2}} \quad (2.11)$$

Учитывая, что μ и ε зависят от u_p , расчеты по формулам (2.8) и (2.11) ведут методом последовательных приближений. В качестве первого приближения для определения μ и ε принимают $u_p = -1,281$ (соответствующей $P = 0,900$).

Надежность систем с резервированием

Для достижения высокой надежности в машиностроении конструктивные, технологические и эксплуатационные мероприятия могут оказаться недостаточными, и тогда приходится применять резервирование. Это особенно относится к сложным системам, для которых повышением надежности элементов не удастся достигнуть требуемой высокой надежности системы.

Здесь рассматривается структурное резервирование, осуществляемое введением в систему резервных составляющих, избыточных по отношению к минимально необходимой структуре объекта и выполняющих те же функции, что и основные.

Резервирование позволяет уменьшить вероятность отказов на несколько порядков.

Применяют: 1) постоянное резервирование с нагруженным или горячим резервом; 2) резервирование замещением с ненагруженным или холодным

резервом; 3) резервирование с резервом, работающим в облегченном режиме.

Резервирование наиболее широко применяют в радиоэлектронной аппаратуре, в которой резервные элементы имеют малые габариты и легко переключаются.

Особенности резервирования в машиностроении: в ряде систем резервные агрегаты используют как рабочие в часы «пик»; в ряде систем резервирование обеспечивает сохранение работоспособности, но с понижением показателей. Резервирование в чистом виде в машиностроении преимущественно применяют при опасности аварий.

В транспортных машинах, в частности в автомобилях, применяют двойную или тройную систему тормозов; в грузовых автомашинах - двойные шины на задних колесах.

В пассажирских самолетах применяют 3...4 двигателя и несколько электрических машин. Выход из строя одной или даже нескольких машин, кроме последней, не приводит к аварии самолета. В морских судах - по две машины. Число эскалаторов, паровых котлов выбирают с учетом возможности отказа и необходимости ремонта. При этом в часы «пик» могут работать все эскалаторы. В общем машиностроении в ответственных узлах используют двойную систему смазки, двойные и тройные уплотнения. В станках применяют запасные комплекты специальных инструментов. На заводах уникальные станки основного производства стараются иметь по два или более экземпляров. В автоматическом производстве применяют накопители, станки-дублиеры и даже дублирующие участки автоматических линий.

Применение запасных деталей на складах, запасных колес на автомашинах также можно рассматривать как вид резервирования. К резервированию (общему) следует также относить проектирование парка машин (например, автомобилей, тракторов, станков) с учетом времени их простоев в ремонте.

При постоянном резервировании резервные элементы или цепи подключают параллельно основным (рис. 2.3). Вероятность отказа всех элементов (основного и резервных) по теореме умножения вероятностей

$$Q_{\text{ст}}(t) = Q_1(t) * Q_2(t) * \dots * Q_n(t) = \prod_1^n Q_i(t),$$

где $Q_i(t)$ - вероятность отказа элемента i .

Вероятность безотказной работы $P_{\text{ст}}(t) = 1 - Q_{\text{ст}}(t)$

Если элементы одинаковы, то $Q_{\text{ст}}(t) = Q_1^n(t)$ и $P_{\text{ст}}(t) = P_1^n(t)$.

Например, если $Q_1 = 0,01$ и $n = 3$ (двойное резервирование), то $P_{\text{ст}} = 0,999999$.

Таким образом, в системах с последовательно соединенными элементами вероятность безотказной работы определяют перемножением вероятностей безотказной работы элементов, а в системе с параллельным соединением - вероятность отказа перемножением вероятностей отказа элементов.

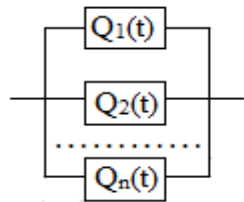


Рис. 2.3. Простейшая
зарезервированная система

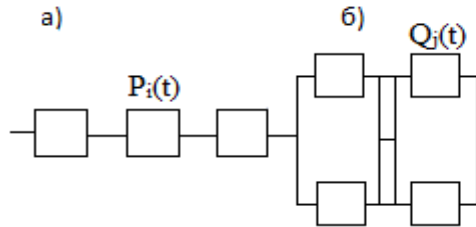


Рис. 2.4. Частично зарезервированная
система

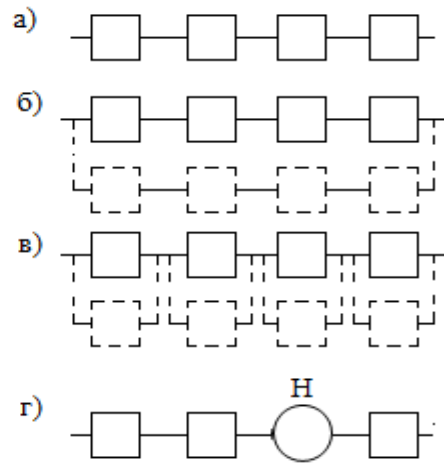


Рис. 2.5. Система резервирования:
а - основания; б - с общим резервированием;
в - с поэлементным резервированием; г - с
накопителем

Если в системе (рис. 2.5, а, б) a элементов не дублированы, а b элементов дублированы, то надежность системы

$$P_{\text{ст}}(t) = P_a(t)P_b(t); P_a(t) = \prod_1^a P_i(t); P_b(t) = \prod_1^b [1 - Q_i^2(t)].$$

Если в системе n основных и m резервных одинаковых элементов, причем все элементы постоянно включены, работают параллельно и вероятность их безотказной работы P подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы может быть определена по таблице:

n	n + m				
	1	2	3	4	5
1	P	$2P - P^2$	-	-	-
2	-	P^2	$3P^2 - 2P^3$	$6P^2 - 8P^3 + 3P^4$	$10P - 20P^3 + 15P^4$
3	-	-	P^3	$4P^3 - 3P^4$	$10P^3 - 15P^4 + 6P^5$
4	-	-	-	P^4	$5P^4 - 4P^5$

Формулы этой таблицы получены из соответствующих сумм членов разложения бинома $(P + Q)^{m+n}$ после подстановки $Q = 1 - P$ и преобразований.

При резервировании замещением резервные элементы включаются только при отказе основных. Это включение может производиться автоматически или вручную. К резервированию можно отнести применение резервных агрегатов и блоков инструментов, устанавливаемых взамен отказавших, причем эти элементы тогда рассматривают входящими в систему.

Для основного случая экспоненциального распределения отказов при малых значениях λt , т. е. при достаточно высокой надежности элементов, вероятность отказа системы (рис. 2.4) равна

$$Q_{\text{ст}}(t) \approx \frac{\prod_1^n Q_i(t)}{n!} \approx \frac{\prod \lambda_i}{n!}.$$

Если элементы одинаковы, то

$$Q_{\text{ст}}(t) \approx \frac{Q^n(t)}{n!} \approx \frac{(\lambda t)^n}{n!}.$$

Формулы справедливы при условии, что переключение абсолютно надежно. При этом вероятность отказа в $n!$ раз меньше, чем при постоянном резервировании. Меньшая вероятность отказа понятна, так как меньшее количество элементов находится под нагрузкой. Если переключение недостаточно надежно, то выигрыш может быть легко утерян.

Для поддержания высокой надежности резервированных систем отказавшие элементы необходимо восстанавливать или заменять.

Применяют резервированные системы, в которых отказы (в пределах числа резервных элементов) устанавливаются при периодических проверках, и системы, в которых отказы регистрируются при их появлении.

В первом случае система может начать работать с отказавшими элементами. Тогда расчет на надежность ведут за период от последней проверки. Если предусмотрено немедленное обнаружение отказов и система продолжает работать во время замены элементов или восстановления их работоспособности, то отказы опасны за время до окончания ремонта и за это время ведут оценку надежности.

В системах с резервированием замещением подключение резервных машин или агрегатов производится человеком, электромеханической системой или даже чисто механически. В последнем случае удобно применять обгонные муфты.

Возможна постановка основного и резервного двигателей с обгонными муфтами на одной оси с автоматическим включением резервного двигателя по сигналу от центробежной муфты.

Если допустима работа вхолостую резервного двигателя (ненагруженный резерв), то центробежную муфту не ставят. В этом случае основной и резервный двигатели подсоединяют к рабочему органу также через обгонные муфты, причем передаточное отношение от резервного двигателя к рабочему органу делают несколько меньшим, чем от основного двигателя.

Рассмотрим надежность дублированных элементов в периоды восстановления отказавшего элемента пары.

Если обозначить λ интенсивность отказов основного элемента, λ_p резервного и \bar{t}_p - среднее время ремонта, то вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}$$

где

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \left[1 + \frac{1}{(\lambda + \lambda_p) \bar{t}_p} \right]$$

В автоматических линиях, как известно, применяют накопители, которые разбивают линии на отдельные участки, причем отказ какого-либо элемента

(станка) вызывает остановку не всей линии, а только одного участка. В это время другие участки продолжают работу, получая заготовки от накопителя или подавая заготовки в накопитель. При этом вероятность безотказной работы линии меньше этой вероятности для последнего участка и приближается к ней при увеличении емкости накопителя. Вероятность длительной безотказной работы линии меньше вероятностей для лимитирующего участка.

Эффективность разных способов резервирования проиллюстрируем на основной *системе из четырех последовательно соединенных элементов* с вероятностью безотказной работы каждого 0,9.

Вероятность безотказной работы системы без резервирования (рис. 2.5. а)

$$P_{\text{ст}}(t) = P_1^4 = 0,9^4 \approx 0,65 \text{ и } Q_{\text{ст}}(t) \approx 0,35,$$

дублированной системы с постоянным резервом в виде такой же системы (рис.2.5.б)

$$P_{\text{ст}}(t) = 1 - Q_{\text{ст}}^2(t) = 1 - 0,35^2 \approx 0,88,$$

дублированной системы с ненагруженным резервом и вполне надежным переключателем

$$P_{\text{ст}}(t) = 1 - \frac{Q_{\text{ст}}^2(t)}{2!} = 1 - \frac{0,35^2}{2!} \approx 0,94$$

системы с независимым постоянным дублированием каждого элемента (рис. 2.5.в)

$$P_{\text{ст}} = [1 - Q_{\text{ст}}^2(t)]^4 = (1 - 0,1^2)^4 = 0,96,$$

такой же системы с независимым ненагруженным дублированием

$$P_{\text{ст}} = [1 - \frac{Q_{\text{ст}}^2(t)}{n!}]^4 = [1 - \frac{0,1^2}{2}]^4 \approx 0,96$$

Если систему, например автоматическую линию, рассматривать как технологическую и поставить в середине накопитель высокой надежности (рис. 2.5.г), то вероятность безотказной работы поднимается с 0,65 до величины, несколько меньшей 0,81.

Пример наглядно показывает, что поэлементное резервирование гораздо эффективнее, чем общее, а резервирование замещением при совершенно надежном переключении эффективнее, чем постоянное.

Если ту же систему рассматривать как восстанавливаемую с коэффициентом возможного технического использования каждого элемента 0,9, то коэффициент технического использования системы

$$\eta_{\text{ст}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{4(1 - 0,9)}{0,9} \right)} \approx 0,69.$$

При постановке в середине высоконадежного накопителя коэффициент технического использования

$$\eta_{\text{ст}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{2(1 - 0,9)}{0,9} \right)} \approx 0,82.$$

Рассмотрим надежность при резервировании с постоянно подключенными резервными элементами, работающими до отказа основных в облегченном режиме. Для случая резервирования высоконадежного элемента с экспоненциальным законом распределения и интенсивностью отказов λ элементами, работающими в облегченном режиме с интенсивностью отказов λ_1 вероятность безотказной работы при одном резервном элементе

$$P(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)}{2!} t;$$

при двух резервных элементах

$$P(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)(\lambda + 2\lambda_1)}{3!} t;$$

при трех резервных элементах

$$P(t) = \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1)(\lambda + 2\lambda_1)(\lambda + 3\lambda_1)}{4!} t$$

При $m - 1$ резервных элементов

$$P(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda + \lambda_1) \dots [\lambda + (m-1)\lambda_1]}{m!} t$$

Расчет надежности сложных комбинированных систем. В технике иногда применяют комбинированные системы, которые нельзя свести ни к последовательным, ни к параллельным. Рассмотрим основную систему из двух элементов AA' , которая дублирована системой BB' (рис. 2.6). Кроме того, предусмотрен дополнительно резервный элемент X , который резервирует элементы A и B и делает систему сложной.

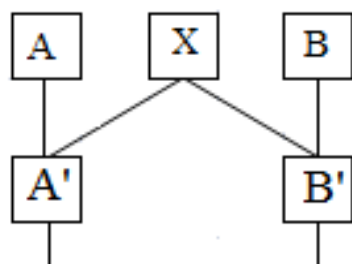


Рис. 2.6. Система со сложным резервированием

Для расчета подобных сложных систем пользуются теоремой полной вероятности Байеса, которая в применении к надежности формулируется так. Вероятность отказа системы $Q_{\text{ст}} = Q_{\text{ст}}(X \text{ работоспособен}) P_x + Q_{\text{ст}}(X \text{ неработоспособен}) Q_x$, где P_x и Q_x - вероятность работоспособности и соответственно неработоспособности элемента X . Структура формулы понятна, так как P_x и Q_x можно представить как долю времени при работоспособном и соответственно неработоспособном элементе X .

Вероятность отказа системы при работоспособности элемента X определяют как произведение вероятности отказов обоих элементов, т. е.

$$Q_{\text{ст}}(X \text{ работоспособен}) = Q_A Q_{B'} = (1 - P_{A'})(1 - P_{B'})$$

Вероятность отказа системы при неработоспособности элемента $XQ_{ст}(X \text{ неработоспособен}) = Q_{AA'} Q_{BB'} = (1 - P_{AA'})(1 - P_{BB'})$

Вероятность отказа системы в общем случае

$$Q_{ст} = (1 - P_{A'})(1 - P_{B'})P_X + (1 - P_{AA'})(1 - P_{BB'})Q_X.$$

В сложных системах приходится применять формулу Байеса несколько раз.

3. Испытания на надежность

Специфика оценки надежности машин по результатам испытаний

Расчетные методы оценки надежности разработаны пока не всем критериям и не для всех деталей машин. Поэтому надежность машин в целом в настоящее время оценивают по результатам испытаний, которые называют определительными. Определительные испытания стремятся приблизить к стадии разработки изделия. Кроме определительных проводят также при серийном изготовлении изделий контрольные испытания на надежность. Они предназначены для контроля соответствия серийной продукции требованиям по надежности, приведенным в технических условиях и учитывающим результаты определительных испытаний.

Экспериментальные методы оценки надежности требуют испытаний значительного числа образцов, длительного времени и затрат. Это не позволяет проводить надлежащие испытания по надежности машин, выпускаемых малыми сериями, а для машин, выпускаемых крупносерийно, задерживает получение достоверной информации о надежности до стадии, когда уже изготовлена технологическая оснастка и внесение изменений очень дорого. Поэтому при оценках и контроле надежности машин актуально использование возможных способов сокращения объема испытаний.

Объем испытаний, необходимый для подтверждения заданных показателей надежности, сокращают путем: 1) форсирования режимов; 2) оценки надежности по малому числу или отсутствию отказов; 3) сокращения числа образцов за счет увеличения длительности испытаний; 4) использования разносторонней информации о надежности деталей и узлов машины.

Кроме того, объем испытаний можно сократить научным планированием эксперимента (см. ниже), а также повышением точности измерений.

По результатам испытаний для невосстанавливаемых изделий оценивают и контролируют, как правило, вероятность безотказной работы, а для восстанавливаемых – среднюю наработку на отказ и среднее время восстановления работоспособного состояния.

Определительные испытания

Во многих случаях испытания на надежность необходимо проводить до

разрушения. Поэтому испытывают не все изделия (генеральную совокупность), а небольшую их часть, называемую выборкой. В этом случае вероятность безотказной работы (надежность) изделия, средняя наработка на отказ и среднее время восстановления могут отличаться от соответствующих статистических оценок вследствие ограниченности и случайного состава выборки. Чтобы учесть это возможное отличие, вводится понятие доверительной вероятности.

Доверительной вероятностью (достоверностью) называют вероятность того, что истинное значение оцениваемого параметра или числовой характеристики лежит в заданном интервале, называемом доверительным.

Доверительный интервал для вероятности P ограничен нижней P_n и верхней P_v доверительными границами:

$$\text{Вер}(P_n \leq P \leq P_v) = \beta, \quad (3.1)$$

где символ «Вер» обозначает вероятность события, а β показывает значение двусторонней доверительной вероятности, т.е. вероятности попадания в интервал, ограниченный с двух сторон. Аналогично, доверительный интервал для средней наработки на отказ ограничен T_n и T_v , а для среднего времени восстановления - границами $T_{vн}$, $T_{vв}$.

На практике основной интерес представляет односторонняя вероятность, что числовая характеристика не меньше нижней или не выше верхней границы. Первое условие, в частности, относится к вероятности безотказной работы и средней наработке на отказ, второе — к среднему времени восстановления. Например, для вероятности безотказной работы условие имеет вид

$$\text{Вер}(P_n \leq P) = \alpha. \quad (3.2)$$

Здесь α - односторонняя доверительная вероятность нахождения рассматриваемой числовой характеристики в интервале, ограниченном с одной стороны. Вероятность α на стадии испытаний опытах образцов обычно принимают равной 0,7...0,8, на стадии передачи разработки в серийное производство 0,9...0,95. Нижние значения характерны для случая мелкосерийного производства и высокой стоимости испытаний.

