

В. Г. Хомченко

Робототехнические системы

Учебное пособие

Учебное пособие разработано в Омском государственном техническом университете

Омск, 2016

УДК 621.865.8(075)

ББК 32.816.1я73

X76

Рецензенты:

Брейдо И.В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» Карагандинского государственного технического университета, Казахстан

Воронов Е. А., д.т.н., профессор, профессор кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» Омского государственного технического университета, Россия

В. Г. Хомченко

Робототехнические системы:

Учебное пособие

Омск 2016 г. – 195 стр.

Учебное пособие предназначено для изучения методов проектирования роботов и робототехнических систем. Учебное пособие будет полезно при исследованиях в области кинематики и динамики манипуляторов роботов, а также в области разработки и анализа робототехнических систем. Большое внимание в учебном пособии уделено решению прямой и обратной задач кинематики манипуляторов роботов с последовательной кинематикой и решению обратной задачи кинематики манипуляторов с параллельной кинематикой типа платформы Гауфа-Стюарта. В качестве математического аппарата при решении названных задач используется, в основном, матричное исчисление. В учебном пособии рассмотрены вопросы моделирования взаимодействия роботов и технологического оборудования в составе робототехнических систем с использованием сетей Петри.

© Хомченко В. Г., 2016

Аннотация

В настоящем учебном пособии основное внимание уделяется аспектам изучения и исследования кинематических и динамических свойств манипуляторов промышленных роботов, необходимых для выработки управляющих силовых воздействий на звенья манипулятора робота, а также вопросам синтеза оптимальных по тем или иным критериям траекторий движения схвата манипулятора робота в составе робототехнических комплексов, конструированию захватных устройств, изучению и моделированию робототехнических систем.

Проведение практических и лабораторных работ реализуется с использованием методических материалов и программного обеспечения, разработанных в ОмГТУ на основе программного пакета MathCAD и некоторых других.

Полученные знания будут достаточны: для разработки структурных и кинематических схем манипуляторов роботов, оптимальных по принятым критериям; для решения прямых и обратных задач кинематики и динамики роботов с использованием матричного исчисления; для решения траекторных задач в соответствии с выполняемыми роботом производственными функциями; для моделирования роботов и робототехнических комплексов в терминах сетей Петри.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям «Автоматизация технологических процессов и производств», «Управление в технических системах» и «Мехатроника и робототехника».

Оглавление

Раздел 1. Основные понятия и классификация роботов и манипуляционных систем	8
Лекция 1. Введение. Области применения, классификация и технические характеристики роботов	8
Введение.....	8
1.1. Области применения роботов	10
1.2. Классификация промышленных роботов	11
1.3. Технические характеристики промышленных роботов.....	13
Вопросы к лекции 1	14
Лекция 2. Структурная и кинематическая классификация манипуляционных устройств робототехнических систем.....	14
2.1. Основные понятия структуры и кинематики манипуляторов.....	14
2.2. Понятие о структуре манипуляционных систем	16
2.3. Классификация кинематических пар манипуляционных механизмов.....	17
2.4. Классификация переносных степеней подвижности манипулятора с последовательной кинематикой	20
2.5. Классификация переносных степеней подвижности по системам координат	25
2.6. Классификация ориентирующих степеней подвижности.....	26
Вопросы к лекции 2	28
Раздел 2. Основы кинематики и динамики манипуляционных систем роботов с последовательной кинематикой.....	29
Лекция 3. Преобразования координат в манипуляционных системах	29
3.1. Описание положения схвата в абсолютной системе координат. Понятие о прямой и обратной задачах кинематики манипуляторов роботов	29
3.2. Однородные координаты в кинематике манипуляторов роботов. Матрицы перехода 4×4 кинематических пар 5-го класса.....	31
Вопросы к лекции 3	36
Лекция 4. Определение взаимного положения последовательно соединенных звеньев манипуляционных систем.....	37
4.1. Специальные системы координат Денавита-Хартенберга	37
4.2. Преобразования Денавита-Хартенберга.....	43
4.3. Определение ориентации звеньев манипулятора с использованием углов Эйлера	46
Вопросы к лекции 4	49

Лекция 5. Прямая задача кинематики манипуляционных систем с последовательной кинематикой	50
5.1. Обобщенные координаты манипуляционных систем. Таблица кинематических пар манипулятора.....	50
5.2. Расчет положения схвата в пространстве абсолютных координат...	54
5.3. Определение взаиморасположений промежуточных звеньев манипулятора.....	57
Вопросы к лекции 5	58
Лекция 6. Решение прямой задачи кинематики при позиционном управлении	58
6.1. Синтез законов движения по обобщенным координатам манипулятора (первая подзадача)	60
6.1.1. Синтез прямоугольного закона движения из физических предпосылок	61
6.1.2. Синтез прямоугольного закона как сплайн-функции	63
6.1.3. Синтез синусоидального безударного закона движения	65
6.1.4. Синтез безударного закона на основе сплайн-функций	66
6.2. Расчет закона движения схвата в абсолютной системе координат (вторая подзадача).....	68
Вопросы к лекции 6	69
Лекция 7. Определение абсолютных скоростей точек звеньев манипулятора.....	69
Вопросы к лекции 7	73
Лекция 8. Обратная задача кинематики манипуляционных систем с последовательной кинематикой при контурном управлении	74
8.1. Постановка обратной задачи кинематики манипуляционных систем....	74
8.2. Решение обратной задачи прямыми геометрическими методами....	77
8.3. Решение обратной задачи кинематики манипуляторов на основе нелинейного математического программирования	80
8.4. Решение обратной задачи кинематики манипуляционных систем при управлении по скорости	88
8.5. Метод обратных преобразований в решении обратной задачи манипуляторов.....	95
Вопросы к лекции 8	97
Лекция 9. Исследование динамики манипуляционных систем с последовательной кинематикой на основе уравнений Лагранжа 2-го рода.....	99

9.1. Постановка задачи динамического синтеза и анализа манипуляционных систем	99
9.2. Решение примера динамического синтеза и анализа манипулятора.....	101
Вопросы к лекции 9	105
Лекция 10. Кинематика манипуляционных механизмов с параллельной структурой. Решение обратной задачи	106
Вопросы к лекции 10	113
Раздел 3. Робототехнические комплексы	114
Лекция 11. Назначение, состав и классификация робототехнических комплексов.....	114
11.1. Назначение робототехнических комплексов	114
11.2. Состав и классификация робототехнических комплексов	119
Вопросы к лекции 11	126
Лекция 12. Компоновка РТК и возможные траектории схвата манипулятора.....	126
12.1. Компоновочные схемы РТК.....	126
12.2. Анализ местных (частных) траекторий схвата манипуляторов	130
Вопросы к лекции 12	135
Лекция 13. Использование нескольких роботов в одном РТК. Межстаночные траектории схватов	135
13.1. Особенности использования нескольких роботов в одном РТК...	135
13.2. Межстаночные траектории как функции числа схватов и организации производственной сцены	138
Вопросы к лекции 13	143
Лекция 14. Общие требования к РТК и его компонентам	143
14.1. Применение робототизированных технологических комплексов в механообрабатывающем производстве	143
14.2. Требования к технологическим процессам, реализуемым в РТК.....	145
14.3. Требования к деталям, обрабатываемым в РТК	146
14.4. Требования к технологическому оборудованию, используемому в РТК.....	149
14.5. Требования к промышленным роботам, включаемым в состав РТК.....	149
14.6. Требования к вспомогательному и транспортно-накопительному оборудованию, включаемому в РТК	155
14.7. Требования к РТК в целом	158
14.8. Общие характеристики и особенности РТК механообработки.....	159

Вопросы к лекции 14	160
Лекция 15. Планирование траекторий схвата манипулятора робота в составе РТК на основе сплайн-функций.....	161
15.1. Общие требования к траекториям движения схвата манипуляторов в составе РТК.....	161
15.2. Представление траектории движения схвата одним полиномом (первый подход)	164
15.3. Представление траектории движения схвата сплайн-функциями (второй подход)	167
15.4. Общие случаи планирования траекторий сплайн-функциями в пространстве обобщенных координат	172
Вопросы к лекции 15	177
Лекция 16. Моделирование робототехнических систем в терминах сетей Петри	178
16.1. Основные понятия и терминология сетей Петри	178
16.2. Имитационные модели робототехнических систем на основе сетей Петри	185
16.2.1. Моделирование однопозиционного РТК сетями Петри	185
16.2.2. Моделирование многопозиционного РТК в терминах сетей Петри.	189
Вопросы к лекции 16	194
Использованная литература	194

Одно из звеньев манипулятора является стойкой и оно неподвижно, а другие могут совершать управляемые движения благодаря воздействию со стороны приводов.

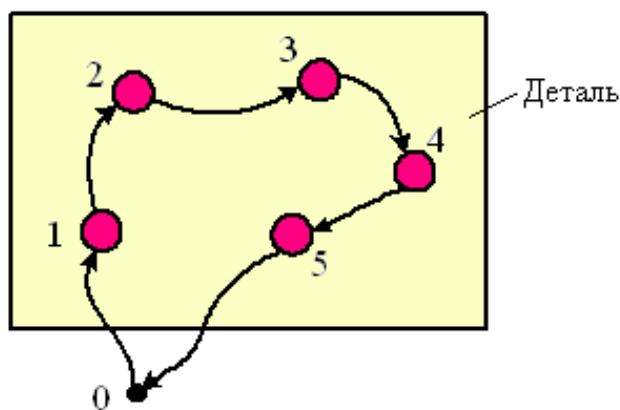
В манипуляторах роботов используются одноподвижные вращательные или поступательные кинематические пары пятого класса.

Распространенность в манипуляторах роботов одноподвижных кинематических пар пятого класса объясняется тем, что такие пары обеспечивают движение образующих их кинематических звеньев относительно друг друга по одной координате, а, следовательно, для перемещения одного звена по отношению к другому требуется один привод.

Силовое воздействие приводов на звенья манипулятора осуществляется в соответствии с управляющими сигналами, поступающими от системы управления робота, которые в свою очередь формируются по требуемым (заданным) законам движения схвата, а также с учетом состояния робота и окружающей технологической среды. Таким образом, под воздействием приводов робота звенья манипулятора и его схват будут совершать вполне определенные перемещения в пространстве.

Для роботов наиболее характерны два типа заданий на перемещение схвата:

1. Перемещение от одной точки к другой за заданный период времени – позиционное управление. В этом случае задаются координаты начальной, промежуточных и конечной точек (рис. 1.2). Траектория движения схвата и



скорость его движения между точками не регламентируется. Понятно, что число таких точек может быть неограниченно большим. Существенным моментом является то, что в каждой точке схват должен сделать остановку. Значит, каждую пару

Рисунок 1.2 – Позиционное управление

соседних точек при исследовании движений робота можно условно рассматривать как начальную и конечную. Частным случаем позиционного управления является цикловое управление, когда схват должен совершать движение между двумя точками. Примером позиционного и циклового управления может быть движение от места хранения заготовки к приспособлению станка и обратно.

2. Перемещение схвата по заданной траектории и заданному во времени закону движения по этой траектории – контурное управление. В этом случае задается закон движения схвата во времени, то есть задается закон движения схвата по координатам x, y, z в виде: $x = x(t); y = y(t); z = z(t)$, а также ориентация схвата при движении по траектории в функции времени. Ориентация схвата в пространстве может задаваться либо с использованием углов Эйлера: $\psi = \psi(t), \theta = \theta(t), \varphi = \varphi(t)$, или с помощью направляющих косинусов (с помощью углов между осями координат инерциальной системы координат и осями координат схвата) $x_0 \wedge z_n = f_1(t), y_0 \wedge z_n = f_2(t), x_0 \wedge y_n = f_3(t)$.

1.1. Области применения роботов

Робот представляет собой техническое устройство, создаваемое на основе мехатронного подхода, состоящее из манипулятора и системы управления и предназначенное для перемещения предметов труда в пространстве или выполнения определенных технологических функций.

В качестве предметов труда, перемещаемых роботом, могут выступать:

- в машиностроении: заготовки, детали, инструмент, емкости с расплавленным металлом и т. п.;
- в атомной промышленности: стержни радиоактивного материала, крышки люков, приборы контроля и т. п.;
- в исследовательских (информационных) роботах: теле- и видеокамеры, буровые инструменты, космические модули и т. п.;

– в роботах для экстремальных условий: специальные устройства по обработке местности, навесные орудия для обработки земли, поверхности зданий и т. д.

При использовании робота в качестве технологического оборудования он может выполнять сборочные операции, операции по окраске и сварке изделий, раскрою материала и многие другие.

1.2. Классификация промышленных роботов

В целом роботы по использованию в различных сферах деятельности делят на три группы:

1. Человекоподобные (бытовые);
2. Информационные (исследовательские), предназначенные для сбора информации в средах опасных или не доступных для человека;
3. Промышленные, предназначенные для автоматизации технологических процессов в различных отраслях производства.

В дальнейшем в курсе лекций основное внимание будет уделено промышленным роботам и робототехническим системам.

Промышленные роботы (ПР) имеют большое число классификационных признаков. Классификация по основным из них представлена на рисунке 1.3.

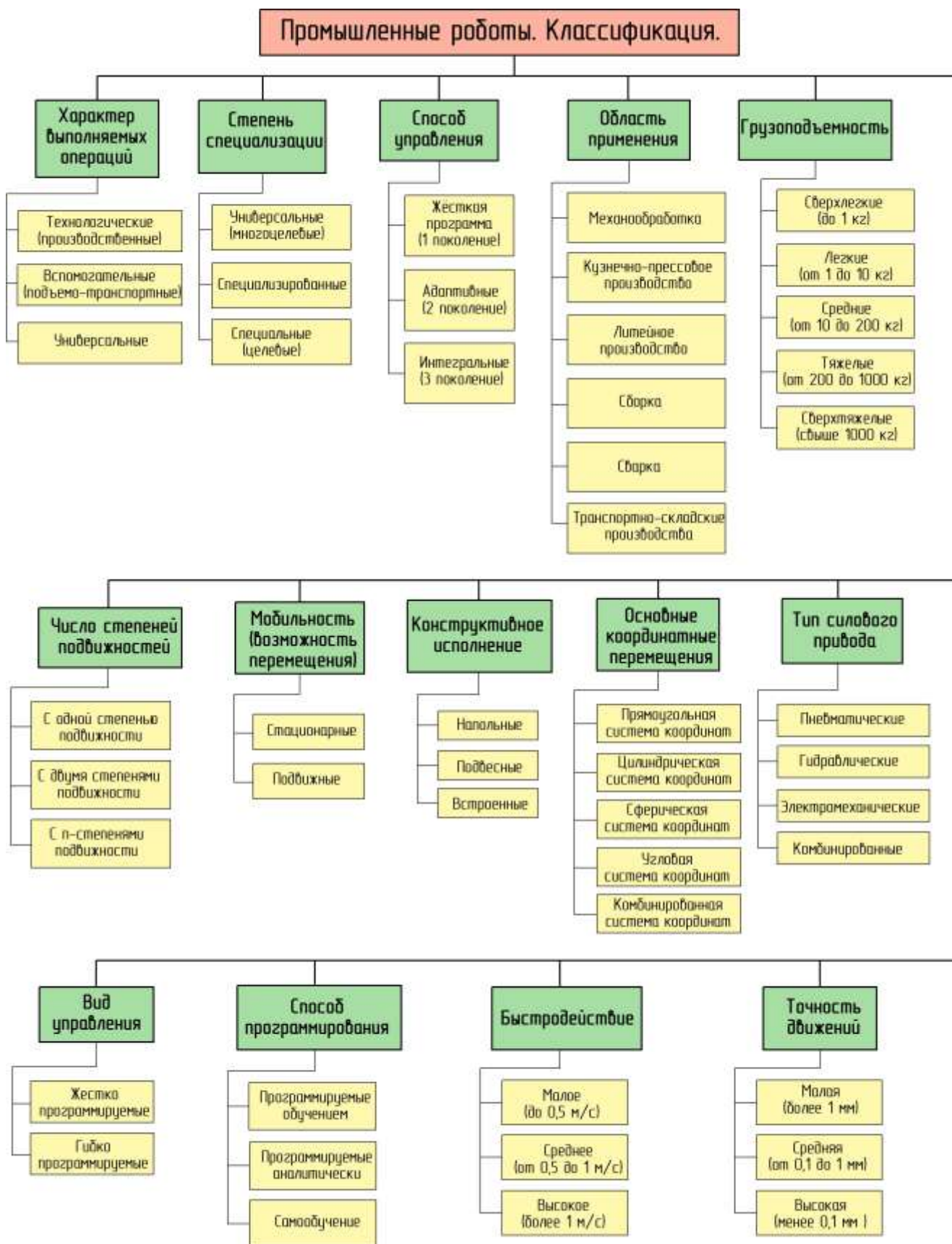


Рисунок 1.3 – Признаки и классификация промышленных роботов

1.3. Технические характеристики промышленных роботов

К основным техническим характеристикам промышленных роботов относятся показатели, приведенные на рисунке 1.4.

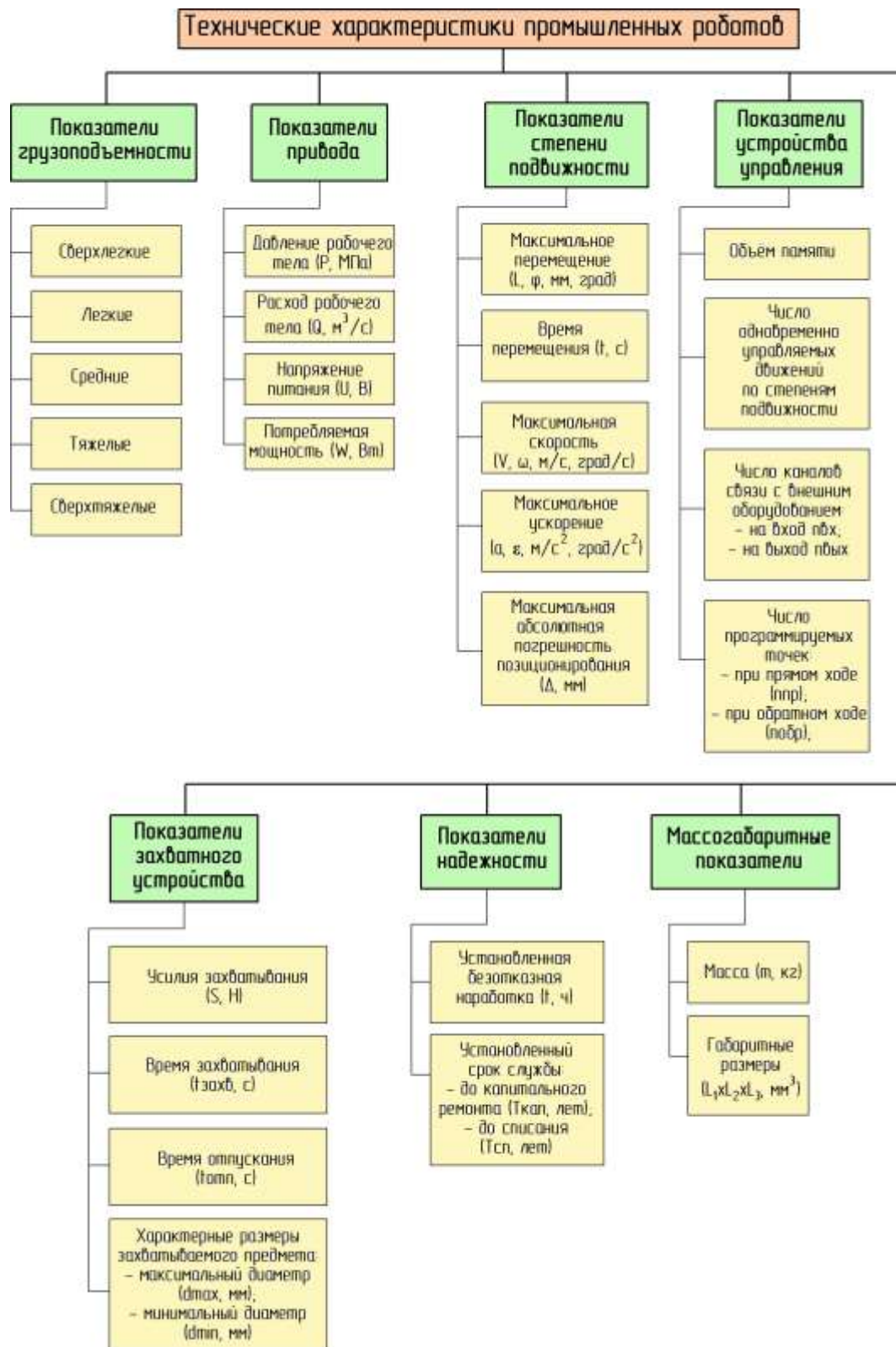


Рисунок 1.4 – Технические характеристики промышленных роботов

Вопросы к лекции 1:

1. Назовите области применения роботов.
2. Назовите основные классификационные признаки промышленных роботов.
3. Проведите классификацию промышленных роботов по основным классификационным признакам.
4. Каковы технические характеристики промышленных роботов?
5. Какое управление ПР называется позиционным?
6. Какое управление ПР называется цикловым?
7. Какое управление ПР называется контурным?

Лекция 2. Структурная и кинематическая классификация манипуляционных устройств робототехнических систем

2.1. Основные понятия структуры и кинематики манипуляторов

Манипулятор – это кинематическая цепь, образованная последовательным, параллельным или последовательно-параллельным соединением тел, называемых кинематическими звеньями, и предназначенная для преобразования движения входных звеньев в требуемое (заданное) движение схвата. При этом кинематические звенья соединяются друг с другом подвижно с помощью кинематических пар.

Кинематическая цепь, образующая манипулятор, имеет два конечных звена: одно из них будет являться основанием – стойкой (ему присваивается нулевой номер), а другое конечное звено оснащается схватом. Этому конечному звену присваивается последний n -й номер, равный при последовательном соединении звеньев числу подвижных звеньев манипулятора.

Дадим определение тем терминам, которые уже использованы.

Кинематическое звено – совокупность жестко соединенных друг с другом тел, входящих в состав механизма, в данном случае в состав манипулятора.

Кинематическая пара – подвижное соединение двух кинематических звеньев, допускающее их вполне определенное движение относительно друг друга.

Входное (входные) кинематическое (ие) звено (звенья) – это звено (звенья), получающее(ие) независимое, заданное движение.

Кинематическая цепь – это совокупность кинематических звеньев, подвижно соединенных друг с другом с помощью кинематических пар.

Если в кинематической цепи есть кинематические звенья, входящие в одну кинематическую пару, то такая цепь называется разомкнутой (рис. 2.1), а если же каждое звено входит как минимум в две кинематических пары, то это замкнутая кинематическая цепь (рис.2.2).

Манипулятор может быть образован как на основе разомкнутой кинематической цепи (рис. 2.1) с последовательным соединением звеньев (антропоморфные человекоподобные роботы) и на основе замкнутой кинематической цепи с последовательно-параллельным или параллельным соединением (рис. 2.2) звеньев (роботы с параллельной кинематикой, в частности, гексаподы на основе платформы Стюарта).

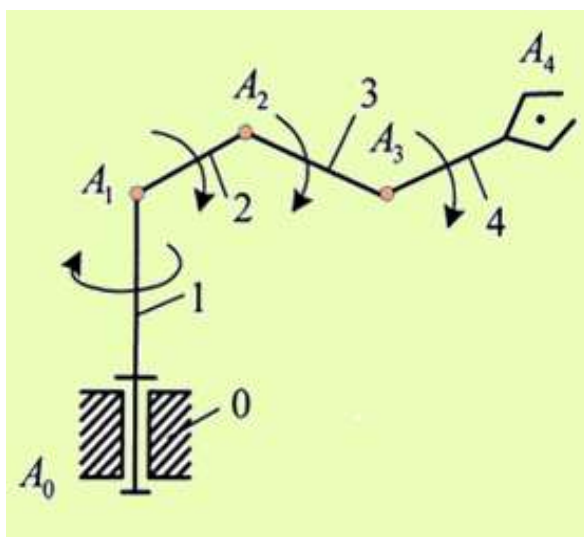


Рисунок 2.1 – Манипулятор на основе разомкнутой цепи

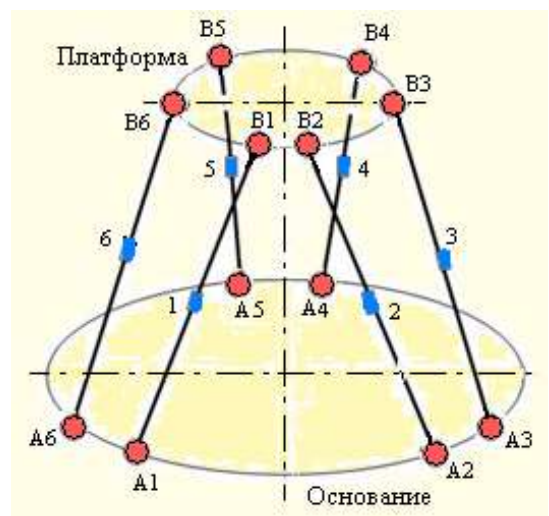


Рисунок 2.2 – Манипулятор с параллельной кинематикой

2.2. Понятие о структуре манипуляционных систем

Итак, манипулятор – это механизм, представляющий собой разомкнутую или замкнутую кинематическую цепь, предназначенную для получения требуемого движения схвата в пространстве.

Важной характеристикой манипулятора является число степеней его подвижности – число степеней свободы.

Для произвольной пространственной кинематической цепи в общем случае следует использовать формулу Сомова–Малышева:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1 = 6n - \sum_{i=1}^{i=5} ip_i ,$$

где p_i – число кинематических пар i -го класса; n – число подвижных звеньев.

Для манипуляторов с кинематическими парами 5-го класса

$$W = 6n - 5p_5 .$$

Так как в манипуляторе с последовательной кинематикой каждому подвижному звену соответствует одна кинематическая пара пятого класса, то

$$n = p_5 .$$

Следовательно,

$$W = 6n - 5n = n \text{ или } W = p_5 ,$$

то есть число степеней подвижности в таких манипуляторах равно числу подвижных звеньев и числу кинематических пар.

Использование в манипуляторах в основном одноподвижных вращательных или поступательных пар 5-го класса связано с тем, что для определенности движения одного звена относительно другого в случае, если они подвижно соединены парой 5-го класса требуется задание одного перемещения (рис.2.3), что легко реализуется современными двигателями, которые приводят в движение либо вал (электродвигатели), либо шток (пневмо- и гидродвигатели).

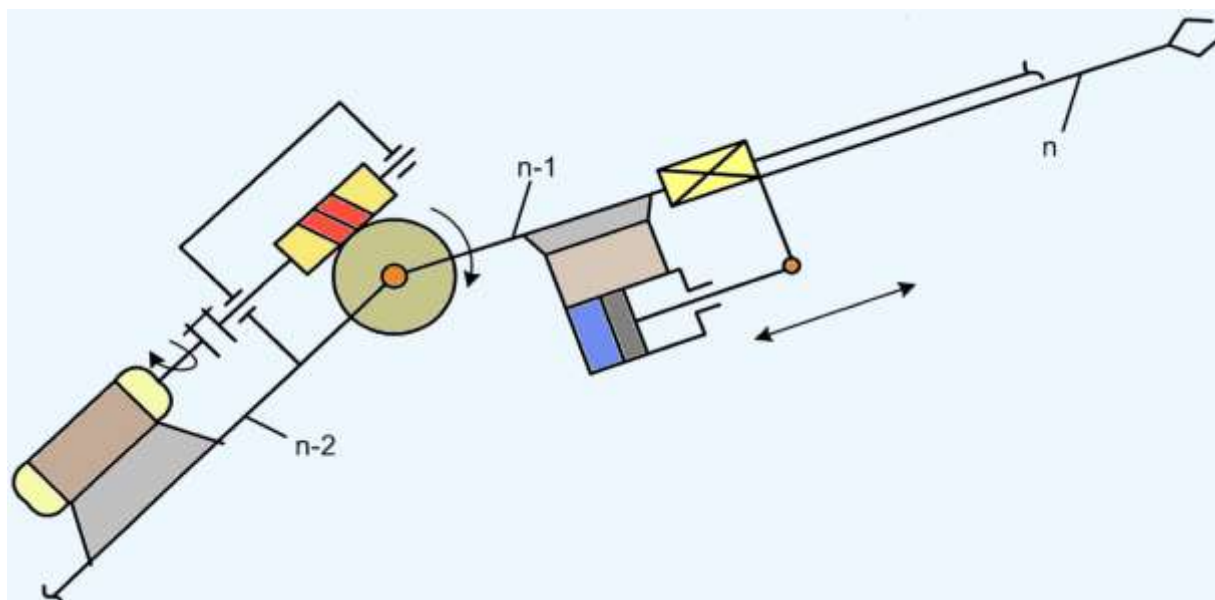


Рисунок 2.3 – Схема расположения приводов на звеньях манипулятора

2.3. Классификация кинематических пар манипуляционных механизмов

Дадим характеристику кинематическим парам. Именно от характера кинематических пар и от их взаимного расположения в манипуляторе во многом зависят законы преобразования движения.

Кинематические пары, как отмечалось, допускают вполне определенные движения образующих их звеньев относительно друг друга. Эта определенность достигается теми ограничениями, которые создают пары геометрией своих элементов.

Пары классифицируют по классам, номер которого равен числу ограничений (числу условий связи), накладываемых данной парой:

– одно ограничение (одно условие связи) – пара I класса, например, шар на плоскости (рис. 2.4).



Рисунок 2.4 – Шар на плоскости

– два ограничения (два условия связи) – пара II класса, например, цилиндр на плоскости (рис. 2.5).

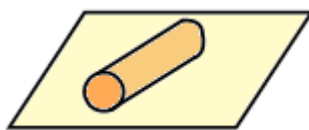


Рисунок 2.5 – Цилиндр на плоскости

– три ограничения (три условия связи) – пара III класса, например, при соприкосновении двух плоскостей (рис. 2.6).

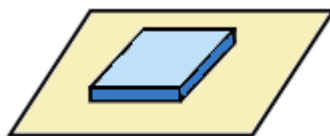


Рисунок 2.6 – Соприкосновение двух плоскостей

– четыре ограничения (четыре условия связи) – пара IV класса, например, вал во втулке (рис. 2.7).

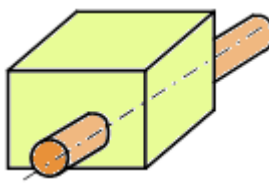


Рисунок 2.7 – Вал во втулке

– пять ограничений (пять условий связи) – пара V класса (пары пятого класса могут быть поступательными (рис. 2.8) и вращательными (рис. 2.9)).

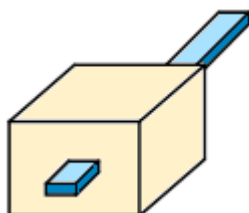


Рисунок 2.8 – Поступательная пара V класса

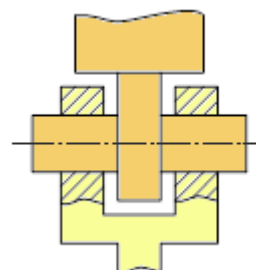


Рисунок 2.9 – Вращательная пара V класса

Приведем примеры условных обозначений кинематических пар пятого класса как наиболее часто используемых в манипуляторах ПР.

Вращательная пара, соединяющая подвижные звенья (рис. 2.10).

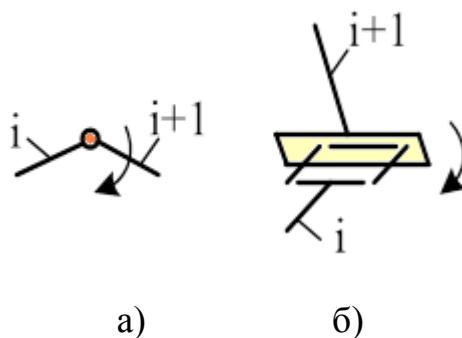


Рисунок 2.10 – а) плоское изображение; б) пространственное изображение

Вращательная пара, соединяющая неподвижное звено (стойку) с подвижным (рис. 2.11).

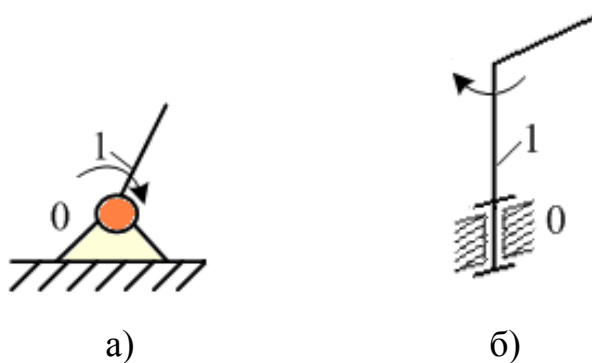


Рисунок 2.11 – а) плоское изображение; б) пространственное изображение

Поступательная пара, соединяющая подвижные звенья (рис. 2.12).

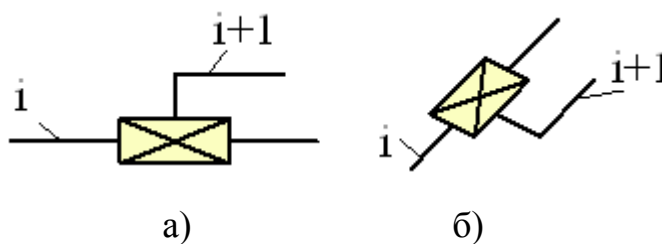


Рисунок 2.12 – а) плоское изображение; б) пространственное изображение

Поступательная пара, соединяющая неподвижное звено (стойку) с подвижным (рис. 2.13).

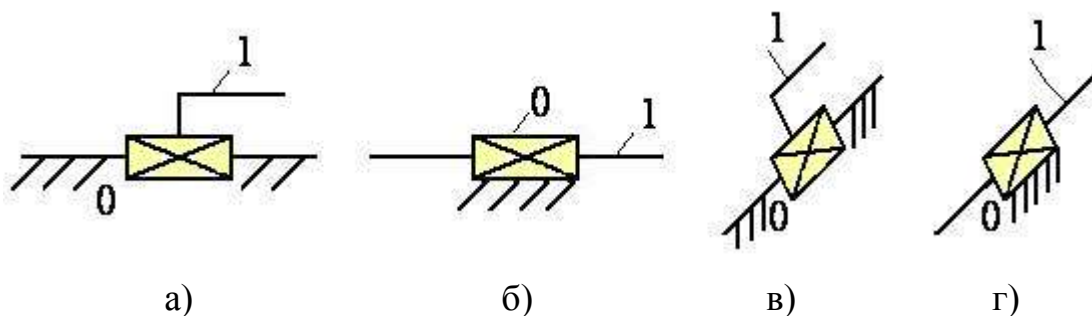


Рисунок 2.13 – а, б) плоское изображение; в, г) пространственное изображение

2.4. Классификация переносных степеней подвижности манипулятора с последовательной кинематикой

Для обеспечения пространственного движения схвата в общем случае достаточно трех переносных степеней подвижности робота, расположенных относительно друг друга определенным образом. Основными минимально необходимыми условиями обеспечения пространственного движения схвата в манипуляторе, образованного парами 5-го класса, являются:

- 1) наличие двух вращательных пар с непараллельными осями (обычно оси в этом случае перпендикулярны друг другу) и третьей вращательной или поступательной пары, обеспечивающей изменение радиуса сферы (рис. 2.14, а);
- 2) наличие двух вращательных пар с параллельными осями и третьей поступательной пары, направляющая которой неперпендикулярна осям вращательных пар, или вращательной пары, ось которой непараллельна осям предыдущих (рис. 2.14, б);
- 3) наличие двух поступательных пар с непараллельными направляющими и одной вращательной пары, ось которой неперпендикулярна плоскости, образованной направляющими поступательных пар, или посту-

пательной пары, направляющая которой непараллельна названной плоскости (обычно направляющие перпендикулярны друг другу, а ось вращательной пары параллельна плоскости) (рис. 2.14, в).