Ниже приведены формулы для оценок по результатам испытаний нижних и верхних доверительных границ рассматриваемых числовых характеристик с заданной доверительной вероятностью α . Если необходимо ввести двусторонние доверительные границы, то названные формулы пригодны и для такого случая. При этом полагают вероятности выхода на верхнюю и нижнюю границы одинаковыми и выражают α через заданное значение β .

Так как $(1 + \alpha) + (1 - \alpha) = (1 - \beta)$, то $\alpha = (1 + \beta)/2$

Невосстанавливаемые изделия. Наиболее распространен случай, когда объем выборки меньше десятой части генеральной совокупности. В этом случае для оценки нижней P_n и верхней P_v границы вероятности безотказной работы используют [50] биномиальное распределение. При испытаниях n изделий

доверительную вероятность $1 - \alpha$ выхода на каждую из границ принимают равной вероятности появления в одном случае не более m отказов, в другом случае не менее m отказов

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_H)^i P_H^{n-i} = 1 - \alpha; \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=m}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_B)^i P_B^{n-i} = 1 - \alpha; \quad (3.4)$$

Пример 1. Оценить P_H при доверительной вероятности $\alpha = 0,9$, если испытано три изделия $n = 3$ и отказало одно $m = 1$.

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} P_H + \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 2} (1 - P_H) P_H^2 = 1 - 0,9.$$

В итоге получаем $P_H = 0,2$.

В случае безотказных испытаний из формулы (3.3) при $m = 0$ следует, что P_H связано с доверительной вероятностью и числом испытанных изделий выражением

$$\sum_{i=0}^0 \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_B)^i P_B^n = P_H^n = 1 - \alpha;$$

Отсюда

$$P_H = \sqrt[n]{1 - \alpha}. \quad (3.5)$$

Пример 2. $n = 10$; $\alpha = 0,7$; $m = 0$. Найти P_H .

$$\text{Решение. } P_H = \sqrt[10]{1 - 0,7} = 0,887$$

При больших n и m формулами (3.3) и (3.4) неудобно пользоваться. В случае прибегают к приближенным вычислениям, заменяя биномиальное распределение нормальным с использованием следующих рассуждений. Испытан изделий рассматриваем как испытания n выборок по одному изделию. Результаты испытаний каждого изделия могут иметь два, исхода: $x_1 = 0$ – отказ и $x_2 = 1$ – изделие не отказало. По определению среднее значение случайной величины равно сумме произведений всех возможных значений случайной величины (в данном случае 0 и 1) на частоты этих появлений. Поэтому

$$\sum_{i=1}^2 x_i P_B = 0 \frac{m}{n} + 1 \frac{(n-m)}{n} = \frac{(n-m)}{n} = P^*,$$

где P^* - часть сохранения работоспособности. При больших n частоты стремятся к вероятности P . Среднее квадратическое отклонение S_{Ix} случайной величины x при испытании одного изделия составляет

$$S_{Ix} = \sqrt{\sum (x_i - x)^2 P_i} = \sqrt{(0 - P^*)^2 \frac{m}{n} + (1 - P^*)^2 \frac{(n-m)}{n}} = P^* (1 - P^*),$$

а по результатам испытаний n изделий оно в \sqrt{n} раз меньше, чем S_{Ix} . Поэтому

$$S_{nx} = \sqrt{\frac{P^* (1 - P^*)}{n}}. \text{ Предполагая в силу справедливости центральной предельной}$$

теоремы распределение среднего, как суммы, близки к нормальному. Формулы для вычисления верхней и нижней доверительных границ можно представить в виде

$$P_n = P^* + u_\alpha S_{nx} = P^* + u_\alpha \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}. \quad (3.6)$$

$$P_n = P^* - u_\alpha S_{nx} = P^* - u_\alpha \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}. \quad (3.7)$$

где u_α – квантиль нормального распределения, соответствующая выбранной доверительной вероятности α .

Приближение нормальным распределением используют, если выполняются два условия: $nP^* > 10$ и $n(1 - P^*) > 10$.

Пример 3. Оценить P_n , P_v , если $n = 100$, $m = 20$, $\alpha = 0,95$.

Решение. Вычисляем $P^* = 0,8$, $nP^* = 80 > 10$; $n(1 - P^*) = 20 > 10$. Следовательно, нормальное распределение можно использовать. При $\alpha = 0,95$ по таблице для нормального распределения $u_\alpha = -1,64$. Отсюда $u_\alpha S_{nx} = -0,0656$. Поэтому $P_n = 0,734$, $P_v = 0,866$.

Определим требуемый объем выборки n если требуемая вероятность безотказной работы равна P^* , заданы доверительный интервал $d = P_v - P_n$ односторонняя доверительная вероятность α . Предполагаем применимость нормального распределения.

Из формулы (3.6) и (3.7) следует, что $d = -u_\alpha \sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}$, а отсюда

$$n = \frac{4 \cdot u_\alpha^2 P^* (1-P^*)}{d^2}. \quad (3.8)$$

Пример 4. Оценить n , если $P^* = 0,8$; $P_v = 0,866$, $P_n = 0,73$, $\alpha = 0,95$, $d = P_v - P_n = 0,132$, $u_\alpha = -1,64$ при $\alpha = 0,95$

Решение. Подставляя в формулу (3.8) значения, получим

$$n = \frac{4 \cdot 1,64^2 \cdot 0,8(1 - 0,8)}{0,132^2} \approx 100.$$

Формулы (3.4)... (3.7) позволили построить графики зависимости нижней P_n и верхней P_v доверительных границ от числа n испытанных и m отказавших изделий $P^* = 1 - m/n$ при заданной односторонней доверительной вероятности α . Значения α взяты наиболее употребительными в практике оценки надежности. Графики пригодны также для оценки P_n и P_v при двусторонней доверительной вероятности $\beta = 2\alpha - 1$.

Восстанавливаемые изделия (с заменой или восстановлением элементов после отказа). В этом случае часто предполагают распределение наработки на отказ экспоненциальным (такое распределение, как показывает практика, справедливо в значительной степени для станков, роботов и других машин). Средний ресурс T оценивается средней наработкой на отказ испытанных изделий (оценка снизу)

$$T = t_\Sigma / m, \quad (3.9)$$

где $t_\Sigma = \sum_{i=1}^n t_i$ – суммарное время испытаний n ; m – общее число отказов, возникших

в процессе испытаний. Величина $2t_{\Sigma}/T$ имеет распределение χ^2 – квадрат со степенями свободы $2m$, либо $2(m+1)$ в зависимости от того, прекращаются испытания после наступления очередного отказа или после истечения времени испытаний. Если испытания прекращают после окончания времени испытаний, то вероятностные соотношения для величины $2t_{\Sigma}/T$ имеют вид:

$$\begin{aligned}\text{Вер}\left[\chi_{\alpha; 2m}^2 \geq \frac{2t_{\Sigma}}{T}\right] &= \alpha; \\ \text{Вер}\left[\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2 \geq \frac{2t_{\Sigma}}{T}\right] &= \alpha;\end{aligned}\quad (3.10)$$

откуда

$$T_H = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2}; \quad (3.11)$$

$$T_B = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{\alpha; 2m}^2}; \quad (3.12)$$

Если рассматривается доверительная вероятность β невыхода за двусторонние доверительные границы $T_H < T < T_B$, то

$$T_H = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{(1+\beta)/2; 2(m+1)}^2}; \quad (3.13)$$

$$T_B = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{(1-\beta)/2; 2m}^2}; \quad (3.14)$$

Распределение χ^2 с $2(m+1)$ и с $2m$ степенями свободы, соответствующее наиболее употребительным значениям доверительной вероятности, приведено в табл. 3.1.

Пример. Испытано 3 изделия, каждое в течение 600 ч. В процессе испытаний получено 4 отказа. После отказов работоспособность изделий восстанавливали. Требуется оценить нижнюю границу средней наработки на отказ с односторонней доверительной вероятностью $\alpha = 0,8$.

Решение. $t_{\Sigma} = nt = 3 \cdot 600 = 1800$ ч.

Воспользовавшись табл. 3.1, при $\alpha = 0,8$, имеем $\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2 = 13,4$. Подставляя t_{Σ} и последнее значение в формулу (3.11), получаем $T_H = 269$ ч.

Таблица 3.1

число отказов	Значение параметра							
	$\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2$ при α				$\chi_{\alpha; 2m}^2$ при α			
	0,70	0,8	0,9	0,95	0,70	0,8	0,9	0,95
0	2,41	3,22	4,6	6,0	-	-	-	-
1	4,9	6,0	7,8	9,5	0,713	0,449	0,211	0,103
2	7,2	8,6	10,6	12,6	2,19	1,65	1,06	0,71
3	9,5	11,0	13,4	15,5	3,83	3,07	2,2	1,63
4	11,8	13,4	16,0	18,3	5,53	4,59	3,49	2,73
5	14,0	15,8	18,5	21,0	7,27	8,18	4,86	3,94

6	16,2	18,2	21,1	23,7	9,0	7,8	6,3	5,2
7	18,4	20,5	23,5	26,3	10,8	9,5	7,8	6,6
8	20,6	22,8	26,0	28,9	12,6	11,2	9,3	8,0
9	22,8	25,0	28,4	31,4	14,4	12,9	10,9	9,4
10	24,9	27,3	30,8	33,9	16,3	14,6	12,4	10,9

Форсирование режима испытаний.

Сокращение объема испытаний за счет форсирования режима. Обычно ресурс машины зависит от уровня напряжений, температуры и других факторов. Если характер этой зависимости изучен, то длительность испытаний можно сократить с времени t до времени t_ϕ за счет форсирования режима испытаний $t_\phi = t/K_y$, где $K_y = \frac{\bar{t}}{\bar{t}_\phi}$ — коэффициент ускорения, а \bar{t} , \bar{t}_ϕ — средние наработки до отказа в нормальном и форсированном режимах.

На практике длительность испытаний сокращают за счет форсирования режима до 10 раз. Недостаток метода — пониженная точность в связи с необходимостью пользоваться для пересчета на реальные режимы работы детерминированными зависимостями лимитирующего параметра от наработки и в связи с опасностью перехода на другие критерии отказа.

Значения k_y вычисляют по зависимости, связывающей ресурс с форсирующими факторами. В частности, при усталости в зоне наклонной ветви кривой Велера или при механическом изнашивании зависимость между ресурсом \bar{t} и напряжениями в детали имеет вид $\sigma^m t = \text{const}$, где m составляет в среднем: при изгибе для улучшенных и нормализованных сталей — 6, для закаленных — 9... 12, при контактном нагружении с начальным касанием по линии — около 6, при изнашивании в условиях скудной смазки — от 1 до 2, с периодической или постоянной смазкой, но несовершенном трении — около 3. В этих случаях $K_y = (\sigma_\phi/\sigma)^m$, где σ и σ_ϕ — напряжения в номинальном и форсирующем режимах.

Для электрической изоляции принимают приближенно справедливым «правило 10 градусов»: при повышении температуры на 10° ресурс изоляции сокращается вдвое. Ресурс масел и смазок в опорах снижается вдвое с ростом температуры: на $9 \dots 10^\circ$ — для органических и на $12 \dots 20^\circ$ — для неорганических масел и смазок. Для изоляции и смазок можно принимать $K_y = (\theta_\phi/\theta)^m$, где θ и θ_ϕ — температура в номинальном и форсирующем режимах, $^\circ\text{C}$; m составляет для изоляции и органических масел и смазок — около 7, для неорганических масел и смазок — 4...6.

Если режим работы изделия переменный, то ускорения испытаний можно достигнуть исключением из спектра нагрузок, не вызывающих повреждающего действия.

Сокращение числа образцов за счет оценки надежности по отсутствию или малому числу отказов. Из анализа графиков следует, что для подтверждения одной и той же нижней границы P_n вероятности безотказной работы с доверительной вероятностью α требуется испытать тем меньше изделий, чем выше значение частности сохранения работоспособности $P^* = 1 - m/n$. Частость P^* , в свою очередь, растет с уменьшением числа отказов m . Отсюда следует вывод, что получая оценку по малому числу или отсутствию отказов, можно несколько сократить число изделий, потребное для подтверждения заданного значения P_n . Следует отметить, что при этом риск не подтвердить заданное значение P_n , так называемый риск изготовителя, естественно, возрастает. Например, при $\alpha = 0,9$ для подтверждения $P_n = 0,8$, если испытывается 10; 20; 50 изделий, то частость не должна быть меньше соответственно 1,0; 0,95; 0,88. (Случай $P^* = 1,0$ соответствует безотказной работе всех изделий выборки.) Пусть вероятность безотказной работы P испытываемого изделия составляет 0,95. Тогда в первом случае риск изготовителя большой, так как в среднем на каждую выборку из 10 изделий будет приходиться половина дефектного изделия и поэтому вероятность получить выборку без дефектных изделий очень мала, во втором - риск близок 50%, в третьем - наименьший.

Несмотря на большой риск забраковать свою продукцию, изготовители изделий часто планируют испытания с числом отказов, равным нулю, понижая риск введением необходимых запасов в конструкцию и связанным с ними повышением надежности изделия,

Из формулы (3.5) следует, что для подтверждения значения P_n с доверительной вероятностью α необходимо испытать

$$n = \frac{\lg(1 - \alpha)}{\lg P_n} \quad (3.15)$$

изделии при условии, что отказов при испытании не возникает.

Пример. Определить число n изделий, необходимое для испытаний при $m = 0$, если задано $P_n = 0,9; 0,95; 0,99$ с $\alpha = 0,9$.

Решение. Проведем вычисления по формуле (3.15), соответственно имеем $n = 22; 45; 229$.

Аналогичные выводы следуют из анализа формулы (3.11) и значений табл. 3.1; для подтверждения одной и той же нижней границы T_n средней наработки на отказ требуется иметь тем меньшую суммарную длительность испытаний t_Σ , чем меньше допустимо отказов. Наименьшее t_Σ получается при $m=0$

$$t_\Sigma = \frac{T_n \chi_{1-\alpha;2}^2}{2}, \quad (3.16)$$

при этом риск не подтвердить T_n получается наибольшим.

Пример. Определить t_Σ при $T_n = 200$, $\alpha = 0,8$, $m = 0$.

Решение. Из табл. 3.1 $\chi_{0,8;2} = 3,22$. Отсюда $t_\Sigma = 200 * 3,22 / 2 = 322$ ч.

Сокращение числа образцов за счет увеличения длительности

испытаний. При таких испытаниях изделий, подверженных внезапным отказам, в частности радиоэлектронной аппаратуры, а также восстанавливаемых изделий, результаты в большинстве случаев пересчитывают на заданное время в предположении справедливости экспоненциального распределения отказов по времени. В этом случае объем испытаний nt остается практически постоянным, а число испытываемых образцов становится обратно пропорциональным времени испытаний.

Выход из строя большинства машин вызывается различными процессами старения. Поэтому экспоненциальный закон для описания распределения ресурса их узлов не применим, а справедлив нормальный, логарифмически нормальный законы или закон Вейбулла. При таких законах за счет увеличения длительности испытаний можно сократить объем испытаний. Поэтому если в качестве показателя надежности рассматривается вероятность безотказной работы, что характерно для невосстанавливаемых изделий, то с увеличением длительности испытаний число испытываемых образцов сокращается более резко, чем в первом случае. В этих случаях назначенный ресурс t и параметры распределения наработки до отказа связаны выражением:

при нормальном законе

$$t = \bar{t} + u_p S_t$$

при логарифмически нормальном законе

$$\lg t = \overline{\lg t} + u_p S_{\lg t};$$

при законе Вейбулла

$$p = e^{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^M},$$

где \bar{t} , $\overline{\lg t}$ - средние значения ресурса и его логарифма; S_t , $S_{\lg t}$ - средние квадратические отклонения ресурса и его логарифма; u_p - квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности безотказной работы P ; t_0 , M - параметры положения и формы.

Из этих выражений следуют формулы для пересчета вероятностных оценок с времени испытаний t_u на заданный ресурс t для названных трех законов:

$$u_p = \frac{t - t_u}{v_t t_u} + u_{p.u} \frac{t}{t_u}; \quad (3.17)$$

$$u_p = \frac{\lg t - \lg t_u}{S_{\lg t}} + u_{p.u}; \quad (3.18)$$

$$\ln P = \left(\frac{t}{t_0}\right)^M P_{ни}; \quad (3.19)$$

где $v = S_t / \bar{t}$ - коэффициент вариации ресурса; $P_{ни}$, $u_{пн}$ - вероятность безотказной работы в течение времени испытаний и соответствующая ей квантиль.

Испытав изделие в течение времени $t_{и} > t$ и оценив по графикам значение

нижней границы вероятности безотказной работы в течение времени испытаний, эту оценку по формулам (3.17)...(3.19) пересчитывают на время t .

Пример 1. Требуется оценить по результатам испытаний изделия в течение $t_u = 3t$ при $n = 16$, $m = 0$ значение P_n за время t при $\alpha = 0,8$, если известно, что отказы изделия по времени распределены логарифмически нормально с $S_{lgt} = 0,3$.

Решение. По формуле (3.6) $P_{nu} = 0,725$ на время t_u , что соответствует $u_{pu} = -0,6$. Вычисляя по формуле (3.18), получаем $u_p = -2,19$, что соответствует $P = 0,985$.

Заметим, что для подтверждения указанного значения P_n при $m=0$, $\alpha = 0,8$ следовало бы испытать в течение времени t согласно (3.15) 106 изделий. Таким образом, за счет увеличения времени испытаний число испытанных образцов сокращено в 21 раз, а объем испытаний - в 7 раз.

Следует отметить, что описанный метод оценки надежности может дать погрешность оценки нижней границы вероятности безотказной работы до 10%. Погрешность возникает из-за невозможности точного описания одним законом распределения разнотипных отказов.

Расчетно - экспериментальный метод оценки надежности машин по отдельным критериям работоспособности

Сокращение необходимого объема испытаний за счет использования разносторонней информации о надежности деталей реализуется в расчетно-экспериментальном методе.

Как показывает опыт применения, метод позволяет по результатам расчетов и краткосрочных испытаний 3...5 машин (при условии отсутствия отказов) в предельных режимах работы, а затем на долговечность в течение 2...3 назначенных ресурсов подтверждать достаточно высокие ($P_n = 0,90...0,99$) нижние границы вероятности безотказной работы машины с доверительной вероятностью 0,7 ... 0,8.

Он включает в себя: выявление основных возможных отказов машины; оценку расчетным или экспериментальным путем вероятности отсутствия каждого из основных видов отказов, выявляя запасы потери работоспособности; объединение оценок в оценку надежности машины.

Виды и число возможных отказов машины. Обобщение опыта конструирования и эксплуатации машин позволило составить перечень основных первичных отказов машин (табл. 3.2).

Зная требования к эксплуатационным показателям, количество деталей и сопряжений, можно оценивать число ω основных возможных отказов машины. Машина, на которую дано D требований по показателям работы, состоящая из V деталей, M подвижных и L неподвижных сопряжений, может иметь до D отказов по снижению показателей до 4 V видов поломок, до 2 M отказов из-за схватывания или недопустимого износа подвижных и L нарушений прочности неподвижных сопряжений:

$$\omega = D + 4V + 2M + L \quad (3.20)$$

Обычно рассматривают число возможных отказов многократно меньшее ω , так

как расчетами, опытом конструирования и эксплуатации подобных машин установлено, что многие из них практически не наблюдаются.

Так, корпусные детали обычно не отказывают или отказывают только по износу подвижных сопряжений (в частности, направляющих). Валы на подшипниках качения, как правило, отказывают только по усталостной прочности, зубчатые колеса, нормализованные и улучшенные - только по контактной прочности, закаленные - по изгибной и контактной прочности и т. д.

Энергетические машины, преобразующие энергию из одного вида в другой, и специальные машины могут иметь кроме отказов названных видов специфичные, как, например, пробой изоляции, прогорание камеры сгорания и др. Перечень отказов машин, особенно автоматизированных и комплексов машин, дополняется возможными отказами в системах управления.

Оценка вероятностей отсутствия отказов отдельных видов. В табл. 3.2 каждому возможному виду отказа поставлен в соответствие критерий работоспособности. Для части критериев вероятности отсутствия отказов могут быть оценены расчетным путем. По некоторым критериям (износостойкость и др.) такие расчеты пока недостаточно разработаны. Вероятностные оценки работоспособности по ним получают использованием результатов испытаний. При этом увеличение времени существенно сокращает объем испытаний, практически не внося погрешность при пересчете, так как законы распределения отдельных видов отказов, в отличие от законов распределения отказов машин в целом, достаточно стабильны.

Таблица 3.2

Надежность	Объекты	Типовые примеры	Виды отказа	Критерии работоспособности
Параметрическая	Машины	Станки и другие технологические машины, роботы, приборы	Снижение точности	Выходная точность
		Энергетические и транспортные машины	Снижение КПД	Энергетическая эффективность
		Технологические и транспортные машины	Снижение производительности	Производительность
		Большинство машин, особенно транспортные машины и станки	Повышенный шум и вибрация	Виброустойчивость
		Все машины	Повышенные расходы на эксплуатацию	Экономичность
Функционирование	Детали	Детали, работающие с большой начальной затяжкой, подверженные весовым нагрузкам или	Пластические деформации (искривление, вытяжка,	Статическая прочность

ния		внутреннему давлению	осадка, обмятие)	
		Валы, пружины, зубья колес, рамы транспортны и кузнечно-прессовых машин	Трещины, разрушения, выкрашивания при повторных нагрузениях	Усталостная(в том числе термоциклическая) прочность
		Лопатки и диски турбин, болты, шпильки, коллекторы электродвигателей, стенки котлов, детали из полимеров	Ползучесть, релаксация напряжения	Длительная прочность
		Детали из крупных материалов или работающие при ударных нагрузках с большими остаточными напряжениями или работающие при низких температурах	Разрушения	Хрупкая прочность
Функ- циони- рова- ния	Непод- вижные сопря- жения	Фрикционные и герметические соединения	Смещение, самоотвинчи- вание, нарушение герметичнос-ти	Прочность или плотность соединений
	Подви- жные сопря- жения	Тормозные колодки, траки гусеничных машин, лемехи плугов, диски и обкладки муфт и тормозов, зубья колес, щетки электродвигателей	Предельный износ	Механическая износостойкость
		Передачи зацеплением, подшипники скольжения, подшипники качения с пластичной смазкой	Схватывание, заедание, увеличение сил трения	Молекулярно- механическая износостойкость
		Сопряжение кольца плавающего подшипника с корпусом, шлицевые соединения с малым натягом	Фреттингкорро- зия	Коррозионно- механическая износостойкость
		Подшипники, червячные передачи	Защемление, распор	Теплостойкость

Для пересчета оценок надежности с большего времени на меньшее можно пользоваться законами распределения и параметрами этих законов, характеризующими рассеяние ресурса. Для изгибной усталости металлов, ползучести материалов, старения жидкой смазки, которой пропитаны подшипники скольжения, старения пластичной смазки подшипников качения, эрозии контактов рекомендуется логарифмически нормальный закон. Соответствующие средние квадратические отклонения логарифма ресурса $S_{\lg f}$, подставляемые в формулу (3.18), следует соответственно принимать 0,3; 0,3; 0,4; 0,33; 0,4. Для усталости резины, изнашивания деталей машин, изнашивания щеток электрических машин рекомендуется нормальный закон. Соответствующие коэффициенты вариаций v_t , подставляемые в формулу (3.17), составляют 0,4; 0,3; 0,4. Для усталости подшипников качения справедлив закон Вейбулла (3.19) с показателем формы 1.1 для шарикоподшипников и 1,5 для роликоподшипников.

Данные по законам распределения и их параметрам получены обобщением результатов испытаний деталей машин, опубликованных в литературе, и результатов, полученных при участии авторов. Эти данные позволяют оценить нижние границы вероятности отсутствия отдельных видов отказов по результатам испытаний в течение времени $t_u > t$. При вычислении оценок следует пользоваться формулами (3.3), (3.5), (3.6), (3.17)...(3.19).

Для сокращения длительности испытаний их можно форсировать с коэффициентом ускорения K_y , найденным по рекомендациям, приведенным выше. Значения K_y , t_ϕ где t_ϕ - время испытаний образцов в форсированном режиме, подставляют вместо t_n в формулы (3.17)...(3.19). В случае использования для пересчетов формул (3.17), (6.18) при различии характеристик рассеяния ресурса в эксплуатационном v_t $S_{\lg t}$ и форсированном $v_{t\phi}$, $S_{\lg t\phi}$ режимах вторые слагаемые в формулах умножают на отношения соответственно $v_{t\phi} / v_t$ или $S_{\lg t\phi} / S_{\lg t}$

По критериям работоспособности, таким, как статическая прочность, теплостойкость и др., число испытываемых образцов, как показано ниже, можно сократить, ужесточая режим испытаний по определяющему работоспособность параметру по сравнению с номинальным значением этого параметра. При этом достаточно располагать результатами кратковременных испытаний. Соотношение между предельным $X_{пр}$ и действующим X_ϕ значениями параметра в предположении их нормальных законов распределения представим в виде

$$\bar{X}_{np} - \bar{X}_\phi + u_p S_x = 0; \quad (3.21)$$

где $S_x = \sqrt{S_{np}^2 + S_{\phi}^2}$ - средние квадратические отклонения параметров X_{np} и X_ϕ ; X_{np} , X_ϕ - средние значения параметров X_{np} и X_{ϕ} . Выразив средние значения через X_ϕ и $X_{\phi\phi}$ и соответствующие им квантили u_v и $u_{pн}$, получаем

$$u_p = \frac{X_{np} - X_{\phi\phi}}{S_x} + u_{pн}; \quad (3.22)$$

где u_p , $u_{пн}$ - квантили нормального распределения, соответствующие вероятности

отсутствия отказа в номинальном и ужесточенном режимах; X_0 , $X_{0\phi}$ — номинальное и ужесточенное значение определяющего работоспособность параметра.

Значение S_x рассчитывают, рассматривая определяющий работоспособность параметр как функцию случайных аргументов (см. пример, приведенный ниже).

Объединение вероятностных оценок в оценку надежности машины. По части критериев вероятности отсутствия отказов находят расчетным путем, а по остальным — экспериментально. Испытания обычно проводят при нагрузках, одинаковых для всех машин. Поэтому естественно получить расчетные оценки надежности по отдельным критериям также при фиксированной нагрузке. Тогда зависимость между отказами для получаемых оценок надежности по отдельным критериям можно считать в значительной степени устраненной.

Если бы по всем критериям можно было расчетом достаточно точно оценить значения вероятностей отсутствия отказов, то вероятность безотказной работы машины в целом в течение назначенного ресурса оценивали бы по формуле

$$P = \prod_{z=1}^{\omega} P_z$$

Однако, как отмечалось, ряд вероятностных оценок не удастся получить без испытаний. В таком случае вместо оценки P находят нижнюю границу вероятности безотказной работы машины P_n с заданной доверительной вероятностью $\alpha = \text{Вер}(P_n \leq P \leq 1)$.

Пусть по h критериям вероятности отсутствия отказов найдены расчетным, а по остальным $l = \omega - h$ экспериментальным путем, причем испытания в течение назначенного ресурса по каждому из критериев предполагаются безотказными. В этом случае нижняя граница вероятности безотказной работы машины, рассматриваемой как последовательная система, может быть рассчитана по формуле

$$P_{\omega} = \check{P}_{nj} \prod_{i=1}^h P_i; \quad (3.23)$$

где P_{nj} — наименьшая из нижних границ $P_{n1} \dots * P_{nj}, \dots, P_{ni}$ вероятностей отсутствия отказов по l критериям, найденным с доверительной вероятностью α ; P_i — расчетная оценка вероятности отсутствия отказа по i -му критерию.

Физический смысл формулы (3.22) можно пояснить следующим образом. Пусть n последовательных систем испытаны и в процессе испытаний не отказали. Тогда согласно (3.5) нижняя граница вероятности безотказной работы каждой системы составит $P_n = U_1 - \alpha$. Результаты испытаний можно также трактовать как безотказные испытания отдельно первых, вторых и т. д. элементов, испытанных по n штук в выборке. В этом случае согласно (3.5) для каждого из них подтверждена нижняя граница $P_n = \sqrt[n]{1 - \alpha}$. Из сопоставления результатов следует, что при одинаковом числе испытанных элементов каждого типа $P_n = P_{nj}$. Если бы количество испытанных элементов каждого типа различалось, то P_n определялось бы значением P_{nj} , полученным для элемента с минимальным количеством испы-

танных экземпляров, т. е. $P = \check{P}_{nj}$.

В начале этапа экспериментальной отработки конструкции часты случаи отказов машин, связанные с тем, что она еще недостаточно доведена. Чтобы следить за эффективностью мероприятий по обеспечению надежности, проводимых в процессе отработки конструкции, желательно оценивать, хотя бы грубо, значение нижней границы вероятности безотказной работы машины по результатам испытаний при наличии отказов. Для этого можно использовать формулу

$$P_n = \prod_1^h P_i (\check{P}_{nj} / \check{P}_j) \prod_1^i P_i$$

где P_i^* - точечная оценка вероятности отсутствия отказа по j-му критерию (частость)

$$P_i^* = 1 - \frac{m_j}{n_j}$$

\check{P}_j — наибольшая из точечных оценок $P_1^* \dots P_i^*$; m_j - число отказов изделий из n_j испытанных. Остальные обозначения те же, что и в формуле (3.22).

Пример. Требуется оценить с $\alpha = 0,7$ P_n машины. Машина предназначена для работы в диапазоне окружающих температур от $+20^\circ$ до -40°C в течение назначенного ресурса $t = 200\text{ч}$. Испытано 2 образца в течение $t = 600\text{ч}$ при нормальной температуре и 2 образца кратковременно при -50°C . Отказов не возникло. Машина отличается от прототипов, зарекомендовавших себя безотказными, типом смазки подшипникового узла и применением алюминия для изготовления подшипникового щита. Среднее квадратическое отклонение зазора — натяга между контактирующими деталями подшипникового узла, найденное как корень из суммы квадратов средних квадратических отклонений: начального зазора подшипника, эффективных зазоров — натягов в сопряжении подшипника с валом и подшипника с подшипниковым щитом, составляет $S = 0,0042\text{ мм}$. Наружный диаметр подшипника $D = 62\text{ мм}$.

Решение. Принимаем, что возможными видами отказов машины являются отказ подшипника по старению смазки и защемление подшипника при отрицательной температуре. Безотказные испытания двух изделий дают по формуле (3.5) при $\alpha = 0,7$ $P_{nj} = 0,55$ в режиме испытаний.

Распределение отказов по старению смазки принимаем логарифмически нормальным с параметром $S_{\text{igt}} = 0,3$. Поэтому для пересчетов используем формулу (3.18). Подставляя в нее $t = 200\text{ч}$, $t_i = 600\text{ч}$, $S_{\text{igt}} = 0,3$ и квантиль, соответствующую вероятности 0,55, получаем квантиль, а по ней нижнюю границу вероятности отсутствия отказов по старению смазки, равной 0,957.

Защемление подшипника возможно из-за различия коэффициентов линейного расширения стали $\alpha_{\text{ст}}$ и алюминия $\alpha_{\text{ал}}$. С понижением температуры повышается вероятность защемления. Поэтому температуру считаем параметром, определяющим работоспособность.

В данном случае натяг подшипника линейно зависит от температуры с коэффициентом пропорциональности, равным $(\alpha_{\text{ал}} - \alpha_{\text{ст}})D$. Поэтому среднее квадратическое отклонение температуры S_x , вызывающее выборку зазора, также линейно связано со

средним квадратическим отклонением зазора - натяга $S_x = S / (\alpha_{ал} - \alpha_{ст}) D$. Подставляя в формулу (3.21) $X_d = -40^\circ\text{C}$; $X_{доф} = -50^\circ\text{C}$; $S_x = 6^\circ$ и квантиль $u_{\text{пр}}$ соответствующую вероятности 0,55 и найдя по полученному значению квантили вероятность, получаем нижнюю границу вероятности отсутствия заземления 0,963.

После подстановки полученных значений оценок в формулу (3.22) получаем нижнюю границу вероятности безотказной работы машины в целом, равную 0,957.

В авиации давно применяют следующий метод обеспечения надежности: самолет запускают в серийное производство, если стендовыми испытаниями узлов в предельных режимах работы установлена их практическая безотказность и, кроме того, если лидерные самолеты (обычно 2 или 3 экземпляра) налетали без отказа по тройному ресурсу. Изложенная выше вероятностная оценка, на наш взгляд, дает дополнительные обоснования, чтобы назначать необходимые объемы испытаний конструкции по различным критериям работоспособности.

Контрольные испытания

Проверку соответствия фактического уровня надежности заданным требованиям для невозстанавливаемых изделий можно проверить наиболее просто по одноступенчатому методу контроля. Этот метод удобен также для контроля среднего времени восстановления восстанавливаемых изделий. Для контроля средней наработки на отказ восстанавливаемых изделий наиболее эффективен последовательный метод контроля. При одноступенчатых испытаниях заключение о надежности делают по истечении назначенного времени испытаний и по общему итогу испытаний. При последовательном методе проверка соответствия показателя надежности заданным требованиям делается после каждого очередного отказа и в эти же моменты времени выясняют, можно ли испытания прекратить или они должны быть продолжены.

При планировании назначается число испытываемых образцов n , время испытаний каждого из них t и допустимое число отказов m . Исходными данными для назначения этих параметров являются: риск поставщика (изготовителя) α^* , риск потребителя β^* , приемочное и браковочное значение контролируемого показателя.

Риск поставщика - это вероятность того, что хорошая партия, изделия которой имеют уровень надежности, равный или лучше заданного, бракуется по результатам испытаний выборки.

Риск заказчика — это вероятность того, что плохая партия, изделия которой имеют уровень надежности хуже заданного, принимаются по результатам испытаний.

Значения α^* и β^* назначают из ряда чисел 0,05; 0,1; 0,2. В частности, правомерно назначать $\alpha^* = \beta^*$

Невосстанавливаемые изделия. Браковочный уровень вероятности безотказной работы $P_\beta(t)$, как правило, принимают равным значению $P_n(t)$, заданному в технических условиях. Приемочное значение вероятности безотказной

работы $P_\alpha(t)$ принимают большим $P_\beta(t)$. Если время испытаний и режим работы приняты равными заданным, то число испытываемых образцов n и допустимое число отказов m при одноступенчатом методе контроля вычисляют по формулам

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_\alpha(t))^i P_\alpha(t)^{n-i} = 1 - \alpha^*;$$

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_\beta(t))^i P_\beta(t)^{n-i} = \beta^*;$$

подобным формулам (3.3) и (3.4).