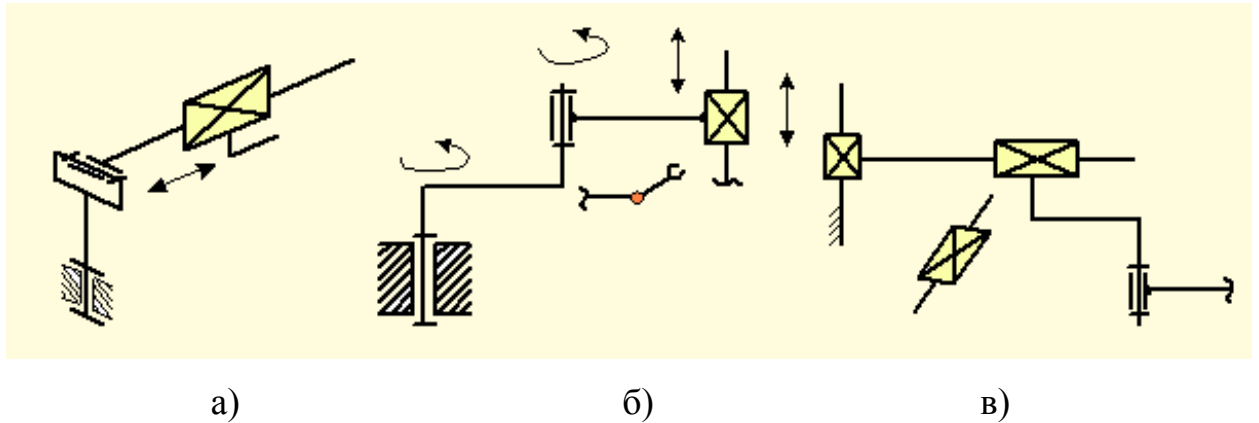


Рисунок 2.14 – Переносные степени подвижности манипулятора

Приведем основные манипуляционные системы, обеспечивающие переносные движения схвата манипулятора при различной последовательности использования вращательных и поступательных кинематических пар (рис. 2.15-2.22):

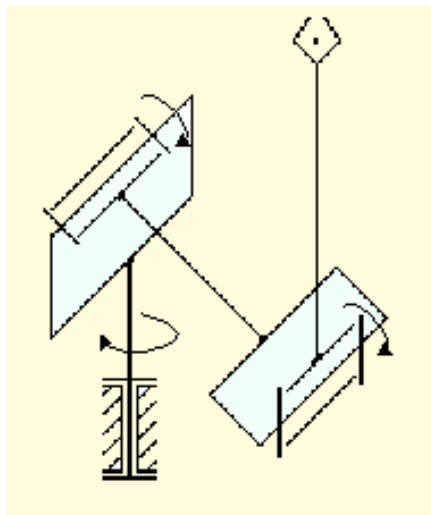


Рисунок 2.15 – Сочетание пар «Вращательная – вращательная – вращательная» (схема робота немецкой фирмы KUKA)

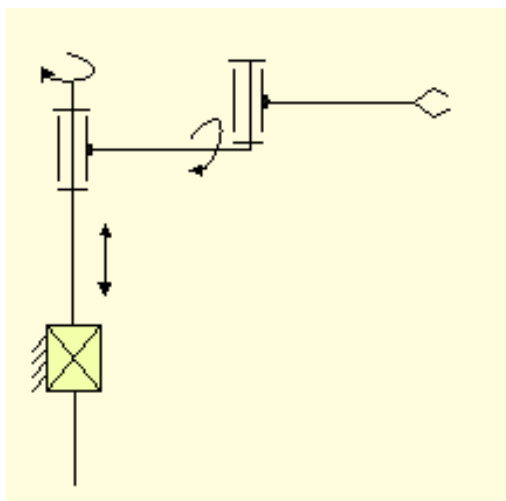


Рисунок 2.16 – Сочетание пар «Поступательная – вращательная – вращательная»

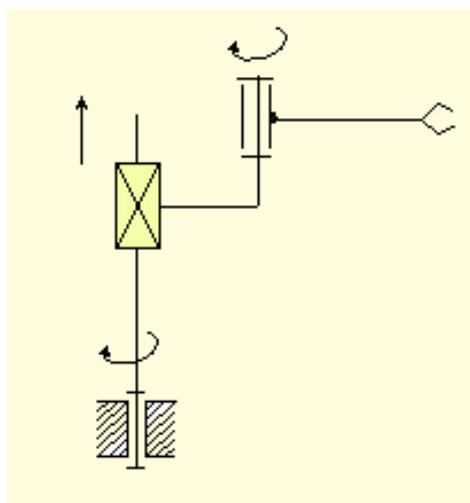
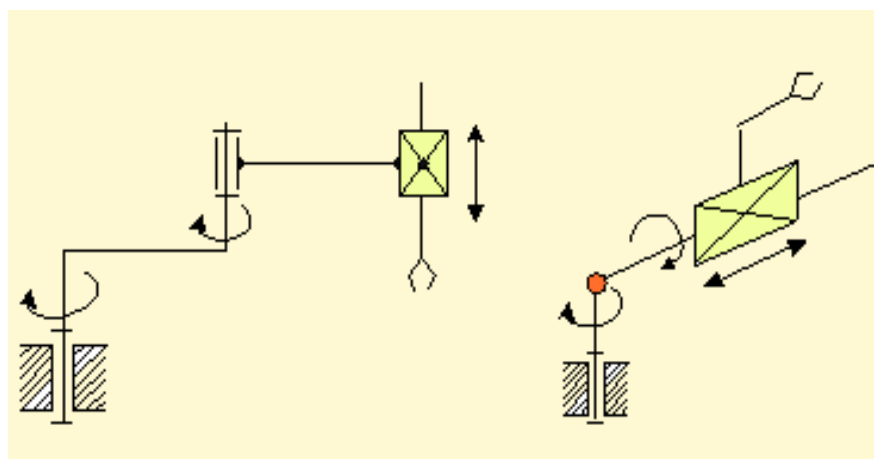


Рисунок 2.17 – Сочетание пар «Вращательная – поступательная – вращательная»



а)

б)

Рисунок 2.18 – Сочетание пар «Вращательная – вращательная – поступательная»: а) схема робота японской фирмы «СКАРА»; б) схема робота американской фирмы «ЮНИМЕЙТ»

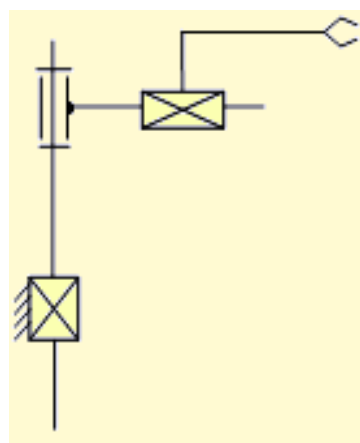


Рисунок 2.19 – Сочетание пар «Поступательная – вращательная – поступательная»

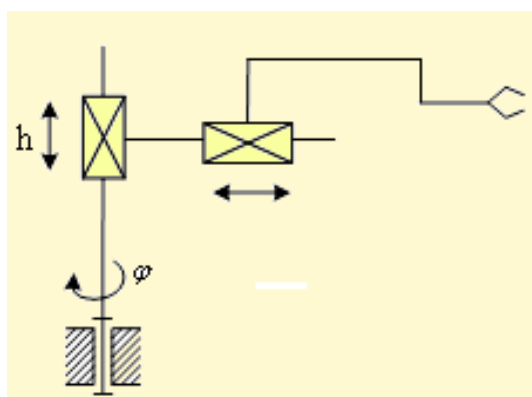


Рисунок 2.20 – Сочетание пар «Вращательная – поступательная – поступательная»: схема робота американской фирмы «ВЕРСАТРАН»

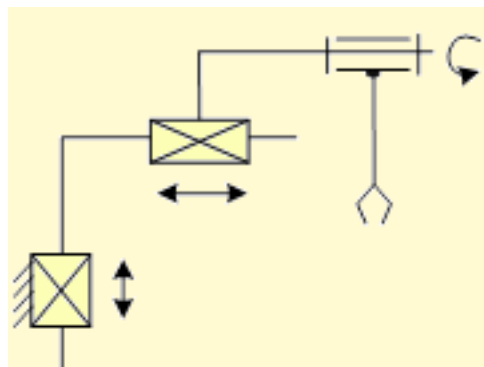


Рисунок 2.21 – Сочетание пар «Поступательная – поступательная – вращательная»

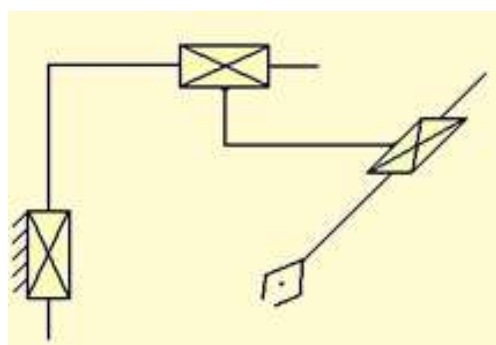


Рисунок 2.22— Сочетание пар «Поступательная – поступательная – поступательная»

Не все приведенные схемы обеспечивают совершенно различные рабочие зоны. В некоторых случаях перестановка поступательной и вращательной пары не влияет на форму рабочей зоны, например, схемы, представленные на рис. 2.16, 2.17 и 2.18 а, имеют одинаковые рабочие зоны. Однако на динамику манипулятора это оказывает существенное влияние, а, следовательно, и на характер управляющих воздействий. Более предпочтительной по энергетическим затратам из трех упомянутых является схема, приведенная на рис. 2.18 а, так как для вертикального перемещения груза в этой схеме не требуется перемещение промежуточных звеньев, именно эта схема используется в работах японской фирмы «СКАРА».

Схемы, представленные на рис. 2.15, 2.18 а, 2.18 б, 2.20 и 2.22, являются наиболее распространенными и по ним выполнено большинство

промышленных роботов. В частности, по схемам, приведенным на рис. 2.18 б и 2.20, выполнены первые промышленные роботы соответственно «Юнимейт» и «Версатран».

2.5. Классификация переносных степеней подвижности по системам координат

Переносные степени подвижности классифицируют по системам координат, которые они обеспечивают. Различают следующие системы координат, используемые в робототехнике: цилиндрическая система координат (рис. 2.23), сферическая (рис. 2.24), прямоугольная (рис. 2.25) и угловая (ангулярная) (рис. 2.26).

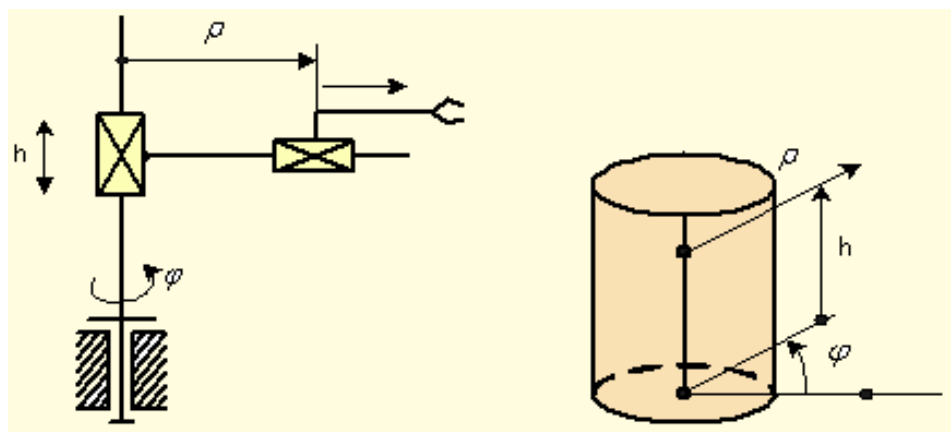


Рисунок 2.23 – Цилиндрическая система координат

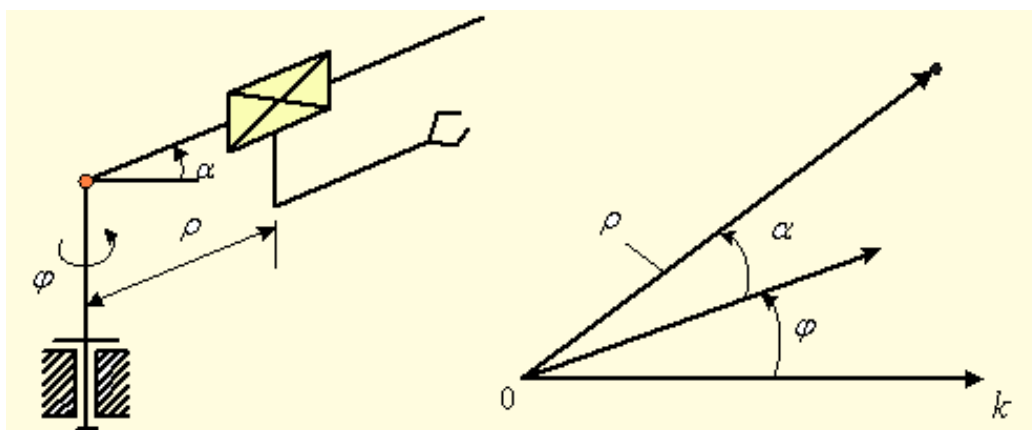


Рисунок 2.24 – Сферическая система координат

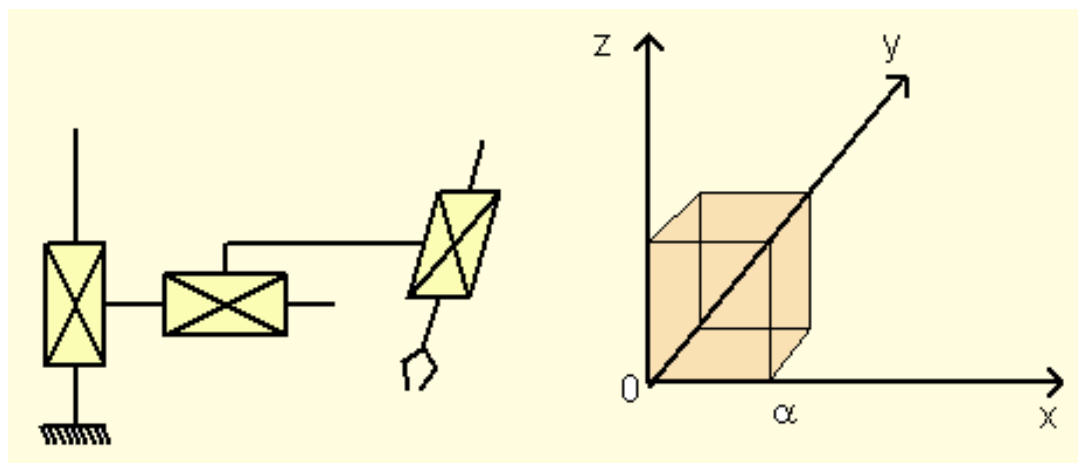


Рисунок 2.25 – Прямоугольная система координат

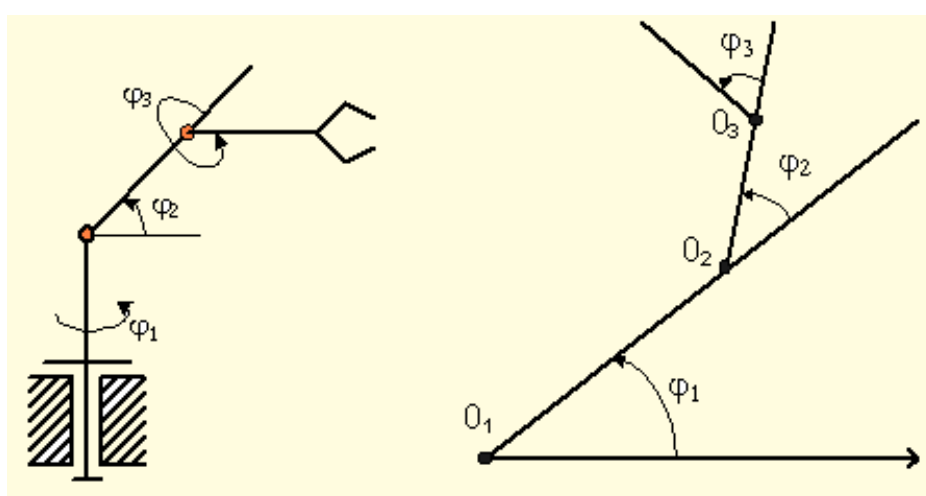


Рисунок 2.26 – Угловая (ангулярная) система координат

2.6. Классификация ориентирующих степеней подвижности

Если в заданной точке рабочего пространства манипулятора его схват должен иметь вполне определенную ориентацию, то манипулятор необходимо снабдить в общем случае тремя ориентирующими степенями подвижности. Хотя в промышленных роботах обычно обходятся одной - двумя ориентирующими степенями подвижности.

Чтобы не вносить помехи в положение схвата или свести их к минимуму, ориентирующие степени подвижности делают так, чтобы они как можно меньше перемещали схват.

Приведем основные манипуляционные системы, обеспечивающие ориентирующие движения схвата (рис. 2.27-2.29).

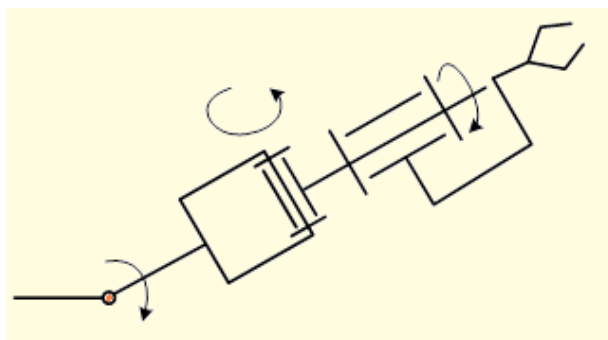


Рисунок 2.27 – Обеспечение полной пространственной ориентации схвата

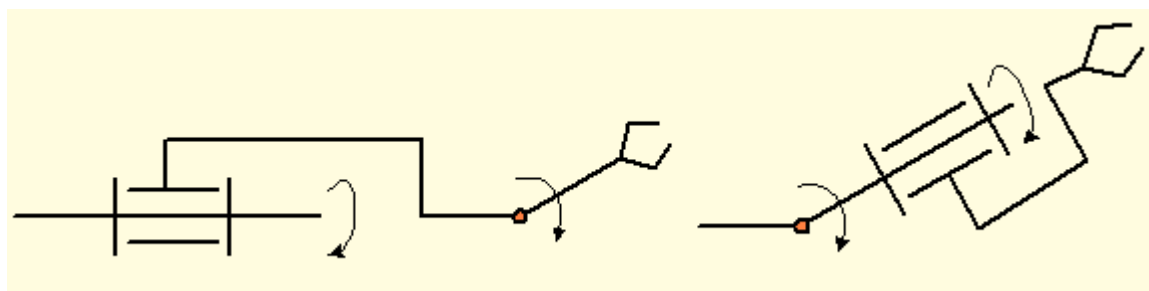


Рисунок 2.28 – Ротация с дополнительным пространственным движением схвата

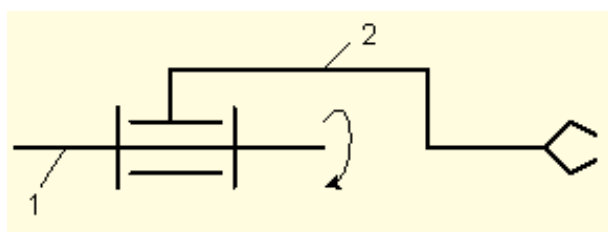


Рисунок 2.29 – Ротация схвата

4. Без ориентирующих степеней подвижности (в этом случае оборудование расставляется так, чтобы рука робота оказывалась в требуемом относительно него положении).

Следует заметить, что по первой схеме выполнено примерно 10% ориентирующих степеней подвижности роботов, по второй – примерно 25%, по третьей – примерно 37%.

Вопросы к лекции 2:

1. Дайте определения основным понятиям структуры манипуляционных систем: манипулятор, кинематическое звено, кинематическая пара, кинематическая цепь, разомкнутая и замкнутая кинематические цепи.

2. Приведите классификацию кинематических пар по классам и типам движения.

3. Приведите классификацию робототехнических систем по переносным степеням подвижности.

4. Приведите классификацию робототехнических систем по ориентирующим степеням подвижности.

5. Какие системы координат используются при описании движения робота?

6. Приведите схемы роботов, работающих в наиболее используемых в робототехнике системах координат.

7. Назовите наиболее распространенные в технике схемы манипуляторов роботов.

Раздел 2. Основы кинематики и динамики манипуляционных систем роботов с последовательной структурой

Лекция 3. Преобразования координат в манипуляционных системах

3.1. Описание положения схвата в абсолютной системе координат. Понятие о прямой и обратной задачах кинематики манипуляторов роботов

Для разработки методов расчета управляющих воздействий на звенья робота необходимо вначале установить кинематические зависимости между перемещениями звеньев манипулятора относительно друг друга при работе приводов и положением и ориентацией всех звеньев манипулятора в инерциальном пространстве.

Положение и ориентация схвата в пространстве определяется законами движения его характерной точки A_n (центра схвата) относительно абсолютных (инерциальных) осей координат (рис. 3.1):

$$x_{0n} = x(t), y_{0n} = y(t), z_{0n} = z(t)$$

и ориентацией n -го звена

$$x_0 \wedge z_n = f_1(t), y_0 \wedge z_n = f_2(t), x_0 \wedge y_n = f_3(t),$$

где x_{0n}, y_{0n}, z_{0n} – координаты характерной точки схвата (центра схвата A_n), расположенной на последнем n -ом подвижном звене манипулятора, в системе координат неподвижного O -го звена (стойки) манипулятора; $x_0 \wedge z_n, y_0 \wedge z_n, x_0 \wedge y_n$ – углы между соответствующими осями O -го и n -го звеньев, определяющие ориентацию звеньев в пространстве; t – время движения схвата.

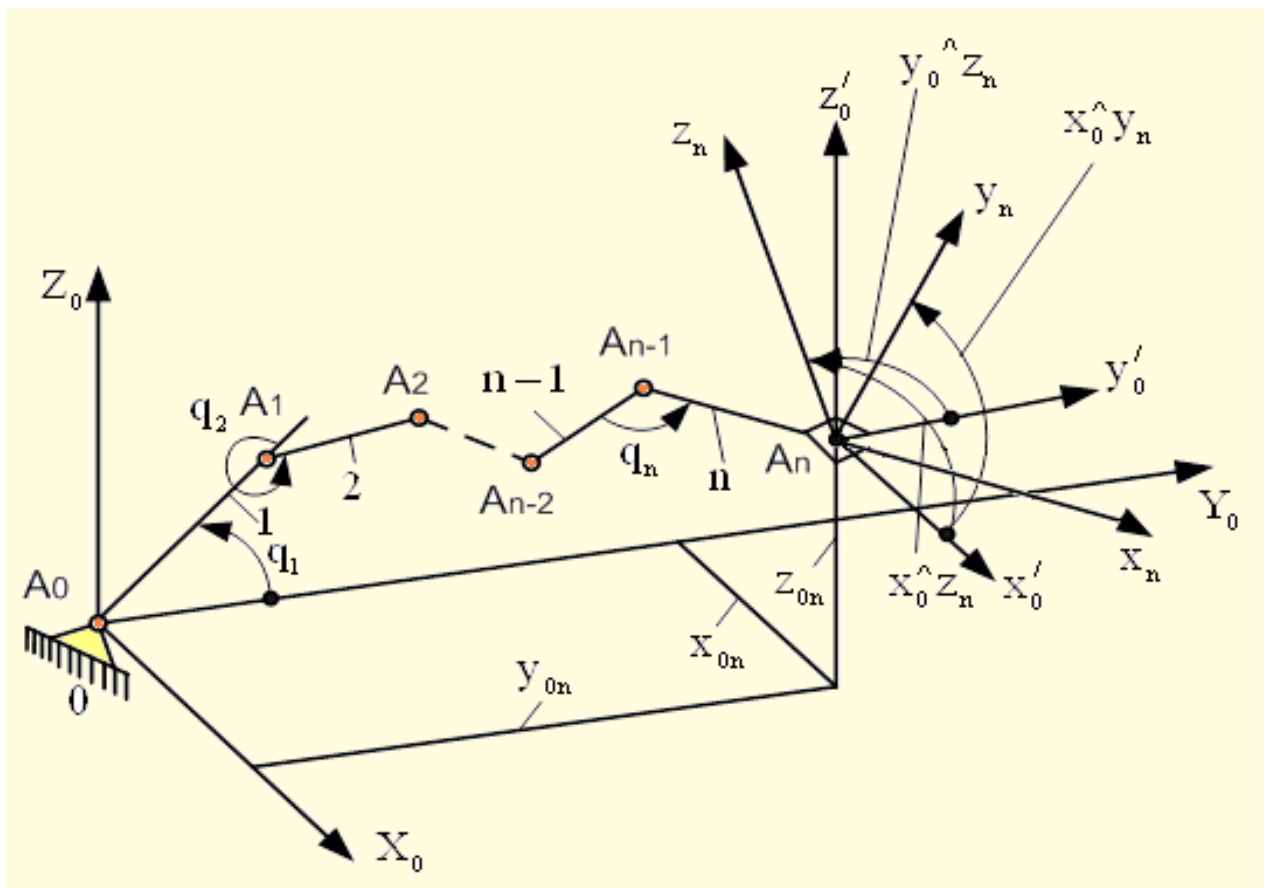


Рисунок 3.1 – Положение схвата манипулятора в инерциальной системе координат

В свою очередь, положение i -го звена относительно предыдущего $(i-1)$ -го (рис.3.2) устанавливается с помощью обобщенной координаты q_i ($i=1, \dots, n$):

$$q_i = \begin{cases} \varphi_i & \text{при вращательном движении } i\text{-го звена относительно } (i-1)\text{-го;} \\ S_i & \text{при поступательном движении } i\text{-го звена относительно } (i-1)\text{-го.} \end{cases}$$

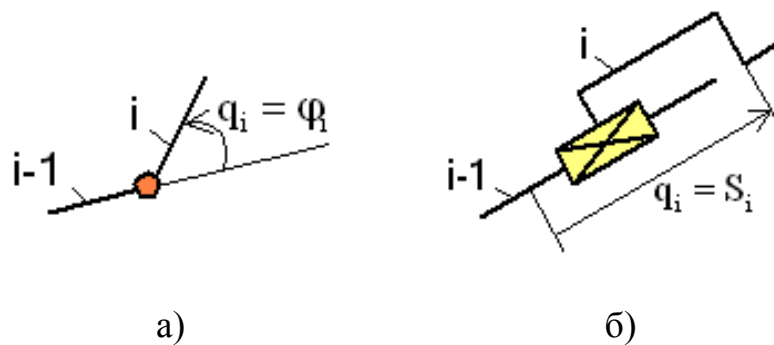


Рисунок 3.2 – Обобщенные координаты: а) вращательная кинематическая пара; б) поступательная кинематическая пара

- для прямой задачи кинематики:

$$\begin{cases} x_{0n} = x(q_1, q_2, \dots, q_n; t); \\ y_{0n} = y(q_1, q_2, \dots, q_n; t); \\ z_{0n} = z(q_1, q_2, \dots, q_n; t); \\ x_0 \wedge z_n = f_1(q_1, q_2, \dots, q_n; t); \\ y_0 \wedge z_n = f_2(q_1, q_2, \dots, q_n; t); \\ x_0 \wedge y_n = f_3(q_1, q_2, \dots, q_n; t). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = q_1(x_{0n}, y_{0n}, z_{0n}; \hat{x}_0 z_n, \hat{y}_0 z_n, \hat{x}_0 y_n; t); \\ q_2 = q_2(x_{0n}, y_{0n}, z_{0n}; \hat{x}_0 z_n, \hat{y}_0 z_n, \hat{x}_0 y_n; t); \\ \dots\dots\dots; \\ q_n = q_n(x_{0n}, y_{0n}, z_{0n}; \hat{x}_0 z_n, \hat{y}_0 z_n, \hat{x}_0 y_n; t) \end{array} \right.$$

3.2. Однородные координаты в кинематике манипуляторов роботов.

Матрицы перехода 4×4 кинематических пар 5-го класса

31

осей одной системы координат относительно трех осей другой) и матриц переноса размером 3×1 , элементами которых служили координаты по трем осям начала соответствующей системы координат.

Наличие двух матриц разной размерности и разного назначения приводило к необходимости использовать операции умножения и сложения матриц, к усложнению алгоритма вычисления, а следовательно, к увеличению машинного времени, что сказывается на отработке управляющих сигналов в реальном времени и на управляемости робота.

В последние десятилетия стали использовать комплексные матрицы перехода размером 4×4 , позволяющие осуществлять одновременно поворот и перенос (смещение) одних координат по отношению к другим. В этом случае для описания положения точки в пространстве используются однородные координаты, в которых к обычным координатам добавляется четвертая, равная единице. То есть координатами точки будут $(x_i, y_i, z_i, 1)$. Если известны однородные координаты $(x_i, y_i, z_i, 1)$ вектора R_i некоторой точки A_i в «старой» i -ой системе координат, то однородные координаты $(x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}, 1)$ вектора R_{i-1} этой точки A_i в «новой» $(i-1)$ -й системе координат рассчитываются в общем случае по известным формулам:

$$\left. \begin{aligned} x_{i-1,i} &= C(x_{i-1} \wedge x_i)x_i + C(x_{i-1} \wedge y_i)y_i + C(x_{i-1} \wedge z_i)z_i + x_{i-1,i}^{O_i}; \\ y_{i-1,i} &= C(y_{i-1} \wedge x_i)x_i + C(y_{i-1} \wedge y_i)y_i + C(y_{i-1} \wedge z_i)z_i + y_{i-1,i}^{O_i}; \\ z_{i-1,i} &= C(z_{i-1} \wedge x_i)x_i + C(z_{i-1} \wedge y_i)y_i + C(z_{i-1} \wedge z_i)z_i + z_{i-1,i}^{O_i}; \\ 1 &= C90^\circ x_i + C90^\circ y_i + C90^\circ z_i + 1, \end{aligned} \right| \quad (3.1)$$

где C – символ, обозначающий тригонометрическую функцию «cosinus», $x_{i-1,i} \wedge x_i, \dots, z_{i-1,i} \wedge z_i$ – углы, образуемые осями «старой» i -й системы координат с осями «новой» $(i-1)$ -й системы так, что поворот определенной оси $(i-1)$ -й системы до совмещения с соответствующей осью i -й системы должен видаться против часовой стрелки; $x_{i-1,i}^{O_i}, y_{i-1,i}^{O_i}, z_{i-1,i}^{O_i}$ – координаты начала координат O_i i -й системы в системе координат $O_{i-1}X_{i-1}Y_{i-1}Z_{i-1}$. Три-

гонометрические функции $C(x_{i-1,i} \wedge x_i), \dots, C(z_{i-1,i} \wedge z_i)$ называют направляющими косинусами осей i -ой системы в $(i-1)$ -ой.

Взаиморасположение i -й системы координат относительно $(i-1)$ -й представлено на рис. 3.3 и 3.4: на рис. 3.3 показаны координаты

$x_{i-1,i}^{O_i}, y_{i-1,i}^{O_i}, z_{i-1,i}^{O_i}$ и $x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}$; на рис. 3.4 углы $x_0 \wedge z_n, y_0 \wedge z_n, x_0 \wedge y_n$, определяющие ориентацию i -го звена, относительно $(i-1)$ -го.

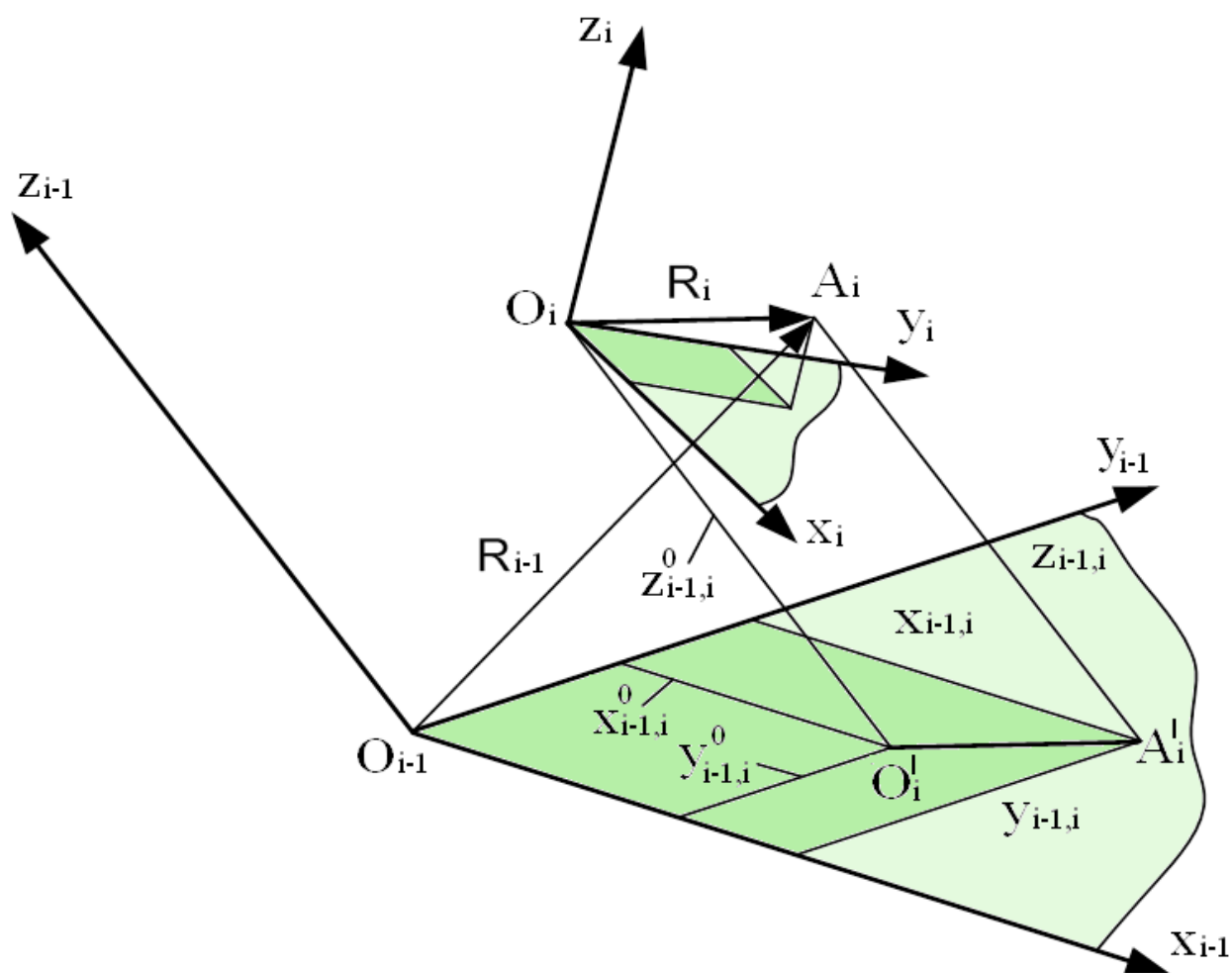


Рисунок 3.3 – Расположение i -й системы координат относительно $(i-1)$ -й

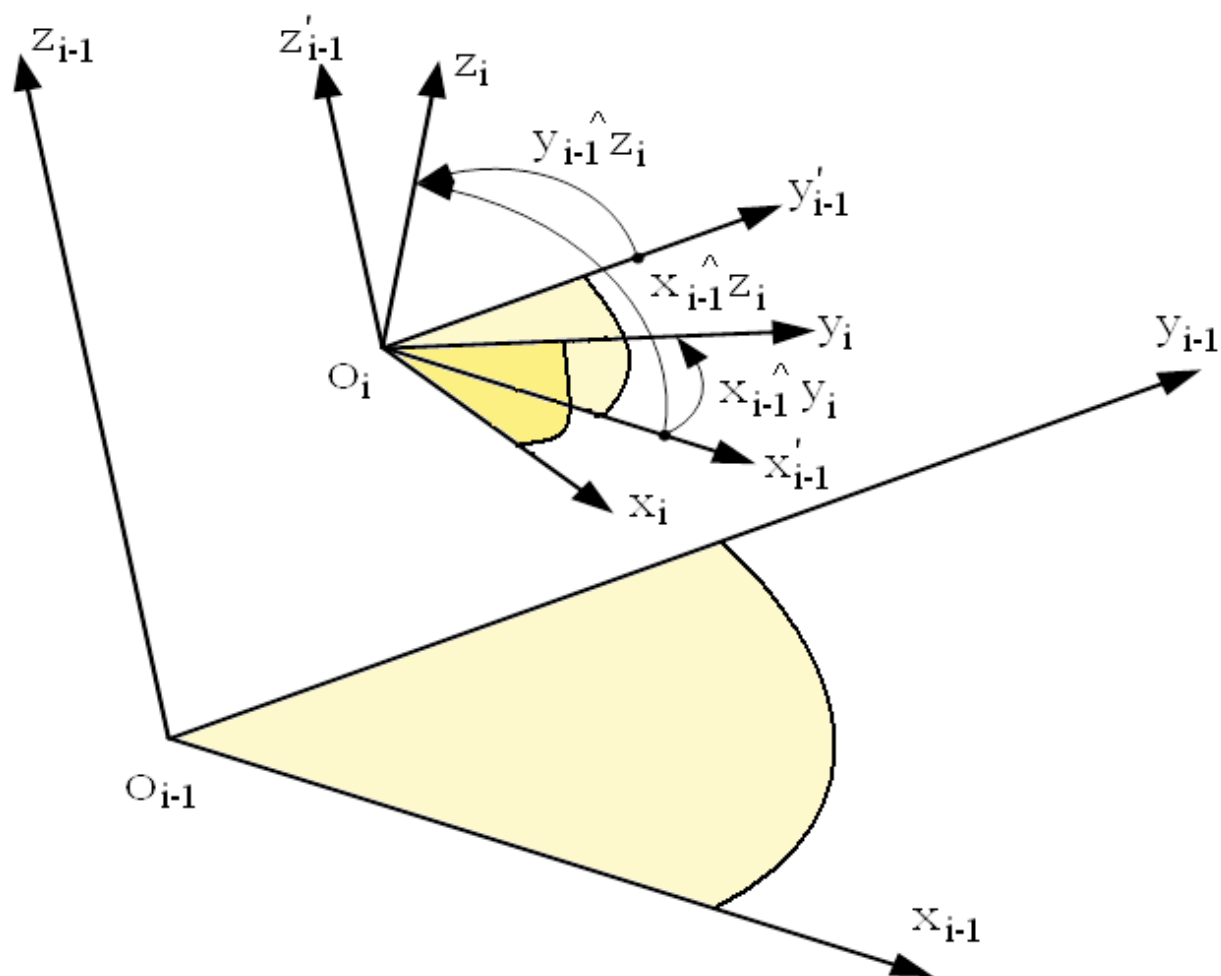


Рисунок 3.4 – Ориентация i-й систем координат относительно (i-1)-й

Выражение (3.1) можно переписать в матричном виде:

$$\begin{vmatrix} x_{i-1,i} \\ y_{i-1,i} \\ z_{i-1,i} \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{vmatrix}$$

или в векторном:

$$\mathbf{R}_{i-1,i} = \mathbf{T}_{i-1,i} \cdot \mathbf{R}_{i,i}, \quad (3.2)$$

где

$$\mathbf{T}_{i-1,i} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

однородная матрица перехода от i-й к (i-1)-й системе координат.