При использовании последовательного метода в координатах t_Σ/T_α ; m по уравнениям (3.24) в предположении справедливости экспоненциального распределения строят наклонные линии (уравнения могут быть выведены с использованием функции максимального правдоподобия):

$$m = a \frac{t_\Sigma}{T_\alpha} + m_0 \quad (3.24)$$

где $a = \frac{T_\alpha - 1}{T_\beta}$; $m_0 = \frac{\ln \frac{1-\beta^*}{\alpha^*}}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}}$; $\frac{t_0}{T_\alpha} = \frac{\ln \frac{\beta^*}{1-\alpha^*}}{\ln \frac{T_\alpha}{T_\beta} - 1}$

Для частного случая графики последовательных испытаний на надежность представлены на рис. 3.1. Если после очередного отказа попадаем на графике в область ниже линии соответствия, то результаты испытаний считают положительными, если в область выше линии несоответствия - отрицательными, если между линиями соответствия и несоответствия, то испытания продолжают.

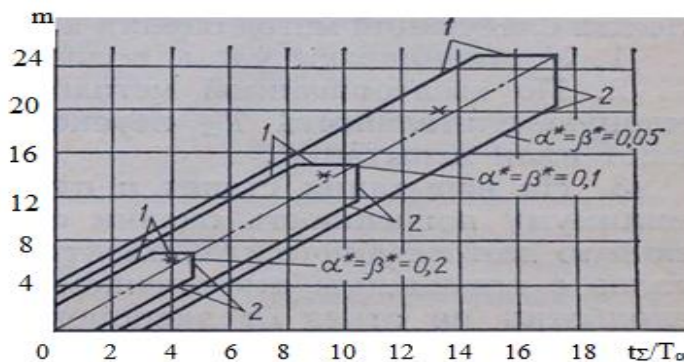


Рис. 3.1. График последовательных испытаний при $T_\alpha = 2T_\beta$.
1 - линии соответствия; 2 - линии несоответствия;
* - соответствующие планы одноступенчатого контроля

Считается, что при использовании последовательного метода продолжительности испытаний в среднем меньше на 50%, чем при одноступенчатом контроле. Для сравнения на рис.3.1. звездочками отмечены соответствующие планы одноступенчатых испытаний.

Пример. Требуется назначить план испытаний восстанавливаемого изделия, если в технических условия указано $T_n = 200$ ч (с $\alpha = 0,9$).

Принимаем $\alpha^* = \beta^* = 0,2$, $T_\beta = 200$, $T_\alpha = 2T_\beta = 400$ ч. С учетом этих данных из рис 3.1. следует, что:

испытания будут положительными при а) $t = 560$ ч, $m = 0$; б) $t = 800$ ч, $m \leq 1$; в) $t = 1080$ ч, $m \leq 2$ г) $t = 1400$ ч, $m \leq 3$; д) $t = 1720$ ч, $m \leq 4$; е) $t = 1920$ ч, $m \leq 7$.

испытания будут отрицательными при а) $t = 0$ ч, $m \geq 2$; б) $t = 100$ ч, $m \geq 3$; в) $t = 520$ ч, $m \geq 4$ г) $t = 840$ ч, $m \geq 5$; д) $t = 1120$ ч, $m \geq 6$; е) $t = 1360$ ч, $m \geq 7$.

В противном случае испытания продолжаются.

Одним из наиболее удобных с точки зрения экономичности и простоты планов контроля средней наработки на отказ по ГОСТ 27.410-83 является следующий: $\alpha^* = \beta^* = 0,2$; $T_\alpha = 4T_\beta$; $T_\beta = T_n$. В этом случае при испытании двух изделий результаты будут положительными и их прекращают, если в течение времени T_n у каждого изделия не возникло отказов. Если возник один отказ, изделие восстанавливают и испытания каждого изделия продолжают до получения наработки, равной $2 T_n$. Если в дополнительное время отказов не возникло, то результаты испытаний положительные. Если суммарное число отказов равно двум или больше, то результаты испытаний отрицательные.

Подобная методика испытаний на надежность находит применение для узлов технологического оборудования (узлов станков с ЧПУ, промышленных роботов, автоматизированных складов и т. д.). Для сокращения длительности испытаний применяют прогнозирование ресурса по результатам замеров скорости изменения определяющих работоспособность параметров.

Суть методики в следующем. Анализ накопленного опыта по результатам эксплуатации технологического оборудования с учетом табл. 3.2 позволил выявить совокупность первичных отказов деталей и сопряжений оборудования. Перечень возможных отказов приведен ниже в таблице*. По результатам анализа последней предложен следующий метод оценки надежности:

1. Устанавливают узлы, подлежащие испытаниям.
2. По вышеописанной методике оценивают необходимую суммарную длительность T_Σ неускоренных испытаний и устанавливают план испытаний.
3. На испытания ставят n однотипных узлов. Чтобы свести к минимуму погрешность оценки средней наработки на отказ, связанную для механических, электромеханических и гидравлических узлов с возможным отклонением реального закона распределения наработки на отказ от экспоненциального, назначают $n = T_\Sigma / T_n$ т.е. в нашем случае $n=2$. На УЧПУ эту рекомендацию не распространяют, так как для него экспоненциальный закон достаточно подтвержден и принимают $n = 1$.
..10.
4. Составляют перечень первичных возможных отказов узла.
5. По внезапным отказам вида 1 таблицы прогнозируют ресурс или работоспособность расчетом, вида 2 - работоспособность расчетом или испытаниями конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров, вида 3- среднюю наработку на отказ расчетом или испытаниями при термоциклировании.

6. По постепенным отказам планируют длительность t_u ускоренных испытаний каждого испытываемого экземпляра. В качестве основного способа ускорения испытаний рекомендуется прогнозирование ресурса по замерам изменения параметров в течение малого времени (см. графу 5 табл. 3.3).

Длительность испытаний t_u рекомендуется назначать такой, чтобы можно было спрогнозировать наработку испытуемого экземпляра узла с относительной погрешностью не выше 0,05., .0,1.

Таблица 3.3

Характер отказа	Узлы	№	Возможные виды первичных отказов	Рекомендуемые методы оценки работоспособности и долговечности
Внезапный	Механические	1	Разрушение деталей по действию циклической нагрузки и перегрузки	Прогнозирование ресурса расчетом
		2	Нарушение прочности сцепления и герметичности подвижных соединений	Прогнозирование работоспособности расчетом. Испытание конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров
	Электрооборудование и УЧПУ	3	Повреждение элементов радиоэлектроники	Прогнозирование ресурса расчетом по известным интенсивностям отказов элементов. Термоциклирование
Постепенный	Механические	4	Повышение силы (момента) трения подвижных сопряжений	Прогнозирование ресурса по интенсивности возрастания силы трения
		5	Износ подвижных сопряжений	Прогнозировании ресурса по интенсивности изнашивания
	Электрооборудование и УЧПУ	6	Снижение сопротивления изоляции	Прогнозирование ресурса по скорости изменения сопротивления изоляции
		7	Залипание контактов реле	Прогнозирование ресурса по темпу изменения подгоревшей поверхности контакта
		8	Исчезновение электрического контакта в реле, в разъемах, повышенное искрение электродвигателя, нарушение обратной связи по скорости в связи с загрязнением коллектора тахогенератора	Прогнозирование ресурса по скорости увеличения сопротивления в контакте
	Электрооборудование и УЧПУ	9	Пропуск импульсов ФСУ в связи с загрязнением светопропускающей поверхности его оптических каналов	Прогнозирование ресурса по скорости уменьшения светопропускающей поверхности. Увеличение частоты включения ФСУ
	Гидрооборудование	10	Засорение и закоксовывание трубопроводов и клапанов	Прогнозирование ресурса по скорости закоксовывания сечения канала

7. Замеряют у деталей и узлов начальные значения x_{ni} определяющих параметров и уточняют из опыта эксплуатации их предельно допустимые $x_{пред i}$ значения. Затем проводят испытания в течение времени t_u , после их окончания разбирают узел и замеряют значения x_i тех же параметров.

Испытания проводят по управляющей тест - программе в наиболее тяжелом из возможных в эксплуатации режимов. Тест - программа предусматривает работу приводов на разных частотах вращения по всем координатам с преимущественным использованием перемещений с максимальными скоростями и работу всех вспомогательных механизмов. Систематически проверяют точность позиционирования рабочих органов. Для включения в работу тормозов периодически отключают технологическое оборудование от электрической сети.

8. Прогнозируют в предположении линейного изменения определяющего параметра ресурса t_{ui} по каждому i -му отказу видов 4. . . 10 табл. 3.3:

$$t_i = \left| \frac{x_{ni} - x_{nред i}}{x_{ni} - x_i} \right| t_{ni}.$$

9. Прогнозируют число отказов испытываемых экземпляров. Считают, что узел отказал или откажет при эксплуатации в течение времени T_{Σ} / n , если: а) расчетом или испытаниями по отказам видов 1, 2 табл. 3.3 установлено, что ресурс меньше T_n или работоспособность не обеспечена; б) расчетом или испытаниями по отказу вида 3 табл. 3.3 получена средняя наработка на отказ, меньшая T_n ; в) при испытаниях имел место отказ; г) прогнозированием ресурса установлено, что по какому-либо отказу видов 4...10 табл. 3.3 $t_i < T_{\Sigma} / n$.

10. Разделяют возникшие при испытаниях и спрогнозированные расчетом первичные отказы на две группы: 1) определяющие периодичность технических обслуживаний и ремонтов, т. е. такие, предотвращение которых проведением регламентированных работ возможно и целесообразно; 2) определяющие среднюю наработку на отказ, т. е. те, предотвращение которых проведением таких работ либо невозможно, либо нецелесообразно.

Для каждого вида отказа первой группы разрабатывают мероприятия по регламентному обслуживанию, которые вносят в техническую документацию. Количество отказов второго вида суммируют и по суммарному числу с учетом положений п. 2 подводят итоги результатов испытаний.

Контроль среднего времени восстановления. Браковочный уровень среднего времени восстановления $T_{в\beta}$ принимают равным значению $T_{в\alpha}$, заданному в технических условиях. Приемочное значение времени восстановления $T_{\beta\alpha}$ принимают меньшим $T_{в\beta}$. В частном случае можно принять $T_{\beta\alpha} = 0,5 * T_{в\beta}$. Контроль удобно вести одноступенчатым методом.

По формуле

$$\frac{T_{в\alpha}}{T_{в\beta}} = \frac{\chi_{1-\alpha;2m}^2}{\chi_{\beta;2m}^2}, \quad (3.25)$$

где $\chi_{\beta;2m}^2$, $\chi_{1-\alpha;2m}^2$ - квантили уровней β^* и $1 - \alpha^*$ распределения χ - квадрат с $2m$ степенями свободы, находят необходимое число отказов m . Затем по формуле

$$\frac{t_{max}}{T_{в\beta}} = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha;2m}^2, \quad (3.26)$$

вычисляют суммарное время восстановления t_{max} , необходимое для проведения

контроля. Значения планов контроля, полученные расчетом по этим формулам:

α^*	β^*	$T_{в\alpha}/T_{в\beta}$	m	$t_{\max}/T_{в\beta}$
0,05	0,05		20	13,2
0,1	0,1	0,5	14	9,47
0,2	0,2		6	3,92

Результаты испытаний считают положительными, если суммарное время восстановления t_{\max} оказалось достаточным для устранения m отказов. При совмещении испытаний с контрольными, предназначенными для контроля средней наработки на отказ, удобно необходимую величину m получать искусственным внесением в конструкцию наиболее типичных неисправностей.

Пример. Требуется назначить план испытаний для контроля среднего времени восстановления не более $T_{вв} = 2$ ч.

Решение. Задаемся $\alpha^* = \beta^* = 0,2$. Принимаем $T_{в\beta} = T_{вв}$, $T_{в\alpha} = 0,5T_{в\beta}$. Из таблицы следует $m = 6$; $t_{\max}/T_{в\beta} = 3,92$, откуда $t_{\max} = 3,92$, $T_{в\beta} = 3,92 \cdot 2 = 7,84$ ч

Следовательно, если суммарное время восстановления 7,84 ч оказалось достаточным для устранения 6 отказов, то результаты испытаний считаются положительными.

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_0^\infty f(t)dt$$

И н т е н с и в н о с т ь о т к а з о в $\lambda(t)$ в отличие от плотности распределения относится к числу объектов N_p , оставшихся работоспособными, а не к общему числу объектов. Соответственно в статистической трактовке

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_p \Delta t}$$

и в вероятностной трактовке, учитывая, что $N_p/N = P(t)$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

Получим выражение для вероятности безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов. Для этого в предыдущее выражение подставим $f(t) = - \frac{dP(t)}{dt}$, разделим переменные и произведем интегрирование:

$$\frac{dP(t)}{P(t)} = \lambda(t)dt; \ln P(t) = - \int_0^t \lambda(t)dt$$

$$P(t) = e^{- \int_0^t \lambda(t)dt}$$

Это соотношение является одним из основных уравнений теории надежности.

К числу важнейших общих зависимостей надежности относят зависимости надежности систем от надежности элементов.

Рассмотрим надежность наиболее характерной для машиностроения

простейшей расчетной модели системы из последовательно соединенных элементов (рис. 3.2), у которой отказ каждого элемента вызывает отказ системы, а отказы элементов принимаются независимыми.

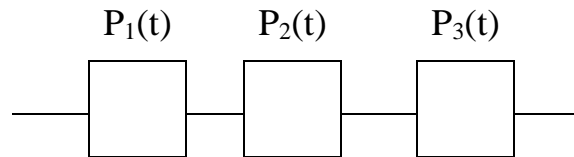


Рис. 3.2. Последовательная система

Используем известную теорему умножения вероятностей, согласно которой вероятность произведения, т. е. совместного проявления независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий. Следовательно, вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов, т.е. $P_{ст}(t) = P_1(t)P_2(t) \dots P_n(t)$.

Если $P_1(t) = P_2(t) = \dots = P_n(t)$, то $P_{ст}(t) = P^n(t)$. Поэтому надежность сложных систем получается низкой. Например, если система состоит из 10 элементов с вероятностью безотказной работы 0,9 (как в подшипниках качения), то общая вероятность получается $0,9^{10} \approx 0,35$

Обычно вероятность безотказной работы элементов достаточно высокая, поэтому, выразив $P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)$ через вероятности откатов и пользуясь теорией приближенных вычислений, получаем

$$P_{ст}(t) = [1 - Q_1(t)][1 - Q_2(t)] \dots [1 - Q_n(t)] \approx 1 - [Q_1(t) + Q_2(t) + \dots + Q_n(t)],$$

так как произведениями двух малых величин можно пренебречь.

При $Q_1(t) = Q_2(t) = \dots = Q_n(t)$ получаем $P_{ст} = 1 - nQ_1(t)$. Пусть в системе из шести одинаковых последовательных элементов $P_1(t) = 0,99$. Тогда $Q_1(t) = 0,01$ и $P_{ст}(t) = 0,94$.

Вероятность безотказной работы нужно уметь определять для любого промежутка времени. По теореме умножения вероятностей

$$P(T + t) = P(T) P(t) \text{ или } P(t) = \frac{P(T + t)}{P(T)},$$

где $P(T)$ и $P(T + t)$ — вероятности безотказной работы за время T и $T + t$ соответственно; $P(t)$ — условная вероятность безотказной работы за время t (термин «условная» здесь введен, поскольку вероятность определяется в предположении, что изделия не имели отказа до начала интервала времени или наработки).

Надежность в период нормальной эксплуатации

В этот период постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const},$$

где $\lambda = 1 / m_t$; m_t — средняя наработка до отказа (обычно в часах). Тогда λ выражается числом отказов в час и, как правило, составляет малую дробь.

Вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t}$$

Она подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов (изделий): особо ответственных машин, эксплуатируемых в период после окончания приработки и до существенного проявления постепенных отказов; элементов радиоэлектронной аппаратуры; машин с последовательной заменой отказавших деталей; машин вместе с электро- и гидрооборудованием и системами управления и др.; сложных объектов, состоящих из многих элементов (при этом время безотказной работы каждого может не быть распределено по экспоненциальному закону; нужно только, чтобы отказы одного элемента, не подчиняющегося этому закону, не доминировали над другими).

Приведем примеры неблагоприятного сочетания условий работы деталей машин, вызывающих их внезапный отказ (поломку). Для зубчатой передачи это может быть действием максимальной пиковой нагрузки на наиболее слабый зуб при его зацеплении в вершине и при взаимодействии с зубом сопряженного колеса, при котором погрешности шагов сводят к минимуму или исключают участие в работе второй пары зубьев. Такой случай может встретиться только через много лет эксплуатации или не встретиться совсем.

Примером неблагоприятного сочетания условий, вызывающего поломку вала, может явиться действие максимальной пиковой нагрузки при положении наиболее ослабленных предельных волокон вала в плоскости нагрузки.

Существенное достоинство экспоненциального распределения — его простота: оно имеет только один параметр.

Если, как обычно, $\lambda t \leq 0,1$, то формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots \approx 1 - \lambda t.$$

Плотность распределения (в общем случае)

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $\lambda(t)t \approx t/m_t$

(t) t	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
P(t)	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Так как при $\frac{t}{m_t}=1$ вероятность $P(t) \approx 0,37$, то 63% отказов возникает за время $t < m_t$ и только 37% позднее. Из приведенных значений следует, что для обеспечения требуемой вероятности безотказной работы 0,9 или 0,99 можно использовать только малую долю среднего срока службы (соответственно 0,1 и 0,01).