Матрицу $T_{i-1,i}$ можно представить как блочную матрицу:

$$T_{i-1,i} = \begin{vmatrix} M_{i-1,i} & L_{i-1} \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

в которой матрица

$$M_{i-1,i} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C(x_{i-1} \wedge x_i) & C(x_{i-1} \wedge y_i) & C(x_{i-1} \wedge z_i) \\ C(y_{i-1} \wedge x_i) & C(y_{i-1} \wedge y_i) & C(y_{i-1} \wedge z_i) \\ C(z_{i-1} \wedge x_i) & C(z_{i-1} \wedge y_i) & C(z_{i-1} \wedge z_i) \end{vmatrix}$$

является матрицей поворота i -й системы координат относительно $(i-1)$ -й и содержит соответствующие направляющие косинусы.

Матрица $L_{i-1,i}$ является матрицей переноса начала координат i -й системы до совмещения с началом $(i-1)$ -й системы координат:

$$L_{i-1,i} = \begin{vmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{i-1,i}^{O_i} \\ y_{i-1,i}^{O_i} \\ z_{i-1,i}^{O_i} \end{vmatrix}.$$

Переход от одной системы координат к другой с помощью матричного аппарата оказывается удобным средством описания кинематики манипулятора.

Чтобы использовать матричный аппарат преобразования координат для описания кинематики манипуляторов, необходимо связать с каждым i -м звеном манипулятора систему координат, расположенную определенным образом в i -ой кинематической паре на i -м звене.

В этом случае переход от i -й системы координат к $(i-1)$ -й с помощью однородной матрицы перехода $T_{i-1,i}$ можно трактовать как пересчет известных координат $x_i, y_i, z_i, 1$ точки A некоторого i -го звена в новую $(i-1)$ -ю систему координат, связанную с $(i-1)$ -м звеном.

При переходе от i -ой системы координат к $(i-1)$ -й полагают, что оси i -ой системы «уходя» от $(i-1)$ -й, из положения, когда они полностью совпадали с

$(i-1)$ -й системой, в положение, которое они занимают, вращались против часовой стрелки относительно соответствующей оси поворота.

Иногда удобно считать, что до совмещения с i -й системой должна перемещаться $(i-1)$ -я система координат до полного совпадения с i -й системой, как бы повторяя перемещения, которые произвела i -я система, «уходя» от $(i-1)$ -й.

В общем случае, чтобы совместить «новое» $(i-1)$ -е положение со «старым» i -м положением системы, используя движение «новой» системы к «старой», необходимо, как отмечалось, шесть независимых перемещений относительно трех осей координат.

Вопросы к лекции 3:

1. С помощью каких параметров определяется положение схвата манипуляторов в инерциальной системе координат?
2. Какова постановка прямой задачи кинематики манипуляторов роботов?
3. Какова постановка обратной задачи кинематики манипуляторов роботов?
4. С какой целью в кинематике роботов используют однородные координаты?
5. Поясните составляющие системы формул для преобразования координат.
6. Каким образом осуществляется переход к матричному представлению формул для преобразования координат?

Лекция 4. Определение взаимного положения последовательно соединенных звеньев манипуляционных систем

4.1. Специальные системы координат Денавита-Хартенберга

В тех случаях, когда в манипуляторах роботов используются только одноподвижные вращательные и поступательные кинематические пары, для определения положения систем координат, связанных со звеньями манипулятора, достаточно четырех специальных координат Денавита-Хартенберга. При этом сами системы координат должны быть связаны со звеньями и кинематическими парами манипулятора вполне определенным образом.

Специальные системы координат манипуляторов были предложены американскими учеными И. Денавитом и Р. Хартенбергом в 1955 – 1960 гг.

Вначале они предназначались для задания осей кинематических пар рычажных пространственных механизмов с низшими парами. В последнее время специальная координатная система была успешно применена к описанию кинематики манипуляторов. Это связано с тем, что манипуляторы с одноподвижными вращательными и поступательными парами обладают рядом регулярных особенностей, хорошо согласующимися со свойствами координатной системы Денавита-Хартенберга (рис. 4.1).

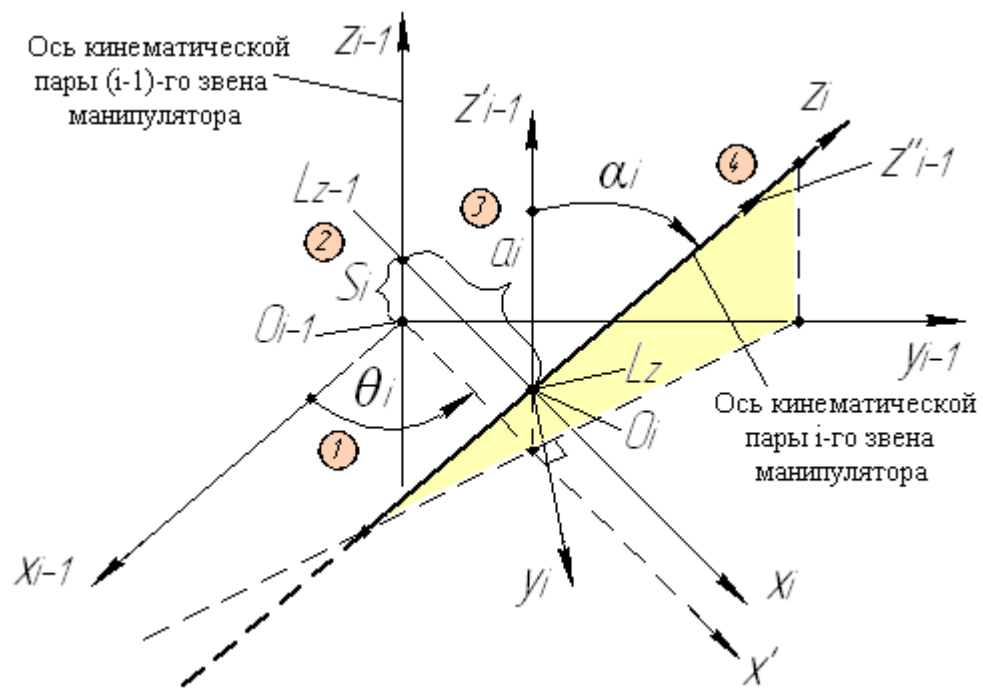


Рисунок 4.1 – Специальные системы координат Денавита-Хартенберга

Для задания положения системы координат $O_i X_i Y_i Z_i$, связанной с i -м звеном, в системе $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ координат $(i-1)$ -го звена по Денавиту-Хартенбергу необходимо вначале определить положение кратчайшего расстояния $L_{z-1} L_z$ (рис. 4.1) между осями $Z_{i-1} Z_i$. Положение системы координат $O_i X_i Y_i Z_i$ в системе координат $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ будет определено, если установить параметры, фиксирующие это положение в результате движения определенным образом $(i-1)$ -ой системы до положения, совпадающего с i -й системой координат. Для этого:

1) повернем ось X_{i-1} на угол θ_i до положения, в котором она параллельна кратчайшему расстоянию $L_{i-1} L_i$ (перпендикулярно проекции оси Z_i на плоскость $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$);

2) переместим повернутую систему координат $O_{i-1} X_{i-1} Y_{i-1} Z_{i-1}$ по оси Z_{i-1} на величину S_i до совпадения начала координат этой системы с точкой L_{i-1} так, чтобы ось $O_{i-1} X_{i-1}$ совпала с кратчайшим расстоянием $L_{i-1} L_i$;

3) переместим параллельно самой себе $(i-1)$ -ю систему координат на величину a_i так, чтобы начало координат этой системы совпало с точкой пересечения L_i кратчайшего расстояния $L_{i-1} L_i$ с осью Z_i ;

4) повернем $(i-1)$ -ю систему вокруг оси X'_{i-1} на угол α_i против часовой стрелки до совпадения с осью Z_i .

Понятно, что положение i -й системы координат в $(i-1)$ -й будет полностью определено четырьмя параметрами: θ_i , S_i , a_i и α_i .

Введем ряд правил расположения осей и начал координат специальной системы координат относительно кинематических пар и звеньев манипулятора.

Пронумеруем кинематические звенья от неподвижного звена до наиболее удаленного, на котором закреплен схват, присвоив им соответственно номера от 0 до n (рис. 4.2), где n – число подвижных звеньев манипулятора.

Обозначим кинематические пары символом A_i , нижний индекс которого равен меньшему из номеров звеньев, образующих кинематическую пару.

Например, кинематическая пара A_1 соединяет кинематические звенья 1 и 2, а кинематическая пара A_3 – кинематические звенья 3, 4 и т. д.

Введем понятие оси z_i i -й кинематической пары. Осью z_i i -й вращательной кинематической пары, соединяющей i -ое звено с $(i+1)$ -м является ось шарнира кинематической пары. Эту ось будем считать принадлежащей i -му звену и жестко с ним соединенной. Именно вокруг этой оси вращается $(i+1)$ -е звено относительно i -го.

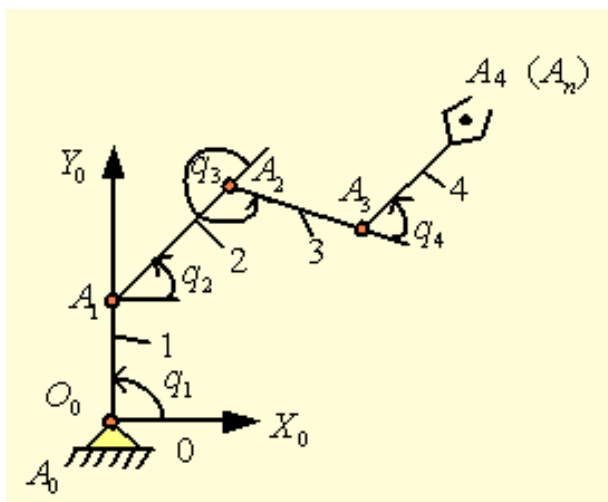


Рисунок 4.2 – Обозначение кинематических звеньев и пар манипулятора

Осью z_i поступательной пары является какая-либо из прямых, параллельная направляющей данной поступательной пары. Если ось z_i не параллельна оси z_{i-1} , то ее рекомендуется направлять так, чтобы она пересекалась с этой осью.

За положительное направление оси z_i можно взять любое, в частности, направления снизу вверх, слева направо, к наблюдателю от наблюдателя или близкие к ним направления.

Важным моментом при расположении системы координат на i -м звене манипулятора является выбор ее начала координат O_i и направление оси x_i .

Введем соответствующие правила для различных случаев взаиморасположения осей z_i и z_{i-1} .

Оси z_i и z_{i-1} перекрещиваются (рис. 4.3): начало координат располагается в точке пересечения линии кратчайшего расстояния между осями z_i и z_{i-1} с осью z_i . В этом случае ось x_i направляется по линии кратчайшего расстояния в сторону от оси z_{i-1} к оси z_i . Это наиболее общий случай. Другие варианты взаиморасположения осей z_{i-1} и z_i следует рассматривать как частные рассмотренного.

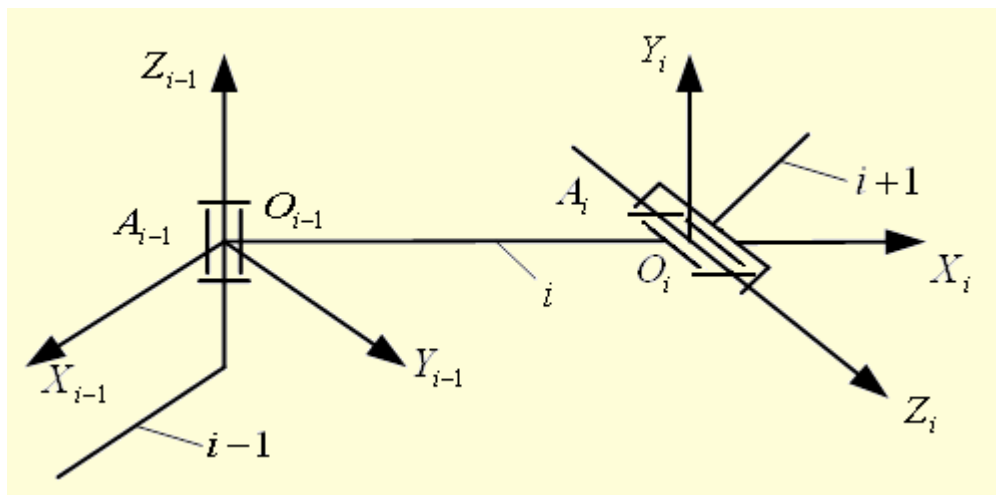


Рисунок 4.3 – Перекрещивающиеся оси z_i и z_{i-1}

Оси z_i и z_{i-1} параллельны (рис. 4.4): за начало координат может быть принята любая удобная по каким-либо соображениям точка оси z_i . Ось x_i направляется так, чтобы она лежала в плоскости, образуемой осями z_i и z_{i-1} .

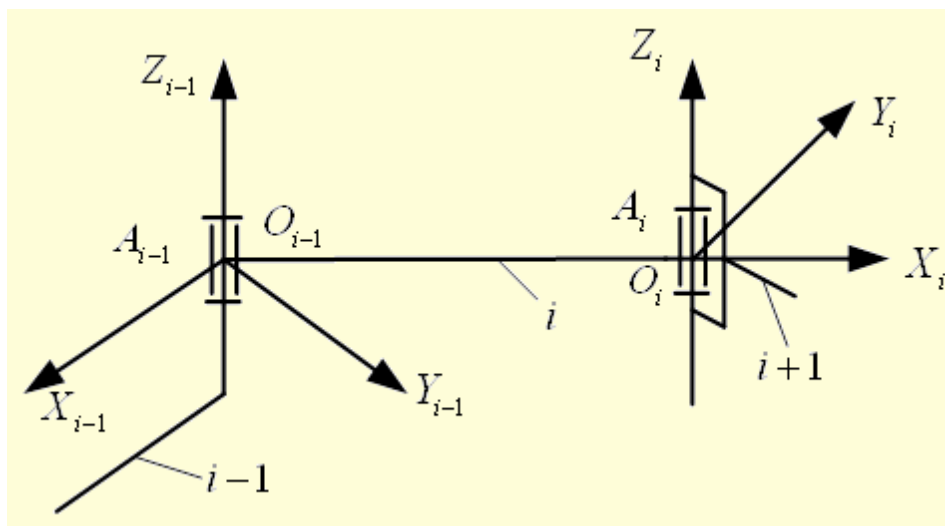


Рисунок 4.4 – Оси z_i и z_{i-1} параллельны

Оси z_i и z_{i-1} совпадают (рис. 4.5): начало O_i системы координат может быть назначено в любой удобной по каким-либо дополнительным условиям точке оси z_i , а ось x_i направлена перпендикулярно оси z_i в произвольном направлении (как правило, в направлении развития i -го звена, т.е. по i -му звену).

Оси z_i и z_{i-1} пересекаются (рис. 4.6): за начало O_i координат принимается точка их пересечения, а ось x_i направляется по общему перпендикуляру к осям z_i и z_{i-1} .

Во всех случаях ось y_i направляется так, чтобы система координат была правой.

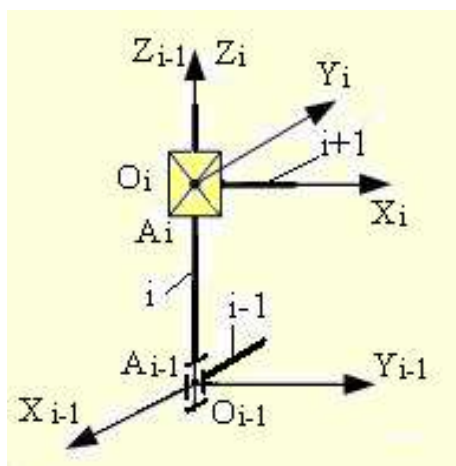


Рисунок 4.5 – Оси z_i и z_{i-1}
совпадают

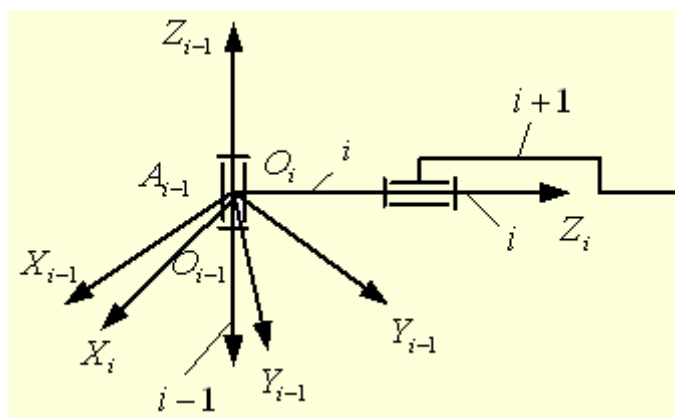


Рисунок 4.6 – Оси z_i и z_{i-1}
пересекаются

Эти правила не действуют в полной мере при выборе системы координат, связанной со стойкой (звено 0), так как отсутствует $(i-1)$ -я кинематическая пара, и системы координат, связанной с последним звеном, на котором закрепляется схват, так как это последнее звено не содержит кинематической пары для соединения со следующим звеном.

Начало O_0 системы координат, связанной со стойкой, может быть расположено в любой точке оси z_0 , а направление оси x_0 принимается произвольно по дополнительным условиям (рис. 4.7).

Начало O_n системы координат, связанной с последним n -м звеном манипулятора (рис. 4.8), на котором закреплен схват, располагается в точке, принимаемой за центр схвата (за характерную точку схвата), а ось x_n направляется перпендикулярно оси z_{n-1} . Оси z_n может быть назначено произвольное направление, например, по оси захватываемой детали или технологического инструмента или перпендикулярно ей.

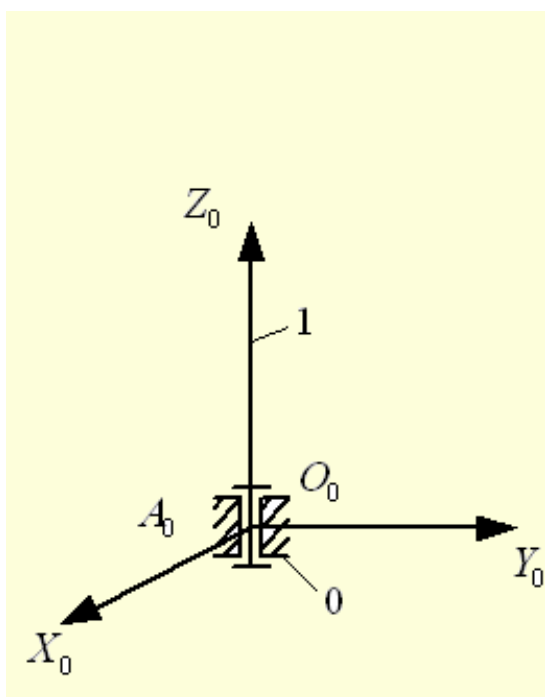


Рисунок 4.7 – Система координат, связанная с неподвижным звеном

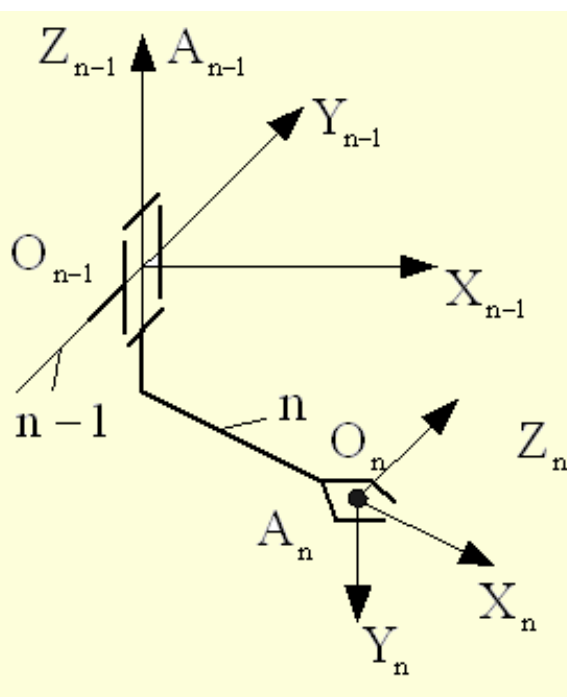


Рисунок 4.8 – Система координат, связанная со схватом

4.2. Преобразования Денавита-Хартенберга

При использовании преобразований Денавита-Хартенберга используют следующие элементарные перемещения одной системы координат, связанной определенным образом со звеном манипулятора, относительно системы координат, связанной с другим его звеном (здесь используется метод «ухода» $(i-1)$ -й системы координат от ее исходного положения до положения, совпадающего с i -й системой координат).

1. Поворот системы $(i-1)$ вокруг оси Z_{i-1} против часовой стрелки (если смотреть со стороны оси Z_{i-1}) на угол Θ_i до положения, в котором ось X_{i-1} окажется параллельной и однонаправленной с осью X_i .

2. Сдвиг повернутой $(i-1)$ -й системы вдоль оси Z_{i-1} на величину S_i до совпадения оси X_{i-1} с осью X_i .

3. Сдвиг системы $(i-1)$ вдоль оси X_i на величину a_i до совпадения начал координат систем $(i-1)$ и i ;

4. Поворот $(i-1)$ -й системы вокруг оси X_i против часовой стрелки (если смотреть со стороны оси X_i) на угол α_i до совмещения оси Z_{i-1} с осью Z_i .

Перечисленные эволюции $(i-1)$ -й системы координат при движении к i -й применительно к звеньям манипулятора показаны на рис. 4.9.

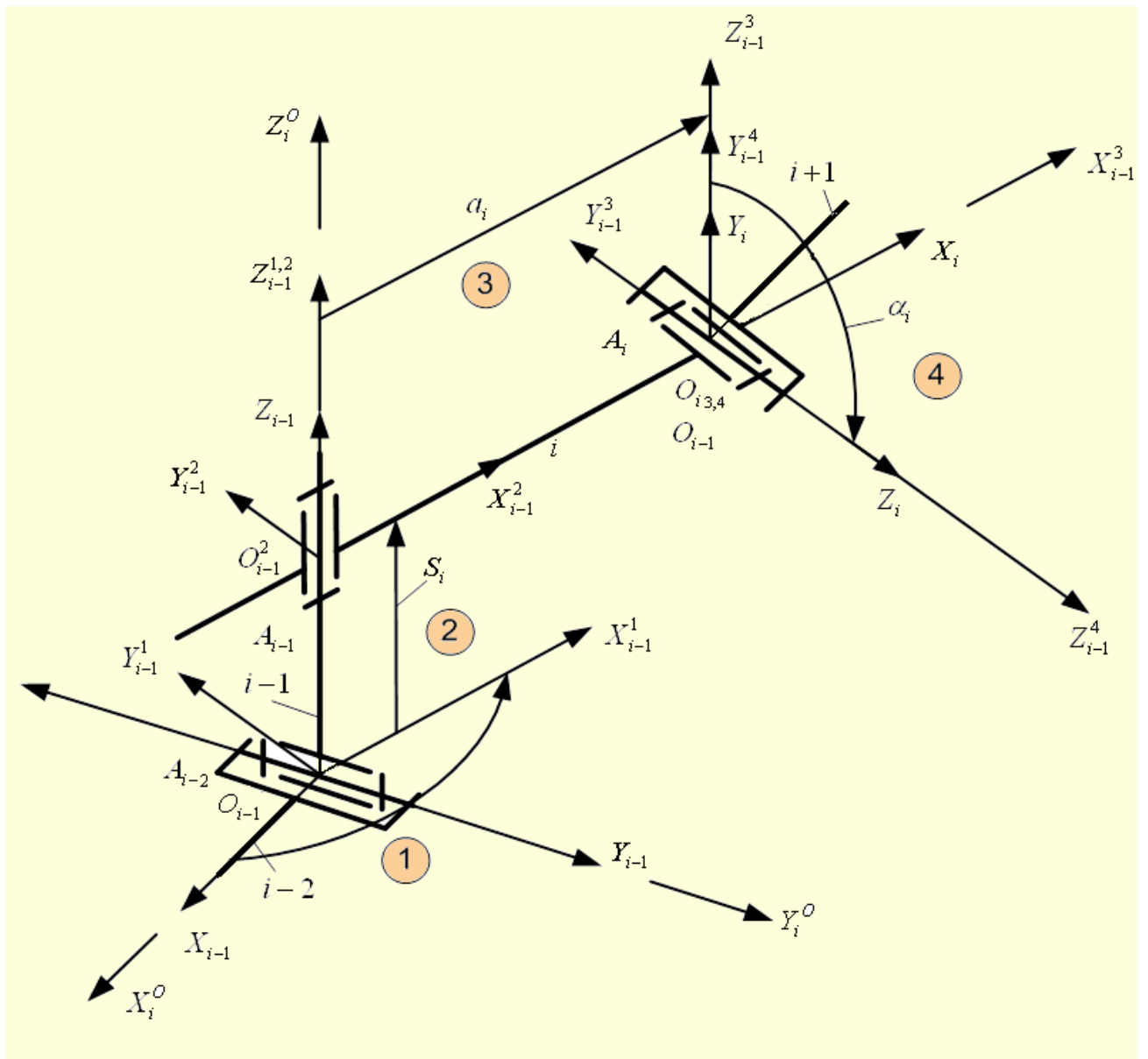


Рисунок 4.9 – Преобразования Денавита – Хартенберга

Каждое из упомянутых элементарных движений $(i-1)$ -й системы координат описывается соответствующей частной матрицей перехода:

1. Поворот системы $(i-1)$ вокруг оси Z_{i-1} на угол Θ_i :

$$T_{i-1,i}^{Z\Theta} = \begin{vmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

2. Сдвиг по оси Z_{i-1} на величину S_i :

$$T_{i-1,i}^{ZS} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

3. Сдвиг по оси X_i на величину a_i :

$$T_{i-1,i}^{Xa} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

4. Поворот вокруг оси X_i на угол α_i :

$$T_{i-1,i}^{X\alpha} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где S есть обозначение тригонометрической функции «sinus».

Результирующая матрица перехода от i -й системы координат к $(i-1)$ -й, то есть матрица, осуществляющая преобразования системы координат i -го звена в систему координат $(i-1)$ -го звена, получается путем перемножения частных матриц перехода:

$$T_{i-1,i} = T_{i-1,i}^{Z\Theta} \cdot T_{i-1,i}^{ZS} \cdot T_{i-1,i}^{Xa} \cdot T_{i-1,i}^{X\alpha}.$$

Заметим, что параметры Θ_i , S_i , a_i , α_i могут принимать и отрицательные значения.

После перемножения частных матриц, результирующая матрица принимает вид:

$$T_{i-1,i} = \begin{vmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i S\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (4.1)$$

Матрица $T_{i-1,i}$ является матрицей перехода 4×4 к $(i-1)$ -й кинематической паре от i -й пары. Она позволяет найти по формуле (4.1) координаты x_{i-1} , y_{i-1} , z_{i-1} некоторой точки A_i в системе $(i-1)$ по известным координатам x_i , y_i , z_i этой точки в i -й системе координат и по известным параметрам θ_i , S_i , a_i , α_i , а также эта матрица дает возможность определить ориентацию i -го звена относительно $(i-1)$ -го. Для этого обычно используются наддиагональные элементы матрицы $T_{i-1,i}$:

$$\begin{aligned} x_{i-1,i}^0 &= a_i C\theta_i; \quad x_{i-1}^{\wedge} z_i = \arccos(S\theta_i \cdot S\alpha_i); \\ y_{i-1,i}^0 &= a_i S\theta_i; \quad y_{i-1}^{\wedge} z_i = \arccos(-C\theta_i \cdot S\alpha_i); \\ z_{i-1,i}^0 &= S_i; \quad x_{i-1}^{\wedge} y_i = \arccos(-S\theta_i \cdot C\alpha_i). \end{aligned}$$

4.3. Определение ориентации звеньев манипулятора с использованием углов Эйлера

Кроме направляющих косинусов, т.е. косинусов углов между осями координат X_{i-1} , Z_i ; Y_{i-1} , Z_i и X_{i-1} , Y_i при определении ориентации звеньев манипулятора успешно используются углы Эйлера. В кинематике роботов используется система углов Эйлера, которая применяется в теории гироскопов и в астрономии при описании движения космических тел (рис. 4.10):

- угол прецессии – угол ометания, движения вперед, преддвижения;
- угол нутации – угол колебания оси собственного вращения;
- угол собственного вращения – угол вращения вокруг собственной оси.

При использовании этой системы углов Эйлера переход от $(i-1)$ -й к i -й системе осуществляется в результате следующей последовательности эволюций (рис. 4.10):

- 1) поворот на угол прецессии Ψ_i вокруг оси Z_{i-1} ;
- 2) поворот на угол нутации Θ_i вокруг повернутой оси $O_i X_i$;
- 3) поворот на угол собственного вращения φ_i вокруг повернутой оси $O_i Z_i$.

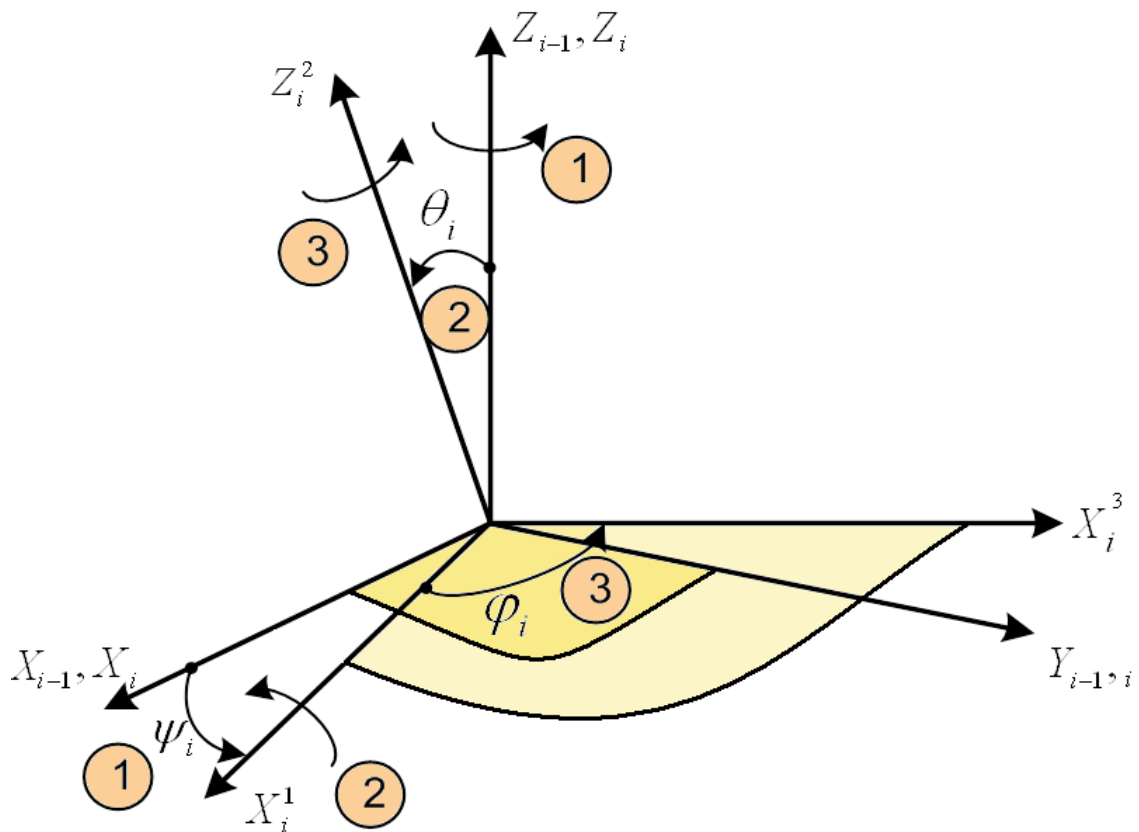


Рисунок 4.10 – Углы Эйлера

Перечисленные эволюции i -й системы координат отражаются следующим произведением матриц:

$$\begin{aligned}
E_{i-1,i}^{\Psi,\Theta,\varphi} &= E_{i-1,i}^{Z\Psi} \cdot E_{i-1,i}^{X\Theta} \cdot E_{i-1,i}^{Z\varphi} = \\
&= \begin{vmatrix} C\Psi_i & -S\Psi_i & 0 & 0 \\ S\Psi_i & C\Psi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\Theta_i & -S\Theta_i & 0 \\ 0 & S\Theta_i & C\Theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C\varphi_i & -S\varphi_i & 0 & 0 \\ S\varphi_i & C\varphi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= \begin{vmatrix} C\Psi_i C\varphi_i - S\Psi_i C\Theta_i S\varphi_i & -C\Psi_i S\varphi_i - S\Psi_i C\Theta_i C\varphi_i & S\Psi_i S\Theta_i & 0 \\ S\Psi_i C\varphi_i + C\Psi_i C\Theta_i S\varphi_i & -S\Psi_i S\varphi_i + C\Psi_i C\Theta_i C\varphi_i & -C\Psi_i S\Theta_i & 0 \\ S\Theta_i S\varphi_i & S\Theta_i C\varphi_i & C\Theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.
\end{aligned}$$

Для определения углов Эйлера можно использовать ранее изложенный алгоритм решения прямой задачи кинематики с той разницей, что на заключительном этапе должны быть вычислены значения углов Эйлера из сопоставления соответствующих элементов матриц $T_{i-1,i}$ и $E_{i-1,i}$, а именно:

1) Рассчитываем матрицу $T_{i-1,i}$, в результате становятся известными численные значения ее элементов.

$$T_{i-1,i} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & C(y_{i-1} \wedge z_i) & a_{24} \\ a_{31} & C(z_{i-1} \wedge y_i) & C(z_{i-1} \wedge z_i) & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

2) Сопоставим те элементы матриц $T_{i-1,i}$ и $E_{i-1,i}$, которые наиболее просто позволяют определить углы Эйлера, а именно:

$$a_{33} = C\Theta_i; \Theta_i = \arccos a_{33};$$

$$a_{23} = -\cos\Psi_i \sin\Theta_i; \Psi_i = \arccos(-a_{23} / \sin\Theta_i);$$

$$a_{32} = -\sin\Theta_i \cdot \cos\varphi_i; \varphi_i = \arccos(a_{32} / \sin\Theta_i).$$

Вопросы к лекции 4:

1. Каким образом соотносятся специальные системы координат Денавита-Хартенберга с исследованием кинематики манипуляционных систем?
2. Каким образом назначаются номера кинематических звеньев и кинематических пар в манипуляторе по правилам Денавита-Хартенберга?
3. Каким образом назначаются оси Z_i и определяются начало координат и направление оси абсцисс специальных систем координат Денавита-Хартенберга для промежуточных и конечных звеньев манипуляторов?
4. Что представляют собой преобразования Денавита-Хартенберга для манипулятора?
5. Каким образом преобразования Денавита-Хартенберга записываются в матричной формуле?
6. Приведите результирующую матрицу перехода от $(i-1)$ -й кинематической пары к i -й.
7. Каким образом выражается положение i -го звена в абсолютном пространстве через элементы результирующей матрицы?
8. Назовите углы Эйлера, определяющие ориентацию i -го звена в системе координат $(i-1)$ -го звена.
9. С помощью каких элементов результирующей матрицы Эйлера целесообразно определять ориентацию одного звена относительно другого?

Лекция 5. Прямая задача кинематики манипуляционных систем с последовательной кинематикой

5.1. Обобщенные координаты манипуляционных систем. Таблица кинематических пар манипулятора

В принятых специальных системах координат ось Z_i всегда направлена:

- во вращательной кинематической паре по оси вращения;
- в поступательной паре параллельно направляющей кинематической пары.

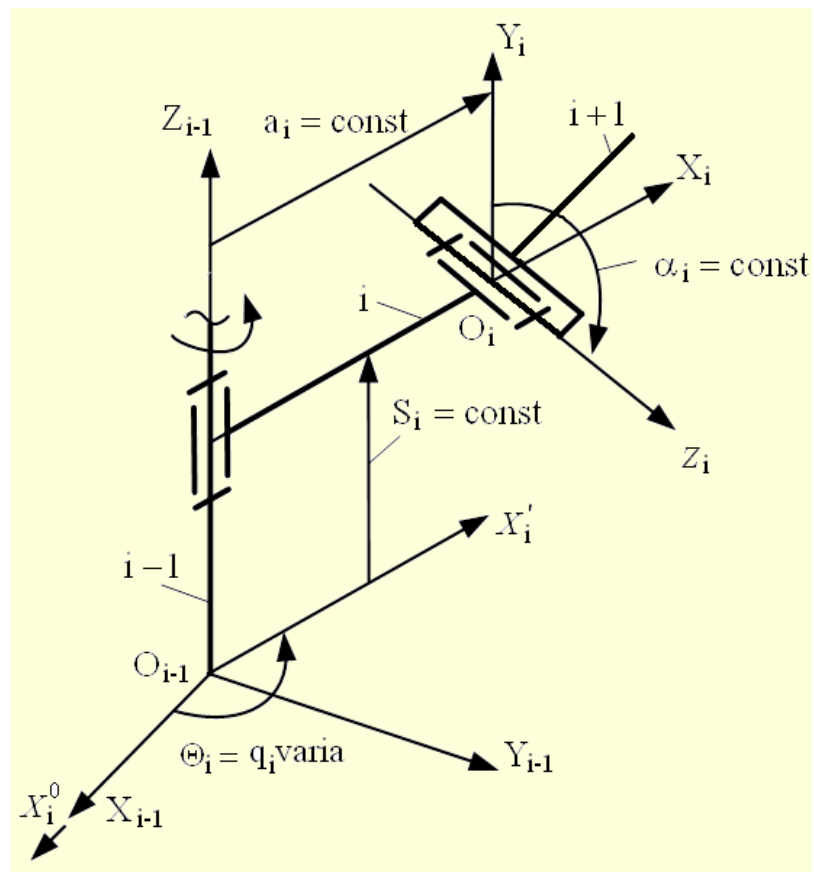
Напомним также, что положение i -го звена относительно $(i-1)$ -го определяется обобщенной координатой q_i ($i = 1, \dots, n$).

Если два звена соединены вращательной парой (рис. 5.1, а), то при вращении i -го звена относительно $(i-1)$ -го из четырех параметров Θ_i , S_i , a_i и α_i переменным будет параметр Θ_i , то есть во вращательной кинематической паре: $q_i = \Theta_i$, $S_i = \text{const}$, $a_i = \text{const}$, $\alpha_i = \text{const}$.

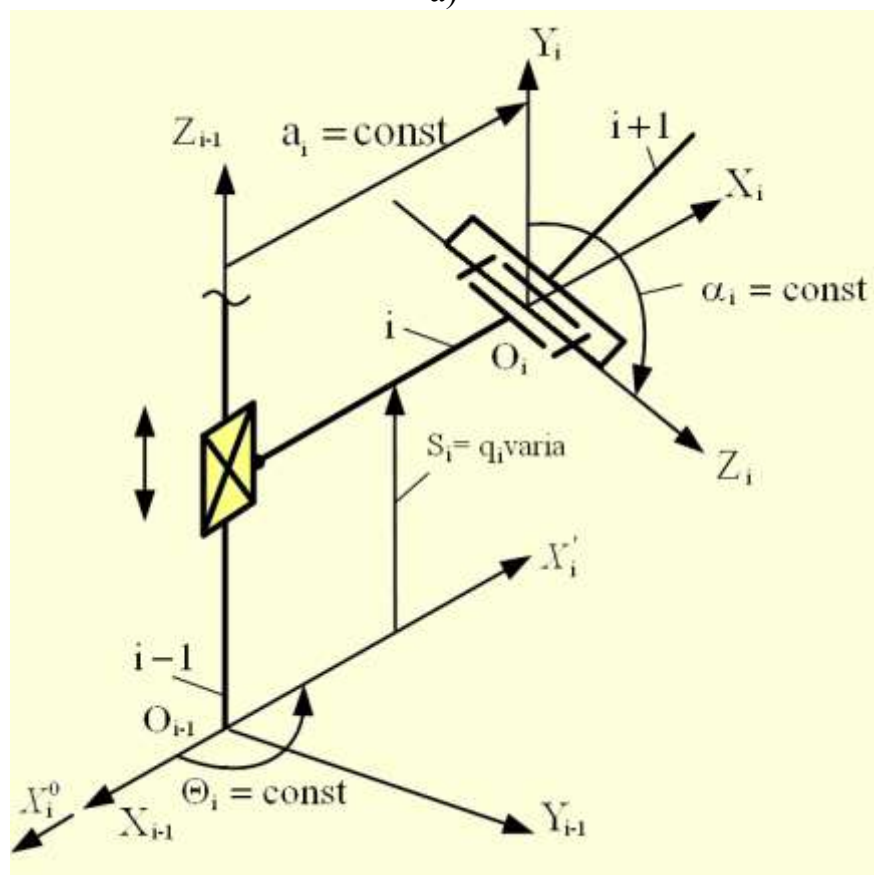
Если два звена соединены поступательной парой (рис. 5.1, б), то при перемещении i -го звена относительно $(i-1)$ -го из четырех параметров Θ_i , S_i , a_i и α_i переменным будет параметр S_i , то есть в поступательной паре:

$$q_i = S_i, \quad \Theta_i = \text{const}, \quad a_i = \text{const}, \quad \alpha_i = \text{const}.$$

Таким образом, из четырех параметров, ориентирующих i -ю систему координат, а следовательно, и i -е звено относительно $(i-1)$ -го при движении i -го звена относительно $(i-1)$ -го переменным будет один параметр Θ_i или S_i , а три остальных – постоянны.



а)



б)

Рисунок 5.1 – Обобщенные координаты манипулятора: а) вращательная;
б) поступательная кинематические пары

Для описания кинематики манипулятора целесообразно использовать специальную таблицу кинематических пар, в которой для конкретного манипулятора проставляются определенные значения параметров Θ_i , S_i , a_i , α_i , а переменные параметры, являющиеся обобщенными координатами, отражаются буквой q_i ($i = 1, \dots, n$).

Таблица кинематических пар манипулятора

Номер (i-1)-й кинематической пары	Тип (i-1)-й кинематической пары	Номер i-го подвижного звена	Параметры кинематической пары			
			Θ_i	S_i	a_i	α_i
0	вращательная или поступательная	1				
1		2				
.		.				
.		.				
.		.				
n-1		n				

Рассмотрим пример манипулятора, образованного последовательностью кинематических пар: вращательная — поступательная — вращательная (рис.5.2).

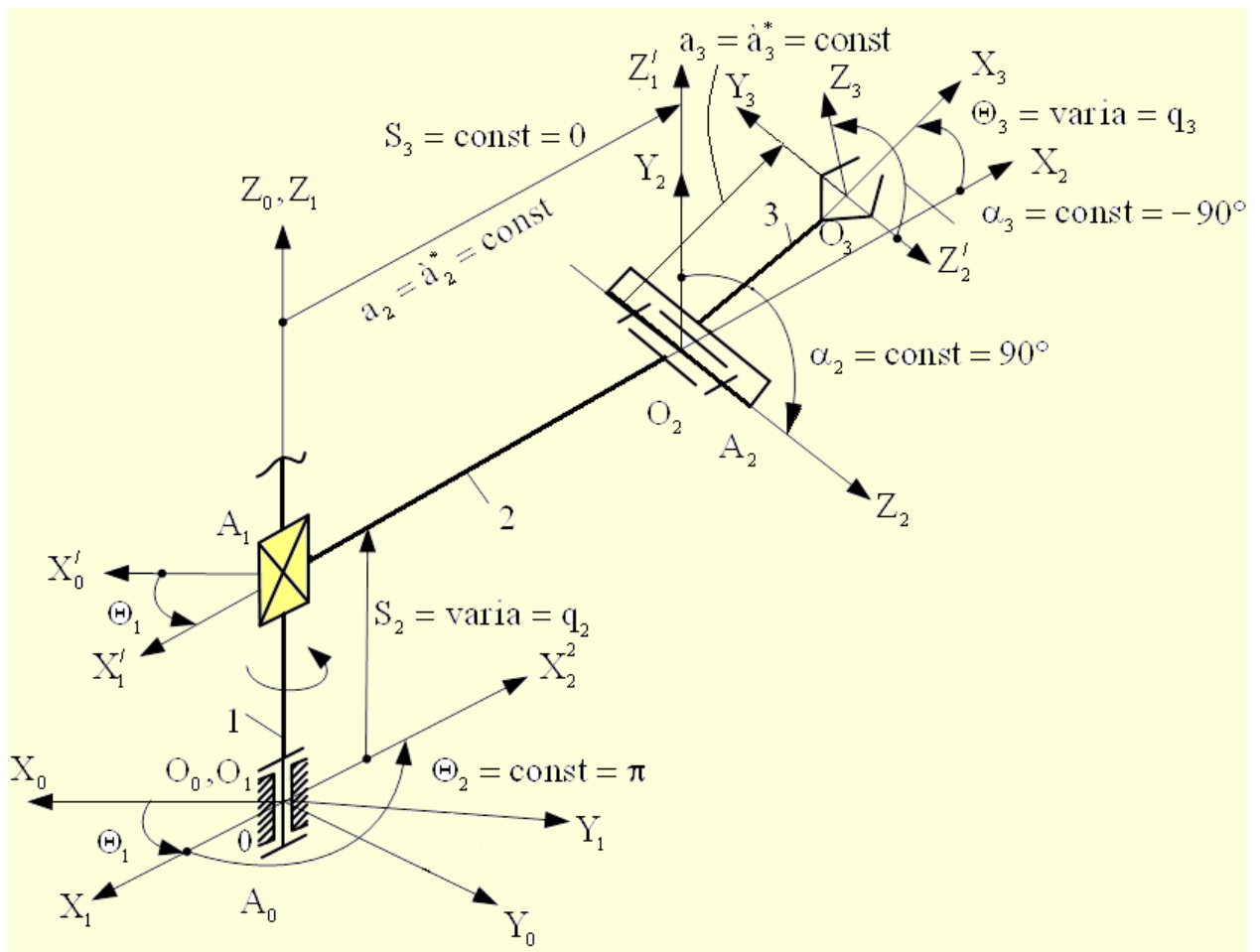


Рисунок 5.2 – Специальные системы координат звеньев манипулятора

Обоснуем выбор систем координат звеньев манипулятора.

Система $O_0X_0Y_0Z_0$ выбрана произвольно при обеспечении направления оси Z_0 по оси кинематической пары A_0 .

В системе $O_1X_1Y_1Z_1$: ось Z_1 направлена по направляющей кинематической пары A_1 и совмещена с осью Z_0 . Начало координат O_1 может быть выбрано в любой точке оси Z_1 – в нашем случае она совмещена с точкой O_0 . Поэтому $S_1 = a_1 = 0$, оси Z_0 и Z_1 совпадают, значит $\alpha_1 = 0$. Ось O_1X_1 направлена параллельно звену 2, поскольку так удобнее фиксировать поворот звена 2 совместно со звеном 1. Переменным является угол Θ_1 , так как звено 1 вращается относительно звена 0, следовательно, $q_1 = \Theta_1$.

Система координат $O_2X_2Y_2Z_2$ выбрана по ранее изложенному правилу: так как пара A_1 поступательная (звено 2 перемещается относительно звена 1),

то расстояние S_2 будет переменным, следовательно $q_2 = S_2$. Величины Θ_2 , a_2 и α_2 найдены по общему правилу: $\Theta_2 = \pi$, $\alpha_2 = 0,5\pi$, $a_3 = a_3^*$.

Система $O_3X_3Y_3Z_3$ выбрана по правилу, действующего для n -го (последнего) звена: начало O_3 координат назначено в центре A_3 схвата, ось X_3 направлена перпендикулярно оси Z_2 . Так как пара A_2 вращательная, то переменным параметром будет угол Θ_3 , следовательно, $q_3 = \Theta_3$. Параметры S_3 , a_3 и α_3 определяются по общему правилу: $S_3 = 0$ (так как после поворота оси X_2 на угол Θ_3 оси X_2 и X_3 совпали), $a_3 = a_3^*$, $\alpha_3 = -90^\circ$ и являются постоянными.

Примечание: a_2^* и a_3^* – некоторые фиксированные значения параметров a_2 и a_3 .

Заполним таблицу кинематических пар для данного манипулятора.

Номер(i-1)-й кинематической пары	Тип (i-1)-й кинематической пары	Номер i-го подвижного звена	Параметры кинематической пары			
			Θ_i	S_i	a_i	α_i
0	Вращательная	1	q_1	0	0	0
1	Поступательная	2	π	q_2	a_2^*	$0,5\pi$
2	Вращательная	3	q_3	0	a_3^*	$-0,5\pi$

5.2. Расчет положения схвата в пространстве абсолютных координат

Прямая задача кинематики манипуляторов заключается, как отмечалось, в определении положения его звеньев в неподвижной (инерциальной) системе координат по известным значениям обобщенных координат и при известных значениях кинематических размеров звеньев.

Важным частным видом прямой задачи кинематики манипулятора является определение положения его схвата, закрепленного на последнем n -м звене манипулятора.

Положение схвата в неподвижной системе координат будет определено полностью, если будут известны координаты его центра A_n и ориентация последнего n -го звена в неподвижной системе координат. В нашем случае, когда в центр A_n схвата помещено начало n -й системы координат, для определения положения и ориентации схвата достаточно определить координаты начала n -й системы координат в системе координат, связанной с 0 -м звеном.

Запишем формулу (3.2) для n звеньев, как бы «потясь» от звена n к звену 0 .

$$\begin{aligned} R_{n-1,n} &= T_{n-1,n} \cdot R_{nn}, \\ R_{n-2,n} &= T_{n-2,n-1} \cdot R_{n-1,n}, \\ &\dots\dots\dots, \\ R_{1,n} &= T_{1,2} \cdot R_{2n}, \\ R_{0,n} &= T_{0,1} \cdot R_{1,n}. \end{aligned}$$

Подставив в последнее равенство последовательно все предыдущие, получим

$$R_{0n} = T_{01} \cdot T_{12} \dots T_{n-1,n} \cdot R_{nn}$$

или в более общем виде

$$R_{0n} = T_{0n} \cdot R_{nn}, \quad (5.1)$$

где

$$T_{0n} = T_{01} \cdot T_{12} \dots T_{i-1,i} \dots T_{n-1,n}. \quad (5.2)$$

Каждый элемент матрицы T_{0n} содержит информацию о взаиморасположении системы координат $O_n X_n Y_n Z_n$ в неподвижной системе координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$:

$$T_{0n} = \begin{vmatrix} a_{11}^{0n} & a_{12}^{0n} & a_{13}^{0n} & a_{14}^{0n} \\ a_{21}^{0n} & a_{22}^{0n} & a_{23}^{0n} & a_{24}^{0n} \\ a_{31}^{0n} & a_{32}^{0n} & a_{33}^{0n} & a_{34}^{0n} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Обратим внимание на важное обстоятельство: начало координат n -го звена совпадает с центром схвата $x_{nn} = y_{nn} = z_{nn} = 0$. Следовательно:

$$R_{nn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, первые три элемента 4-го столбца матрицы T_{0n} , а именно элементы $a_{14}^{0n}, a_{24}^{0n}, a_{34}^{0n}$ представляют собой координаты центра схвата. Это объясняется еще и тем, что эти элементы являются координатами, которые отражают смещение (перенос) начала координат n -ой системы относительно 0-й неподвижной системы координат.

В нашем же случае начало координат n -й системы и центр схвата A_n как отмечалось, совпадают, что и подтверждают равенства:

$$x_{0n} = a_{14}^{0n}, \quad y_{0n} = a_{24}^{0n}, \quad z_{0n} = a_{34}^{0n}.$$

Матрица T_{0n} по структуре полностью аналогична любой матрице $T_{i-1,i}$ (4.1).

Значит, как и в матрице $T_{i-1,i}$, 1-й элемент 2-го столбца и первые два элемента 3-го столбца будут являться направляющими косинусами осей z_n и y_n относительно осей x_0 и y_0 , а именно:

$$\cos(x_0 \wedge z_n) = a_{13}^{0n};$$

$$\cos(y_0 \wedge z_n) = a_{23}^{0n};$$

$$\cos(x_0 \wedge y_n) = a_{12}^{0n}.$$

Теперь можно определить углы между соответствующими осями:

$$x_0 \wedge z_n = \arccos a_{13}^{0n};$$

$$y_0 \wedge z_n = \arccos a_{23}^{0n};$$

$$x_0 \wedge y_n = \arccos a_{12}^{0n}.$$

Перепишем матрицу T_{0n} , опустив верхние индексы:

$$T_{0n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Заметим, что положение схвата в пространстве (координаты его центра A_n и ориентацию n -го звена) мы определяем шестью наддиагональными элементами матрицы T_{0n} . Таким образом, шесть наддиагональных элементов матрицы T_{0n} дают полную информацию о положении схвата в пространстве.

Следовательно, отпадает необходимость в использовании формулы (5.1), а достаточно использовать выражение (5.3) в виде:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = T_{0,1} \cdot T_{1,2} T_{2,3} \cdots T_{n-1,n}. \quad (5.4)$$

и воспользоваться наддиагональными элементами a_{12} , a_{13} , a_{23} и a_{14} , a_{24} , a_{34} .

5.3. Определение взаиморасположений промежуточных звеньев манипулятора

Для определения положения любого промежуточного i -го звена манипулятора относительно стойки надо перемножить соответствующее число первых слева матриц перехода, то есть воспользоваться выражением

$$T_{0,i} = \begin{vmatrix} - & a_{12}^{0i} & a_{13}^{0i} & a_{14}^{0i} \\ - & - & a_{23}^{0i} & a_{24}^{0i} \\ - & - & - & a_{34}^{0i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = T_{01} \cdot T_{12} \cdots T_{i-1,i}.$$

Наддиагональные элементы дадут искомое решение.

Можно также определить положение любого m -го звена относительно k -го звена ($k < m$) по формуле:

$$T_{k,m} = T_{k,k+1} \cdot T_{k+1,k+2} \cdots T_{m-1,m}.$$

Заметим, что в силу закона ассоциативности исходные матрицы – сомножители, записанные в порядке возрастания номеров звеньев и пар манипулятора, можно перемножать как справа налево, так и слева направо.

Перемножение справа налево более наглядно, т.к. последовательно координаты схвата пересчитываются в предыдущие системы координат: «счет пятясь». Так удобно умножать, когда определяется положение только схвата.

Перемножение слева направо позволяет попутно определить положения всех промежуточных звеньев. Для этого достаточно лишь обеспечить в ходе вычислительного процесса запоминание (сохранение) наддиагональных элементов матриц, получаемых как промежуточные при расчете.

Вопросы к лекции 5:

1. В каких случаях и какие параметры кинематических пар выступают в роли обобщенных координат?
2. Каким образом составляется таблица кинематических пар манипулятора?
3. Приведите последовательность расчета положения схвата в абсолютном пространстве на основе матриц перехода 4×4 .
4. С помощью каких элементов результирующей матрицы определяется положение схватов в пространстве?
5. Каким образом можно определить положение в пространстве промежуточных звеньев манипулятора относительно стойки?
6. Каким образом можно определить положение одного промежуточного звена относительно другого промежуточного звена?

Лекция 6. Решение прямой задачи кинематики при позиционном управлении

Позиционное управление обеспечивает движение схвата от одной фиксированной точки к другой с остановкой в каждой точке. Поэтому с теоретической точки зрения достаточно рассмотреть движение между двумя сосед-

ними точками, одну из которых можно считать начальной (точка, в которой схват находится в данное время), а другую – конечной – куда схват должен переместиться.

При позиционном управлении таких точек обычно более 2-х.

Цикловое управление является частным случаем позиционного. При цикловом управлении задается две точки позиционирования, находящиеся, как правило, на значительном расстоянии друг от друга: место хранения заготовок – рабочая зона станка. На данном этапе будем считать, что для решения прямой задачи при позиционном управлении известны координаты начальной и конечной точек схвата в неподвижной системе координат, связанной с неподвижным (0-м) звеном манипулятора. И главное, будем считать, что известны значения обобщенных координат, соответствующих начальному и конечному положениям схвата. Например, для двухподвижного манипулятора (рис. 6.1) должны быть известны значения:

$$q_1^H = \Theta_1^H; \quad q_1^K = \Theta_1^K; \quad q_2^H = \Theta_2^H; \quad q_2^K = \Theta_2^K.$$

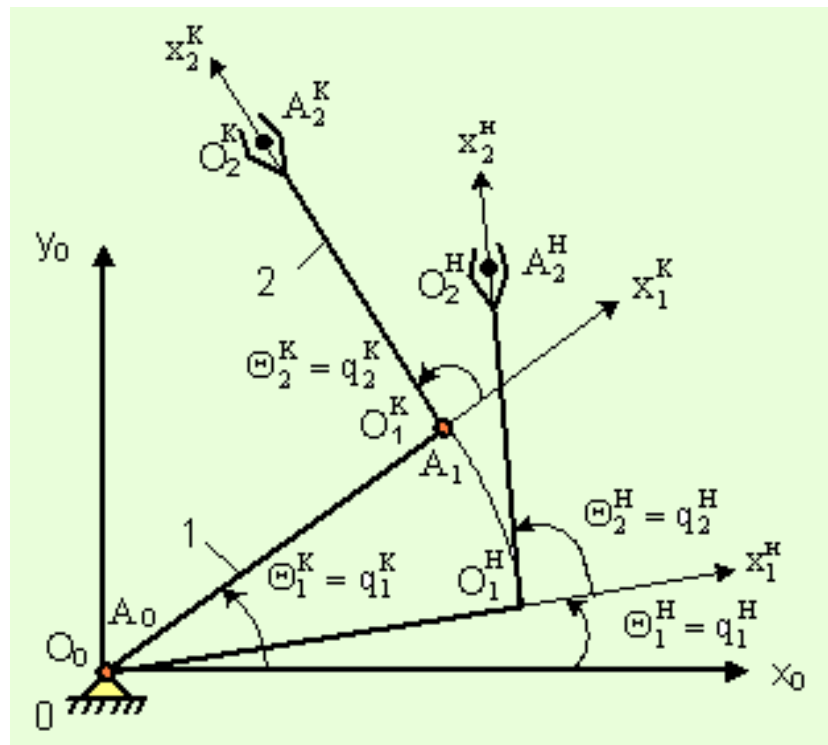


Рисунок 6.1 – Двухподвижный манипулятор

Прямая задача кинематики в этом случае разделяется на две подзадачи:

1-я подзадача: планирование траекторий в пространстве обобщенных координат. Эта подзадача сводится к определению положения одного звена относительно предшествующего ему звена, то есть к определению обобщенных координат в функции времени:

$$q_i = q_i(t), \quad (i=1, \dots, n).$$

2-я подзадача заключается в определении траектории движения схвата и его ориентации в пространстве (а при необходимости и всех других характерных точек звеньев) при его движении от начальной точки к конечной. Эта подзадача является, по сути, задачей анализа траектории схвата с целью выяснения допустимости этой траектории по геометрическим, кинематическим и динамическим параметрам.

6.1. Синтез законов движения по обобщенным координатам манипулятора (первая подзадача)

Решение 1-й подзадачи начинается с выбора общего вида закона движения звеньев по обобщенной координате.

Наибольшее распространение получили два закона движения: прямоугольный и синусоидальный законы движения (названия даны по виду диаграмм ускорений).

Для прямоугольного закона характерно минимально возможные при данной длительности интервалов разгона и торможения значения ускорений, а, следовательно, и сил инерций при движении одного звена относительно другого. Однако в начале и конце интервалов разгона и торможения возникают так называемые «мягкие» удары, связанные с мгновенным изменением в указанные моменты инерционных воздействий (сил или моментов сил инерций).

При движении i -го звена относительно $(i-1)$ -го по прямоугольному закону (рис. 6.2) i -е звено на интервале t_p разгоняется под действием прилагаемого усилия, развивающего постоянное ускорение \ddot{q}_i . При достижении скорости $\dot{q}_i^П$ ускорение принимает значение, равное 0, а усилие привода тратится на преодоление сил трения.

На интервале торможения работают устройства торможения, которые развивают силовое воздействие для обеспечения отрицательного ускорения \ddot{q}_i^T .

Длительности интервалов разгона t_{pi} , движения с постоянной скоростью $t_{\Pi i}$ и торможения t_{Ti} связаны зависимостью

$$t_{pi} + t_{\Pi i} + t_{Ti} = T,$$

где T – заданное время движения от начальной точки к конечной. Поэтому произвольно можно назначать лишь длительности двух интервалов, например: t_{pi} и t_{Ti} . Для обеспечения наибольшего быстродействия робота следует принять

$$t_{pi} = t_{Ti} = 0,5T.$$

В этом случае в первую половину интервала движение i -го звена будет равно ускоренным, а во вторую – равно замедленным.

6.1.1. Синтез прямоугольного закона движения из физических предпосылок

Так как в конце интервала разгона и в начале интервала торможения скорость i -го звена одинакова, то

$$\ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} = \ddot{q}_i^T \cdot t_{Ti},$$

значит

$$\ddot{q}_i^T = \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} / t_{Ti}. \quad (6.1)$$

При выбранных длительностях интервалов разгона и торможения необходимо найти такую величину ускорения \ddot{q}_i^P , при которой бы звено за заданное время T переместилось из начальной точки в конечную, т.е. прошло бы заданный путь q_i^H .

По графику перемещения i -го звена (рис. 6.2) можно записать уравнение связи:

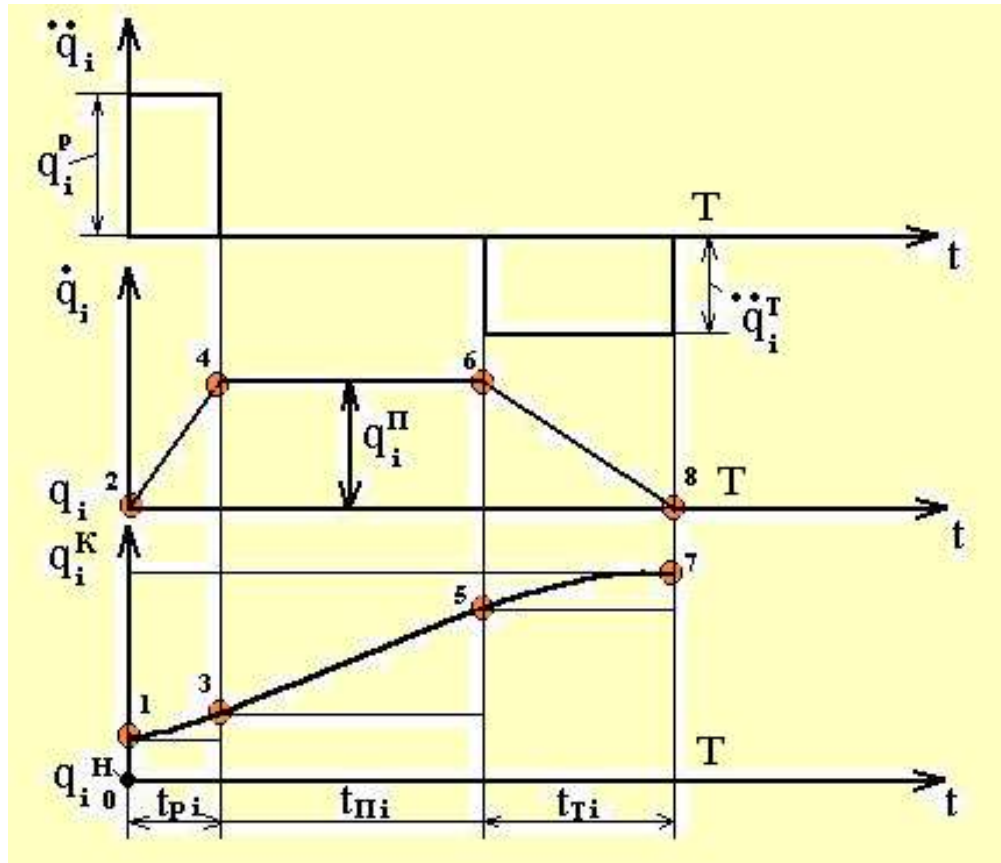


Рисунок 6.2 – Закон движения – прямоугольное ускорение

$$0,5 \cdot \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi}^2 + \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} \cdot t_{\Pi i} + 0,5 \cdot \ddot{q}_i^T \cdot t_{Ti}^2 = q_i^K - q_i^H, \quad (i = 1, \dots, n).$$

Откуда с учетом зависимости (6.1) получим

$$\ddot{q}_i^P = (q_i^K - q_i^H) / \left[\left(0,5 \cdot t_{pi} + t_{\Pi i} + 0,5 \cdot t_{Ti} \right) \cdot t_{pi} \right].$$

После определения обобщенных ускорений \ddot{q}_i^P и \ddot{q}_i^T по известным зависимостям можно определить обобщенные скорости \dot{q}_i и обобщенные координаты i -го звена в любой момент времени:

– участок разгона ($0 \leq t \leq t_{pi}$):

$$\dot{q}_i = \ddot{q}_i^P \cdot t;$$

$$q_i = q_i^H + 0,5 \cdot \ddot{q}_i^P \cdot t^2;$$

– участок движения с постоянной обобщенной скоростью
($t_{pi} < t \leq t_{pi} + t_{\Pi i}$):

$$\dot{q}_i = \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} = \text{const};$$

$$q_i = q_i^H + 0,5 \cdot \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi}^2 + \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} \cdot (t - t_{pi});$$

– участок торможения ($t_{pi} + t_{\Pi i} < t \leq T$):

$$\dot{q}_i = \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} - \ddot{q}_i^T \cdot (t - t_{pi} - t_{\Pi i});$$

$$q_i = q_i^H + 0,5 \cdot \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi}^2 + \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} \cdot t_{\Pi i} + \\ + \ddot{q}_i^P \cdot t_{pi} \cdot (t - t_{pi} - t_{\Pi i}) - 0,5 \cdot \ddot{q}_i^T \cdot (t - t_{pi} - t_{\Pi i})^2.$$

Итак, получены зависимости $q_i = q_i(t)$ при $0 \leq t \leq T$ ($i=1, \dots, n$), подставляя которые в (5.4) можно определить траекторию схвата.

6.1.2. Синтез прямоугольного закона как сплайн-функции

Выше получен закон движения, исходя, как отмечалось, из физических представлений. Подойдем к синтезу этого закона чисто формально.

Полученный закон движения представляет собой простейший пример использования сплайн-функций для описания относительного движения звеньев по обобщенной координате. Рассмотрим полученную функцию именно как сплайн-функцию, то есть кусочно-непрерывную функцию, составленную из нескольких отрезков некоторых непрерывных функций: графики требуемой функции должны пройти через восемь фиксированных точек (рис. 6.2), которые можно использовать в качестве условий проектирования закона движения. Для их удовлетворения надо в аналитическом выражении иметь восемь свободных коэффициентов. Тогда:

– для 1-го участка ($0 \leq t \leq t_p$)

$$q_i^P(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0;$$

– для 2-го участка ($t_p < t \leq t_p + t_{\Pi}$)

$$q_i^{\Pi}(t) = b_1 t + b_0;$$

– для 3-го участка ($t_p + t_{\Pi} < t \leq T$)

$$q_i^T(t) = c_2 t^2 + c_1 t + c_0.$$

Сформируем граничные условия:

$$t = 0: \quad 1) q^P(0) = q^H; \quad 2) \dot{q}^P(0) = 0;$$

$$t = t_p: \quad 3) q^P(t_p) = q^{\Pi}(t_p); \quad 4) \dot{q}^P(t_p) = \dot{q}^{\Pi}(t_p);$$

$$t = t_p + t_{\Pi}: \quad 5) q^{\Pi}(t_p + t_{\Pi}) = q^T(t_p + t_{\Pi}); \quad 6) \dot{q}^{\Pi}(t_p + t_{\Pi}) = \dot{q}^T(t_p + t_{\Pi});$$

$$t = T: \quad 7) q^T(T) = q^K; \quad 8) \dot{q}^T(T) = 0.$$

Подставляя значения обобщенных координат, скоростей и ускорений на границах участков в полиномы, выражающие законы движения и в их производные, получим после преобразований и решения соответствующей системы уравнений:

$$\dot{q}^{\Pi} = b_1 = \frac{q^K - q^H}{0,5 \cdot t_p + t_{\Pi} + 0,5 \cdot t_T};$$

$$\ddot{q}^P = 2a_2 = \frac{b_1}{t_p} = \frac{q^K - q^H}{(0,5 \cdot t_{pi} + t_{\Pi} + 0,5 \cdot t_{Ti}) \cdot t_{pi}}.$$

Из чисто формальных соображений получены те же самые основные зависимости.

Заметим, что по различным степеням подвижности значения интервалов разгона, движения с постоянной скоростью и торможения в общем случае могут быть различными.

6.1.3. Синтез синусоидального безударного закона движения

Для обеспечения более плавной безударной работы привода i -го звена используют законы движения, в которых ускорение плавно изменяется от нуля в начале интервала разгона до некоторой максимальной величины, а затем плавно убывает до нуля.

Одним из наиболее распространенных законов такого типа является синусоидальный закон (рис. 6.3).

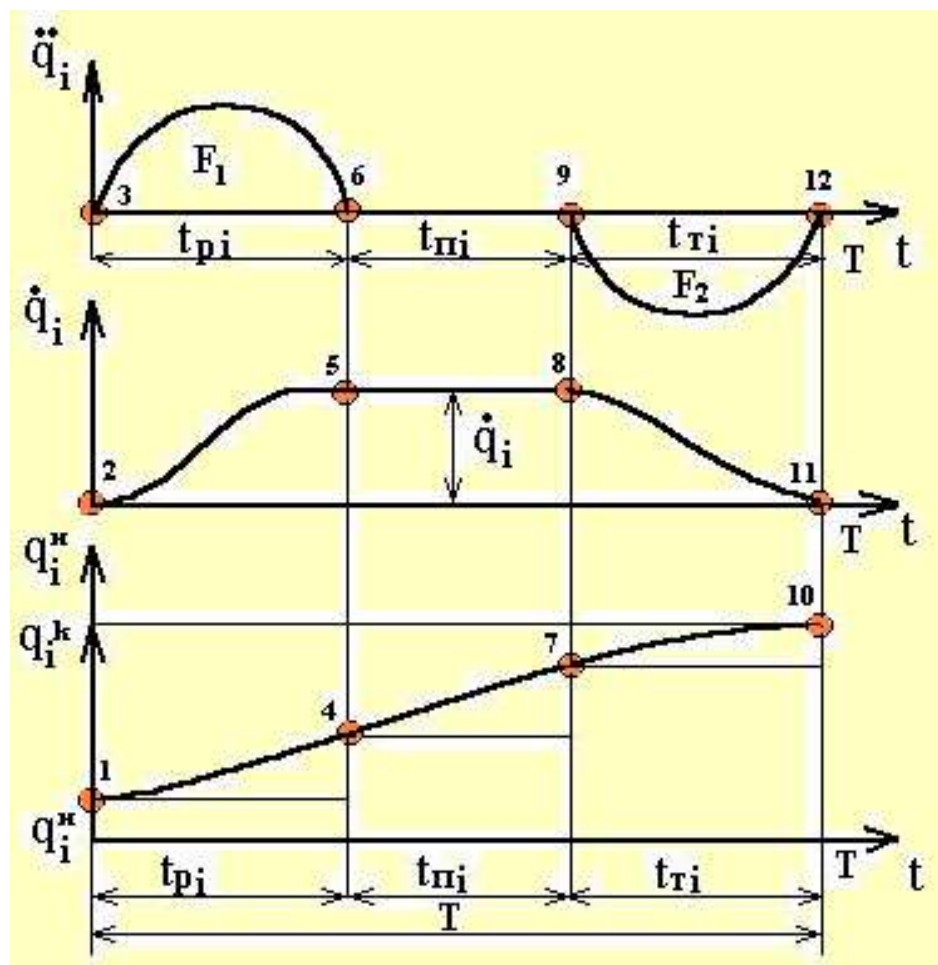


Рисунок 6.3 – Синусоидальный закон движения

Для установления зависимостей между длительностями интервалов, величинами обобщенных ускорений, скоростей и перемещений здесь удобно использовать диаграмму обобщенных скоростей $\dot{q}_i(t)$:

$$\dot{q}_i(t) = \begin{cases} 0,5 \cdot \dot{q}_i^{\Pi} \left[1 - \cos \frac{\pi t}{t_{pi}} \right] & \text{при } 0 \leq t \leq t_{pi}; \\ \dot{q}_i^{\Pi} & \text{при } t_{pi} < t \leq t_{pi} + t_{ni}; \\ 0,5 \cdot \dot{q}_i^{\Pi} \left[1 + \cos \frac{\pi(t - t_{pi} - t_{ni})}{T - t_{pi} - t_{ni}} \right] & \text{при } t_{pi} + t_{ni} < t \leq T. \end{cases}$$

Интегрируя эту зависимость от 0 до T и приравнивая результат к перемещению по обобщенной координате q_i , равному $q_i^K - q_i^H$, находится постоянная интегрированная $\dot{q}_i^{\Pi} = \text{const}$, а после этого и зависимость $q_i(t)$ для каждого участка движения.