Если работа изделия происходит при разных режимах, а следовательно, и интенсивностях отказов λ_1 (за время t_1) и λ_2 (за время t_2), то

$$P(t) \equiv e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)}$$

Эта зависимость следует из теоремы умножения вероятностей.

Для определения на основании опытов интенсивность отказов оценивают среднюю наработку до отказа

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{1}{N} \sum t_i$$

где N — общее число наблюдений. Тогда $\lambda = 1/\bar{t}$.

Можно также воспользоваться графическим способом (рис. 1.4): нанести

экспериментальные точки в координатах t и $-\lg P(t)$.

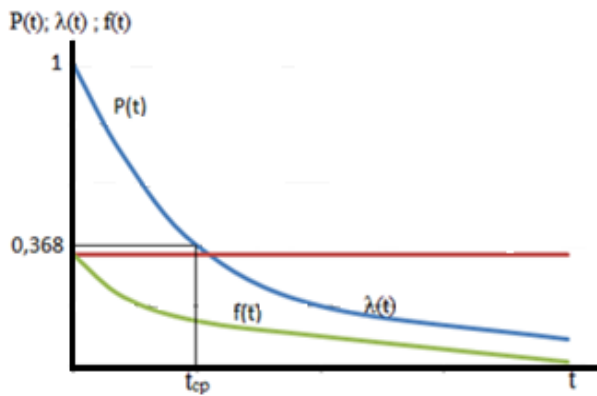


Рис. 1.3. Функция вероятности $P(t)$ безотказной работы, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности $\lambda(t)$ отказов экспоненциального распределения

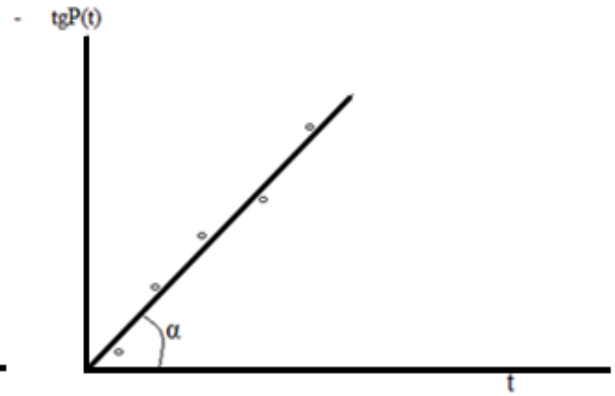


Рис. 1.4. Графическое определение вероятности безотказной работы по результатам экспериментов

Знак минус выбирают потому, что $P(t) < 1$ и, следовательно, $\lg P(t)$ — отрицательная величина.

Тогда, логарифмируя выражение для вероятности безотказной работы: $\lg P(t) = -\lambda t \lg e = -0,343 \lambda t$, заключаем, что тангенс угла прямой, проведенной через экспериментальные точки, равен $\tg \alpha = 0,343 \lambda$, откуда $\lambda = 2,3 \tg \alpha$

При этом способе нет необходимости доводить до конца испытание всех образцов.

Вероятностная бумага (бумага со шкалой, в которой кривая функция распределения изображается прямой) должна иметь для экспоненциального распределения полулогарифмическую шкалу.

Для системы $P_{cm}(t) = e^{-\sum \lambda_i t}$. Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$, то $P_{cm}(t) = e^{-n\lambda t}$. Таким образом, вероятность безотказной работы системы, состоящей из элементов с вероятностью безотказной работы по экспоненциальному закону, также подчиняется экспоненциальному закону, причем интенсивности отказов отдельных элементов складываются. Используя экспоненциальный закон распределения, несложно определить среднее число изделий n , которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий N_p , которые останутся работоспособными. При $\lambda t \leq 0,1$

$$n \approx N\lambda t; \quad N_p \approx N(1 - \lambda t).$$

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ отсутствия внезапных отказов механизма в течение $t = 10000$ ч, если интенсивность отказов составляет $\lambda = 1/m_t = 10^{-8}$ 1/ч

Решение. Так как $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0,1$, то пользуемся приближенной зависимостью $P(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0,9999$

Расчет по точной зависимости $P(t) = e^{-\lambda t}$ в пределах четырех знаков после запятой дает точное совпадение.

Надежность в период постепенных отказов

Для постепенных отказов ¹ нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают вначале низкую плотность распределения, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа работоспособных элементов.

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов в этот период для описания надежности применяют не несколько законов распределений, которые устанавливают путем аппроксимации результатов испытаний или наблюдений в эксплуатации.

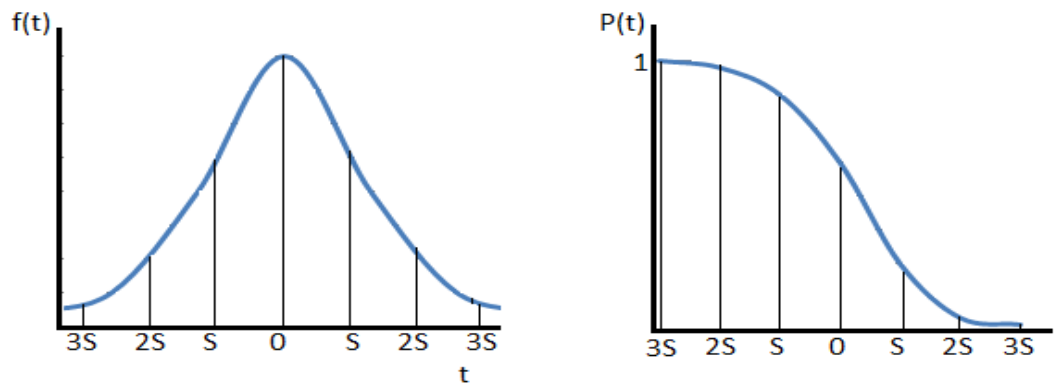


Рис. 1.5. Функция плотности вероятности и интегральная функция вероятности нормального распределения

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов (рис. 1.5, 1.6).

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы.

Нормальному распределению подчиняется наработка до отказа многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий, размеры и ошибки измерений деталей и т. д.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}}.$$

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание m_t и среднее квадратическое отклонение S . Значение параметров m_t и S оценивают по результатам испытаний по формулам

$$m_t \approx \bar{t} = \sum \frac{t_i}{N}$$
$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \bar{t})^2}$$

где \bar{t} и s — оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

Сближение параметров и их оценок увеличивается с увеличением числа испытаний.

Иногда удобнее оперировать с дисперсией $D = S^2$.

Математическое ожидание определяет на графике (см. рис. 1.5) положение петли, а среднее квадратическое отклонение - ширину петли.

Кривая плотности распределения тем острее и выше, чем меньше S . Она начинается от $t = -\infty$ и распространяется до $t = +\infty$; Это не является существенным недостатком, особенно если $m_t \leq 3S$, так как площадь, очерченная уходящими в бесконечность ветвями кривой плотности, выражающая соответствующую вероятность отказов, очень мала. Так, вероятность отказа за период времени до $m_t - 3S$ составляет всего 0,135% и обычно не учитывается в расчетах. Вероятность отказа до $m_t - 2S$ равна 2,175%. Наибольшая ордината кривой плотности распределения равна $0,399/S$

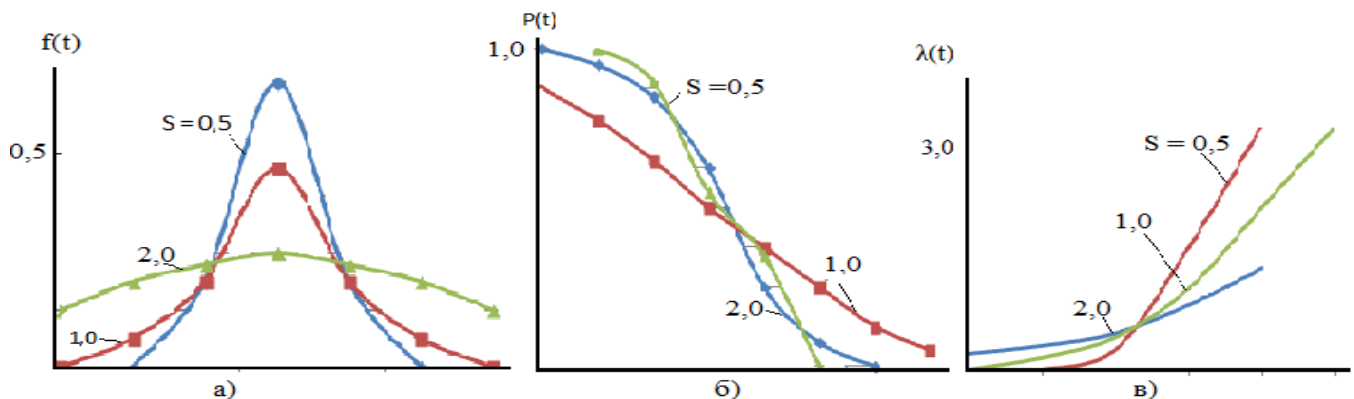


Рис. 1.6. Основные характеристики нормального распределения при разных значениях среднего квадратического отклонения: а - плотность вероятности $f(t)$; б - вероятность безотказной работы $P(t)$; в - интенсивность отказов $\lambda(t)$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно $Q(t)=F(t)$; $P(t)=1 - F(t)$. Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц. Таблицы для нормального распределения в функции $(t - m_t)$ и S были бы громоздкими, так как имели бы два независимых параметра. Можно обойтись небольшими таблицами для нормального распределения, у которого $m_x=0$ и $S_x=1$. Для этого распределения функция плотности

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

имеет одну переменную x . Величина x является центрированной, так как $m_x=0$, и нормированной, так как $S_x=1$. Функция плотности распределения записывается в относительных координатах с началом на оси симметрии петли.

Функция распределения - интеграл от плотности распределения $F_0(x)=\int_{-\infty}^x f_0(x)dx$. Из этого уравнения следует, что $F_0(x) + F_0(-x) = 1$, отсюда

$$F_0(x) = 1 - F_0(x).$$

Для использования таблиц следует применять подстановку $x = (t - m_t)/S$; при этом x называется *квантилью нормированного нормального распределения* и обычно обозначается u_p .

Плотность распределения и вероятность безотказной работы соответственно $f(t) = f_0(x)/S$; $Q(t) = F_0(x)$; $P(t) = 1 - F_0(x)$, где $f_0(x)$ и $F_0(x)$ берут по таблицам.

Например:

x	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,4	0,242	0,054	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

В таблице приведены непосредственно значения $P(t)$ в зависимости от $x = u_p = (t - m_t)/S$ в употребительном диапазоне.

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения $F_0(x)$ пользуются функцией Лапласа:

$$\Phi(x) = \int_0^x f_0(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Очевидно, что

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^0 f_0(x) dx + \int_0^x f_0(x) dx = 0,5 + \Phi(x).$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы, выраженные через функции Лапласа, отличающиеся пределами интегрирования, имеют вид

$$Q(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right); \quad P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{S}\right).$$

Сравнивая изделия с одинаковой средней наработкой до отказа и разным средним квадратическим отклонением S , нужно подчеркнуть, что хотя при больших S и имеются экземпляры с большой долговечностью, но чем меньше S , тем много лучше изделия.

Помимо задачи оценки вероятности безотказной работы за данное время или за данную наработку встречается обратная задача - определение времени или наработки, соответствующих заданной вероятности безотказной работы.

Значения этой наработки (времени) определяют с помощью квантилей нормированного нормального распределения

Значения квантилей даются в таблицах в зависимости от требуемой вероятности, в частности от вероятности безотказной работы. Например:

$P(t)$	0,5	0,9	0,95	0,99	0,999	0,9999
u_p	0	-1,282	-1,645	-2,326	-3,09	-3,719

Операции с нормальным распределением проще, чем с другими, поэтому им часто заменяют другие распределения. При малых коэффициентах вариации S/m_t

нормальное распределение хорошо заменяет биномиальное, пуассоново и логарифмически нормальное.

Р а с п р е д е л е н и е с у м м ы н е з а в и с и м ы х с л у - ч а й н ы х в е л и ч и н $U = X + Y + Z$, называемое *композицией распределений*, при нормальном распределении слагаемых также является нормальным распределением.

Математическое ожидание и дисперсия композиции соответственно равны

$$m_u = m_x + m_y + m_z; \quad S_u^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

где m_x, m_y, m_z - математические ожидания случайных величин;

$X, Y, Z, S_x^2, S_y^2, S_z^2$ - дисперсия тех же величин.

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ безотказной работы в течение $t = 1,5 \cdot 10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами $m_t = 4 \cdot 10^4$ ч, $S = 10^4$ ч.

Решение. Находим квантиль $u_p = \frac{1,5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4}{10^4} = -2,5$; по табл. 1.1

Определяем, что $P(t) = 0,9938$.

Пример. Оценить 80%-ный ресурс $t_{0,8}$ гусеницы трактора, если известно, что долговечность гусеницы ограничена по износу, ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами

$m_t = 10^4$ ч; $S = 6 \cdot 10^3$ ч.

Решение. При $P(t) = 0,8$; $u_p = -0,84$:

$T_{0,8} = m_t + u_p S = 10^4 - 0,84 \cdot 6 \cdot 10^3 \approx 5 \cdot 10^3$ ч.

Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным разрушениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы (рис. 1.8)

$$P(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}}$$

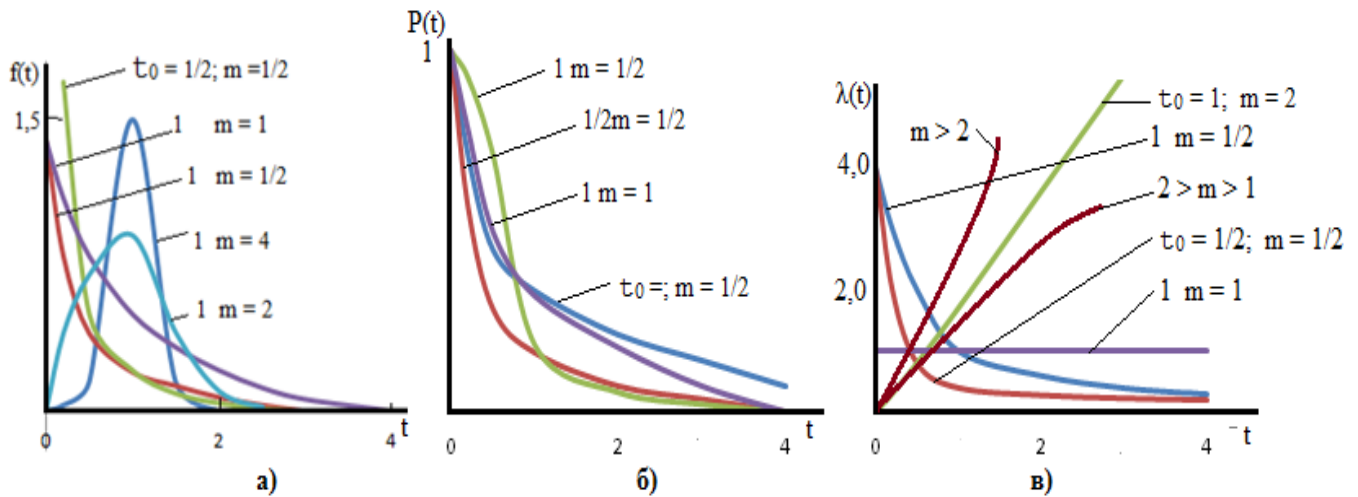


Рис. 1.8. Основные характеристики распределения Вейбулла при разных параметрах t_0 и m : а - плотность вероятности $f(t)$; б - вероятность безотказной работы $P(t)$; в - интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1}$$

плотность распределения

$$f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}}$$

Распределение Вейбулла имеет также два параметра: параметр формы $m > 0$ и параметр масштаба $t_0 > 0$.

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно

$$m_t = b_m t_0^{\frac{1}{m}}; S_t = c_m t_0^{\frac{1}{m}},$$

где b_m и c_m - коэффициенты (см. табл. 1.1).

Если в течение времени t^* отказы не наступают, то формулы для характеристик надежности несколько модифицируются. Так, вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-\frac{(t-t^*)m}{t_0}}.$$

Возможности и универсальность распределения Вейбулла видны из следующих пояснений (рис. 1.8).

При $m < 1$ функции $\lambda(t)$ и $f(t)$ от наработки до отказа убывающие.

При $m = 1$ распределение превращается в экспоненциальное $\lambda(t) = \text{const}$ и $f(t)$ - убывающая функция.

При $m > 1$ функция $f(t)$ - одновершинная, функция $\lambda(t)$ - непрерывно возрастающая при $1 < m < 2$ с выпуклостью вверх, а при $m > 2$ - с выпуклостью вниз.

При $m=2$ функция $\lambda(t)$ является линейной и распределение Вейбулла

превращается в так называемое распределение Рэлея.

При $m=3,3$ распределение Вейбулла близко к нормальному.

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла производится так:

логарифмируем выражение для $P(t)$:

$$\lg P(t) = -\frac{t^m}{t_0} - 0,4343;$$

вводим обозначение $y = -\lg P(t)$ и логарифмируем:

$$\lg y = m \lg t - A, \quad \text{где } A = \lg t_0 + 0,362.$$

Откладывая результаты испытаний на графике в координатах $\lg t - \lg y$ (рис. 1.9) и проводя через полученные точки прямую, получаем $m = \operatorname{tg} \alpha$; $\lg t_0 = A - 0,362$, где α - угол наклона прямой к оси абсцисс; A - отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Надежность системы из последовательно соединенных одинаковых элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла, также подчиняется распределению Вейбулла.

Пример. Оценить вероятность безотказной работы $P(t)$ роликоподшипников в течение $t=10^4$ ч, если ресурс подшипников описывается распределением Вейбулла с параметрами $t_0 = 10^4$ ч, $m = 1,5$.

Решение. $P(t) = e^{-\frac{t^m}{t_0}} = e^{-\frac{10^4 \cdot 1,5}{10^7}} = 0,905.$

Совместное действие внезапных и постепенных отказов

Вероятность безотказной работы изделия за период t , если до этого оно проработало время T , по теореме умножения вероятностей равна

$$P(t) = P_v(t)P_n(t),$$

где $P_v(t)=e^{-\lambda t}$ и $P_n(t)=P_n(T+t)/P_n(T)$ - вероятности отсутствия внезапных и соответственно постепенных отказов.

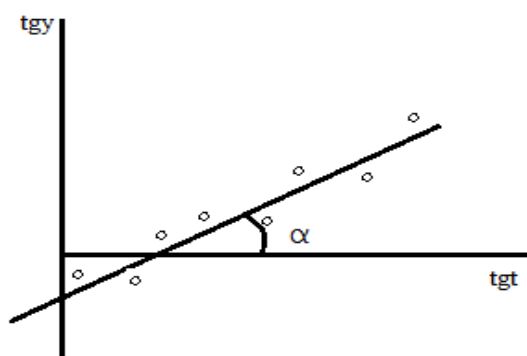


Рис. 1.9. Графическое определение параметров распределения Вейбулла.

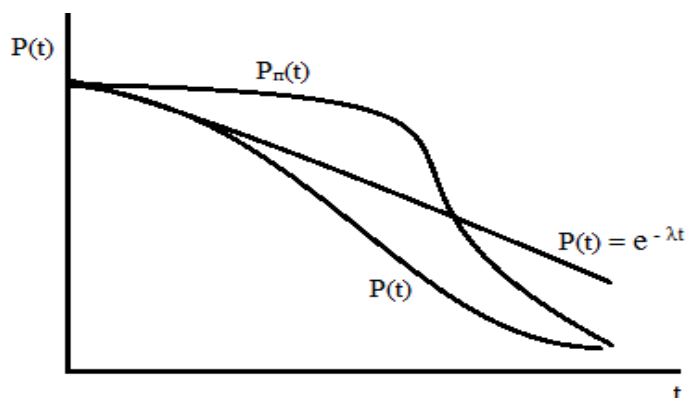


Рис. 1.10. Совместное действие внезапных и постепенных отказов, где верхняя кривая $P(t)$ для внезапных отказов

Для системы из последовательно соединенных элементов вероятность безотказной работы за период t равна

$$P_{cm}(t) = e^{-t \sum \lambda_i} \prod \frac{P_{ni}(T+t)}{P_{ni}(T)},$$

где знаки \sum и \prod означают сумму и произведение.

Для новых изделий $T=0$ и $P_{ni}(T)=1$.

На рис. 1.10 показаны кривые вероятности отсутствия внезапных отказов, постепенных отказов и кривая вероятности безотказной работы при совместном действии внезапных и постепенных отказов. Вначале, когда интенсивность постепенных отказов низка, кривая соответствует кривой $P_B(t)$, а потом резко снижается.

В период постепенных отказов их интенсивность, как правило, многократно выше, чем внезапных.

Особенности надежности восстанавливаемых изделий

У невосстанавливаемых изделий рассматриваются первичные отказы, у восстанавливаемых первичные и повторные. Все рассуждения и термины для невосстанавливаемых изделий распространяются на первичные отказы восстанавливаемых изделий.

Для восстанавливаемых изделий показательны графики эксплуатации рис. 1.11.а и работы рис. 1.11. б восстанавливаемых изделий. Первые показывают периоды работы, ремонта и профилактики (осмотров), вторые - периоды работы. С течением времени периоды работы между ремонтами становятся короче, а периоды ремонта и профилактики возрастают.

У восстанавливаемых изделий свойства безотказности характеризуются величиной $\bar{m}(t)$ - средним числом отказов за время t

$$\bar{m}(t) = \frac{1}{N} \sum n_i$$

где N - число испытываемых изделий; n_t - число отказов изделия за время t .

В статистической трактовке параметр потока отказов $\Lambda(t)$ характеризует

среднее число отказов, ожидаемых в малом интервале времени:

$$\Lambda(t) = \frac{\Delta \bar{m}(t)}{\Delta t}$$

где $\Delta \bar{m}(t)$ - приращение среднего числа отказов за время Δt , т. е. среднее число отказов от момента t до момента $t + \Delta t$.

В вероятностной трактовке параметр потока отказов

$$\Lambda(t) = \frac{d\bar{m}(t)}{dt}.$$

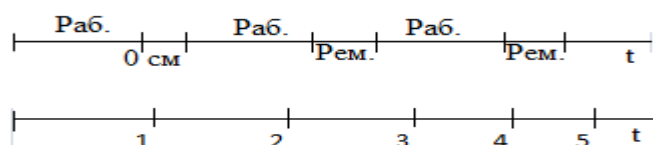


Рис. 1.11. Графики эксплуатации (а) и работы (б)

Как известно. При внезапных отказах изделия закон распределения наработки до отказа экспоненциальный с интенсивностью λ . Если изделие при отказе заменяют новым (восстанавливаемое изделие), то образуется поток отказов, параметр которого $\Lambda(t)$ не зависит от t т. е. $\Lambda(t) = \Lambda = const$ и равен интенсивности λ

Поток внезапных отказов предполагают *стационарным*, т. е. среднее число отказов в единицу времени постоянно, *ординарным*, при котором одновременно возникает не более одного отказа, и *без последствия*, что означает взаимную независимость появления отказов в разные (непересекающиеся) промежутки времени.

Для стационарного, ординарного потока отказов $\Lambda(t) = \Lambda = 1/\bar{T}$, где \bar{T} - средняя наработка между отказами.

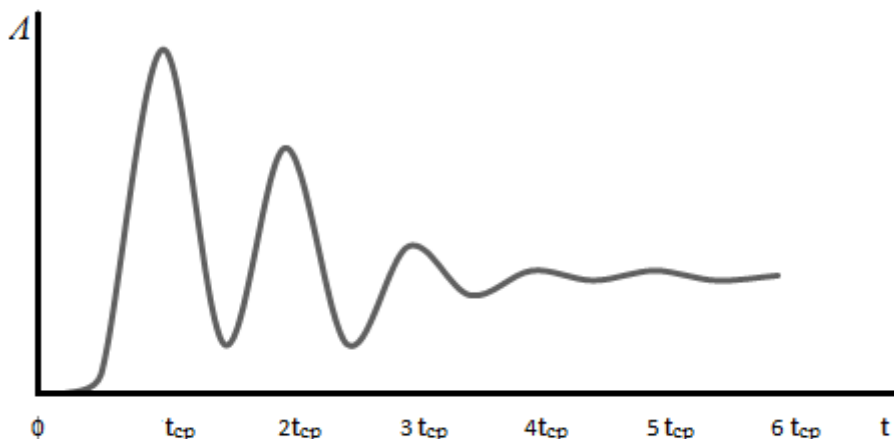
Самостоятельное рассмотрение постепенных отказов восстанавливаемых изделий представляет интерес, потому что время восстановления после постепенных отказов обычно существенно больше, чем после внезапных.

При совместном действии внезапных и постепенных отказов параметры потоков отказов складываются.

Поток постепенных (износных) отказов становится стационарным при наработке t , значительно большей среднего значения \bar{T} . Так, при нормальном распределении наработки до отказа интенсивность отказов возрастает монотонно (см. рис. 1.6. в), а параметр потока отказов $\Lambda(t)$ сначала возрастает, потом начинаются колебания, которые затухают на уровне $1/\bar{T}$ (рис. 1.12). Наблюдаемые максимумы $\Lambda(t)$ соответствуют средней наработке до отказа первого, второго, третьего и т. д. поколений.

В сложных изделиях (системах) параметр потока отказов рассматривается как сумма параметров потоков отказов. Составляющие потоки можно рассматривать

по узлам или по типам устройств, например механическим, гидравлическим, электрическим, электронным и другим $\Lambda(t) = \Lambda_1(t) + \Lambda_2(t) + \dots$. Соответственно средняя наработка между отказами изделия (в период нормальной эксплуатации)



$$\bar{T} = 1/\bar{\Lambda} \text{ или } 1/\bar{T} = 1/\bar{T}_1 + 1/\bar{T}_2 + \dots$$

Вероятность безотказной работы от момента T до $T + t$ подчиняется экспоненциальному распределению

$$P(t) = e^{-\frac{\Lambda}{t}}$$

Для системы из последовательно соединенных элементов

$$P_{cm} = e^{-t \sum \Lambda_i}$$

Одним из основных комплексных показателей надежности восстанавливаемого изделия является *коэффициент технического использования*

$$\eta = \frac{\bar{T}_p}{\bar{T}_p + \bar{T}_n + \bar{T}_{рем}}$$

где \bar{T}_p , \bar{T}_n , $\bar{T}_{рем}$ - среднее значение наработки, простоя, ремонта.

4. РАБОТОСПОСОБНОСТЬ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1 Работоспособность силовой установки

Долговечность — одно из важнейших свойств надежности машин — определяется техническим уровнем изделий, принятой системой технического обслуживания и ремонтов, условиями эксплуатации и режимами работы.

Ужесточение режима работы по одному из параметров (нагрузке, скорости или времени) ведет к увеличению интенсивности изнашивания отдельных элементов и сокращению срока службы машины. В связи с этим обоснование рационального режима работы машины имеет существенное значение для обеспечения долговечности.

Условия эксплуатации силовых установок машин характеризуются переменными нагрузочным и скоростным режимами работы, высокой

запыленностью и большими колебаниями температуры окружающего воздуха, а также вибрацией во время работы.

Эти условия и определяют долговечность двигателей.

Температурный режим работы силовой установки зависит от температуры окружающего воздуха. Конструкция двигателя должна обеспечивать нормальный эксплуатационный режим работы при температуре окружающего воздуха - 40...+50°C.

Интенсивность вибрации при работе машин оценивают частотой и амплитудой колебаний. Это явление вызывает повышение износа деталей, ослабление креплений, подтекание горюче-смазочных материалов и т.п.

Основным количественным показателем долговечности силовой установки является ее ресурс, который зависит от условий эксплуатации.

Следует отметить, что выход из строя двигателя является наиболее частой причиной отказов машин. При этом большая часть отказов обусловлена эксплуатационными причинами: резким превышением допустимых пределов нагрузки, применением загрязненных масел и топлива и др. Режим работы двигателя характеризуется развиваемой мощностью, частотой вращения коленчатого вала, рабочими температурами масла и охлаждающей жидкости. Для каждой конструкции двигателя существуют оптимальные значения этих показателей, при которых эффективность использования и долговечность двигателей будут максимальными.

Значения показателей резко отклоняются при пуске, прогреве и остановке двигателя, поэтому для обеспечения долговечности необходимо обосновать приемы использования двигателей на этих этапах.

Пуск двигателя обусловлен нагревом воздуха в цилиндрах в конце такта сжатия до температуры t_c , достигающей температуры самовоспламенения топлива t_T . Обычно считают, что $t_c > t_T + 100^\circ \text{C}$. Известно, что $t_T = 250... 300^\circ \text{C}$. Тогда условие пуска двигателя $t_c > 350... 400^\circ \text{C}$.

Температура воздуха t_c , °C, в конце такта сжатия зависит от давления p_c и температуры окружающего воздуха и степени износа цилиндропоршневой группы:

$$t_c = t_b \left(\frac{p_c}{p_b} \right)^{\frac{n_1-1}{n}}$$

где n_1 -показатель политропы сжатия;

p_c — давление воздуха в конце такта сжатия.

При сильном износе цилиндропоршневой группы во время сжатия часть воздуха из цилиндра проходит через зазоры в картер. В результате снижаются значения p_c и а следовательно, и t_c .

На интенсивность изнашивания цилиндропоршневой группы существенно влияет частота вращения коленчатого вала. Она должна быть достаточно высока. В противном случае значительная часть теплоты, выделившейся при сжатии воздуха, передается через стенки цилиндров охлаждающей жидкости; при этом уменьшаются значения n_1 и t_c . Так, при снижении частоты вращения коленчатого

вала с 150 до 50 об/мин значение n_1 уменьшается с 1,32 до 1,28 (рис. 4.1, а). Важное значение в обеспечении надежного пуска имеет техническое состояние двигателя. С увеличением износа и зазора в цилиндропоршневой группе снижается давление p_c и повышается пусковая частота вращения вала двигателя, т.е. минимальная частота вращения коленчатого вала, n_{\min} при которой возможен надежный пуск. Эта зависимость представлена на рис. 4.1, б.

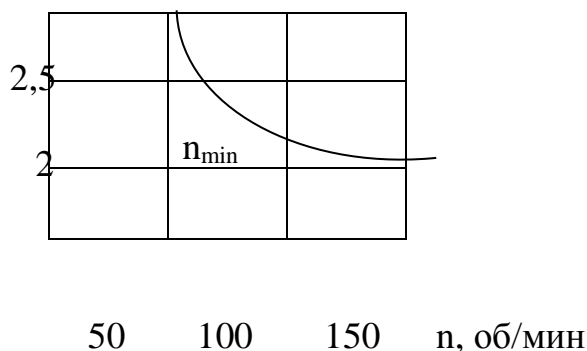
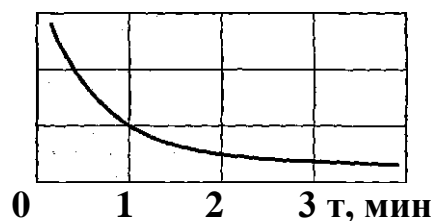


Рис. 4.1. Зависимости времени пуска t_n (а) и давления воздуха в конце такта сжатия p_c (б) от частоты вращения n коленчатого вала двигателя при $t_c > 350^\circ\text{C}$

Рис.4.2. Характер изменения скорости изнашивания V_n деталей двигателя после пуска.



Как видно, при $p_c = 2$ МПа $n = 170$ об/мин, что является пределом для исправных пусковых средств. При дальнейшем увеличении износа деталей пуск двигателя невозможен.

На возможность пуска существенно влияет наличие масла на стенках цилиндров. Масло способствует герметизации цилиндра и значительно снижает износ его стенок. В случае принудительной подачи масла до пуска износ цилиндров во время пуска уменьшается в 7 раз, поршней — в 2 раза, поршневых колец — в 1,8 раза.

Зависимость скорости изнашивания V_n элементов двигателя от времени работы t приведена на рис. 4.3.

В течение 1... 2 мин после пуска износ во много раз превышает установившееся значение на эксплуатационных режимах. Это объясняется плохими условиями смазывания поверхностей в начальный период работы двигателя.

Таким образом, для обеспечения надежного пуска при положительных температурах, минимального износа элементов двигателя и наибольшей долговечности необходимо при эксплуатации соблюдать следующие правила:

- перед пуском обеспечить подачу масла на поверхности трения, для чего необходимо прокачать масло, прокрутить коленчатый вал стартером или вручную без подачи топлива;

- во время пуска двигателя обеспечить максимальную подачу топлива и немедленное ее уменьшение после пуска до подачи холостого хода;
- при температурах ниже $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ двигатель необходимо предварительно разогреть без нагрузки с постепенным повышением температуры до эксплуатационных значений ($80\ldots 90^{\circ}\text{C}$).

На износ также влияет количество масла, поступающего на контактирующие поверхности. Это количество определяется подачей масляного насоса двигателя (рис. 4.3). По графику видно, что для безаварийной работы двигателя температура масла должна быть не ниже $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ при частоте вращения коленчатого вала $n > 900$ об/мин. При отрицательных температурах количество масла будет недостаточным, в результате чего не исключено повреждение поверхностей трения (подплавление подшипников, задиры цилиндров).

$q, \text{ л/мин}$

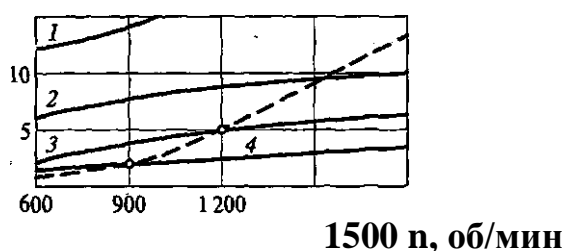


Рис. 4.3. Зависимость количества масла q , поступающего в двигатель (сплошные линии), и минимально необходимого количества масла (штриховая линия) от частоты вращения коленчатого вала при температуре масла $t_m, ^{\circ}\text{C}$:

1 - 40 ; 2 - 20 ; 3 - 10 ; 4 - 0

По графику также можно установить, что при температуре масла $t_m = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ частота вращения вала двигателя не должна превышать 1200 об/мин, а при $t_m = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ — 550 об/мин. На любых скоростных и нагрузочных режимах рассматриваемый двигатель может работать без повышенного износа при температуре $t_m = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Таким образом, двигатель должен прогреваться при постепенном увеличении частоты вращения вала по мере повышения температуры масла.