Дифференцируя выражение для обобщенной скорости $\dot{q}_i(t)$, можно определить обобщенные ускорения $\ddot{q}_i(t)$.

Полученные законы движения являются по сути сплайн-функциями, то есть функциями, составленными из отрезков нескольких простейших функций, имеющих касание друг с другом того или иного порядка. При необходимости можно самим сконструировать подходящий закон движения.

6.1.4. Синтез безударного закона на основе сплайн-функций

В качестве другого безударного закона движения может быть использован закон движения, близкий по характеристикам к синусоидальному, но представляющий собой полиномиальную сплайн-функцию.

Запишем граничные условия для 12-ти характерных точек этого закона движения (рис.6.3):

$$t = 0: \quad 1) q^P(0) = q^H; \quad 2) \dot{q}^P(0) = 0; \quad 3) \ddot{q}^P(0) = 0;$$

$$t = t_p: \quad 4) q^P(t_p) = q^{\Pi}(t_p); \quad 5) \dot{q}^P(t_p) = \dot{q}^{\Pi}(t_p); \quad 6) \ddot{q}^P(t_p) = 0;$$

$$\begin{aligned}
t = t_p + t_{\Pi}: \quad & 7) \, q^{\Pi}(t_p + t_{\Pi}) = q^T(t_p + t_{\Pi}); \quad 8) \, \dot{q}^{\Pi}(t_p + t_{\Pi}) = \dot{q}^T(t_p + t_{\Pi}); \\
& 9) \, \ddot{q}^{\Pi}(t_p + t_{\Pi}) = \ddot{q}^T(t_p + t_{\Pi}); \\
t = T: \quad & 10) \, q^{\Pi}(T) = q^K; \quad 11) \, \dot{q}^{\Pi}(T) = 0; \quad 12) \, \ddot{q}^{\Pi}(T) = 0.
\end{aligned}$$

В соответствии с распределением граничных условий по интервалам движения можно определить требуемые степени полиномов, необходимые для выполнения перечисленных граничных условий, а именно:

на 1-м и 3-м интервалах движения необходимы полиномы 4-й степени, а на 2-м – полином 1-ой степени.

Представим упомянутые полиномы в следующем виде:

1-й участок (участок разгона):

$$q_i^p(t) = a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0;$$

2-й участок (участок движения с постоянной скоростью):

$$q_i^{\Pi}(t) = b_1 t + b_0;$$

3-й участок (участок торможения):

$$q_i^T(t) = c_4 t^4 + c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t + c_0.$$

Как видно, сумма свободных коэффициентов 3-х представленных выше полиномов равна числу граничных условий. Следовательно, свободные коэффициенты $a_4, \dots, a_0, b_1, b_0, c_4, \dots, c_0$ могут быть найдены из соответствующей системы уравнений, составленной на основе граничных условий. Заметим, что коэффициенты a_0, a_1 и a_2 легко определяются по первым трем граничным условиям при $t = 0$; $a_0 = a^H$; $a_1 = 0$; $a_2 = 0$.

Остальные девять свободных коэффициентов должны быть определены для каждой степени подвижности из системы уравнений, полученных в соответствии с граничными условиями от 4-го до 12-го.

6.2. Расчет закона движения схвата в абсолютной системе координат (вторая подзадача)

Вторая подзадача решается с использованием зависимости (5.4) с учетом того, что в каждой матрице $T_{i-1,i}$ элементы являются функциями одной обобщенной координаты q_i :

$$q_i(t) = \begin{cases} \theta_i(t) & \text{если пара вращательная;} \\ S_i(t) & \text{если пара поступательная.} \end{cases}$$

Перепишем выражение (5.2) в виде

$$T_{0n}(q_1, \dots, q_n; t) = T_{01}[q_1(t)] \cdot T_{12}[q_2(t)] \dots T_{n-1,n}[q_n(t)],$$

из которого в соответствии с (5.4) определим значения шести наддиагональных элементов.

$$\begin{vmatrix} - & a_{12}(t) & a_{13}(t) & a_{14}(t) \\ - & - & a_{23}(t) & a_{24}(t) \\ - & - & - & a_{34}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = T_{01}[q_1(t)] \cdot T_{12}[q_2(t)] \dots T_{n-1,n}[q_n(t)].$$

Понятно, что каждый из наддиагональных элементов есть также функция обобщенных координат и времени, то есть

$$a_{k,l} = a_{k,l}(q_1, \dots, q_n; t), \quad k=1,2,3; \quad l=2,3,4.$$

Таким образом, решение 2-ой подзадачи - есть решение основной прямой задачи кинематики манипулятора и она решается по изложенному ранее алгоритму при известных, как результат выполнения 1-й подзадачи, зависимостях

$$q_i = q_i(t); \quad 0 \leq t \leq T.$$

Вопросы к лекции 6:

1. Получите прямоугольный (по диаграмме ускорений) закон движения по обобщенным координатам из физических предпосылок.
2. Получите прямоугольный закон движения по обобщенным координатам как сплайн-функцию.
3. Синтезируйте синусоидальный закон движения по обобщенным координатам.
4. Синтезируйте полиномиальный безударный закон движения по обобщенным координатам как сплайн-функцию.
5. Каким образом решается прямая задача кинематики – рассчитывается закон движения схвата в инерциальной системе координат – по известным законам движения по обобщенным координатам?

Лекция 7. Определение абсолютных скоростей точек звеньев манипулятора

После того как принят закон изменения обобщенных координат $q_i(t)$, можно в соответствии с изложенным ранее матричным методом определить положение схвата и любого другого звена манипулятора в пространстве, т.е. определить координаты их характерных точек и ориентацию как функцию времени.

Запишем вновь выражение (5.1): $R_{0n} = T_{0n} \cdot R_{nn}$.

Тогда

$$\dot{R}_{0n} = \frac{dR_{0n}}{dt} = \frac{dT_{0n}}{dt} \cdot R_{nn} + T_{0n} \cdot \frac{dR_{nn}}{dt}.$$

Так как $\frac{dR_{nn}}{dt} = 0$, то $\dot{R}_{0n} = \frac{dT_{0n}}{dt} \cdot R_{nn}$ или $\dot{R}_{0n} = \dot{T}_{0n} \cdot R_{nn}$.

С формальной точки зрения назначение вектора столбца $R_{nn} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ заключается в выделении из матрицы 4×4 подобного ему вектора-столбца, в основе которого будет четвертый столбец матрицы \dot{T}_{0n} .

Поэтому можно записать с учетом того, что по четвертой дополнительной координате скорость равна 0.

$$\dot{R}_{0n} = \begin{bmatrix} \dot{a}_{11} & \dot{a}_{12} & \dot{a}_{13} & \dot{x}_{0n} \\ \dot{a}_{21} & \dot{a}_{22} & \dot{a}_{23} & \dot{y}_{0n} \\ \dot{a}_{31} & \dot{a}_{32} & \dot{a}_{33} & \dot{z}_{0n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{0n} \\ \dot{y}_{0n} \\ \dot{z}_{0n} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, для определения линейных скоростей точек манипулятора и, в частности схвата, достаточно взять производную по времени от соответствующей матрицы перехода и выделить в ней четвертый столбец.

Найдем производную матрицы перехода как производную произведения:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{0n}}{dt} &= \dot{T}_{01} \cdot \frac{dq_1}{dt} \cdot T_{12} \cdot T_{23} \dots T_{i-1,i} \dots T_{n-1,n} + \\ &+ T_{01} \cdot \dot{T}_{12} \cdot \frac{dq_2}{dt} \cdot T_{23} \dots T_{i-1,i} \dots T_{n-1,n} + \dots + \\ &+ T_{01} \cdot T_{12} \cdot T_{23} \dots \dot{T}_{i-1,i} \cdot \frac{dq_i}{dt} \dots T_{n-1,n} + \\ &+ T_{12} \cdot T_{23} \cdot T_{34} \dots T_{i-1,i} \dots \dot{T}_{n-1,n} \cdot \frac{dq_n}{dt}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Если бы имелись аналитические выражения для каждого элемента результирующей матрицы перехода, то достаточно было бы продифференцировать по времени эти элементы и получить абсолютные скорости по каждой координате X,Y,Z. Однако обычно располагают только частными результирующими матрицами перехода, перемножая которые определяют координаты необходимых точек манипулятора и ориентацию его звеньев.

Если разрабатывается система управления для конкретного манипулятора, то в некоторых случаях можно провести преобразования и

перейти к конкретным аналитическим выражениям. Но это должно оцениваться в каждом конкретном случае: либо целесообразно сокращать затраты времени проектировщиков, либо машинное время при управлении роботом.

После того, как определены скорости по трем координатам, можно рассчитать полную абсолютную скорость требуемых точек звеньев манипулятора, и, в частности, центра схвата.

$$V_{0n} = \sqrt{\dot{x}_{0n}^2 + \dot{y}_{0n}^2 + \dot{z}_{0n}^2}.$$

Так как при исследовании кинематики манипуляторов используются специальные системы координат и перемещение i -го звена относительно $(i-1)$ -го всегда происходит по оси Z_{i-1} либо вокруг нее, то расчет производных от исходных матриц перехода кинематических пар несколько упрощается: чтобы продифференцировать матрицу перехода кинематической пары достаточно ее умножить слева на матрицу дифференцирования $\Omega_{i-1,i}$:

$$\Omega_{i-1,i} = \begin{cases} \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} & \text{— если } i \text{ - я кинематическая пара вращательная;} \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} & \text{— если } i \text{ - я кинематическая пара поступательная,} \end{cases}$$

то есть

$$\frac{dT_{i-1,i}}{dt} = \Omega_{i-1,i} \cdot T_{i-1,i} \cdot \frac{dq_i}{dt}.$$

Тогда выражение (7.1) примет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dT_{0n}}{dt} &= \Omega_{01} \cdot T_{01} \cdot \frac{dq_1}{dt} \cdot T_{12} \cdots T_{n-1,n} + \cdots + \\ &+ T_{01} \cdot T_{12} \cdots \Omega_{i-1,i} \cdot T_{i-1,i} \cdot \frac{dq_i}{dt} \cdots T_{n-1,n} + \cdots + \\ &+ T_{12} \cdot T_{23} \cdots T_{i-1,i} \cdots \Omega_{n-1,n} \cdot T_{n-1,n} \cdot \frac{dq_n}{dt}.\end{aligned}$$

Пример:

Пусть матрица перехода будет иметь вид (поворот вокруг оси Z_{i-1}):

$$T_{i-1,i}^{Z\Theta} = \begin{vmatrix} C\Theta_i & -S\Theta_i & 0 & 0 \\ S\Theta_i & C\Theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Тогда по правилу дифференцирования матриц

$$\frac{dT_{i-1,i}^{Z\Theta}}{dt} = \begin{vmatrix} -S\Theta_i & -C\Theta_i & 0 & 0 \\ C\Theta_i & -S\Theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{d\Theta_i}{dt}.$$

С использованием матрицы дифференцирования $\Omega_{i-1,i}$ для вращательной кинематической пары:

$$\begin{aligned}\frac{dT_{i-1,i}^{Z\Theta}}{dt} &= \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C\Theta_i & -S\Theta_i & 0 & 0 \\ S\Theta_i & C\Theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \frac{d\Theta_i}{dt} = \\ &= \begin{vmatrix} -S\Theta_i & -C\Theta_i & 0 & 0 \\ C\Theta_i & -S\Theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{d\Theta_i}{dt}.\end{aligned}$$

Определим матрицу $\dot{T}_{i-1,i}$, равную произведению $\Omega_{i-1,i} \cdot T_{i-1,i}$, для вращательной и поступательной кинематических пар:

– вращательная кинематическая пара $q_i = \Theta_i = \text{varia}$:

$$\dot{T}_{i-1,i} = \Omega_{i-1,i} \cdot T_{i-1,i} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C\Theta_i & -S\Theta_i C\alpha_i & S\Theta_i S\alpha_i & a_i C\Theta_i \\ S\Theta_i & C\Theta_i C\alpha_i & -C\Theta_i S\alpha_i & a_i S\Theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \frac{d\Theta_i}{dt} =$$

$$= \begin{vmatrix} -S\Theta_i & -C\Theta_i C\alpha_i & C\Theta_i S\alpha_i & -a_i S\Theta_i \\ C\Theta_i & -S\Theta_i C\alpha_i & S\Theta_i S\alpha_i & a_i C\Theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{d\Theta_i}{dt};$$

– поступательная кинематическая пара: $q_i = S_i = \text{varia}$:

$$\dot{T}_{i-1,i} = \Omega_{i-1,i} \cdot T_{i-1,i} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C\Theta_i & -S\Theta_i C\alpha_i & -S\Theta_i S\alpha_i & a_i C\Theta_i \\ S\Theta_i & C\Theta_i C\alpha_i & -C\Theta_i S\alpha_i & a_i S\Theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & S_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{dS_i}{dt}.$$

Зная аналитические выражения матриц скоростей, их можно непосредственно подставлять в выражение (7.1).

Смысл использования оператора дифференцирования $\Omega_{i-1,i}$, состоит в сохранении матриц $T_{i-1,i}$, чтобы не переходить к другим аналитическим выражениям при составлении программ вычисления скоростей.

Вопросы к лекции 7:

1. Каким образом можно использовать результирующую матрицу положения схвата в пространстве для определения его абсолютных скоростей?
2. Запишите матрицы дифференцирования для вращательной и поступательной кинематических пар.

4. Запишите формулу для расчета абсолютной линейной скорости схода.

ющийся обобщенной координатой, т.е. либо угол поворота Θ_i при поступательной кинематической паре, либо перемещение S_i при вращательной кинематической паре (в векторе U это отражено косой чертой).

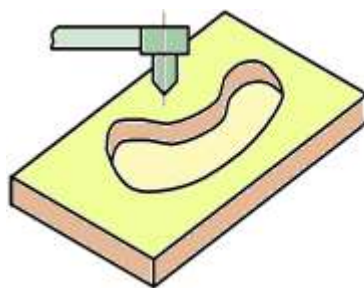
При работе манипулятора положение схвата непрерывно меняется по заданному закону движения. При этом центр схвата будет описывать требуемую траекторию, а схват (звено n) будет ориентирован в пространстве вполне определенным образом, то есть обратная задача решается по заданным зависимостям

$$x_{0n} = x_{0n}(t); \quad y_{0n} = y_{0n}(t); \quad z_{0n} = z_{0n}(t);$$

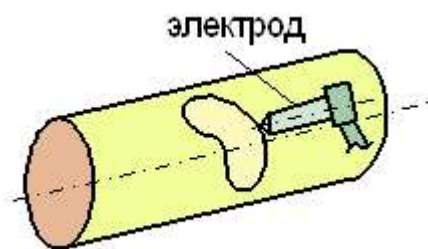
$$x_0 \wedge z_n = f_1(t); \quad y_0 \wedge z_n = f_2(t); \quad x_0 \wedge y_n = f_3(t).$$

Примеры заданных траекторий:

- раскрой листового материала (рис. 8.1, а);
- сварка непрерывных швов на сложной пространственной поверхности (рис. 8.1, б).



а)



б)

Рисунок 8.1 – Движение схвата по заданной траектории

Для обеспечения требуемого (заданного) положения схвата в абсолютном пространстве в общем случае необходимо шесть степеней подвижности, три из которых – переносные – должны обеспечивать заданное положение центра схвата, то есть заданные значения координат

$x_{0n} = x_{0n}(t); \quad y_{0n} = y_{0n}(t); \quad z_{0n} = z_{0n}(t)$, а другие три – ориентирующие - за-

данную ориентацию схвата, закрепленного на n-м звене: $x_0 \wedge z_n = f_1(t)$;
 $y_0 \wedge z_n = f_2(t)$; $x_0 \wedge y_n = f_3(t)$.

Если число степеней подвижности манипулятора меньше шести, то схват не сможет занять произвольное положение и на его положение и ориентацию будут наложены ограничения.

Если число степеней подвижности больше шести или больше заданных условий, то манипулятор приобретает свойство маневренности, в результате которой схват может занять требуемое положение при различных положениях промежуточных звеньев (рис.8.2).

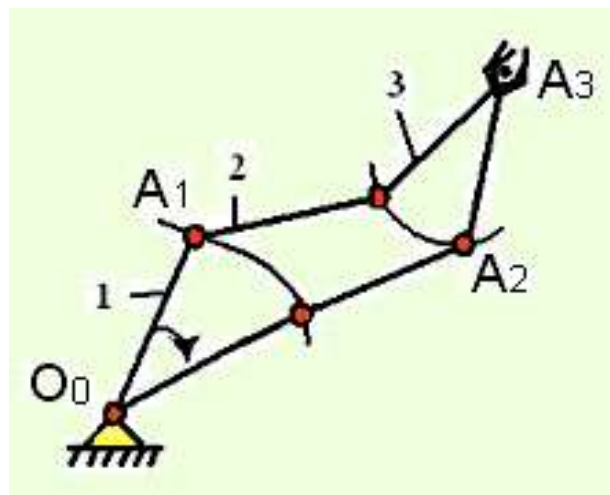


Рисунок 8.2 – Возможные положения звеньев манипулятора при наличии избыточной степени подвижности

Избыточные степени подвижности можно использовать для удовлетворения каких-либо дополнительных условий, например, для обхода препятствий.

В дальнейшем, если специально не оговорено, будут рассматриваться случаи, когда число степеней подвижности манипулятора равно числу условий на движение схвата.

8.2. Решение обратной задачи прямыми геометрическими методами

Рассмотрим три примера простейших манипуляторов, в которых обратная задача кинематики может быть решена прямыми методами на основе геометрических представлений.

Пример 1. Манипулятор с прямоугольной системой координат (рис. 8.3).

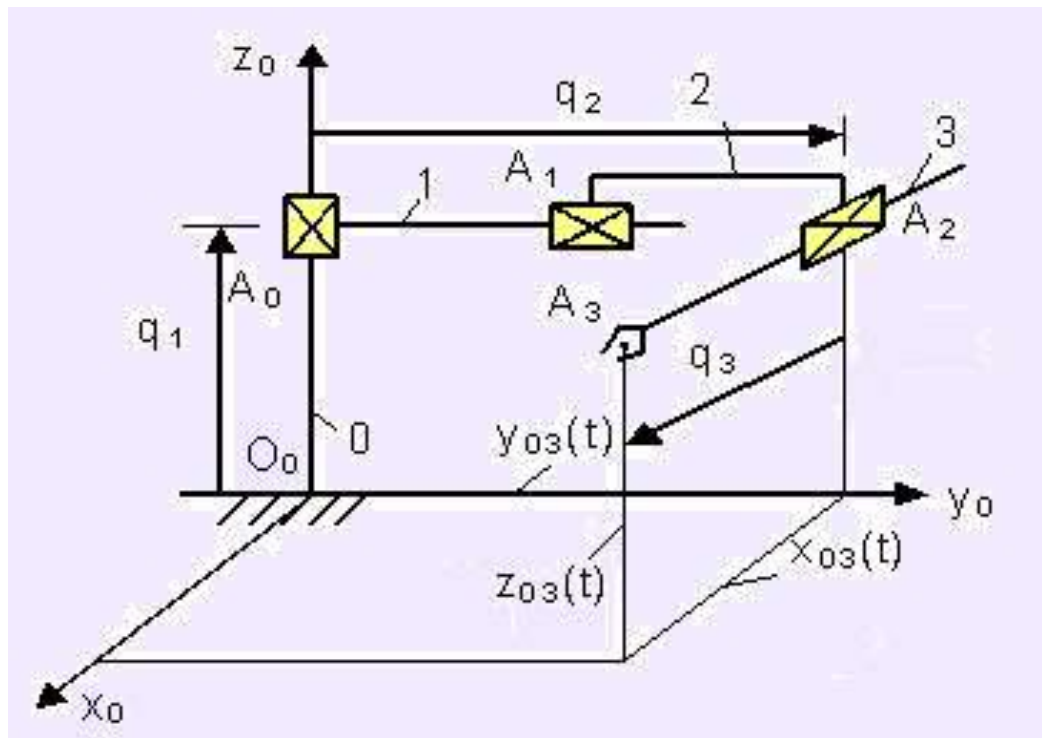


Рисунок 8.3 – Манипулятор с прямоугольной системой координат

Задано: $n = 3$; $x_{03}(t)$; $y_{03}(t)$; $z_{03}(t)$.

Определить: $q_1(t)$; $q_2(t)$; $q_3(t)$.

Непосредственно по рис. 8.3 можно установить, что:

$$q_1(t) = z_{0n}(t); \quad q_2(t) = y_{0n}(t); \quad q_3(t) = x_{0n}(t).$$

Равенство обобщенных координат требуемым координатам схвата является важным и основным преимуществом манипуляторов с прямоугольной системой координат, так как не требует сложных вычислений при определении управляющих воздействий.

Пример 2. Манипулятор с цилиндрической системой координат (рис. 8.4).

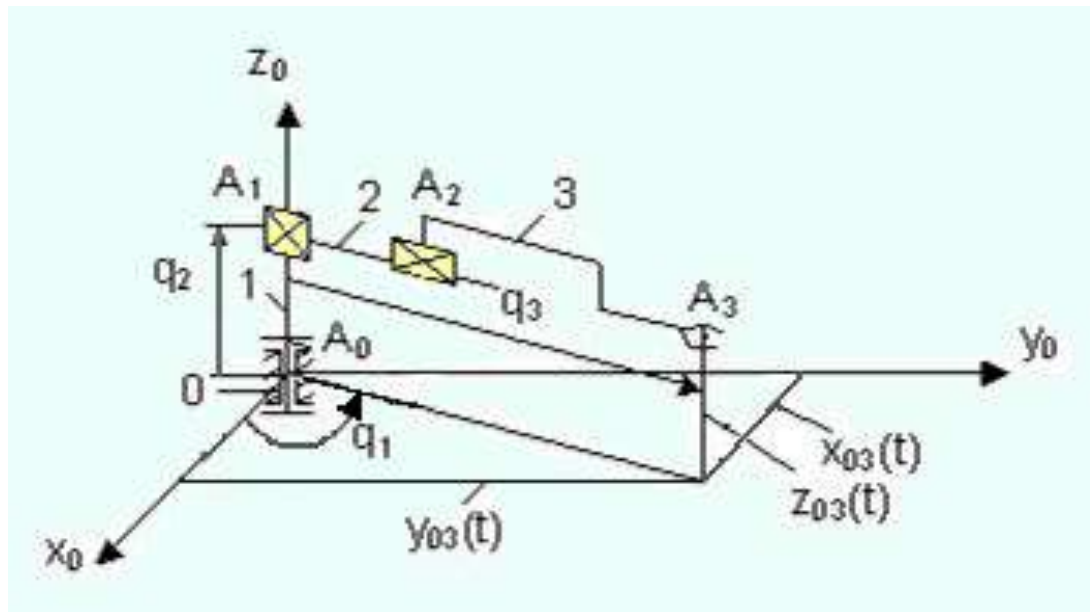


Рисунок 8.4 – Манипулятор с цилиндрической системой координат

Задано: $n = 3$; $x_{03}(t)$; $y_{03}(t)$; $z_{03}(t)$.

Определить: $q_1(t)$; $q_2(t)$; $q_3(t)$.

По рис. 8.4 можно получить:

$$q_2(t) = z_{03}(t);$$

$$q_3(t) = \sqrt{x_{03}^2(t) + y_{03}^2(t)};$$

$$q_1(t) = \arcsin \frac{y_{03}(t)}{q_3(t)}.$$

Пример 3. Манипулятор с угловой (ангулярной) системой координат (рис. 8.5).

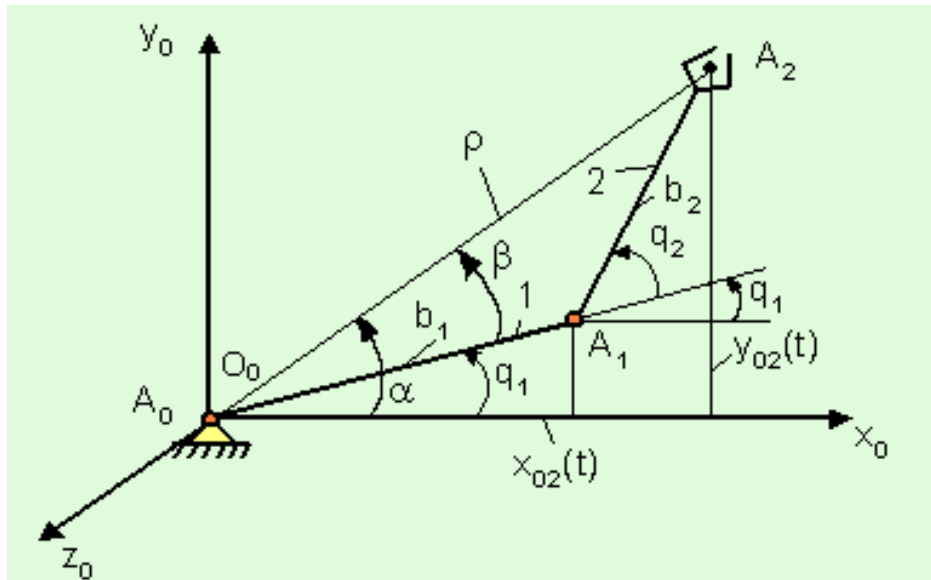


Рисунок 8.5 – Манипулятор с угловой (ангулярной) системой координат

Задано: $x_{02}(t)$, $y_{02}(t)$.

Определить: $q_1(t)$, $q_2(t)$.

Данную задачу можно решить, как и раньше, из чисто геометрических соображений:

$$q_2(t) = \pi - \arccos \frac{\rho^2 - b_1^2 - b_2^2}{2 \cdot b_1 \cdot b_2};$$

$$q_1(t) = \alpha - \beta,$$

где:

$$\rho = \sqrt{x_{02}^2(t) + y_{02}^2(t)};$$

$$\alpha = \arccos \frac{x_{02}(t)}{\rho};$$

$$\beta = \arccos \frac{b_2^2 - \rho^2 - b_1^2}{2 \cdot \rho \cdot b_1}.$$

Однако в этом случае может оказаться полезным и более общий подход, заключающийся в составлении уравнений, связывающих обобщенные и абсолютные координаты манипулятора, в частности, такими уравнениями могут быть аналитические зависимости проекций характерных точек манипулятора.

Запишем уравнения проекций характерной точки A_2 схвата рассматриваемого манипулятора на оси координат:

$$\begin{aligned}x_{02}(t) &= b_1 \cdot \cos q_1 + b_2 \cdot \cos(q_1 + q_2); \\ y_{02}(t) &= b_1 \cdot \sin q_1 + b_2 \cdot \sin(q_1 + q_2).\end{aligned}$$

Решая эту систему уравнений относительно q_1 и q_2 , можно определить требуемые законы движения по обобщенным координатам $q_1(t)$ и $q_2(t)$ уже в определенной степени абстрагируясь от конкретной схемы манипулятора.

Два последних примера показывают, что даже для простейших манипуляторов определение требуемых по заданной траектории движения схвата законов изменения обобщенных координат связано с решением нелинейных зависимостей и может представлять определенные трудности.

8.3. Решение обратной задачи кинематики манипуляторов на основе нелинейного математического программирования

К настоящему времени прямого решения обратной задачи для манипуляторов общего вида не существует. В общем случае обратная задача кинематики манипуляторов решается алгоритмически численными методами.

Рассмотрим порядок решения обратной задачи с использованием методов нелинейного математического программирования, в частности, одного из наиболее распространенных – градиентного метода.

Нелинейное математическое программирование имеет следующий алгоритм:

1. Составляется или определяется критериальная функция как функция некоторых свободных параметров (в данном случае – как функция обобщенных координат манипулятора).

2. Формируется штрафная функция, выражающая дополнительные условия (ограничения) проектирования и также зависящая от свободных параметров (от обобщенных координат).

3. Составляется целевая функция, в которую входят определенным образом критериальная и штрафная функции.

4. Выбирается метод нелинейного математического программирования и в соответствии с ним разрабатывается алгоритм оптимизации критериальной функции как части целевой функции.

5. Создается расчетная программа, и производятся расчеты до выполнения определенных условий.

Изложим последовательность решения обратной задачи кинематики с использованием методов нелинейного математического программирования.

Вернемся к выражению (5.2):

$$T_{0n} = T_{01} \cdot T_{12} \cdot \dots \cdot T_{i-1,i} \cdot \dots \cdot T_{n-1,n}.$$

Каждая матрица $T_{i-1,i}$ является функцией одной обобщенной координаты q_i , которая в свою очередь, есть функция времени, то есть

$$T_{i-1,i} = T_{i-1,i}[q_i(t)]$$

Тогда матрица T_{0n} есть функция всех обобщенных координат и времени:

$$T_{0n}^Q = T_{0n}^Q(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n; t).$$

Следовательно, и каждый из шести наддиагональных элементов этой матрицы, определяющих положение схвата в пространстве абсолютных координат, также является функцией всех обобщенных координат манипулятора

$$a_{jr}^Q = a_{jr}^Q(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n; t), \quad (j=1,2,3; \quad r=2,3,4).$$

Пусть задан закон движения схвата, то есть заданы законы изменения его координат и углы ориентации:

$$\left. \begin{aligned} x_{0n} &= x_{0n}(t); & y_{0n} &= y_{0n}(t); & z_{0n} &= z_{0n}(t) \\ x_0 \wedge z_n &= f_1(t); & y_0 \wedge z_n &= f_2(t); & x_0 \wedge y_n &= f_3(t) \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Тогда можно записать матрицу - задатчик положений и ориентации схвата.

$$T_{0n}^{\Pi} = \begin{vmatrix} - & a_{12}^{\Pi}(t) & a_{13}^{\Pi}(t) & a_{14}^{\Pi}(t) \\ - & - & a_{23}^{\Pi}(t) & a_{24}^{\Pi}(t) \\ - & - & - & a_{34}^{\Pi}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (8.2)$$

где: $a_{12}^{\Pi}(t) = \cos[x_0 \wedge y_n]$; $a_{13}^{\Pi}(t) = \cos[x_0 \wedge z_n]$; $a_{23}^{\Pi}(t) = \cos[y_0 \wedge z_n]$;

$$a_{14}^{\Pi}(t) = x_{0n}(t); \quad a_{24}^{\Pi}(t) = y_{0n}(t); \quad a_{34}^{\Pi}(t) = z_{0n}(t).$$

Положим, что в некоторый k -й момент времени t_k ($k=0, \dots, K$) заданное положение схвата: $a_{12}^{\Pi,k}(t_k)$, $a_{13}^{\Pi,k}, \dots, a_{34}^{\Pi,k}(t_k)$ совпадает с фактическим его положением (рис. 8.6), обеспечиваемым текущими значениями q_i^k обобщенных координат (K – число заданных точек, не включая 0-ю).

Тогда

$$T_{0n}^{\Pi,k}(t_k) - T_{0n}^{Q,k}(q_1^k, \dots, q_n^k; t_k) = 0, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (8.3)$$

то есть

$$a_{12}^{\Pi,k}(t) - a_{12}^{Q,k} = 0, \quad a_{13}^{\Pi,k}(t) - a_{13}^{Q,k} = 0, \dots, a_{34}^{\Pi,k}(t) - a_{34}^{Q,k} = 0.$$

В следующий $(k+1)$ -й момент времени t_{k+1} элементы матрицы – задатчика (8.2) примут новые значения $a_{12}^{\Pi,k+1}(t)$, $a_{13}^{\Pi,k+1}(t), \dots, a_{34}^{\Pi,k+1}(t)$, рассчитанные по зависимостям (8.1). Для этого момента времени матрица-задатчик в общем виде может быть представлена как $T_{0n}^{\Pi,k+1}(t_{k+1})$.

Подставив эти новые значения в матрицу $T_{0n}^{\Pi,k+1}$ выражения (8.3), получим

$$T_{0n}^{\Pi,k+1}(t_{k+1}) - T_{0n}^{Q,k}(q_1^k, \dots, q_n^k; t_k) \neq 0 \quad (8.4)$$

Неравенство матриц $T_{0n}^{\Pi,k+1}$ и $T_{0n}^{Q,k}$ объясняется тем, что обобщенные координаты в матрице $T_{0n}^{Q,k}$ остались теми же, что были в момент t_k .

Решение обратной задачи кинематики манипуляторов для общего случая заключается в том, чтобы определить численными методами, в частности, методами нелинейного математического программирования, такие новые значения обоб-

щенных координат в матрице T_{0n}^Q , при которых бы неравенство (8.4) превратилось в равенство (8.3).

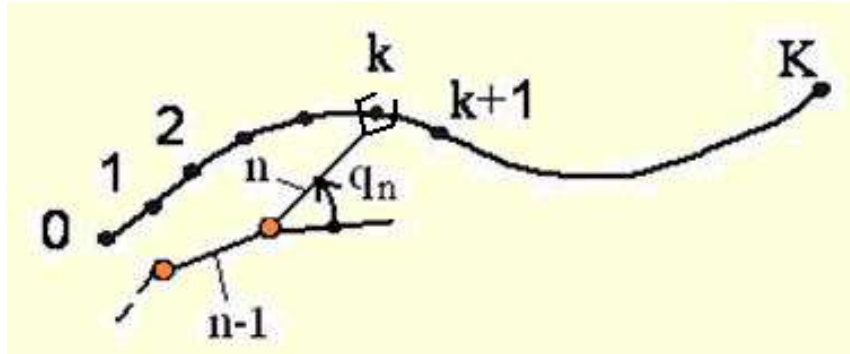


Рисунок 8.6 – Заданная траектория схвата

Значения обобщенных координат, при которых обеспечивается равенство матриц T_{0n}^{Π} и T_{0n}^Q , принимаются за значения q_i^{k+1} , соответствующие моменту времени t_{k+1} .

После этого (k+1)-е положение заменяется на k-е и задается очередное новое положение манипулятора, то есть в полученное равенство вновь вносится рассогласование, которое должно быть устранено после определения очередных значений обобщенных координат. Процесс продолжается пока не будут определены значения обобщенных координат для всех требуемых K положений манипулятора на заданной траектории.

Сформируем критериальную функцию. Так как целью решения является поиск таких значений обобщенных координат, при которых разность между заданным положением схвата и его фактическим положением равнялась нулю, то в качестве критерия R следует принять параметр, отражающий эту разность.

Например:

$$R = \left[a_{12}^{k+1}(t) - a_{12}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2 + \left[a_{13}^{k+1}(t) - a_{13}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2 + \\ + \left[a_{14}^{k+1}(t) - a_{14}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2 + \left[a_{23}^{k+1}(t) - a_{23}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2 + \\ + \left[a_{24}^{k+1}(t) - a_{24}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2 + \left[a_{34}^{k+1}(t) - a_{34}(q_1^m, \dots, q_n^m) \right]^2,$$

где q_i^m значение i-й обобщенной координаты на шаге m вычислительного процесса в ходе поиска новых значений обобщенных координат; индекс Π , здесь и

в дальнейшем, опускается. Возможная траектория вычислительного процесса (штриховая линия) представлена на рисунке 8.7.

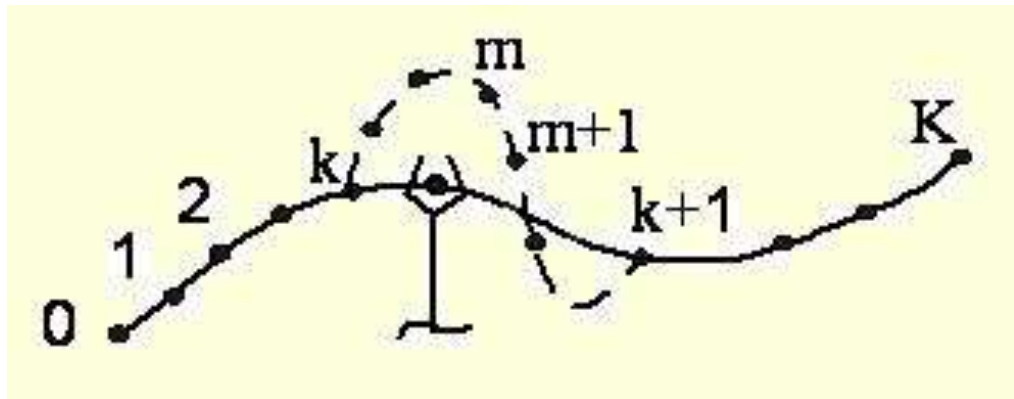


Рисунок 8.7 – Гипотетическая траектория вычислительного процесса (штриховая линия)

Обобщенные координаты q_i не могут принимать совершенно произвольные значения, так как перемещение по каждой степени подвижности может быть только в определенных границах (рис. 8.8): $q_i^{\min} \leq q_i \leq q_i^{\max}$ ($i=1, \dots, n$).

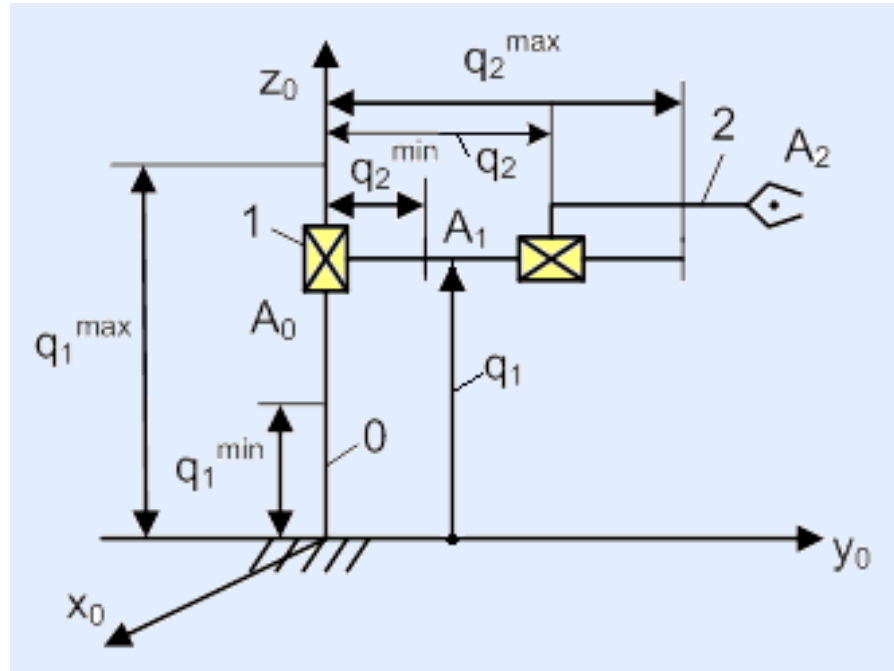


Рисунок 8.8 – Ограничения на движения звеньев манипулятора по обобщенным координатам

В связи с этим для автоматического обеспечения возможного диапазона изменений обобщенных координат вводятся **штрафные функции** в виде следующих ограничений на значения q_i :

$$F_{1,i} = \begin{cases} 0, & \text{если } q_i - q_i^{\min} \geq 0; \\ W_{1,i}(q_i^{\min} - q_i), & \text{если } q_i - q_i^{\min} < 0, \end{cases}$$

$$F_{2,i} = \begin{cases} 0, & \text{если } q_i^{\max} - q_i \geq 0; \\ W_{2,i}(q_i - q_i^{\max}), & \text{если } q_i^{\max} - q_i < 0, \end{cases}$$

где $W_{1,i}$, $W_{2,i}$ - весовые коэффициенты штрафных функций, которыми можно регулировать их крутизну. Кроме указанных могут быть и другие ограничения.

В качестве **целевой функции** можно использовать функцию, являющуюся суммой критериальной и частных штрафных функций:

$$Z(q_1, \dots, q_n) = R + \sum_{i=1}^{i=n} F_{1,i} + \sum_{i=1}^{i=n} F_{2,i}.$$

Примем в качестве метода поиска новых значений обобщенных координат q_i градиентный метод, выражающийся следующей зависимостью:

$$q_i^{m+1} = q_i^m - h_i \cdot \frac{Z(q_1^m, \dots, q_i^m + \Delta q_i, \dots, q_n^m) - Z(q_1^m, \dots, q_i^m, \dots, q_n^m)}{\Delta q_i},$$

$$(i = 1, \dots, n),$$

где h_i - шаг по i -й обобщенной координате; Δq_i - малое приращение i -й обобщенной координаты, используемое при определении частной производной по q_i .

Важно отметить, что в качестве первого приближения q_i^m ($m = 1$) используется полученное на предыдущем шаге значение q_i^k , то есть в начальный момент полагают $q_i^1 = q_i^k$.

Вычислительный процесс приближения к значениям q_i^{k+1} может быть прекращен по любому используемому в нелинейном программировании признаку. В частности, его можно закончить по условию $|q_i^{m+1} - q_i^m| \leq [\delta_i]$, (здесь δ_i - допускаемая по точности воспроизведения траектории величина отклонений i -й обобщенной координаты) или по достижению заданного числа итераций.

Тогда в качестве окончательного значения обобщенной координаты для $(k+1)$ -го положения характерной точки схвата следует принять значение

$$q_i^{k+1} = 0,5 \cdot (q_i^{m+1} + q_i^m).$$

Отметим, что $(m+1)$ -й шаг к $(k+1)$ -й точке в процессе вычислений может осуществляться по различным алгоритмам, свойственным методам нелинейного программирования. При использовании собственно градиентного метода $(m+1)$ -й шаг должен осуществляться одновременно по всем координатам после определения направления движения по антиградиенту.

Полученные значения q_i^{k+1} обобщенных координат соотносятся с моментом времени t_{k+1} и запоминаются. После этого в целевую функцию Z вместо значений $a_{12}^{k+1}, \dots, a_{34}^{k+1}$ подставляются значения наддиагональных элементов, соответствующие моменту времени t_{k+2} , которые и принимаются за $a_{12}^{k+1}, \dots, a_{34}^{k+1}$. Затем вновь запускается вычислительный процесс, который заканчивается, когда будут определены значения обобщенных координат для всех назначенных реперных точек k ($k=0, \dots, K$). В результате получается таблица значений обобщенных координат q_i^k ($i=1, \dots, n; k=0, \dots, K$), которую можно трактовать как функции $q_i = q_i(x_{0n}, y_{0n}, z_{0n}, x_0 \wedge z_n, y_0 \wedge z_n, x_0 \wedge y_n; t)$. Таким образом, решение обратной задачи кинематики манипулятора можно представить таблицей следующего вида:

№	t	q ₁	q ₂	...	q _i	...	q _{n-1}	q _n
0	t ₀	q ₁ ⁰	q ₂ ⁰	...	q _i ⁰	...	q _{n-1} ⁰	q _n ⁰
1	t ₁	q ₁ ¹	q ₂ ¹	...	q _i ¹	...	q _{n-1} ¹	q _n ¹
2	t ₂	q ₁ ²	q ₂ ²	...	q _i ²	...	q _{n-1} ²	q _n ²
...
k	t _k	q ₁ ^k	q ₂ ^k	...	q _i ^k	...	q _{n-1} ^k	q _n ^k
...
K	T	q ₁ ^K	q ₂ ^K	...	q _i ^K	...	q _{n-1} ^K	q _n ^K

При выборе количества K реперных (опорных) точек на заданной траектории возникает следующее противоречие: для более точного воспроизведения траектории желательно назначать как можно больше таких точек, но это потребует и большего машинного времени для решения обратной задачи. При редком задании точек схват может отклоняться от заданной траектории на недопустимую величину.

Таким образом, время, через которое следует назначать опорные точки, есть функция требуемой точности воспроизведения заданной траектории.

После определения в табличном виде функций $q_i = q_i(t)$ можно численно их продифференцировать и найти обобщенные скорости и ускорения, возникающие в каждой степени подвижности при реализации заданной траектории движения схвата. Будем использовать для этого центральную разность.

Тогда:

$$\dot{q}_i^k = \frac{q_i^{k+1} - q_i^{k-1}}{2 \cdot \Delta t};$$

$$\ddot{q}_i^k = \frac{q_i^{k+1} - 2 \cdot q_i^k + q_i^{k-1}}{\Delta t^2}.$$

Таким образом, будут получены функции \dot{q}_i^k , \ddot{q}_i^k так же в табличном виде. Чтобы формировать управляющее воздействие в виде непрерывных функций, а не табличных целесообразно аппроксимировать табличные значения обоб-

щенных координат, скоростей и ускорений. Для этого можно воспользоваться, например, интерполяционной формулой Лагранжа:

$$q_i(t) = q_i^0 \cdot \frac{(t-t_1) \cdot (t-t_2) \cdot \dots \cdot (t-t_K)}{(t_0-t_1) \cdot (t_0-t_2) \cdot \dots \cdot (t_0-t_K)} + q_i^1 \cdot \frac{(t-t_0) \cdot (t-t_2) \cdot \dots \cdot (t-t_K)}{(t_1-t_0) \cdot (t_1-t_2) \cdot \dots \cdot (t_1-t_K)} + \\ + q_i^2 \cdot \frac{(t-t_0) \cdot (t-t_1) \cdot \dots \cdot (t-t_K)}{(t_2-t_0) \cdot (t_2-t_1) \cdot \dots \cdot (t_2-t_K)} + \dots + q_i^K \cdot \frac{(t-t_0) \cdot (t-t_1) \cdot \dots \cdot (t-t_{K-1})}{(t_K-t_0) \cdot (t_K-t_1) \cdot \dots \cdot (t_K-t_{K-1})}. \\ (i=1, \dots, n)$$

В результате будет получена непрерывная функция $q_i(t)$, которая в фиксированные моменты времени k гарантированно проходит через точки q_i^k .

Пример.

Пусть при $t_0 = 0$ с; $t_1 = 2$ с; $t_2 = 4$ с соответственно: $q_3^0 = 50$ мм; $q_3^1 = 60$ мм; $q_3^2 = 40$ мм; $\Delta t = 2$ с.

Тогда:

$$q_3(t) = 50\text{мм} \frac{(t-2) \cdot (t-4)c^2}{(0-2) \cdot (0-4)c^2} + 60\text{мм} \frac{(t-0) \cdot (t-4)c^2}{(2-0) \cdot (2-4)c^2} + \\ + 40\text{мм} \frac{(t-0) \cdot (t-2)c^2}{(4-0) \cdot (4-2)c^2} = \frac{50\text{мм}}{8c^2} (t_2 - 2 \cdot t - 4 \cdot t + 8)c^2 - \\ - \frac{60\text{мм}}{4c^2} (t_2 - 0 \cdot t - 4 \cdot t + 0 \cdot 4)c^2 + \frac{40\text{мм}}{8c^2} (t_2 - 0 \cdot t - 2 \cdot t + 0 \cdot 2)c^2 = \\ = \left(\frac{50}{8} - \frac{60}{4} + \frac{40}{8} \right) \cdot t^2 + \left(-\frac{300}{8} + 60 - 10 \right) \cdot t + 50.$$

Окончательно: $q_3(t) = (-3,75t^2 + 12,5t + 50)\text{мм}$.

8.4. Решение обратной задачи кинематики манипуляционных систем при управлении по скорости

Как известно, положение схвата манипулятора однозначно определяется его обобщенными координатами, а именно

$$X = X[Q(t)], \quad (8.5)$$

где: $X = [x(t), y(t), z(t), \alpha(t), \beta(t), \gamma(t)]$ – вектор абсолютных координат схвата;
 $Q = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]$ – вектор обобщенных координат манипулятора;
 n – число степеней подвижности манипулятора;
 t – время.

Дифференцируя (8.5) по времени, получим

$$\dot{X} = J(Q)\dot{Q}, \quad (8.6)$$

где $J(Q)$ – матрица Якоби размерностью $6 \times n$ для преобразования (8.6).

В терминах рассматриваемой нами обратной задачи кинематики манипуляционных систем матрица Якоби имеет вид:

$$J(Q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial q_1} & \frac{\partial \alpha}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \alpha}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \beta}{\partial q_1} & \frac{\partial \beta}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \beta}{\partial q_n} \\ \frac{\partial \gamma}{\partial q_1} & \frac{\partial \gamma}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial \gamma}{\partial q_n} \end{bmatrix}.$$

Зависимость (8.6) более подробно можно представить следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \\ \frac{d\alpha}{dt} \\ \frac{d\beta}{dt} \\ \frac{d\gamma}{dt} \end{bmatrix} = J(Q) \begin{bmatrix} \frac{dq_1}{dt} \\ \frac{dq_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dq_n}{dt} \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

Зависимости (8.6) и (8.7) показывают, что между абсолютными скоростями \dot{X} и обобщенными скоростями \dot{Q} существует линейная связь, однако, коэффициенты в этой линейной связи непостоянные, в связи с тем, что эле-

менты матрицы Якоби $\frac{\partial x}{\partial q_1}, \frac{\partial x}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial y}{\partial q_{n-1}}, \frac{\partial y}{\partial q_n}$, которые образуют эти коэффициенты в различных сочетаниях, есть величины переменные.

Выражение (8.6) представляет собой прямую скоростную задачу и её решение при известных (заданных) функциях $\dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_n(t)$ не представляет собой принципиальных трудностей.

Решим зависимость (8.6) относительно обобщенных скоростей \dot{Q} , а именно

$$\dot{Q} = J^{-1}(Q)\dot{X} \quad (8.8)$$

Эта зависимость и есть решение обратной задачи при управлении по скорости, которая и используется часто для управления манипуляционным роботом в режиме on-line.

При этом вектор обобщенных координат Q является неизвестным и значения q_1, q_2, \dots, q_n приходится для данного момента времени (рассчитываемого момента реального времени) брать с датчиков обратной связи, фиксирующих текущее положение i -го звена относительно $(i-1)$ -го, то есть значение q_i .

В выражении (8.8) $J^{-1}(Q)$ есть обратная матрица по отношению к матрице Якоби $J(Q)$.

Рассмотрим более подробно последовательность решения прямой и обратной скоростных задач на примере простого манипулятора с двумя степенями подвижности (рис. 8.9).

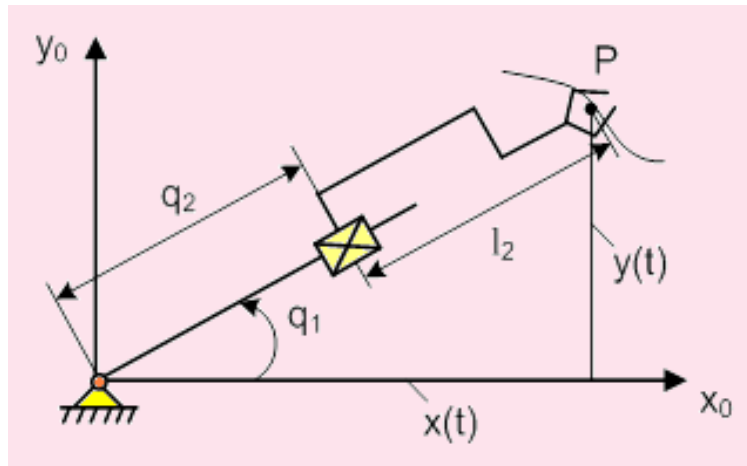


Рисунок 8.9 – Манипулятор с двумя степенями подвижности

Прямая задача о положении:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= (l_1 + l_2) \cos q_1; \\ y(t) &= (l_1 + l_2) \sin q_1. \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

При этом: $q_1 = q_1(t)$, $q_2 = q_2(t)$.

Обратная задача о положении:

$$q_1(t) = \arctan \frac{y(t)}{x(t)}, \quad q_2(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} - l_1. \quad (8.10)$$

Даже для столь простого манипулятора решение обратной задачи представляет собой нелинейные зависимости.

Для более сложных манипуляторов найти зависимость $Q = Q(X)$ в явном виде, как правило, не представляется возможным.

А именно зависимость $Q = Q[X(t)]$ и необходима для управления манипуляционным роботом, так как требуемое движение схвата обеспечивается соответствующими движениями звеньев манипулятора по обобщенным координатам: $q_i = q_i(t)$, ($i = 1, \dots, n$).

В то же время, как было указано ранее (см. зависимость (8.8)), между обобщенными скоростями \dot{q}_i и абсолютными скоростями $\dot{x}_i; \dot{y}_i; \dot{z}_i; \dot{\alpha}_i; \dot{\beta}_i; \dot{\gamma}_i$ существует линейная связь с переменными коэффициентами. Именно поэтому часто и переходят к управлению по скоростям.

Получим требуемые зависимости между обобщенными и абсолютными скоростями для рассматриваемого нами двухзвенного манипулятора, используя вначале общий подход, не прибегая пока к обратной матрице Якоби.

Пример решается с целью продемонстрировать порядок получения аналитических зависимостей для управления по скоростям, считая это решение обратной задачи в явном виде (подобно выражениям (8.10)) невозможным или нецелесообразным из-за сложности.

Поэтому начнём решение с дифференцирования формул (8.9) по времени

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -(l_2 + q_2) \sin q_1 \cdot \dot{q}_1 + \cos q_1 \cdot \dot{q}_2 \\ \dot{y} &= (l_2 + q_2) \cos q_1 \cdot \dot{q}_1 + \sin q_1 \cdot \dot{q}_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

Введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= -(l_2 + q_2) \sin q_1; & a_{12} &= \cos q_1 \\ a_{21} &= (l_2 + q_2) \cos q_1; & a_{22} &= \sin q_1 \end{aligned} \right\}$$

Тогда зависимость (8.11) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= a_{11} \dot{q}_1 + a_{12} \dot{q}_2; \\ \dot{y} &= a_{21} \dot{q}_1 + a_{22} \dot{q}_2. \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

Решим зависимость (8.12) относительно обобщенных скоростей \dot{q}_1 и \dot{q}_2 .

Получим вначале явную зависимость от $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$ для обобщенной скорости \dot{q}_1 . Для этого умножим первую из зависимостей (8.12) на a_{22} , а вторую на a_{12} :

$$\left. \begin{aligned} a_{12} a_{22} \dot{q}_1 + a_{12} a_{22} \dot{q}_2 &= \dot{x} a_{22}; \\ a_{21} a_{12} \dot{q}_1 + a_{22} a_{12} \dot{q}_2 &= \dot{y} a_{12}. \end{aligned} \right\}$$

Вычтем из первого выражения второе: $(a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}) \dot{q}_1 = \dot{x} a_{22} - \dot{y} a_{12}$.

Следовательно:

$$\dot{q}_1(t) = \frac{a_{22}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \dot{x} - \frac{a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}} \dot{y}. \quad (8.13)$$

Для получения явной зависимости относительно $\dot{q}_2(t)$ умножим первое из выражений (8.12) на a_{21} , а второе на a_{11} . Тогда:

$$\begin{aligned} a_{11}a_{21}\dot{q}_1 + a_{12}a_{21}\dot{q}_2 &= \dot{x}a_{21}; \\ a_{21}a_{11}\dot{q}_1 + a_{22}a_{11}\dot{q}_2 &= \dot{y}a_{11}. \end{aligned}$$

Вычитая из первого выражения второе, получим $(a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11})\dot{q}_2 = \dot{x}a_{21} - \dot{y}a_{11}$.

Откуда

$$\dot{q}_2(t) = \frac{a_{21}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \dot{x} - \frac{a_{11}}{a_{12}a_{21} - a_{22}a_{11}} \dot{y}. \quad (8.14)$$

Упростим выражения (8.13) и (8.14). Вначале преобразуем знаменатель дроби перед \dot{x} и \dot{y} ,

$$\begin{aligned} (a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) &= -(l_2 + q_2) \sin q_1 \sin q_1 - \\ &- (l_2 + q_2) \cos q_1 \cos q_1 = -(l_2 + q_2). \end{aligned}$$

Теперь выражения (8.13) и (8.14) можно записать в окончательном виде:

$$\dot{q}_1(t) = -\frac{\sin q_1(t)}{l_2 + q_2} \dot{x}(t) + \frac{\cos q_1(t)}{l_2 + q_2} \dot{y}(t); \quad (8.15)$$

В матричной $\dot{q}_2(t) = \cos q_1(t) \dot{x}(t) + \sin q_1(t) \dot{y}(t)$.

В форме выражения (8.15) имеют вид

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sin q_1}{l_2 + q_2} & \frac{\cos q_1}{l_2 + q_2} \\ \cos q_1 & \sin q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}. \quad (8.16)$$

Что и требовалось получить.

Выражения для обобщенных скоростей в форме (8.15) и (8.16) выше получены обычным путем алгебраических преобразований. Для сложных манипуляторных систем такой подход будет связан с громоздкими преобразованиями.

Для решения рассматриваемой задачи имеется более рациональный подход с использованием обратной матрицы Якоби.

Представим производные (8.11) в форме матриц:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_2 + q_2) \sin q_1 & \cos q_1 \\ (l_2 + q_2) \cos q_1 & \sin q_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (8.17)$$

Матрица, являющаяся первым сомножителем в правой части выражения (8.17), есть матрица Якоби.

Следовательно, выражение (8.17) можно записать в виде, аналогичном (8.6).

Убедимся, что первый сомножитель в правой части выражения (8.17) есть матрица Якоби для рассматриваемого манипулятора.

Действительно, беря частные производные по q_1 и q_2 от правых частей зависимостей (8.9), получим:

$$J(Q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_2 + q_2) \sin q_1 & \cos q_1 \\ (l_2 + q_2) \cos q_1 & \sin q_1 \end{bmatrix}.$$

Данное выражение полностью совпадает с соответствующей матрицей выражения (8.17).

Получим обратную матрицу Якоби в следующей последовательности.

1. Матрица алгебраических дополнений исходной матрицы Якоби:

$$J_D = \begin{bmatrix} \sin q_1 & -(l_2 + q_2) \cos q_1 \\ -\cos q_1 & -(l_2 + q_2) \sin q_1 \end{bmatrix}.$$

2. Присоединенная матрица - транспонированная матрица алгебраических дополнений:

$$J_P = \begin{bmatrix} \sin q_1 & -\cos q_1 \\ -(l_2 + q_2) \cos q_1 & -(l_2 + q_2) \sin q_1 \end{bmatrix}.$$

3. Определитель исходной матрицы Якоби – Якобиан:

$$\det J(q) = \Delta = -(l_2 + q_2) \sin q_1 \sin q_1 - \\ - (l_2 + q_2) \cos q_1 \cos q_1 = -(l_2 + q_2)$$

4. Обратная матрица Якоби

$$J^{-1}(Q) = \frac{J_p}{\Delta} = \begin{bmatrix} -\frac{\sin q_1}{l_2 + q_2} & \frac{\cos q_1}{l_2 + q_2} \\ \cos q_1 & \sin q_1 \end{bmatrix}.$$

Как видно, полученное выражение полностью совпадает с первым сомножителем правой части зависимости (8.16) и, следовательно, выражение (8.8) полностью обосновано для рассмотренного примера.

8.5. Метод обратных преобразований в решении обратной задачи манипуляторов

Как было показано ранее, матрица T_{0n} , определяющая положение и ориентацию схвата, имеет вид

$$T_{0n} = T_{0,1} T_{1,2} \dots T_{i-1,i} \dots T_{n-1,n}, \quad (8.18)$$

где $T_{i-1,i}(q_i)$ - матрица перехода от i -й к $(i-1)$ -й системе координат манипулятора.

Тогда, умножая соотношение (8.18) слева на $T_{0,1}^{-1}$, имеем

$$T_{0,1}^{-1}(q_1) T_{0n} = T_{1,2} \dots T_{n-1,n}. \quad (8.19)$$

В силу того, что матрица T_{0n} известна, удастся разрешить соотношение (8.19) относительно q_1 . Если структура (8.19) такова, что можно найти q_1 , то этот процесс повторяем для q_2, q_3, \dots, q_n .

Пример. Пусть механизм представляет собой трехстепенной карданный подвес, ориентация которого задана тремя углами Эйлера:

$$T_{03} = R_{Z,\varphi} R_{Y,\theta} R_{Z,\psi} = \begin{vmatrix} C_\varphi & -S_\varphi & 0 \\ S_\varphi & C_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C_\theta & 0 & S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\theta & 0 & C_\theta \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (8.20)$$

Требуется решить обратную задачу для этого механизма, т.е. найти углы ψ, θ, φ по заданной матрице T_{03} .

Умножая слева выражение (8.20) на матрицу,

$$R_{Z,\varphi}^{-1} = \begin{vmatrix} C_\varphi & S_\varphi & 0 \\ -S_\varphi & C_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

обратную матрицу $R_{Z,\varphi}$, получим

$$R_{Z,\varphi}^{-1} T_{03} = R_{Y,\theta} R_{Z,\psi}.$$

или после перемножения матриц:

$$\begin{vmatrix} x_x C_\varphi + x_y S_\varphi & y_x C_\varphi + y_y S_\varphi & z_x C_\varphi + z_y S_\varphi \\ -x_x S_\varphi + x_y C_\varphi & -y_x S_\varphi + y_y C_\varphi & -z_x S_\varphi + z_y C_\varphi \\ x_z & y_z & z_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_\theta C_\psi & -C_\theta S_\psi & S_\theta \\ S_\psi & C_\psi & 0 \\ -S_\theta C_\psi & S_\theta S_\psi & C_\theta \end{vmatrix}. \quad (8.21)$$

Приравнявая в (8.21) элементы второй строки третьего столбца обеих матриц, находим

$$-z_x S_\varphi + z_y C_\varphi = 0,$$

откуда

$$\varphi = \text{atan2}(z_y, z_x). \quad (8.22)$$

Напомним, что функция atan2 учитывает принадлежность аргументов одному из четырех квадрантов:

$$a \tan 2(a, b) = \begin{cases} \arctg \frac{a}{b}, & b > 0, \\ \arctg \frac{a}{b} + \pi, & b < 0, a > 0, \\ \arctg \frac{a}{b} - \pi, & b < 0, a < 0; \\ -\pi \leq a \tan 2(a, b) \leq \pi \end{cases}$$

Приравнивая элементы второй строки первого и второго столбцов в выражении (8.21), получаем

$$\begin{aligned} S_{\psi} &= -x_x S_{\varphi} + x_y C_{\varphi}, \\ C_{\psi} &= -y_x S_{\varphi} + y_y C_{\varphi}; \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$\psi = \arctan 2(-x_x S_{\varphi} + x_y C_{\varphi}, -y_x S_{\varphi} + y_y C_{\varphi}). \quad (8.23)$$

Далее, приравнивая элементы первой строки третьего столбца, а также третьей строки третьего столбца, находим

$$\begin{aligned} S_{\theta} &= z_x C_{\varphi} + z_y S_{\varphi}, \\ C_{\theta} &= z_z, \end{aligned}$$

следовательно,

$$\theta = \arctan 2(z_x C_{\varphi} + z_y S_{\varphi}, z_z). \quad (8.24)$$

Таким образом, соотношения (8.22), (8.23), (8.24) решают обратную позиционную задачу кинематики манипуляторов роботов.

Следует обратить внимание, что в данном случае удалось решить обратную задачу, не прибегая к последовательному домножению матрицы T_{03} на матрицы $R_{Y,\theta}^{-1}$ и $R_{Z,\psi}^{-1}$.

Вопросы к лекции 8:

1. Какова постановка и каковы исходные данные для решения обратной задачи кинематики манипулятора?
2. Поясните понятие мобильность манипулятора.
3. Поясните порядок решения обратной задачи кинематики прямыми геометрическими методами.
4. Сформируйте алгоритм решения обратной задачи кинематики методом нелинейного математического программирования.
5. Поясните понятия критериальной, штрафной и целевой функций.

6. Поясните порядок формирования критериальной функции в обратной задаче кинематики роботов.
7. Поясните порядок формирования штрафной функции в обратной задаче кинематики роботов.
8. Поясните порядок формирования целевой функции в обратной задаче кинематики роботов.
9. Запишите формулу и поясните порядок поиска значений обобщенных координат градиентным методом нелинейного программирования.
10. Каковы признаки прекращения поиска можно использовать в нелинейном математическом программировании?
11. Запишите формулы для определения численными методами скоростей и ускорений схвата с использованием центральной разностной схемы.
12. Поясните порядок использования интерполяционной формулы Лагранжа для представления законов движения звеньев по обобщенным координатам в непрерывной форме.
13. Каков порядок решения обратной задачи кинематики роботов при управлении по скорости?
14. Поясните порядок получения матрицы Якоби в решении обратной задачи.
15. В чем заключается метод обратных преобразований в обратной задаче кинематики манипуляционных систем?

Лекция 9. Исследование динамики манипуляционных систем с последовательной кинематикой на основе уравнений Лагранжа 2-го рода

9.1. Постановка задачи динамического синтеза и анализа манипуляционных систем

Динамический синтез (обратная задача динамики) манипуляционных систем промышленных роботов заключается, кроме прочего, в определении обобщенных сил, действующих в приводах каждой степени подвижности и необходимых для обеспечения требуемого закона движения схвата по заданной траектории.

При динамическом анализе (прямая задача динамики) по известным обобщенным силам, действующим в каждой из степеней подвижности манипулятора, определяют законы движения звеньев по обобщенным координатам.

Для решения этих задач будем использовать уравнение Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i, \quad (i = 1, \dots, n),$$

где L – функция Лагранжа, вычисляемая по формуле $L=K-P$, здесь: K и P – соответственно полные кинетическая и потенциальная энергии подвижных звеньев манипулятора в данный момент времени, F_i – обобщенная сила, действующая в i -й степени подвижности.

Исходными данными для динамического синтеза манипулятора являются линейные и угловые скорости соответствующих точек и звеньев манипулятора, определяемые в ходе решения прямой или обратной задач кинематики, моменты инерции и массы звеньев, а также некоторые другие параметры.

В соответствии с приведенным уравнением Лагранжа 2-го рода алгоритм определения обобщенных сил сводится к последовательному выполнению следующих операций:

1. Определение кинетической энергии подвижных звеньев манипулятора;
2. Определение потенциальной энергии подвижных звеньев манипулятора;
3. Определение функции Лагранжа L ;
4. Почленное определение составляющих уравнения Лагранжа 2-го рода путем дифференцирования функции Лагранжа по обобщенным скоростям и по времени, а затем – по обобщенным координатам.

В результате выполнения этого алгоритма будут получены зависимости между обобщенными силами и обобщенными ускорениями, скоростями и координатами, которые (зависимости) можно в общем виде представить следующим образом:

$$\begin{aligned} F_1(\ddot{q}_1, \dot{q}_1, q_1; \ddot{q}_2, \dot{q}_2, q_2; \dots; \ddot{q}_n, \dot{q}_n, q_n; t) &= F_1(t); \\ F_2(\ddot{q}_1, \dot{q}_1, q_1; \ddot{q}_2, \dot{q}_2, q_2; \dots; \ddot{q}_n, \dot{q}_n, q_n; t) &= F_2(t); \\ &\vdots \\ F_n(\ddot{q}_1, \dot{q}_1, q_1; \ddot{q}_2, \dot{q}_2, q_2; \dots; \ddot{q}_n, \dot{q}_n, q_n; t) &= F_n(t). \end{aligned}$$

Полученные n дифференциальных уравнений можно использовать как для динамического анализа, так и для динамического синтеза манипулятора. При динамическом синтезе обобщенные силы определяются непосредственно по приведенным уравнениям путем прямых расчетов, так как все параметры в левых частях уравнений оказываются известными, а при решении задач динамического анализа, когда известны обобщенные силы $F_i(t)$, но неизвестны обобщенные координаты и их первые и вторые производные по времени приходится приведенные уравнения рассматривать как систему n обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка и решать ее (систему) тем или иным численным методом, например, методом Рунге-Кутты. Результатом решения этой системы дифференциальных уравнений будут законы движения $\ddot{q}_i(t)$, $\dot{q}_i(t)$ и $q_i(t)$ всех подвижных звеньев манипулятора по обобщенным координатам.

9.2. Решение примера динамического синтеза и анализа манипулятора

Поясним решение задач динамики на примере простого манипулятора с двумя степенями подвижности, работающего в ангулярной (угловой) системе координат.

При динамическом анализе и синтезе данного манипулятора (рис.9.1) будем считать известными кинематические размеры манипулятора (длина b_1 звена 1; расстояния a_1 и a_2 до центров масс), моменты инерции J_1 , J_2 и массы m_1 , m_2 звеньев.

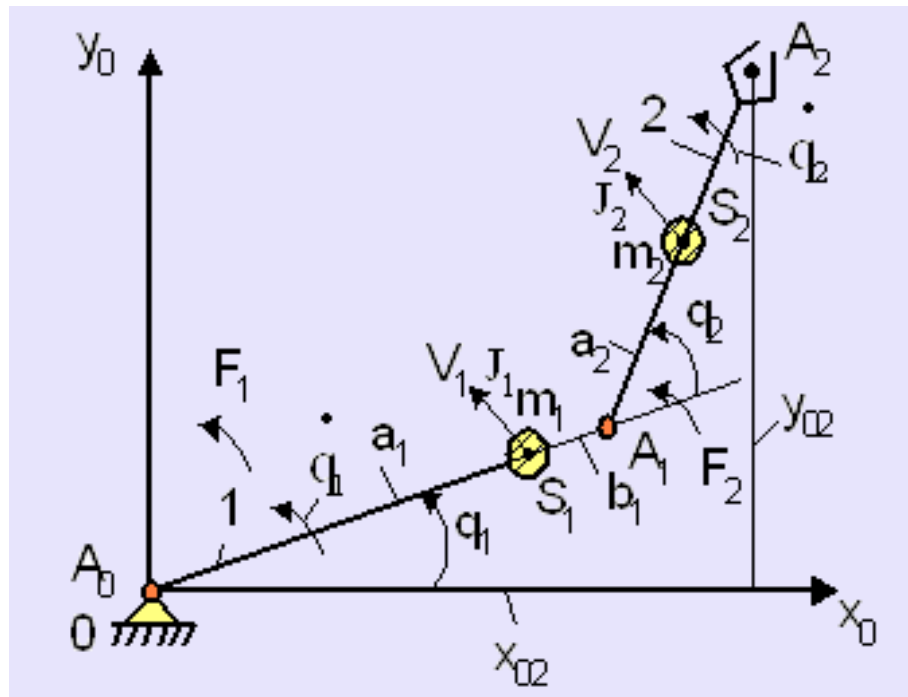


Рисунок 9.1 – Манипулятор с двумя степенями подвижности

В соответствии с приведенным ранее алгоритмом расчета обобщенных сил определим вначале кинетическую и потенциальную энергии подвижных звеньев манипулятора.

Определим зависимости между абсолютными и обобщенными скоростями манипулятора. Линейные скорости V_1 и V_2 центров масс звеньев 1 и 2 равны:

$$V_1 = a_1 \cdot \dot{q}_1; \quad V_2 = \sqrt{\dot{x}_{02}^2 + \dot{y}_{02}^2},$$

где \dot{x}_{02} и \dot{y}_{02} - проекции скорости V_2 на оси координат x_0 и y_0 .

Так как

$$x_{02} = b_1 \cos q_1 + a_2 \cos(q_1 + q_2)$$

и

$$y_{02} = b_1 \sin q_1 + a_2 \sin(q_1 + q_2),$$

то:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{02} &= -b_1 \dot{q}_1 \sin q_1 - a_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2); \\ \dot{y}_{02} &= b_1 \dot{q}_1 \cos q_1 + a_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_1 + q_2). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} V_2 &= [b_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 q_1 + 2b_1 a_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_1 \sin(q_1 + q_2) + \\ &+ a_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \sin^2(q_1 + q_2) + b_1^2 \dot{q}_1^2 \cos^2 q_1 + \\ &+ 2b_1 a_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_1 \cos(q_1 + q_2) + a_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \cos^2(q_1 + q_2)]^{0,5} = \\ &= [b_1^2 \dot{q}_1^2 + a_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2b_1 a_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2]^{0,5}. \end{aligned}$$

Определим полную кинетическую энергию манипулятора:

$$\begin{aligned} K &= 0,5[m_1 V_1^2 + J_1 \dot{q}_1^2 + m_2 V_2^2 + J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] = 0,5\{m_1 a_1^2 \dot{q}_1^2 + J_1 \dot{q}_1^2 + \\ &+ m_2 [b_1^2 \dot{q}_1^2 + a_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2b_1 a_2 \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos q_2] + J_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2\}. \end{aligned}$$

Перегруппируем слагаемые кинетической энергии по обобщенным скоростям:

$$K = 0,5J_{\Sigma 1}(q_2) \dot{q}_1^2 + J_{\Sigma 12}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 0,5J_{\Sigma 2} q_2 \dot{q}_2^2,$$

$$\text{где: } J_{\Sigma 1} = J_1 + J_2 + m_1 a_1^2 + m_2 (b_1^2 + a_2^2 + 2b_1 a_2 \cos q_2);$$

$$J_{\Sigma 12} = J_2 + m_2 a_2^2 + m_2 b_1 a_2 \cos q_2;$$

$$J_{\Sigma 2} = J_2 + m_2 a_2^2.$$

Определим полную потенциальную энергию манипулятора:

$$\Pi = m_1 g a_1 \sin q_1 + m_2 g [b_1 \sin q_1 + a_2 \sin(q_1 + q_2)],$$

где g – ускорение свободного падения.