Износостойкость элементов двигателя в нагрузочном режиме оценивают по скорости изнашивания основных деталей при постоянной частоте вращения и переменной подаче топлива или переменном открытии дроссельной заслонки.

С повышением нагрузок абсолютное значение скорости изнашивания наиболее ответственных деталей, определяющих ресурс двигателя, увеличивается (рис. 4.4). Одновременно повышается эффективность использования машины. Поэтому для определения оптимального нагрузочного режима работы двигателя следует рассматривать не абсолютные, а удельные значения показателей

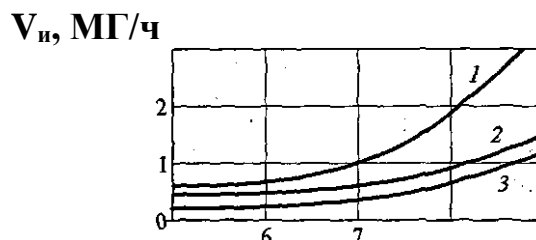


Рис. 4.4. Зависимость скорости изнашивания ϑ_w поршневых колец от мощности N дизеля: 1—3 — номера колец

(рис. 4.4), Зависимость условной удельной скорости изнашивания $v_y = \text{tg } \alpha/p$ от нагрузки имеет минимум, который характеризует оптимальное сочетание эффективности использования и долговечности двигателя. В данном случае этот режим находят из условий, что отношение мощности N к удельной скорости изнашивания v_y принимает максимальное значение, а при $p = \text{const}$ v_y/p будет минимальным.

Значение функции будет минимально в точке, где первая производная функции равна нулю:

$$\frac{\partial_y}{p} = \frac{pd\vartheta_y - \vartheta_y dp}{p^2} = 0$$

Тогда

$$\frac{v_y}{p} = \frac{dv_y}{dp}, \text{ или } \frac{\text{tg } \alpha/p}{p} = \frac{d \text{tg } \alpha/p}{dp}.$$

Таким образом, для определения рационального режима работы двигателя необходимо из начала координат провести касательную к кривой $\text{tg } \alpha/p = \varphi(p)$. Вертикаль, проходящая через точку касания, определяет рациональный нагрузочный режим при заданной частоте вращения коленчатого вала двигателя. Касательная к графику $\text{tg } \alpha = \varphi(p)$ определяет режим, обеспечивающий минимальную скорость изнашивания; при этом за 100% приняты показатели износа, соответствующие рациональному режиму работы двигателя по долговечности и эффективности использования.

Следует отметить, что характер изменения часового расхода топлива аналогичен зависимости $\text{tg } \alpha = \varphi_1(p_e)$ (см. рис. 4.5), а удельного расхода топлива — зависимости $\text{tg } \alpha/p = \varphi_2(p)$. Вследствие этого эксплуатация двигателя как по износным показателям, так и по показателям топливной экономичности на режимах малых нагрузок является экономически невыгодной. Вместе с тем при завышенной подаче топлива (повышенное значение p) наблюдаются резкое повышение показателей изнашивания и сокращение ресурса двигателей (на 25... 30 % при увеличении p на 10 %).

Аналогичные зависимости справедливы для двигателей различных конструкций, что свидетельствует об общей закономерности и о целесообразности использования двигателей на нагрузочных режимах, близких к максимальным.

При различных скоростных режимах износостойкость элементов двигателей оценивают по изменению частоты вращения коленчатого вала при постоянной

подаче топлива насосом высокого давления (для дизелей) или при постоянном положении дроссельной заслонки (для карбюраторных двигателей).

Изменение скоростного режима влияет на процессы смесеобразования и сгорания, а также на механические и температурные нагрузки на детали двигателя. При повышении частоты вращения коленчатого вала величины $tg\alpha$ и $tg\alpha/N$ возрастают. Это вызвано повышением температуры сопряженных деталей цилиндропоршневой группы, а также увеличением динамических нагрузок и сил трения.

При снижении частоты вращения коленчатого вала ниже заданного предела скорость изнашивания может увеличиваться в связи с ухудшением гидродинамического режима смазки (рис. 4.6).

Характер изменения удельного износа опор коленчатого вала в зависимости от частоты его вращения такой же, как и деталей цилиндропоршневой группы. Минимальный износ наблюдается при $n = 1400 \dots 1700$ об/мин и составляет 70...80% износа при максимальной частоте вращения. Повышенный износ на большой частоте вращения объясняется увеличением давления на опоры и повышением температуры рабочих поверхностей и смазочного материала, на малой частоте вращения — ухудшением условий работы масляного клина в опоре.

Таким образом, для каждой конструкции двигателя существует оптимальный скоростной режим, при котором удельный износ основных элементов будет минимальным, а долговечность двигателя — максимальной.

Температурный режим работы двигателя при эксплуатации обычно оценивают по температуре охлаждающей жидкости или масла.

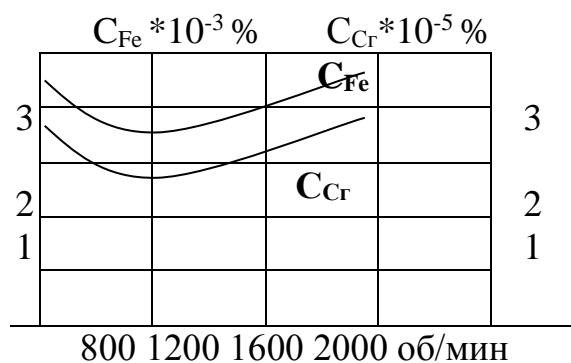


Рис. 4.6. Зависимости концентрации в масле железа (C_{Fe}) и хрома (C_{Cr}) от частоты вращения n коленчатого вала

Суммарный износ двигателя зависит от температуры охлаждающей жидкости. Существует оптимальный температурный режим (70... 90 °С), при котором износ двигателя минимален. Перегрев двигателя вызывает снижение вязкости масла, деформацию деталей, срыв масляной пленки, что ведет к повышению износа деталей.

Большое влияние на интенсивность изнашивания гильз цилиндров оказывают коррозионные процессы. При низких температурах двигателя (< 70 °С) отдельные участки поверхности гильз увлажняются конденсатом воды, содержащей продукты сгорания сернистых соединений и другие коррозионно-активные газы. Происходит процесс электрохимической коррозии с образованием оксидов. Это способствует интенсивному коррозионно-механическому изнашиванию цилиндров. Влияние низких температур на износ двигателя можно

представить следующим образом. Если принять износ при температуре масла и воды, равной 75 °С, за единицу, то при $t = 50\text{ °С}$ износ будет в 1,6 раза больше, а при $t = -25\text{ °С}$ - в 5 раз больше.

Отсюда вытекает одно из условий обеспечения долговечности двигателей — работа при оптимальном температурном режиме (70... 90 °С).

Как показали результаты исследования характера изменения износа двигателей при неустановившихся режимах работы, износ таких деталей, как гильзы цилиндров, поршни и кольца, вкладыши коренных и шатунных подшипников, увеличивается в 1,2 - 1,8 раза.

Основными причинами, вызывающими увеличение интенсивности изнашивания деталей при неустановившихся режимах в сравнении с установившимися, являются повышение инерционных нагрузок, ухудшение условий работы смазочного материала и его очистки, нарушение нормального сгорания топлива. Не исключается переход от жидкостного трения к граничному с разрывом масляной пленки, а также увеличение коррозионного изнашивания.

На долговечность существенно влияет интенсивность изменения ω_n карбюраторных двигателей. Так, при $p = 0,56\text{ МПа}$

и $\omega_n = 0,0102\text{ МПа/с}$ интенсивность изнашивания верхних компрессионных колец в 1,7 раза, а шатунных подшипников - в 1,3 раза больше, чем при установившихся режимах ($\omega_n = 0$). С увеличением ω_n до 0,158 МПа/с при той же нагрузке шатунный подшипник изнашивается в 2,1 раза больше, чем при $\omega_n = 0$.

Таким образом, при эксплуатации машин необходимо обеспечивать постоянство режима работы двигателя. Если это невозможно, то переходы с одного режима на другой следует осуществлять плавно. Это увеличивает срок службы двигателя и элементов трансмиссии.

Основное влияние на работоспособность двигателя непосредственно после его остановки и при последующем пуске оказывает температура деталей, масла и охлаждающей жидкости. При высоких температурах после остановки двигателя смазочный материал стекает со стенок цилиндров, что вызывает повышенный износ деталей при пуске двигателя. После прекращения циркуляции охлаждающей жидкости в зоне высоких температур образуются паровые пробки, что ведет к деформации элементов блока цилиндров вследствие неравномерного охлаждения стенок и вызывает появление трещин. Глушение перегретого двигателя ведет также к нарушению герметичности головки блока цилиндров из-за неодинакового коэффициента линейного расширения материалов блока и силовых шпилек.

Во избежание указанных нарушений работоспособности рекомендуется останавливать двигатель при температуре воды не выше 70 °С.

Температура охлаждающей жидкости влияет на удельный расход топлива. При этом оптимальный режим по экономичности примерно совпадает с режимом минимального износа.

Повышение расхода топлива при низких температурах обусловлено в основном его неполным сгоранием и увеличением момента трения из-за высокой вязкости масла. Повышенный нагрев двигателя сопровождается тепловыми деформациями деталей и нарушением процессов горения, что также приводит к повышенному расходу топлива. Долговечность и безотказность силовой установки обусловлены строгим соблюдением правил обкатки и рациональных режимов приработки деталей двигателя при вводе в эксплуатацию.

Серийные двигатели в начальный период эксплуатации должны пройти предварительную приработку продолжительностью до 60 ч на режимах, установленных заводом-изготовителем. Двигатели непосредственно на заводах-изготовителях и ремонтных заводах прирабатываются в течение 2...3 ч. За этот период процесс формирования поверхностного слоя деталей не завершается, поэтому в начальный период эксплуатации машины необходимо продолжить приработку двигателя. Например, обкатка без нагрузки нового или капитально отремонтированного двигателя бульдозера ДЗ-4 составляет 3 ч, затем машину обкатывают в транспортном режиме без нагрузки в течение 5,5 ч. На последнем этапе приработки постепенно нагружают бульдозер при работе на различных передачах в течение 54 ч. Продолжительность и эффективность приработки зависят от режимов нагружения и применяемых смазочных материалов.

Работу двигателя под нагрузкой целесообразно начинать с мощности $N = 11... 14,5$ кВт при частоте вращения вала $n = 800$ об/мин и, постепенно повышая, довести мощность до 40 кВт при номинальном значении n .

Наиболее эффективным смазочным материалом, применяемым в процессе приработки дизелей, в настоящее время является масло ДП-8 с присадкой 1 об. % дибензилдисульфида или дибензилгексасульфида и вязкостью 6...8 мм²/с при температуре 100°С.

Значительно ускорить приработку деталей дизелей во время заводской обкатки можно при добавлении к топливу присадки АЛП-2. Установлено, что путем интенсификации изнашивания деталей цилиндропоршневой группы вследствие абразивного действия присадки можно добиться полной приработки их поверхностей и стабилизации расхода масла на угар. Заводская обкатка небольшой продолжительности (75... 100 мин) с применением присадки АЛП-2 обеспечивает практически такое же качество приработки деталей, как длительная обкатка в течение 52 ч на стандартном топливе без присадки. При этом износ деталей и расход масла на угар практически одинаковы.

Присадка АЛП-2 представляет собой металлоорганическое соединение алюминия, растворенное в дизельном масле ДС-11 в соотношении 1:3. Присадка легко растворяется в дизельном топливе и отличается высокими антикоррозионными свойствами. Действие этой присадки основано на образовании в процессе сгорания мелкодисперсных твердых абразивных частиц (оксида алюминия или хрома), которые, попадая в зону трения, создают благоприятные условия приработки поверхностей деталей. Наиболее значительно присадка АЛП-2 влияет на приработку верхнего хромированного поршневого кольца, торцов первой канавки поршня и верхней части гильзы цилиндра. Учитывая высокую интенсивность изнашивания деталей цилиндропоршневой группы во время обкатки двигателей с этой присадкой, необходимо при организации испытаний автоматизировать подачу топлива. Это позволит строго регламентировать подачу топлива с присадкой и тем самым исключить возможность катастрофического износа.

4.2. Работоспособность элементов трансмиссии

Элементы трансмиссии работают в условиях высоких ударных и вибрационных нагрузок в широком диапазоне температур при повышенной влажности и значительном содержании абразивных частиц в окружающей среде. В зависимости от конструкции трансмиссии ее влияние на надежность машины изменяется в широких пределах. В лучшем случае доля отказов элементов трансмиссии составляет около 30 % общего числа отказов машины. В порядке увеличения безотказности основные элементы трансмиссии машин можно распределить следующим образом: сцепление — 43 %, коробка передач — 35 %, карданная передача — 16 %, редуктор заднего моста — 6 % общего числа отказов трансмиссии.

В трансмиссию машины входят следующие основные элементы: фрикционные муфты сцепления, зубчатые редукторы, тормозные устройства и приводы управления. Поэтому режимы работы и долговечность трансмиссии удобно рассматривать применительно к каждому из перечисленных элементов.

Фрикционные муфты сцепления. Основными рабочими элементами муфты сцепления являются фрикционные диски (бортовые фрикционы бульдозеров, муфты сцепления трансмиссий машин). Высокие коэффициенты трения дисков ($f = 0,18 \dots 0,20$) определяют значительную работу буксования. В связи с этим механическая энергия превращается в тепловую и происходит интенсивное изнашивание дисков. Температура деталей нередко достигает $120 \dots 150^\circ\text{C}$, а поверхностей дисков трения — $350 \dots 400^\circ\text{C}$. В результате фрикционные муфты нередко являются наименее надежным элементом силовой передачи.

Долговечность фрикционных дисков во многом определяется действиями оператора и зависит от качества регулировочных работ, технического состояния механизма, режимов работы и др.

На интенсивность изнашивания элементов машин существенно влияет температура поверхностей трения.

Процесс теплообразования при трении дисков муфты сцепления приближенно можно описать следующим выражением:

$$Q = M_{\tau} * (\omega_d - \omega_t) / 2E$$

где Q - количество теплоты, выделяющийся при буксовании; M — момент, передаваемый муфтой; τ — время буксования; E — механический эквивалент теплоты; ω_d , ω_t — угловая скорость соответственно ведущих и ведомых деталей.

Как следует из приведенного выражения, количество теплоты и степень нагрева поверхностей дисков зависят от продолжительности буксования и угловых скоростей ведущих и ведомых деталей фрикционов, которые, в свою очередь, определяются действиями оператора.

Наиболее тяжелыми для дисков являются условия работы при $\omega_t = 0$. Для сцепления двигателя с трансмиссией это соответствует моменту трогания с места. Условия работы дисков трения характеризуются двумя периодами. Сначала при включении муфты фрикционные диски сближаются (участок $0 - \tau_1$). Угловая скорость ω_d ведущих деталей постоянна, а ведомых ω_t равна нулю. После соприкосновения дисков (точка а) машина трогается с места. Угловая скорость

ведущих деталей уменьшается, а ведомых — увеличивается. Происходят пробуксовывание дисков и постепенное выравнивание значений ω_d и ω_t (точка с). Площадь треугольника abc зависит от угловых скоростей ω_d , ω_t и отрезка времени $\tau_2 - \tau_1$ т.е. от параметров, определяющих количество теплоты, выделившейся при буксовании. Чем меньше разности $\tau_2 - \tau_1$ и $\omega_d - \omega_t$, тем ниже температура поверхностей дисков и тем меньше их износ.

Характер влияния продолжительности включения сцепления $\tau_{вкл}$ на нагрузку агрегатов трансмиссии. При резком отпускании педали сцепления (минимальной продолжительности включения) крутящий момент на ведомом валу муфты может значительно превысить теоретическое значение момента двигателя за счет кинетической энергии вращающихся масс. Возможность передачи такого момента объясняется увеличением коэффициента запаса сцепления в результате суммирования сил упругости пружин нажимного диска и силы инерции поступательно движущейся массы нажимного диска. Динамические нагрузки, возникающие при этом, часто приводят к разрушению рабочих поверхностей фрикционных дисков, что отрицательно влияет на долговечность муфты сцепления.

Зубчатые редукторы. Условия работы редукторов машин характеризуются высокими нагрузками и широкими диапазонами изменения нагрузочных и скоростных режимов. Скорость изнашивания зубьев шестерен колеблется в широком диапазоне.

На валах редукторов наиболее интенсивно изнашиваются места подвижного соединения валов с подшипниками скольжения (шейки), а также шлицевые участки валов. Скорость изнашивания подшипников качения и скольжения составляет соответственно 0,015...0,02 и 0,09...0,12 мкм/ч. Шлицевые участки валов редукторов изнашиваются со скоростью 0,08...0,15 мм на 1 000 ч.

Приведем основные причины повышенного износа деталей редукторов: для зубьев шестерен и подшипников скольжения — наличие абразива и усталостное выкрашивание (питтинг); для шеек валов и уплотнительных устройств — наличие абразива; для шлицевых участков валов — пластическое деформирование. Средние сроки службы зубчатых колес составляют 4000...6000 ч.

Интенсивность изнашивания редукторов зависит от следующих эксплуатационных факторов: скоростной, нагрузочный, температурный режимы работы; качество смазочного материала; наличие абразивных частиц в окружающей среде. Так, при повышении частоты ресурс коробки передач и главного редуктора автогудронатора вращения вала двигателя уменьшается.