Запишем уравнение Лагранжа 2-го рода для каждой степени подвижности рассматриваемого манипулятора:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} &= F_1; \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} &= F_2.\end{aligned}$$

Найдем выражение составляющих уравнений Лагранжа 2-го рода. Так как потенциальная энергия манипулятора не зависит от обобщенных скоростей, то:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} &= \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1} = J_{\Sigma 1}(q_2)\dot{q}_1 + J_{\Sigma 12}(q_2)\dot{q}_2; \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} &= \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_2} = J_{\Sigma 12}(q_2)\dot{q}_1 + J_{\Sigma 2}\dot{q}_2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_1}\right) = \frac{d}{dt}[J_{\Sigma 1}(q_2)\dot{q}_1 + J_{\Sigma 12}(q_2)\dot{q}_1] = \\ &= -2m_2b_1a_2\dot{q}_1\dot{q}_1\sin q_2 + J_{\Sigma 1}\ddot{q}_1 - m_2b_1a_2\dot{q}_1^2\sin q_2 + J_{\Sigma 12}(q_2)\ddot{q}_2 = \\ &= J_{\Sigma 1}\ddot{q}_1 + J_{\Sigma 12}\ddot{q}_2 - m_2b_1a_2(2\dot{q}_1\dot{q}_1 + \dot{q}_1^2)\sin q_2; \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_2}\right) = \frac{d}{dt}[J_{\Sigma 12}(q_2)\dot{q}_1 + J_{\Sigma 2}\dot{q}_2] = \\ &= J_{\Sigma 12}\ddot{q}_1 + J_{\Sigma 2}\ddot{q}_2 - m_2b_1a_2\dot{q}_1\dot{q}_2\sin q_2.\end{aligned}$$

Из выражения для определения полной кинетической энергии манипулятора видно, что кинетическая энергия манипулятора не зависит от обобщенной координаты q_1 , поэтому

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial q_1} &= \frac{\partial (K - \Pi)}{\partial q_1} = \frac{\partial (-\Pi)}{\partial q_1} = -m_1ga_1\cos q_1 - \\ &- m_2g[b_1\cos q_1 + a_2\cos(q_1 + q_2)].\end{aligned}$$

При выводе предыдущей формулы надо иметь в виду, что

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial q_1}[\sin(q_1 + q_2)] &= \frac{\partial}{\partial q_1}(\sin q_1 \cos q_2 + \cos q_1 \sin q_2) = \\ &= \cos q_1 \cos q_2 - \sin q_1 \sin q_2 = \cos(q_1 + q_2).\end{aligned}$$

Определим последнюю из составляющих уравнений Лагранжа 2-го рода.

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = \frac{\partial (K - \Pi)}{\partial q_2} = -m_2 b_1 a_2 \dot{q}_1 \sin q_2 - \\ - m_2 b_1 a_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin q_2 - m_2 g a_2 \cos(q_1 + q_2).$$

Собирая полученные выражения в зависимости, выражающие уравнение Лагранжа 2-го рода, после некоторых преобразований, получим:

$$J_{\Sigma 1} \ddot{q}_1 + J_{\Sigma 12} \ddot{q}_2 - m_2 b_1 a_2 (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_1^2) \sin q_2 + m_1 g a_1 \cos q_1 + \\ + m_2 g [b_1 \cos q_1 + a_2 \cos(q_1 + q_2)] = F_1;$$

$$J_{\Sigma 12} \ddot{q}_1 + J_{\Sigma 2} \ddot{q}_2 + m_2 a_2 [b_1 \dot{q}_1^2 \sin q_2 + g \cos(q_1 + q_2)] = F_2.$$

При решении задач динамического анализа (прямая задача динамики) эти уравнения следует, как отмечалось, рассматривать в качестве системы дифференциальных уравнений и, интегрируя их численно, определять при известных обобщенных силах F_1 и F_2 законы движения $q_1(t)$ и $q_2(t)$ по обобщенным координатам и их первые и вторые производные $\dot{q}_1(t)$, $\dot{q}_2(t)$ и $\ddot{q}_1(t)$, $\ddot{q}_2(t)$, являющиеся обобщенными скоростями и ускорениями.

Для решения задач динамического синтеза (обратная задача динамики) достаточно по известным $q_1(t)$, $q_2(t)$, $\dot{q}_1(t)$, $\dot{q}_2(t)$ и $\ddot{q}_1(t)$, $\ddot{q}_2(t)$ и другим параметрам прямым способом вычислить обобщенные силы F_1 и F_2 .

Рассчитав из каких-либо условий, например, из условия реализации заданной траектории путем решения обратной задачи кинематики законы $q_i(t)$, $\dot{q}_i(t)$ и $\ddot{q}_i(t)$, можно решить задачу динамического синтеза манипулятора, то есть определить требуемые при известных массах и моментах инерции звеньев силовые воздействия привода (рис.9.2) в функции времени $F_i(t)$ по каждой из степеней подвижности.

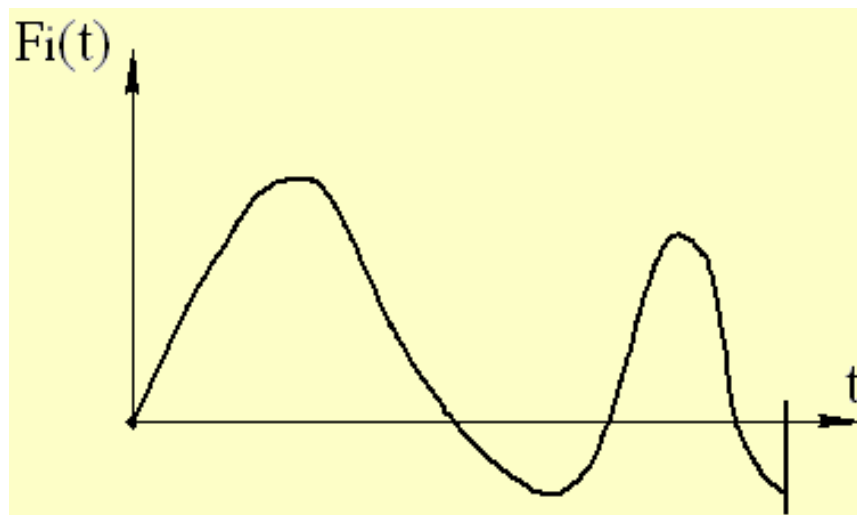


Рисунок 9.2 – Пример графика функции $F_i(t)$

При проектировании манипуляционных систем промышленных роботов наибольший интерес представляет обратная задача динамики, когда по известным (требуемым для обеспечения заданного движения схвата) законам изменения обобщенных координат следует определить необходимые для этого обобщенные силы.

В связи с тем, что при решении обратной задачи кинематики манипуляторов, как правило, используются численные методы и ввиду сложности зависимостей для расчета полных кинетических и потенциальных энергий многосвязных манипуляторов произвольной структуры, уравнения Лагранжа 2-го рода, описывающих динамику таких манипуляторов, также приходится решать численно, например, с использованием центральных разностных схем.

Вопросы к лекции 9:

1. Поясните алгоритм решения задач динамики манипуляторов на основе уравнения Лагранжа 2-го ряда.
2. Поясните порядок решения примера динамического анализа и синтеза двухсвязного шарнирного манипулятора.

Лекция 10. Кинематика манипуляционных механизмов с параллельной структурой. Решение обратной задачи

В последнее время все большее распространение получают, так называемые, платформенные механизмы Гауфа-Стюарта с параллельной кинематикой (триподы, гексаподы и т.п.).

Такие механизмы обладают высокой жесткостью, что определяет их большую нагрузочную способность, точность позиционирования рабочих органов и т.п. В связи с этим такие механизмы нашли широкое применение в качестве манипуляторов роботов, выполняющих различные производственные функции. Они применяются в качестве измерительных машин, летных тренажеров, технологических станков для изготовления деталей сложной формы, таких как лопатки турбин, обтекателей реактивных двигателей, прессформ и т.п.

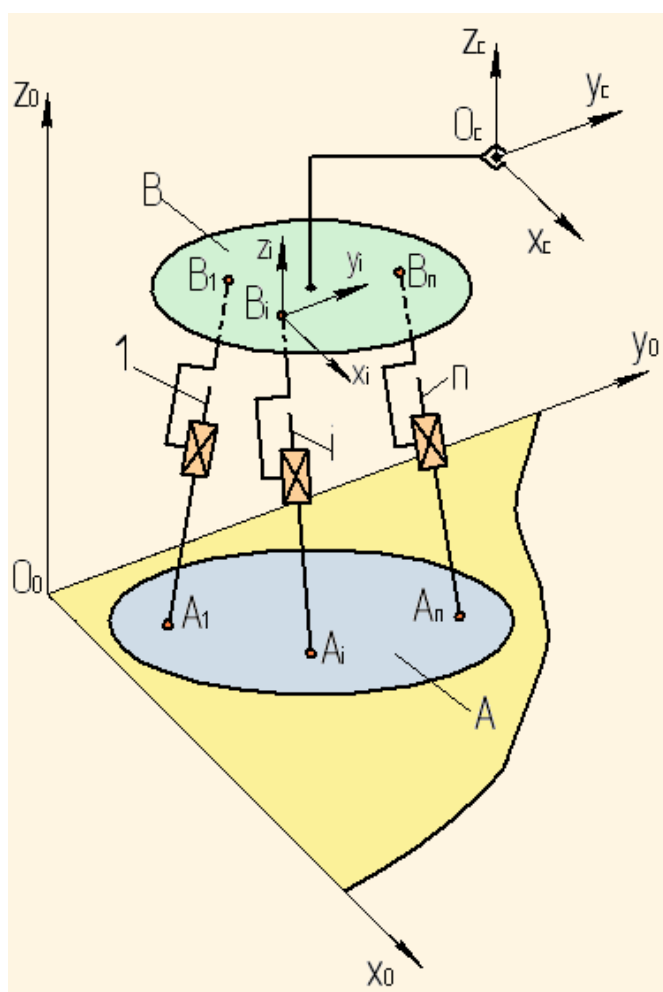


Рисунок 10.1 – Обобщенная схема n-пода

В манипуляторах с параллельной кинематикой неподвижное основание А соединено с подвижной платформой В в общем случае несколькими (не менее трех) стержнями переменной длины (рис. 10.1).

Концы стержней соединяются с неподвижной А и подвижной В платформами в зависимости от принятой структуры механизма различными (часто сферическими) кинематическими парами.

При анализе и синтезе механизмов параллельной структуры различают прямую и обратную задачи кинематики.

Прямая задача кинематики заключается в определении положения выходного звена (выходной платформы В) с закрепленным на нем предметом манипулирования по известным длинам стержней (приводных звеньев). Решение этой задачи для механизмов с параллельной структурой является достаточно сложной. Необходимость в ней возникает в весьма редких случаях.

Наиболее содержательной, с нашей точки зрения, является обратная задача кинематики манипуляторов с параллельной структурой (задача синтеза), когда по заданному закону движения схвата, закрепленному на подвижной платформе, требуется определить законы изменения длин приводных звеньев, являющихся обобщенными координатами q_i ($i=3, \dots, n$; здесь: n – число степеней подвижности – число приводных звеньев манипулятора). Именно обратная задача кинематики должна быть решена для определения управляющих воздействий на приводы входных звеньев-стержней A_iB_i с изменяющейся длиной.

Решим обратную задачу кинематики для общего случая, т.е. для манипулятора платформенного типа с любым наперед заданным числом n степеней подвижности.

Введем две основные системы координат, а именно:

- $O_0X_0Y_0Z_0$ – систему координат, связанную со стойкой А и являющуюся инерциальной системой координат;

- $O_cX_cY_cZ_c$ – систему координат, жестко связанную с подвижной платформой В так, что ее начало расположено в центре (в характерной точке)

схвата O_C (в центре предмета манипулирования, измерительного инструмента и т.п.). Оси координат этой системы в начальном положении параллельны и однонаправлены с соответствующими осями координат системы $O_0X_0Y_0Z_0$.

Положение схвата манипулятора в пространстве абсолютных координат $O_0X_0Y_0Z_0$ задается как функция времени t координатами его (схвата) характерной точки O_C , а именно, координатами $x_{0C}(t); y_{0C}(t); z_{0C}(t)$.

Для задания ориентации схвата в пространстве абсолютных координат будем использовать углы $x_0 \wedge z_C(t)$, $y_0 \wedge z_C(t)$ и $x_0 \wedge y_C(t)$, определяющие соответственно положение оси Z_C схвата относительно осей X_0 и Y_0 и оси Y_C относительно оси X_0 основания (рис. 10.2).

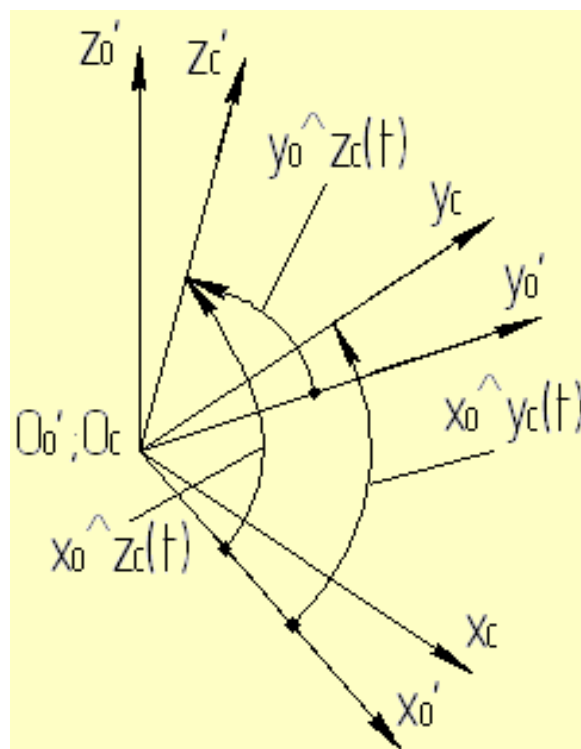


Рисунок 10.2 – Задание ориентации схвата в инерциальном пространстве углами $x_0 \wedge z_C(t)$, $y_0 \wedge z_C(t)$, $x_0 \wedge y_C(t)$

Для решения обратной задачи кинематики необходимо также задать в неподвижной инерциальной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$ координаты $x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}; \dots; x_{An}, y_{An}, z_{An}$ центров A_1, \dots, A_n сферических шарниров, соединяю-

щих приводные стержни со стойкой А, и координаты $x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}; \dots; x_{Bn}, y_{Bn}, z_{Bn}$ центров шарниров B_1, \dots, B_n , соединяющих эти звенья с подвижной платформой В, в системе координат подвижной платформы $O_C X_C Y_C Z_C$.

Таким образом, обобщенные координаты манипулятора можно представить в виде функции:

$$q_i = q_i(G; X(t)), \quad (i=3, \dots, n)$$

где: $G = (x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}; \dots; x_{An}, y_{An}, z_{An}; x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}; \dots; x_{Bn}, y_{Bn}, z_{Bn})$ – вектор назначаемых параметров, неизменяемых в ходе решения задачи; $X(t) = (x_{0C}(t); y_{0C}(t); z_{0C}(t); x_0^{\wedge} z_C(t); y_0^{\wedge} z_C(t); x_0^{\wedge} y_C(t))$ – вектор параметров, задающих требуемый закон движения схвата манипулятора в абсолютном пространстве.

Углы $x_0^{\wedge} z_C(t)$, $y_0^{\wedge} z_C(t)$ и $x_0^{\wedge} y_C(t)$ являются, наряду с углами Эйлера, наиболее естественным средством для однозначного задания ориентации схвата в пространстве абсолютных координат (рис. 10.2), однако непосредственное использование их для решения обратной задачи кинематики n-пода затруднено. Решение этой задачи существенно упрощается, если воспользоваться некоторыми виртуальными (мнимыми) поворотами.

Будем полагать, что заданная углами $x_0^{\wedge} z_C(t)$, $y_0^{\wedge} z_C(t)$ и $x_0^{\wedge} y_C(t)$ ориентация схвата и в целом подвижной платформы В обеспечивается за счет трех виртуальных поворотов системы координат $O_C X_C Y_C Z_C$ относительно осей $O_C X_C$, $O_C Y_C$ и $O_C Z_C$ соответственно на углы $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$, $\varphi_z(t)$ в строго указанной последовательности. Поворот на углы $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$ и $\varphi_z(t)$ должен происходить против часовой стрелки вокруг соответствующих осей координат.

Переход от углов $x_0^{\wedge} z_C(t)$, $y_0^{\wedge} z_C(t)$ и $x_0^{\wedge} y_C(t)$, задающих положение схвата и платформы в абсолютной системе координат $O_0 X_0 Y_0 Z_0$, к виртуальным углам поворота $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$, $\varphi_z(t)$ позволяет корректным образом использовать матричный аппарат вычислений для решения обратной задачи кинематики манипуляторов платформенного типа.

Как известно, направляющие косинусы углов $x_0^{\wedge} z_C(t)$, $y_0^{\wedge} z_C(t)$ и $x_0^{\wedge} y_C(t)$ являются наддиагональными элементами блочной матрицы поворота 3×3 в результирующей матрице преобразования координат 4×4 (соответственно

первыми и вторыми элементами третьего столбца и первым элементом второго столбца).

Получим для принятой нами последовательности виртуальных поворотов системы $O_C X_C Y_C Z_C$ на углы $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$ и $\varphi_z(t)$ необходимые наддиагональные элементы путем перемножения соответствующих матриц поворота 3×3 m_{01} , m_{12} и m_{23} , а именно:

$$m_{03} = m_{01} \cdot m_{12} \cdot m_{23} =$$

$$= \begin{vmatrix} C\varphi_y \cdot C\varphi_z & -C\varphi_y \cdot S\varphi_z & S\varphi_y \\ C\varphi_x \cdot S\varphi_z + C\varphi_z \cdot S\varphi_x \cdot S\varphi_y & C\varphi_x \cdot C\varphi_z - S\varphi_x \cdot S\varphi_y \cdot S\varphi_z & -C\varphi_y \cdot S\varphi_x \\ S\varphi_x \cdot S\varphi_z - C\varphi_x \cdot C\varphi_z \cdot S\varphi_y & C\varphi_z \cdot S\varphi_x + C\varphi_x \cdot S\varphi_y \cdot S\varphi_z & C\varphi_x \cdot C\varphi_y \end{vmatrix},$$

где:

$$m_{01} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_x & -S\varphi_x \\ 0 & S\varphi_x & C\varphi_x \end{vmatrix}; \quad m_{12} = \begin{vmatrix} C\varphi_y & 0 & S\varphi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\varphi_y & 0 & C\varphi_y \end{vmatrix};$$

$$m_{23} = \begin{vmatrix} C\varphi_z & -S\varphi_z & 0 \\ S\varphi_z & C\varphi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

(Символы C и S в матрицах означают тригонометрические функции соответственно «cosinus» и «sinus»).

Сопоставив наддиагональные элементы матрицы поворота m_{03} (первый и второй элементы третьего столбца и первый элемент второго столбца) с соответствующими элементами блочной матрицы 3×3 , рассчитаем требуемые для обеспечения заданной ориентации схвата значения виртуальных углов поворота $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$ и $\varphi_z(t)$ как функций углов $x_0^{\wedge} z_C(t)$, $y_0^{\wedge} z_C(t)$ и $x_0^{\wedge} y_C(t)$:

$$\varphi_y(t) = \text{asin}(\cos(x_0^{\wedge} z_C(t)));$$

$$\varphi_x(t) = \text{asin}\left(\frac{-\cos(y_0^{\wedge} z_C(t))}{\cos\varphi_y(t)}\right); \quad \varphi_z(t) = \text{asin}\left(\frac{-\cos(x_0^{\wedge} y_C(t))}{\cos\varphi_y(t)}\right).$$

Понятно, что при движении центра схвата O_C в соответствии с заданными законами $x_{0C}(t)$; $y_{0C}(t)$; $z_{0C}(t)$ и ориентацией платформы, выраженной теперь углами $\varphi_x(t)$, $\varphi_y(t)$, $\varphi_z(t)$, положения точек центров шарниров B_1, \dots, B_n будут в разные моменты времени различными в инерциальной системе координат.

Решение обратной задачи кинематики параллельных манипуляторов заключается, по сути, в определении расстояний A_1B_1, \dots, A_nB_n между центрами шарниров соответствующих приводных стержней в функции времени, то есть:

$$q_i(t) = A_i B_i(t) = \sqrt{[x_{Ai} - x_{Bi}^0(t)]^2 + [y_{Ai} - y_{Bi}^0(t)]^2 + [z_{Ai} - z_{Bi}^0(t)]^2},$$

$$(i=3, \dots, n) \quad (10.1)$$

где: $x_{Bi}^0(t)$, $y_{Bi}^0(t)$, $z_{Bi}^0(t)$ – координаты точки B_i в инерциальной системе координат.

Определим координаты точек $B_1, \dots, B_i, \dots, B_n$ в инерциальной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$. Для этого расположим в каждой точке B_i подвижной платформы дополнительные системы координат $B_iX_iY_iZ_i$ ($i=3, \dots, n$), параллельные и однонаправленные по отношению к системе $O_CX_CY_CZ_C$ (рис.10.1).

Переходя к однородным координатам x_i , y_i , z_i , 1 точек B_i ($i=3, \dots, n$), можно произвести пересчет этих координат в систему координат $O_0X_0Y_0Z_0$ путем перемножения пяти матриц:

$$W_{0i} = W_{00}W_{01}W_{12}W_{23}W_{3i},$$

где:

$$W_{0i} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & x_{Bi}(t) \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & y_{Bi}(t) \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & z_{Bi}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– результирующая матрица перехода от системы координат $B_iX_iY_iZ_i$ к системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$ для точки B_i ($i=3, \dots, n$); a_{11}, \dots, a_{33} – направляющие косинусы матрицы w_{0i} (при решении данной задачи не используются);

$$w_{00} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{0C}(t) \\ 0 & 1 & 0 & y_{0C}(t) \\ 0 & 0 & 1 & z_{0C}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– матрица перехода от характерной точки схвата O_C (центра схвата) к инерциальной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$ (напомним, что координаты центра схвата $x_{0C}(t)$, $y_{0C}(t)$, $z_{0C}(t)$ являются заданными по условию задачи);

$$w_{01} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi_x(t) & -S\varphi_x(t) & 0 \\ 0 & S\varphi_x(t) & C\varphi_x(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– матрица поворота системы $O_CX_CY_CZ_C$ вокруг оси O_CX_C на виртуальный угол $\varphi_x(t)$;

$$w_{12} = \begin{vmatrix} C\varphi_y(t) & 0 & S\varphi_y(t) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\varphi_y(t) & 0 & C\varphi_y(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– матрица поворота системы $O_CX_CY_CZ_C$ вокруг оси O_CY_C на виртуальный угол $\varphi_y(t)$;

$$w_{23} = \begin{vmatrix} C\varphi_z(t) & -S\varphi_z(t) & 0 & 0 \\ S\varphi_z(t) & C\varphi_z(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– матрица поворота системы $O_CX_CY_CZ_C$ вокруг оси O_CZ_C на виртуальный угол $\varphi_z(t)$;

$$w_{3i} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{Bi} \\ 0 & 1 & 0 & y_{Bi} \\ 0 & 0 & 1 & z_{Bi} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} -$$

– матрица перехода от системы координат $B_iX_iY_iZ_i$ к системе координат $O_CX_CY_CZ_C$ ($i = 3, \dots, n$).

Понятно, что первые три элемента четвертого столбца матрицы w_{0i} и являются искомыми координатами $x_{Bi}^0, y_{Bi}^0, z_{Bi}^0$ ($i = 3, \dots, n$) центров шарниров B_i подвижной платформы в инерциальной системе координат. После определения координат центров шарниров B_i в системе $O_0X_0Y_0Z_0$ обобщенные координаты $q_i(t)$ определяются по формуле (10.1).

Рассмотренный метод виртуальных поворотов позволяет за счет перехода к матричному исчислению существенным образом упростить решение обратной задачи кинематики манипуляторов платформенного типа и дает возможность при разработке программного обеспечения использовать типовые алгоритмы.

Вопросы к лекции 10:

1. Каковы особенности манипуляторов с параллельной кинематикой?
2. Каков порядок назначения систем координат, связанных со схватом и неподвижной платформой?
3. Каким образом реализуются степени подвижности в манипуляторах с параллельной кинематикой?
4. Поясните кинематический смысл каждой из пяти матриц перехода, используемых для расчета центров шарниров подвижной платформы.

Раздел 3. Робототехнические комплексы

Лекция 11. Назначение, состав и классификация робототехнических комплексов

11.1. Назначение робототехнических комплексов

Вся деятельность человека, в конечном счете, направлена на удовлетворение потребностей, которая в нашем случае сводится к обеспечению выпуска на промышленном предприятии предметов потребления.

В общем случае мы должны при этом знать ответы на три вопроса:

1. Что изготавливать (т.е. что делать, что найдет (может найти) рынок сбыта).
2. Сколько изготавливать (программа выпуска) по количеству, по сроку и по длительности изготовления.
3. Как изготавливать (каким образом, какими силами и средствами).

Ответ на 1-й вопрос регламентирует предмет выпуска.

Ответ на 2-й вопрос определяет программу выпуска и срок изготовления изделий, то есть в конечном счете, стабильность или наоборот неустойчивость, гибкость производства. Или как принято говорить – тип производства: единичный, серийный, массовый.

Ответы на 1-й и 2-й вопросы выходят за рамки данного курса и определяется состоянием соответствующего сегмента рынка. Далее будем иметь в виду изделия машиностроительного профиля, считая, что задание на их изготовление формируется некоторыми директивными органами планового или маркетингового характера.

Ответ на 3-й вопрос находится в нашей компетенции. В укрупненном виде с точки зрения степени автоматизации на него можно ответить так.

Изготовление может быть: ручным, механизированным, автоматизированным и автоматическим.

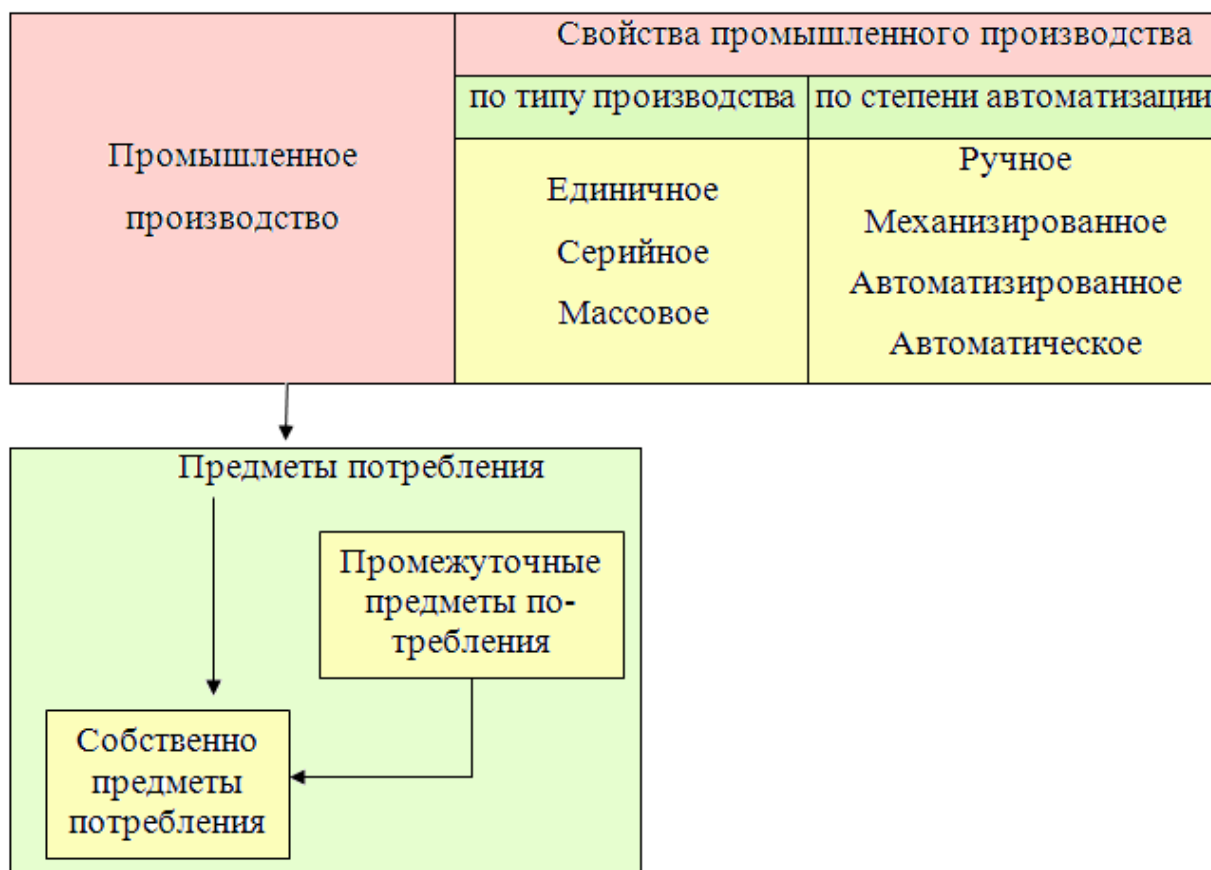


Рисунок 11.1 – Обобщенная схема промышленного производства

Напомним содержание понятий механизация и автоматизация.

Механизация – освобождение человека от участия в энергетическом потоке обработки изделий.

Автоматизация – освобождение человека от участия в энергетическом и информационном потоках обработки изделий.

Каждый из типов производства может выполняться с любой степенью автоматизации.

Полярными можно считать: единичное, ручное производство и массовое автоматическое производство на автоматических станках и линиях с жесткой программой работы.

При единичным ручном производстве применяют универсальные металлообрабатывающие станки с обслуживающим их станочником высокой квалификации или универсальные станки с ЧПУ по принципу: сколько стан-

ков - столько рабочих. Для этого типа производства характерна большая универсальность, но низкая производительность. Такое производство сейчас используется в ремонтных организациях, при выпуске исследовательского уникального оборудования.

Массовое автоматическое производство на жестких автоматических линиях и на станках-автоматах обеспечивает безлюдное высокопроизводительное производство, однако является специальным и не может быть использовано при смене продукции. Такое производство широко используется, например, в подшипниковой промышленности.

В общем объеме промышленного производства единичное и массовое производство занимают около 20%. Остальные 80% занимает серийное производство, когда в год на той или иной единице оборудования выпускают от 2 до 100 - 200 наименований партиями в 20 - 200 штук.

Именно серийное производство (крупносерийное, среднесерийное и мелкосерийное) и является экономически наиболее выгодной сферой применения гибких автоматизированных производств (ГАП) и их основной составляющей – роботизированных технологических комплексов.

Понятно, что серийное производство не является единственным типом производства, в котором целесообразно использовать робототехнические комплексы (РК): они используются в массовом, а иногда и в единичном производствах.

Рассмотрим место применения РК и выполняемые ими функции при различных уровнях автоматизации.

Необходимо отметить, что автоматизация технологических процессов имеет целью улучшение экономических и социальных факторов.

Экономические факторы автоматизации: увеличение производительности труда; повышение качества продукции; снижение себестоимости изготовления.

Социальные факторы: улучшение условий труда и безопасности человека, практически почти полное исключение его из производственного процес-

са и сведение его роли к наладке оборудования и к наблюдению за его работой.

В классическом варианте повышение уровня автоматизации решало все вышеуказанные задачи, но резко снижалась универсальность автоматических производств, что и привело к необходимости создания гибких автоматизированных производств.

В процессе развития средств автоматизации на автоматический режим выполнения переводились различные этапы и операции технологических процессов.

Первый уровень автоматизации - это автоматизация цикла обработки. Он сводится к автоматическому управлению последовательностью и характером движений рабочего инструмента в целях получения заданной формы, размеров и качества поверхности обрабатываемой детали.

Наиболее полное воплощение автоматизация этого уровня нашла в станках с ЧПУ. При этом обеспечивается возможность осуществлять управление практически для неограниченной номенклатуры деталей, то есть такие станки фактически являются универсальными с автоматической обработкой деталей.

Применение таких станков повышает производительность труда в 2-4 раза. Существенно повышается также качество продукции. Загрузка – разгрузка таких станков, однако, производится вручную, и они относятся к категории станков – полуавтоматов.

Второй уровень автоматизации - это автоматизация загрузки – разгрузки станков-автоматов, в том числе и станков с ЧПУ. Наибольшей универсальностью и быстротой переналадки обладают промышленные роботы (ПР), используемые в качестве загрузочно – разгрузочных устройств.

По мере снижения требований к скорости переналадки загрузочных устройств и увеличения размера партии обрабатываемых деталей упрощаются средства загрузки - разгрузки деталей в рабочую зону основного техноло-

гического оборудования (ОТО). На многоцелевых обрабатывающих центрах такими средствами часто служат автооператоры.

Второй уровень автоматизации обеспечивается с помощью роботизированных технологических комплексов (РТК), в которых ПР обслуживает единицы или группу ОТО.

Третий уровень автоматизации - автоматизация контроля обрабатываемых деталей, состояния инструмента, состояния станков, а также контроля и подналадки технологического процесса.

При таком типе автоматизации возможна длительная работа оборудования (в течение одной - двух смен) без участия человека.

Третий уровень автоматизации обеспечивается созданием адаптивных РК, а также гибких производственных модулей, представляющий собой комплекс, состоящий из многооперационного станка (обрабатывающего центра), устройств приема и перемещения спутников (паллет), ПР (или автооператоров), устройств контроля, диагностирования и других вспомогательных механизмов и устройств, управляемых от общей системы автоматизированного управления.

Четвертый уровень автоматизации - автоматическая переналадка оборудования с выпуска одного изделия на другое.

На существующем оборудовании переналадка пока осуществляется вручную и занимает значительную часть календарного времени (от нескольких часов до целой смены и больше). То есть этот этап производства до настоящего времени не автоматизирован и является слабым звеном в цепи средств автоматизации (автоматизированного производства).

Пятый уровень автоматизации - гибкие производственные системы (ГПС), представляющие собой совокупность в различных сочетаниях оборудования с ЧПУ, РТК, гибкие производственные модули (ГПМ), отдельных единиц ОТО и систем обеспечения их функционирования в автоматическом режиме в течение заданного интервала времени и обладающие свойством ав-

томатизированной переналадки при производстве изделий произвольной номенклатуры в установленных пределах их характеристик.

При быстрой переналадке ГПС с выпуска одного изделия на другое (переналадка вспомогательного технологического оборудования (ВТО), инструмента, замена управляющей программ) они должны обеспечивать производительность, близкую к той, что обеспечивается в современном массовом производстве при изготовлении деталей одного наименования.

Необходимо отметить, что повышение уровня автоматизации технологического оборудования (ТО) тесно связано с ростом уровня организации всего производства на данном предприятии.

Изолированный станок с ЧПУ, ПР, ГПМ или РТК при одиночном использовании на предприятии, где не применяется в достаточно широких масштабах такое оборудование, не эффективен, так как в таких случаях, как правило, вся организация производства на таком предприятии не соответствует требованиям, предъявляемым новой высокопроизводительной и нуждающейся в высококвалифицированном обслуживании техникой.

Таким образом, наиболее приемлемыми уровнями автоматизации, обеспечиваемыми непосредственно РТК, являются 2-й и 3-й.

11.2. Состав и классификация робототехнических комплексов

Робототехнический комплекс - это автономно действующая совокупность технологических средств производства, включающая основное и вспомогательное технологическое оборудование и промышленные роботы, выполняющие технологические основные и вспомогательные операции, а также обеспечивающая полностью автоматический цикл работы внутри комплекса и его связь с входными и выходными потоками остального производства.

РК классифицируют по 5-и признакам:

- по функциональному признаку,
- по области применения,
- по структурному признаку,
- по компоновочному признаку,
- по типу производственного подразделения.

По функциональному признаку различают роботизированный технологический комплекс (РТК) и роботизированный производственный комплекс (РПК).

Роботизированный технологический комплекс – это автономно действующая совокупность технологических средств производства, включающая единицу или группу технологического полуавтоматического оборудования, взаимодействующего с одним или несколькими ПР и набор вспомогательного оборудования, обеспечивающая полностью автоматический цикл работы внутри комплекса и его связь с входными и выходными потоками остального производства.

Роботизированный производственный комплекс - это автономно действующая совокупность технологических средств производства, включающая как минимум один промышленный робот, выполняющий основные операции технологического процесса (сборку, сварку, окраску и т. п.) и набор вспомогательного оборудования, обеспечивающая полностью автоматический цикл выполнения технологических операций внутри комплекса и его связь с входными и выходными потоками остального производства. При этом автоматизация вспомогательных операций внутри комплекса может выполняться с помощью других ПР.

По области применения различают роботизированные комплексы: механообработки; холодной штамповки;ковки; литья; прессования пластмасс; термической обработки и гальванопокрытий; сварки; окраски; транспортирования; контроля и испытаний; сборки.