С увеличением нагрузки ресурс шестерни редуктора снижается по мере роста контактных напряжений в зацеплении. Одним из основных факторов, определяющих контактные напряжения, является качество сборки механизма. Косвенной характеристикой этих напряжений могут служить размеры пятна контакта зубьев.

Большое влияние на долговечность зубчатых передач оказывают качество и состояние смазочных материалов. В процессе работы редукторов качество смазочных материалов ухудшается вследствие их окисления и загрязнения продуктами изнашивания и абразивными частицами, поступающими в картер из окружающей среды.

Противоизносные свойства масел в процессе их использования ухудшаются. Так, износ шестерен с увеличением промежутка времени между заменами трансмиссионного масла растет по линейной зависимости. При определении периодичности замены масел в редукторах необходимо учитывать удельные затраты на проведение смазочных и ремонтных работ $C_{уд}$, руб./ч:

$$C_{уд} = C_1/t_d + C_2/t_3 + C_3/t_o$$

где C_1 , C_2 , C_3 — затраты на доливку масла, его замену и устранение отказов (неисправностей), соответственно, руб.; t_3 , t_d , t_o периодичность доливки масла, его замены и возникновения отказов, соответственно, ч.

Оптимальная периодичность замены масла соответствует минимуму удельных приведенных затрат ($t_{опт}$). На периодичность замены масла влияют условия эксплуатации. Качество масла также влияет на износ зубчатых колес. Выбор смазочного материала для зубчатых передач зависит в основном от окружной скорости шестерен, удельных нагрузок и материала зубьев. При высоких скоростях применяют менее вязкие масла с тем, чтобы снизить затраты мощности на перемешивание масла в картере.

Тормозные устройства. Работа тормозных механизмов сопровождается интенсивным изнашиванием фрикционных элементов (средняя скорость изнашивания составляет 25... 125 мкм/ч). В результате ресурс таких деталей, как тормозные колодки и ленты, равен 1 000 ... 2 000 ч. На долговечность тормозных устройств в большей степени влияют удельная нагрузка, скорость относительного перемещения деталей, температура их поверхностей, частота и продолжительность включений.

Частота и продолжительность включений тормоза влияют на температуру поверхностей трения фрикционных элементов. При частых и продолжительных торможениях происходит интенсивный нагрев фрикционных накладок (до 300... 400 °С), в результате чего снижается коэффициент трения и увеличивается скорость изнашивания элементов.

Процесс изнашивания асбобакелитовых фрикционных колодок и вальцованных тормозных лент, как правило, описывается линейной зависимостью.

Приводы управления. Условия работы приводов управления характеризуются высокими статическими и динамическими нагрузками, вибрацией и наличием абразива на поверхностях трения.

В конструкции машин применяют механическую, гидравлическую, а также комбинированную системы управления.

Механический привод представляет собой шарнирные соединения с тягами или другими исполнительными механизмами (зубчатыми рейками и др.). Ресурс таких механизмов определяется главным образом износостойкостью шарнирных соединений. Долговечность шарнирных соединений зависит от твердости абразивных частиц и их количества, а также от значений и характера динамических нагрузок.

Интенсивность изнашивания шарниров зависит от твердости абразивных частиц. Эффективным методом увеличения долговечности механических приводов при эксплуатации служит предотвращение попадания в шарниры абразивных частиц (герметизация сопряжений).

Основной причиной отказов гидросистемы является изнашивание деталей. Интенсивность изнашивания деталей гидроприводов и их долговечность зависят от эксплуатационных факторов: температуры жидкости, степени и характера ее загрязнения, состояния фильтрующих устройств и т. п.

С повышением температуры жидкости ускоряется также процесс окисления углеводородов и образования смолистых веществ. Эти продукты окисления, оседая на стенках, загрязняют гидросистему, закупоривают каналы фильтров, что приводит к отказу машины.

Большое число отказов гидросистемы вызвано загрязнением рабочей жидкости продуктами изнашивания и абразивными частицами, которые вызывают повышенный износ, а в некоторых случаях и заклинивание деталей. Максимальный размер частиц, содержащихся в жидкости, определяется тонкостью фильтрации.

В гидросистеме тонкость фильтрации составляет около 10 мкм. Наличие в гидросистеме частиц большего размера объясняется проникновением пыли через уплотнения (например, в гидроцилиндре), а также неоднородностью пор фильтрующего элемента. Скорость изнашивания элементов гидропривода зависит от размера загрязняющих частиц.

Значительное количество загрязняющих примесей вносится в гидросистему с доливаемым маслом. Средний эксплуатационный расход рабочей жидкости в гидросистемах машин составляет 0,025...0,05 кг/ч. При этом с доливаемым маслом в гидросистему вносится 0,01... 0,12 % загрязняющих примесей, что составляет 30 г на 25 л в зависимости от условий заправки. Инструкциями по эксплуатации рекомендуется промывка гидросистемы перед заменой рабочей жидкости. Промывают гидросистему с помощью керосина или дизельного топлива на специальных установках.

Таким образом, для увеличения долговечности элементов гидропривода машин необходимо проведение комплекса мероприятий, направленных на обеспечение чистоты рабочей жидкости и рекомендуемого теплового режима работы гидросистемы, а именно:

- строгое соблюдение требований инструкции по эксплуатации гидросистемы;
- фильтрация масла перед заправкой гидросистемы;
- установка фильтров с тонкостью фильтрации до 15...20 мкм;
- предупреждение перегрева жидкости в процессе работы машины.

4.3. Работоспособность элементов ходовой части

По конструктивному исполнению ходовой части различают гусеничные и колесные машины.

Основной причиной отказов гусеничной ходовой части является абразивное изнашивание траков и пальцев гусениц, ведущих колес, осей и втулок катков. На интенсивность изнашивания деталей ходовой части влияет предварительное натяжение гусеничного полотна. При сильном натяжении интенсивность изнашивания повышается вследствие увеличения силы трения. При слабом натяжении возникает сильное биение гусеничных полотен. Износ гусеничных цепей в большой мере зависит от условий эксплуатации машины. Повышенный износ деталей ходовой части объясняется наличием в зоне трения воды с

абразивом и коррозией поверхностей деталей. Техническое состояние гусеничных полотен оценивают по износу траков и пальцев. Например, для экскаваторов признаками предельного состояния гусеничного полотна служит износ проушины трака по диаметру на 2,5 мм и износ пальцев на 2,2 мм. Предельный износ деталей ведет к удлинению гусеничного полотна на 5...6 %.

Основными факторами, определяющими эксплуатационные свойства колесного движителя, являются давление воздуха в шинах, сходжение и развал колес.

Давление в шинах влияет на долговечность машины. Уменьшение ресурса при пониженном давлении вызвано большими деформациями шины, ее перегревом и расслоением протектора. Избыточное давление в шинах также ведет к сокращению ресурса, поскольку при этом возникают большие нагрузки на каркас, особенно в момент преодоления препятствия.

На интенсивность изнашивания шин влияют также сходжение колес и угол их развала. Отклонение угла сходжения от нормы приводит к пробуксовыванию элементов протектора и его усиленному износу. Увеличение угла сходжения ведет к более интенсивному изнашиванию наружной кромки протектора, а уменьшение — внутренней. При отклонении угла развала от нормы перераспределяются давления в плоскости контакта шины с грунтом и возникает односторонний износ протектора.

4.4. Работоспособность электрооборудования машин

На долю электрооборудования приходится примерно 10... 20 % всех отказов машины. Наименее надежными элементами электрооборудования являются аккумуляторные батареи, генератор и реле-регулятор. Долговечность аккумуляторных батарей зависит от таких эксплуатационных факторов, как температура электролита и сила разрядного тока. Техническое состояние батарей оценивают по их фактической емкости. Уменьшение емкости батареи (относительно номинального значения) при понижении температуры объясняется повышением плотности электролита и ухудшением его циркуляции в порах активной массы пластин. В связи с этим при низкой температуре окружающего воздуха батареи необходимо теплоизолировать.

Работоспособность аккумуляторных батарей зависит от силы разрядного тока I_p . Чем выше разрядный ток, тем большее количество электролита должно поступить внутрь пластин в единицу времени. При высоких значениях I_p глубина проникновения электролита в пластины уменьшается и емкость аккумуляторных батарей снижается. Например, при $I_p = 360$ А химическим превращениям подвергается слой активной массы толщиной около 0,1 мм, а емкость батареи составляет лишь 26,8 % номинального значения.

Наибольшая нагрузка на аккумуляторную батарею отмечается при работе стартера, когда сила разрядного тока достигает 300...600 А. В связи с этим целесообразно ограничить время непрерывной работы стартера до 5 с. Существенно влияет на работоспособность батарей при низких температурах периодичность их включений (рис. 4.20). Чем меньше перерывы в работе, тем быстрее полностью разряжаются аккумуляторы, поэтому повторное включение стартера целесообразно не раньше, чем через 30 с.

В течение срока службы емкость аккумуляторных батарей изменяется. В начальный период емкость несколько увеличивается за счет разработки активной массы пластин, а затем в течение длительного периода работы остается постоянной. В результате изнашивания пластин емкость батареи снижается, и она выходит из строя. Износ пластин заключается в коррозии и деформации решеток, сульфатации пластин, выпадении активной массы из решеток и накоплении ее на дне корпуса батареи. Работоспособность аккумуляторных батарей ухудшается также вследствие их саморазрядки и снижения уровня электролита. Саморазрядку могут вызвать многие факторы, способствующие образованию гальванических микроэлементов на положительно и отрицательно заряженных пластинах. В результате снижается напряжение батарей. На величину саморазрядки влияют окисление свинца катодов под действием кислорода воздуха, растворенного в верхних слоях электролита, неоднородность материала решеток и активной массы пластин, неодинаковая плотность электролита в разных секциях батареи, исходная плотность и температура электролита, а также загрязнение наружных поверхностей батарей. При температуре ниже -5°C саморазрядка батарей практически отсутствует.

С повышением температуры до 5°C появляется саморазрядка до 0,2... 0,3 % емкости за сутки, а при температурах 30°C и выше - до 1 % емкости батарей.

Уровень электролита снижается при высоких температурах за счет испарения воды.

Таким образом, для повышения долговечности аккумуляторных батарей в процессе их эксплуатации следует соблюдать следующие правила:

- теплоизолировать батареи при использовании в холодное время;
- сокращать до минимума продолжительность включения стартера с перерывами между включениями не менее 30 с;
- хранить аккумуляторные батареи при температуре около 0°C ;
- строго соблюдать номинальную плотность электролита;
- исключать загрязнение наружных поверхностей аккумуляторных батарей;
- при снижении уровня электролита доливать дистиллированную воду.

Одной из основных причин выхода из строя генератора является повышение его температуры в процессе работы. Нагрев генератора зависит от конструкции и технического состояния элементов электрооборудования.

4.5. Методика определения оптимальной долговечности машин

Под **оптимальной долговечностью** машин подразумевают экономически оправданный срок их использования до капитального ремонта или списания.

Срок использования машин ограничивается по любой из следующих причин:

- 1) невозможность дальнейшей эксплуатации машины из-за ее технического состояния;
- 2) нецелесообразность дальнейшей эксплуатации машины с экономической точки зрения;
- 3) недопустимость использования машины с точки зрения безопасности.

При определении оптимального ресурса машин до капитального ремонта или списания широкое применение нашли технико – экономические методы, в

основу которых положен критерий экономической эффективности использования машин в эксплуатации.

Рассмотрим последовательность оценки оптимальной долговечности машин с помощью технико-экономического метода. Оптимальный ресурс машины в этом случае определяем по минимуму удельных приведенных затрат на ее приобретение и эксплуатацию.

Суммарные удельные приведенные затраты $C_{уд}$ (в рублях на единицу наработки) включают в себя $C_{пр}$ — удельные приведенные затраты на приобретение машины; C_p — средние удельные затраты на поддержание работоспособности машины при эксплуатации; C — удельные затраты на хранение машины, техническое обслуживание, заправку ее горюче-смазочными материалами и др.

$$C_{уд} = C_{пр} + C_p + C \quad (4.1)$$

Средние удельные приведенные затраты C_p на поддержание работоспособности машины за наработку T

$$C_p(T) = \frac{1}{T} \int_0^T C_p(T) dT \quad (4.2)$$

Характер изменения этих затрат в процессе эксплуатации можно представить в виде

$$C_p(T) = \omega t^\alpha \quad (4.3)$$

где ω и α — эмпирические величины, зависящие от условий эксплуатации, уровня безотказности и ремонтпригодности машины. ;

С учетом уравнения (4.2), выражение (4.3) можно записать следующим образом:

$$C_p(T) = \frac{1}{T} \int_0^T \omega t^\alpha dT = \frac{\omega}{\alpha+1} T^\alpha \quad (4.4)$$

Удельные приведенные затраты на приобретение машины

$$C_{пр} = C_a z / T$$

где C_a — себестоимость изготовления машины;

z — коэффициент перехода от себестоимости машины к стоимости ее приобретения.

Подставив выражения (4.3) и (4.4) в уравнение суммарных удельных приведенных затрат (1), получим

$$C_{уд} = C_{пр} + C_p(T) + C = \frac{C_a z}{T} + \frac{\omega}{\alpha+1} T^\alpha + C \quad (4.5)$$

Анализ выражения показывает, что с увеличением наработки T значение $C_{пр}$ уменьшается, значение $C_p(T)$ увеличивается, а затраты C остаются постоянными.

В связи с этим очевидно, что кривая, описывающая изменение суммарных удельных приведенных затрат, должна иметь перегиб в некоторой точке, отвечающей минимальному значению $C_{уд \min}$.

Таким образом, оптимальный ресурс машины до капитального ремонта или списания определяют согласно целевой функции

$$C_{уд \min}(T) = \min [C_{пр} + C_{пр}(T)C]$$

$$\text{или } C_{уд \min}(T) = \min \left[\frac{C_{aZ}}{T} + \frac{\omega}{\alpha+1} T^{\alpha} + C \right]$$

Для определения минимума суммарных удельных приведенных затрат первую производную $C_{уд}$ приравнивают к нулю:

$$\frac{dC_{уд}}{dT} = \frac{C_{aZ}}{T_0^2} + \frac{\omega\alpha}{\alpha+1} T_0^{\alpha-1} = 0 \quad (4.6)$$

Оптимальное значение наработки до капитального ремонта или списания T_0 , ч, определяют из выражения (4.7):

$$T_0 = \sqrt[\alpha+1]{\frac{(\alpha+1)C_{aZ}}{\alpha\omega}}. \quad (4.7)$$

Если по имеющимся данным сложно подобрать функцию, описывающую характер изменения затрат на поддержание работоспособности машины при эксплуатации, в качестве аппроксимирующей функции выбирают многочлен n -го порядка. Тогда функцию $C_p(T)$ представляют в следующем виде:

$$C_p(T) = \frac{a_1}{2} T + \frac{a_2}{3} T^2 + \frac{a_3}{4} T^3 + \dots + \frac{a_n}{n+1} T^n$$

где a_1, a_2, \dots, a_n — постоянные коэффициенты, определяющие вид кривой; порядок многочлена зависит от характера изменения n — затрат $C_p(T)$ и необходимой точности аппроксимации.

Суммарные удельные приведенные затраты в этом случае записываются следующим образом:

$$C_{уд} = \frac{C_{aZ}}{T} + \frac{a_1}{2} T + \frac{a_2}{3} T^2 + \frac{a_3}{4} T^3 + \dots + \frac{a_n}{n+1} T^n$$

откуда

$$\frac{dC_{уд}}{dT} = -\frac{C_{aZ}}{T_0^2} + \frac{a_1}{2} + \frac{2}{3} a_2 T_0 + \frac{3}{4} a_3 T_0^2 + \dots + \frac{n}{n+1} a_n T_0^{n-1} = 0 \quad (4.8)$$

Определим из уравнения (7) величину C_{az} . После преобразований получим

$$C_{az} = \frac{a_1}{2} T_2^2 + \frac{2}{3} a_2 T_0^3 + \frac{3}{4} a_3 T_0^4 + \dots + \frac{n}{n+1} \frac{3}{4} a_n T_0^{n+1}$$

Последнее уравнение дает возможность определить T_0 методом итераций.

В связи с тем, что определение оптимального ресурса требует большого объема вычислений, необходимо применять ЭВМ.

Описанный метод можно также использовать при определении оптимальной долговечности капитально отремонтированных машин. В этом случае в целевой функции (5) вместо затрат на приобретение машины $C_{пр}$ учитывают удельные приведенные затраты на капитальный ремонт данной машины $C_{кр}$:

$$C_{кр} = \frac{S + EK + S_{л}}{\Pi_{\tau} T}$$

где S — себестоимость капитального ремонта, руб.; E — коэффициент эффективности капиталовложений; K — удельные капиталовложения, руб.; $S_{л}$ — ликвидационная стоимость, руб.; Π_{τ} — техническая производительность машины, ед./ч; T — межремонтный ресурс, ч.

Целевая функция при определении оптимального ресурса капитально отремонтированных машин имеет вид

$$C_{уд}(T) = \min [C_{кр}(T) + C_p(T) + C], \quad 0 < T < T_n$$

где T_n — оптимальное значение ресурса машины, не прошедшей ни одного капитального ремонта.

При определении оптимальной долговечности машин необходимо учитывать их моральный износ. Моральное изнашивание техники — это закономерное явление, обусловленное техническим прогрессом. Влияние морального износа всегда будет проявляться в необходимости сокращения оптимальной долговечности, рассчитанной по минимуму удельных приведенных затрат на эксплуатацию машины.