По структурному признаку различают:

- однопозиционные РТК, включающие один ПР в комплекте с единицей технологического оборудования станок - робот, пресс – робот, то есть "оборудование - робот" (рис. 11.2).
- групповые РТК, включающие один ПР, обслуживающий группу однотипного или разнотипного технологического оборудования (рис. 11.3);

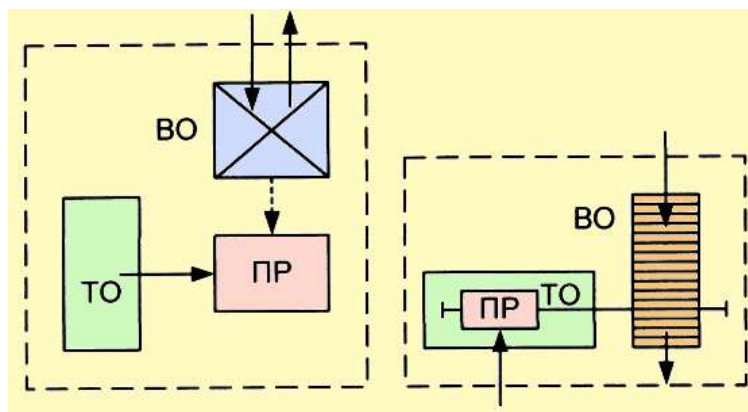


Рисунок 11.2 – Однопозиционные РТК

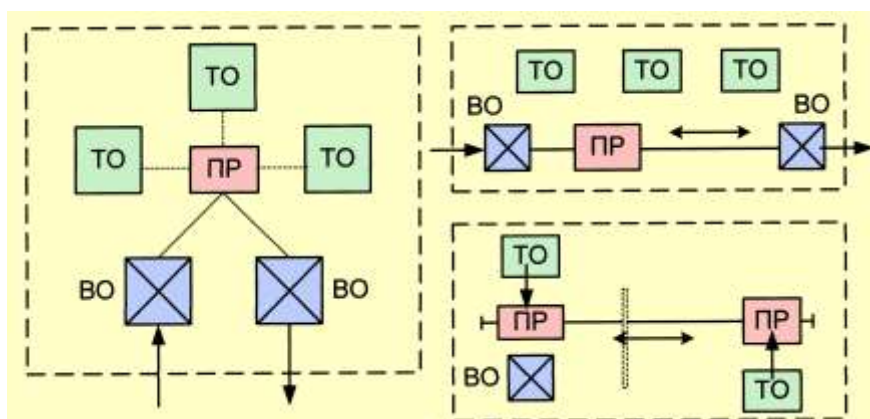


Рисунок 11.3 – Групповые РТК

- многопозиционные РК (роботизированные центры РТЦ или РПУ), включающие группу ПР (рис. 11.4), выполняющих взаимосвязанные или взаимодополняющие функции (например, один ПР заливает металл в машину литья под давлением, а другой снимает готовые отливки; группа ПР осуществляет ряд сборочных операций на многопозиционном поворотном столе).

Таким образом, структурный признак отражает взаимодействие ТО внутри комплекса.

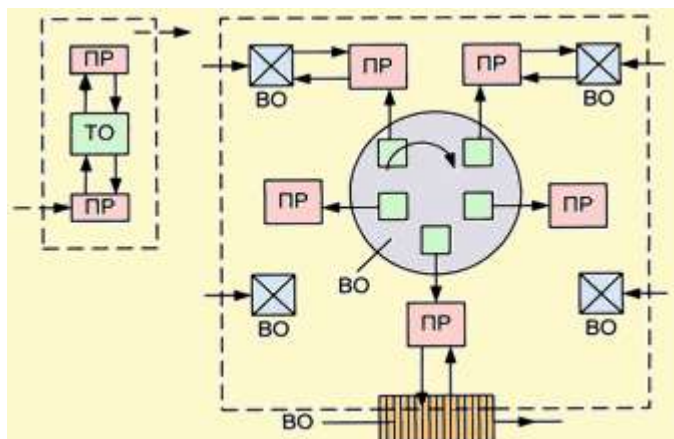


Рисунок 11.4 – Многопозиционные РТК

По компоновочному признаку различают 6 типовых схем. Тип компоновки комплекса зависит от конструктивно - кинематического исполнения ПР, а именно: от типа основных (переносных) координатных перемещений ПР, определяющих характер его рабочей зоны, а также от схемы расположения технологического оборудования.

1-я компоновочная схема РТК (рис. 11.5) – включает комплексы, характеризующиеся линейным расположением ОТО и ВТО. Такой тип компоновки создается на основе ПР, работающих в плоской прямоугольной системе координат, он применяется в основном в механообрабатывающем производстве для однопозиционных комплексов «станок - робот».

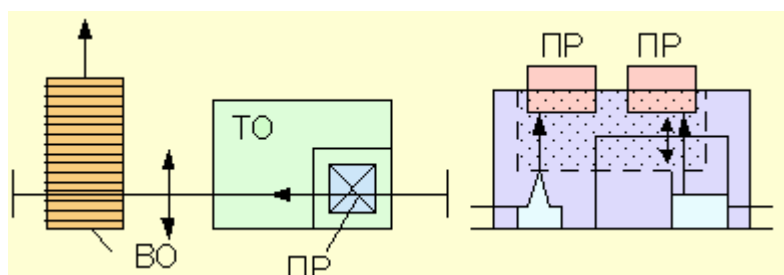


Рисунок 11.5 – Первая компоновочная схема РТК

2-я компоновочная схема РТК (рис. 11.6) характеризует линейно – параллельным расположением ОТО и ВТО. Она создается на базе ПР тельферного (портального) типа с плечелоктевой конструкцией манипулятора. Применяется в основном в механообработке для комплексов группового типа (до 6-ти станков).

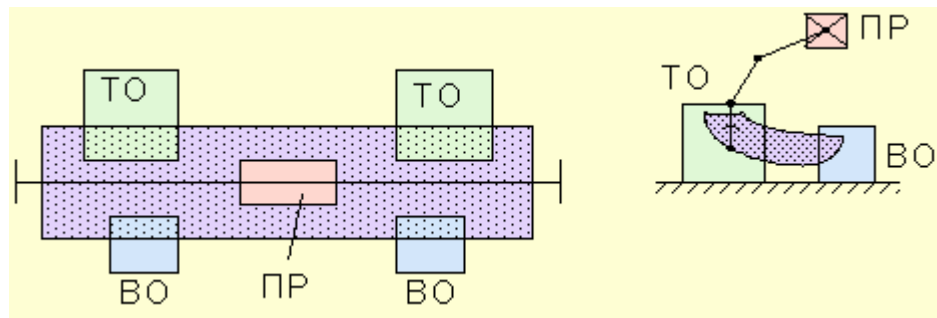


Рисунок 11.6 – Вторая компоновочная схема РТК

3-я компоновочная схема РТК включает комплексы (рис. 11.7), созданные на базе ПР, работающих в цилиндрической системе координат с горизонтальной осью вращения («качанием» манипулятора). Применяются в механообработке и кузнечнопрессовом производстве при однопозиционной структуре комплексов.

Имеет линейно - параллельную схему расположения оборудования.

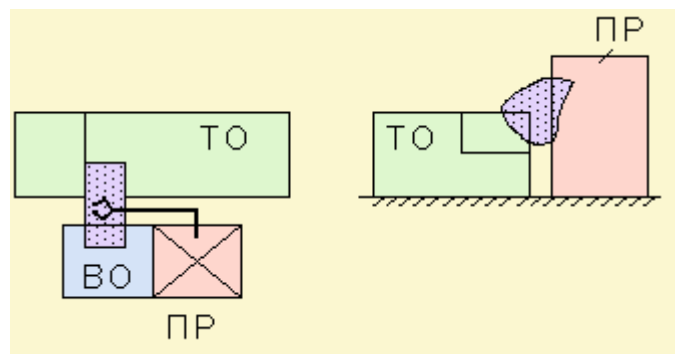


Рисунок 11.7 – Третья компоновочная схема РТК

4-я компоновочная схема РТК (рис. 11.8) создается на базе ПР, работающих в цилиндрической системе координат с вертикальной осью вращения, и характеризуется круговым расположением ОТО и ВТО. Применяется в основном в кузнечнопрессовом производстве при создании технологических комплексов «пресс - робот», а также в механообработке при создании групповых комплексов «группа станков - робот» (до 3-х станков).

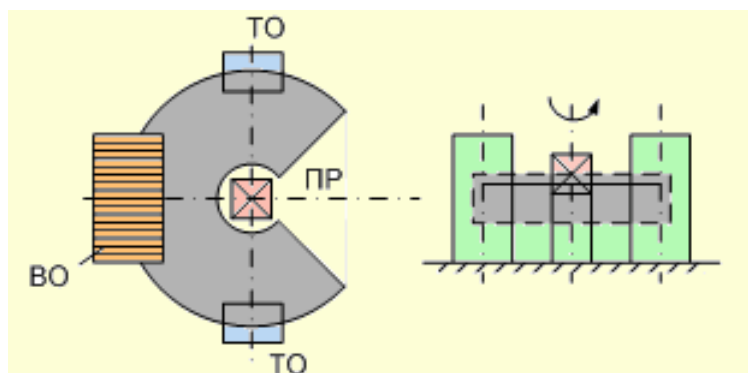


Рисунок 11.8 – Четвертая компоновочная схема РТК

5 - я компоновочная схема РТК (рис. 11.9) создается на базе ПР, работающих в сферической системе координат. В данную группу могут входить, например, ПР, имеющие широкие функциональные возможности (до 6-ти степеней подвижности). Комплексы используются в наиболее сложных условиях – при групповом обслуживании разнотипного по схеме загрузки механообрабатывающего оборудования, при выполнении окрасочных и других работ. Схема расположения оборудования – двухрядная – линейно – параллельная либо круговая.

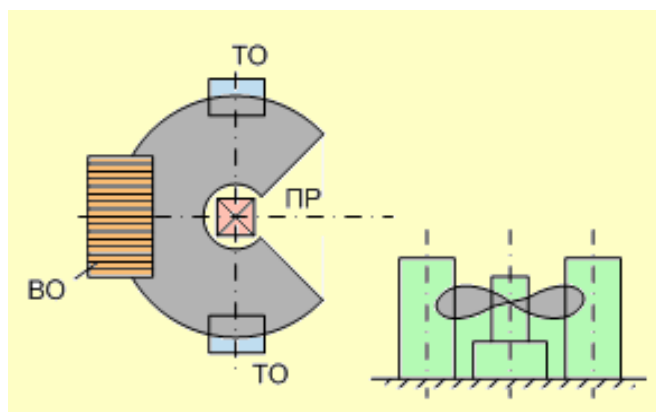


Рисунок 11.9 – Пятая компоновочная схема РТК

6 - я компоновочная схема РТК - смешанная. Используется при создании многопозиционных комплексов литейного, сборочного, иногда кузнечно-прессового производства. В таких комплексах применяются, как правило, несколько ПР с различными конструктивно - компоновочными исполнениями.

По типу производительного подразделения различают:

- роботизированные технологические ячейки (РТЯ);

- роботизированные технологические участки (РТУ);
- роботизированные технологические цеха (РТЦ).

Здесь классификационным признаком служит количество выполняемых в РК технологических операций.

РТЯ – в ней выполняется одна основная технологическая операция. Количество единиц ТО и ПР в составе РТЯ не регламентируется. В РТЯ может совсем отсутствовать ТО, когда основную технологическую операцию выполняет непосредственно ПР, или, наоборот, могут отсутствовать как самостоятельные ПР, когда они конструктивно объединены с ТО.

РТУ – здесь выполняются несколько основных технологических операций, которые объединены технологически, конструктивно (оборудованием) или организационно (управлением). Операции могут быть одинаковыми или разными.

РТЛ – это разновидность РТУ, в которой разные операции связаны друг с другом технологически.

В РТУ операции могут быть объединены по различным признакам, например, по принадлежности к одному виду технологического процесса, по выполнению на однотипном оборудовании и т.д.

РТУ не есть простое соединение РТЯ и может не иметь их совсем, как обособленных структурных единиц. Например, РТУ может включать несколько единиц ТО, обслуживаемых одним ПР. В простейших РТУ может быть несколько ПР, последовательно выполняющих основные операции, например, сборку одного изделия.

Развитые РТУ содержат несколько единиц ТО и несколько единиц ПР.

РТЦ – это РТК, состоящий из нескольких РТУ, объединенных транспортной системой, межцеховым автоматизированным складом, системой управления и календарного планирования. Кроме того, РТУ оснащаются системами контроля качества продукции.

Вопросы к лекции 11:

1. Каково назначение робототехнических комплексов в промышленности?
2. Каковы уровни автоматизации машиностроительного производства?
3. Какие уровни автоматизации целесообразно обеспечивать на основе использования робототехнических комплексов?
4. Поясните понятие робототехнический комплекс.
5. Приведите классификацию РК по функциональному признаку.
6. Приведите классификацию РК по области применения.
7. Приведите классификацию РК по структурному признаку.
8. Приведите классификацию РК по компоновочному признаку.
9. Приведите классификацию РК по типу производственного подразделения.

Лекция 12. Компоновка РТК и возможные траектории схвата манипулятора

12.1. Компоновочные схемы РТК

Компоновка РТК и состав его оборудования являются наиболее существенными факторами, влияющими на траектории схвата. Важным фактором являются также функции, выполняемые роботом в РТК.

Различают несколько типов производственных ситуаций.

1. Промышленный робот только загружает или только разгружает оборудование, а также, если робот обслуживает РТК с объединенным входом и выходом.

Примеры:

1.1. ПР из входного накопителя подает заготовки в штамп (рис. 12.1а), а после изготовления детали она сдувается сжатым воздухом, сталкивается дополнительным приспособлением или забирается другим роботом.

1.2. Робот снимает деталь после обработки на токарном станке при использовании в качестве заготовки пруткового материала.

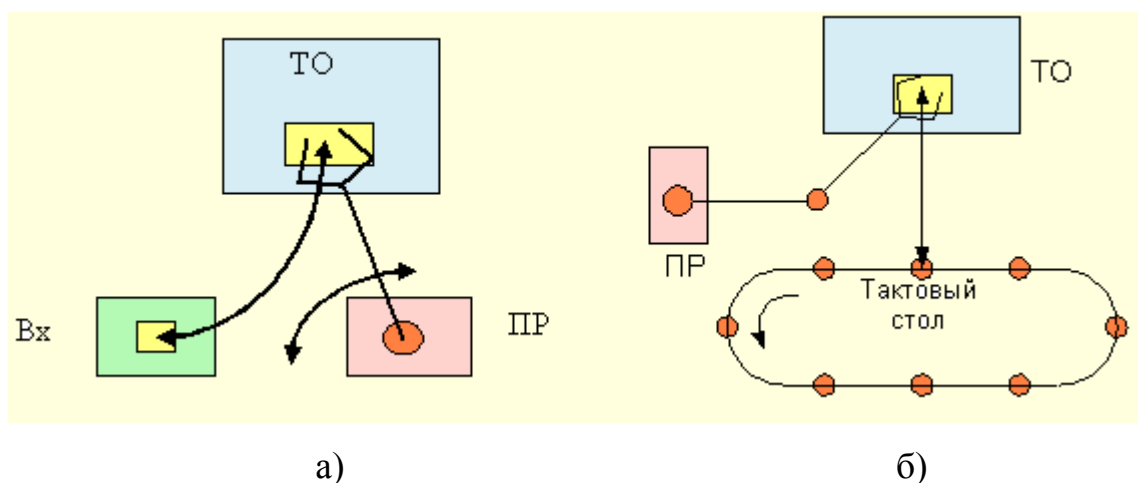


Рисунок 12.1 – РТК с объединенным входом и выходом

1.3. Робот забирает заготовку с тактового стола, ставит ее в приспособление станка, а на освободившееся место кладет деталь, вынесенную при обратном движении из зоны станка (рис. 12.1б).

В этом случае траектории схвата в прямом и обратном направлениях совпадают.

2. Робот обслуживает РТК, в котором входной и выходной накопители (или позиции захвата заготовки и разгрузки детали) расположены на небольшом расстоянии друг от друга.

Примеры:

2.1. Заготовка берется с одного транспортера, а деталь укладывается на другой, расположенный рядом (рис. 12.2 а). Ситуация вызвана тем, что деталь после существенного изменения ее формы в процессе обработки или с целью сохранения чистоты обработки поверхности не может быть уложена в транспортер заготовок.

2.2. Робот с одним схватом (рис. 12.2 б) приносит из ячейки кассеты заготовки на столик у рабочей зоны станка, берет деталь в станке, ставит ее на столик рядом с заготовкой, загружает станок заготовкой, берет деталь и транспортирует ее в освободившуюся ячейку. В такой производственной ситуации траектории прямого и обратного перемещения близки друг к другу и могут быть приняты одинаковыми на значительном протяжении с различием в непосредственной близости от соответствующего оборудования.

3. Робот обслуживает РТК, в котором по условиям общей компоновки ГПС и планирования транспортных путей в цехе входные и выходные позиции разнесены на значительные расстояния (рис. 12.3). Обычно такая производственная ситуация возникает при обслуживании роботом нескольких единиц технологического оборудования (от 2-х до 6-ти), расположенных в последовательности технологического процесса.

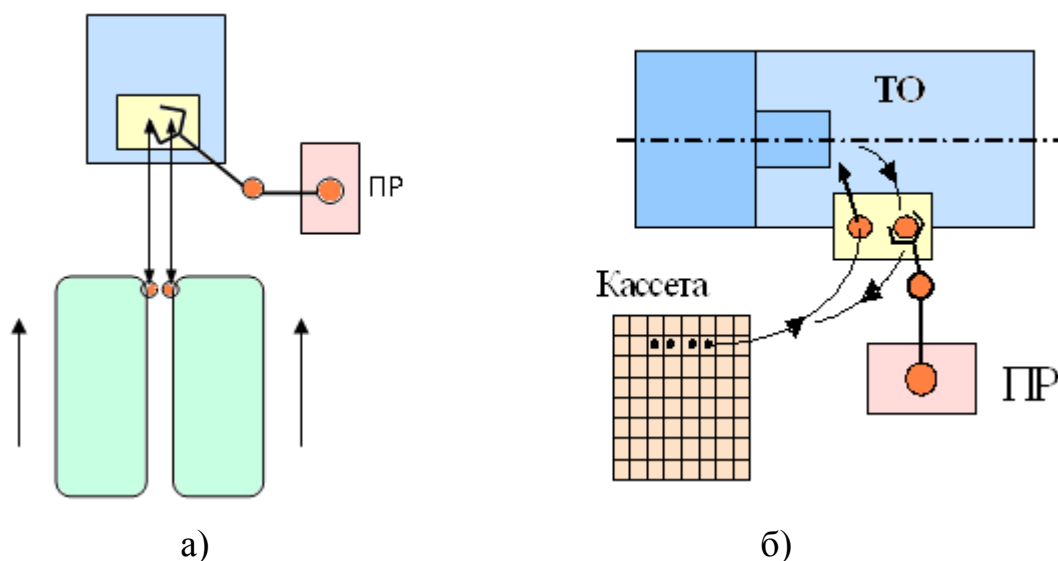


Рисунок 12.2 – РТК с близко расположенными входными и выходными накопителями

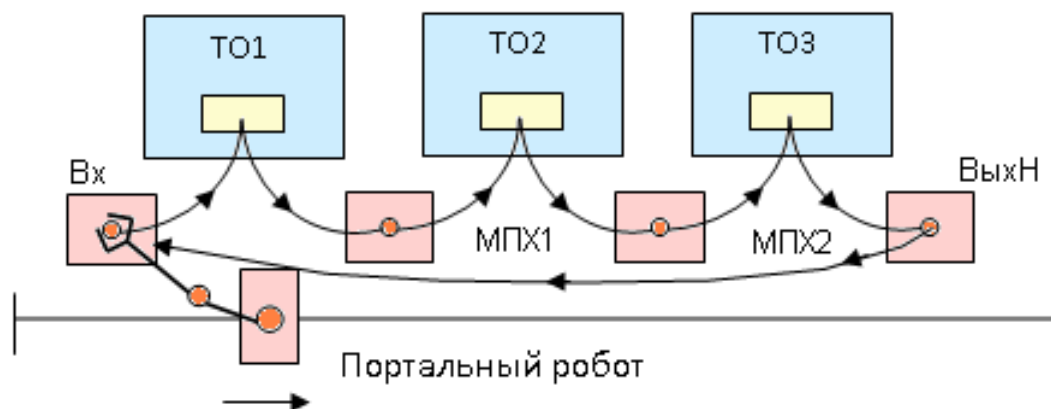


Рисунок 12.3 – РТК с удаленными входными и выходными накопителями

Многостаночное обслуживание роботом обычно используется при значительной продолжительности технологических операций, например, при механообработке на токарных или фрезерных станках.

Это наиболее типичный случай, включающий в себя как частные два предыдущих. Именно в таких производственных сценах РТК вопрос планирования траекторий является наиболее содержательным.

Заметим, что в РПК, когда робот является основным технологическим оборудованием (сварка, окраска и т. д.), возникают производственные ситуации либо аналогичные рассмотренным, либо траектория полностью диктуется технологическим процессом, как, например, это имеет место при заданной конфигурации сварочного шва, или когда заготовку, заданной формы следует вырезать из листового материала. В последних случаях траектория не подлежит планированию, а задача сводится к обеспечению наиболее точного воспроизведения заданной траектории за счет определения требуемых законов изменения обобщенных координат методами решения обратной задачи кинематики. В дальнейшем будем рассматривать 3-ий тип производственной сцены, к которому могут быть сведены многие другие, за исключением случаев, когда траектория и ориентация схвата строго заданы на всем протяжении.

Заметим, что оборудование с целью сокращения времени и затрат на транспортирование деталей роботом должно устанавливаться на минимально

возможном расстоянии, с расположением мест обслуживания по возможности на одном уровне и на одной прямой или на одной дуге окружности (рис. 12.4).

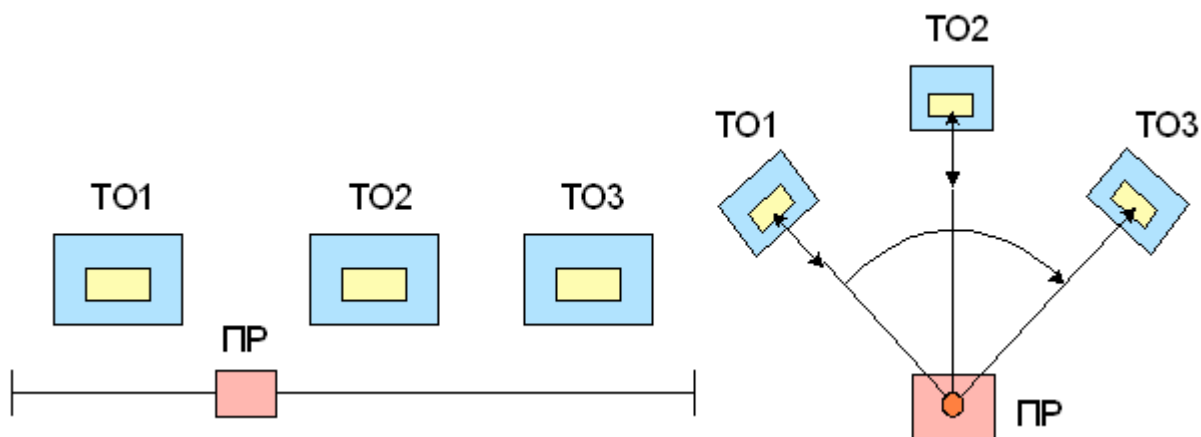


Рисунок 12.4 – Рекомендуемые схемы расположения оборудования в РТК

12.2. Анализ местных (частных) траекторий схвата манипуляторов

Планирование траекторий движения схвата начинается с анализа местных траекторий манипулятора, то есть траекторий перемещения схвата вблизи рабочей зоны определенного оборудования или соседнего оборудования. На местной траектории манипулирования выделяют следующие характерные участки:

1. Сопряжение схвата с изделием и съем схвата с изделия;
2. Установка и съем изделия с оборудования;
3. Вход и выход схвата из рабочей зоны ТО;
4. Перемещение схвата от одного оборудования к другому: подход, уход, движение мимо оборудования;
5. Перемещения, связанные со сменой схвата;

Некоторые участки в реальном РТК могут отсутствовать.

При рассмотрении производственных сцен РТК используют системы координат, связанные с технологическим оборудованием и с промышленным роботом (рис. 12.5).

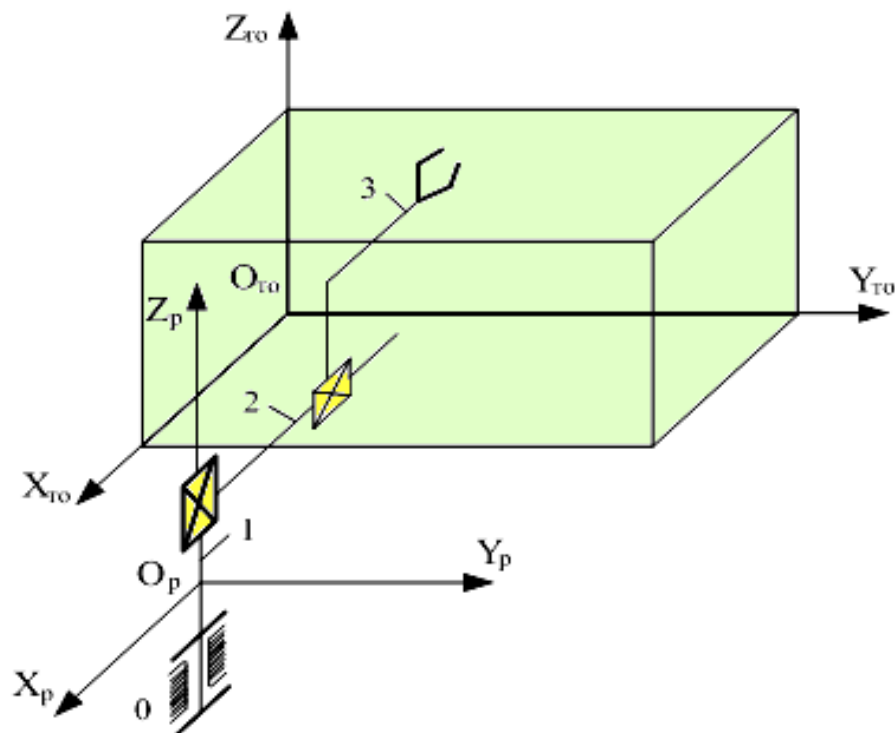


Рисунок 12.5 – Системы координат ТО и РР

Ось $Z_{ТО}$ технологического оборудования направляется вверх, ось $X_{ТО}$ – по направлению к лицевой стороне ТО, тогда ось $Y_{ТО}$ ориентируется по направлению от j -го оборудования к $(j+1)$ -му (слева направо) по направлению технологического процесса. Инерциальная система координат робота $O_P X_P Y_P Z_P$ связывается с неподвижным звеном 0 робота и ориентируется по ранее изложенным правилам.

Рекомендуется четыре варианта расположения ТО в системе координат робота, при которых углы между осями $O_{ТО} X_{ТО}$ и $O_P X_P$ составляют 0° , 90° , 180° и 270° . Это наиболее естественное расположение, обеспечивающее, кроме того, определенную простоту пересчета координат. Однако при необходимости эти системы координат могут располагаться произвольно по отношению друг к другу.

1. Сопряжение схвата с изделием и сьем схвата с изделия.

По характеру движения относительно изделия схваты делят на два вида:

Боковые: схват снимается с изделия или одевается на него перпендикулярно направлению съема изделия с оборудования (рис. 12.6а).

Такие схваты используются чаще, т.к. они позволяют совместить движение съема схвата с изделия с движением выхода из рабочей зоны.

Торцевые: схват снимается с изделия в том же направлении, что и само изделие с оборудования (рис. 12.6 б). Такие схваты применяют, когда захват деталей за боковые поверхности невозможен из-за их малых размеров, неудобной формы или препятствия со стороны ТО, а также при захвате за внутренние поверхности детали.

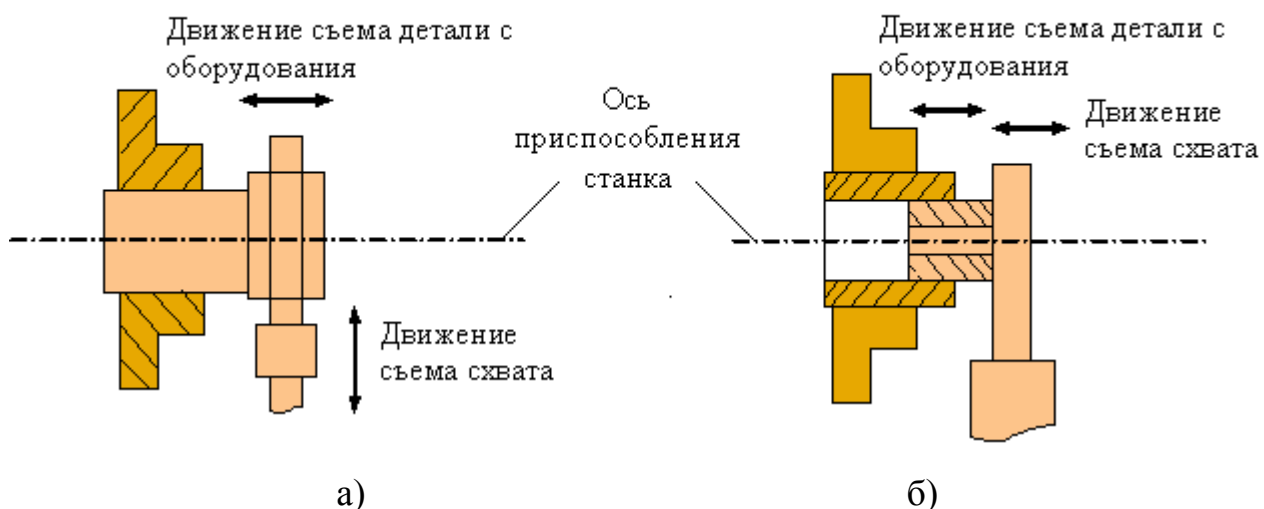


Рисунок 12.6 – Боковые (а) и торцевые (б) схваты

2. Установка и съём изделия с оборудования.

Для большинства типов технологического оборудования характерны три вида ориентации траектории схвата при установке и съеме изделия на/с оборудование:

- по оси $X_{то}$: печи, окрасочные камеры, прессы горячей штамповки и т.д;
- по оси $Y_{то}$: токарные станки;
- по оси $Z_{то}$: вертикально-фрезерные, плоскошлифовальные, зубофрезерные станки, операции укладки изделий в тару, магазины, загрузочные устройства.

Ориентация траекторий съема – установки схвата с/на изделия могут быть и более разнообразными: в зоне положительных и отрицательных значений осей X_j и Y_j , но всегда в положительной части оси Z_j .

3. Ориентация траектории выхода/входа схвата из рабочей зоны.

Ориентация траектории выхода/входа схвата из рабочей зоны может быть по всем трем осям:

- выход/вход по оси $X_{то}$ является наиболее естественным, так как такое направление совпадает с направлением движения, выполняемым оператором при неавтоматизированном обслуживании. Однако при этом зона оператора оказывается занятой.

- выход/вход по оси $Y_{то}$, а также в отрицательном направлении осей X_j и Y_j осуществляется реже, т.к. конструкцией оборудования, как правило, не предусмотрено его обслуживание с этих сторон. К преимуществам выхода по оси Y_j и в отрицательном направлении оси X_j относится свободный подход оператора к рабочей зоне оборудования для его настройки, а также при загрузке – разгрузке вручную при отказе робота.

- выход/вход по оси $Z_{то}$ применяется при подвесной установке робота на портале. При напольной установке ПР такой выход может оказаться целесообразным из-за возможного сокращения траекторий, поскольку в этом направлении размеры препятствий обычно невелики.

- выход/вход в произвольном направлении, несовпадающим с координатными осями используется при обслуживании ТО несколькими ПР, при применении двуруких роботов, роботов со сферической или сложной полярной системой координат, при малых размерах ПР по сравнению с обслуживаемым ТО. Обычно в этом случае отклонение этих траекторий от естественных осей оборудования незначительно и на первых этапах проектирования такой выход или вход можно считать совпадающим с осями координат ТО.

4. Ориентация траекторий движения схвата от предыдущего оборудования к следующему.

Ориентация траекторий движения схвата от предыдущего оборудования к следующему по техпроцессу осуществляется в общем случае по всем направлениям: при напольной установке ПР чаще используются перемещения по четырем направлениям: в положительном и отрицательном направлениях осей X_j и Y_j , т.е. уход и подход от одного ТО к другому обычно в таком случае осуществляется в горизонтальной плоскости; при портальной компоновке ПР чаще перемещение ухода – подхода выполняются в вертикальной плоскости – в положительном и отрицательном направлениях оси Z_j .

Ориентация движения схвата между оборудованием однозначно определяет ориентацию переносных степеней подвижности ПР, которые выполняют это движение, а следовательно, и ориентацию робота относительно технологического оборудования, то есть ориентацию инерциальной системы координат робота относительно системы координат оборудования.

Как правило, те оси неподвижной системы координат ПР, которые оказываются в горизонтальной плоскости, располагаются либо перпендикулярно либо параллельно оси X_j оборудования, то есть под углами 0° , 90° , 180° или 270° .

При проектировании РТК целесообразно рассматривать различные варианты местных траекторий и выбирать наиболее оптимальные по ряду критериев, например, по протяженности траектории, по величине перемещений по обобщенным координатам, по времени перемещения, по числу степеней подвижности, участвующих в реализации данной траектории, по удобству обслуживания оборудования оператором и наладчиком и так далее.

5. Перемещения, связанные со сменой схвата, определяются, в основном, компоновкой рабочей сцены РТК с учетом его производственного назначения.

Вопросы к лекции 12:

1. Приведите основные типы производственных ситуаций.
2. Какие частные траектории движения схвата можно выделить при обслуживании роботом технологического оборудования?
3. Какие варианты расположения оборудования рекомендуются в РТК?
4. Каковы характерные виды ориентации траектории схвата при установке и съеме изделия на/с оборудования?

Лекция 13. Использование нескольких роботов в одном РТК. Межстаночные траектории схватов

13.1. Особенности использования нескольких роботов в одном РТК

Два и более ПР используются в одном РТК в следующих случаях:

1. Один робот не успевает обслуживать оборудование за требуемое время, т.е. ПР не укладывается в заданный такт выпуска деталей.
2. Один ПР не может обеспечить съем и транспортировку детали, например, длинный вал, крыло самолета, корпусные кольца турбин и т.д.
3. Величины ходов одного ПР не достаточно для обслуживания всего РТК, а модернизация ПР с целью увеличения его зоны обслуживания нецелесообразна.

Возможны различные стратегии обслуживания ТО роботами:

- каждый из роботов может обслуживать по мере необходимости любое оборудование. Это наиболее гибкая стратегия, но реализация достаточно сложна и на конструктивно – компоновочном и на программно – алгоритмическом уровнях.

– обычно на практике используют более простые РТК, в которых все оборудование разбивается на несколько групп так, что каждую из групп может обслуживать один робот. При такой организации РТК передача изделия между участками может осуществляться следующим образом:

1. Непосредственно из схвата одного ПР в схват другого.
2. Через технологическое оборудование: один робот транспортирует изделие на технологическое оборудование – другой от технологического оборудования.
3. На дополнительной позиции передачи.

Первый способ используется редко, так как требует достаточно точного взаимного позиционирования схватов роботов и кроме того при этом должен быть обеспечен захват за различные поверхности изделия, что не всегда возможно.

Второй способ используется чаще других. При этом загрузка ТО производится одним ПР, а разгрузка – другим с последующей загрузкой этим роботом (j+1)-го оборудования (рис. 13.1).

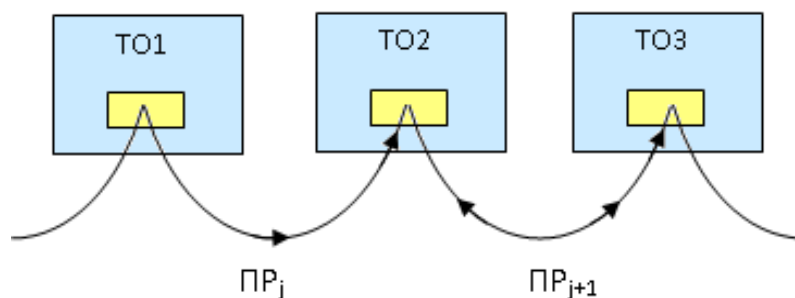


Рисунок 13.1 – РТК с транспортированием изделия через оборудование

Третий способ используется при особо больших расстояниях между ТО (рис. 13.2), а также в случае, если изделие при передаче с одного ТО на другое должно изменить ориентацию (поворот, кантование, смена технологических баз и т.д.).

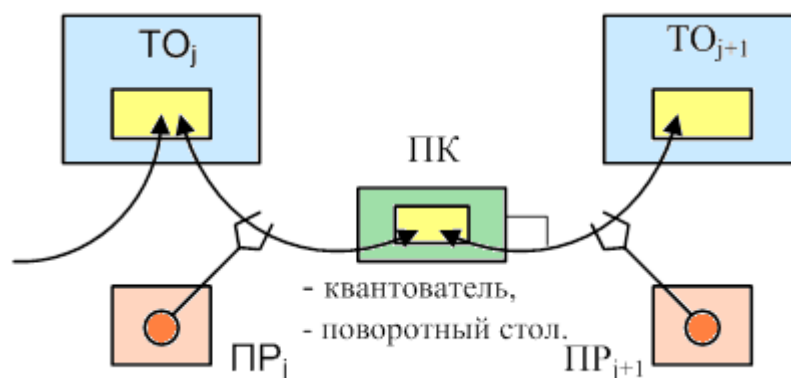


Рисунок 13.2 – РТК с дополнительной позицией передачи

Время обработки изделия на различном ТО обычно различается друг от друга. Из-за этого могут возникать простои как ТО, так и ПР. При простоях ПР он должен находиться некоторое время в позиции ожидания конца обработки изделия. При планировании траекторий нескольких ПР в пространстве и во времени следует максимально синхронизировать их работу, ориентируясь на более длительную технологическую операцию. В некоторых случаях это позволяет либо заметно сократить число ПР, либо организовать их синхронную работу по единой управляющей программе (рис. 13.3). Возможна также механическая синхронизация, когда руки ПР монтируются как единое целое, либо жестко соединяются друг с другом (рис. 13.4).

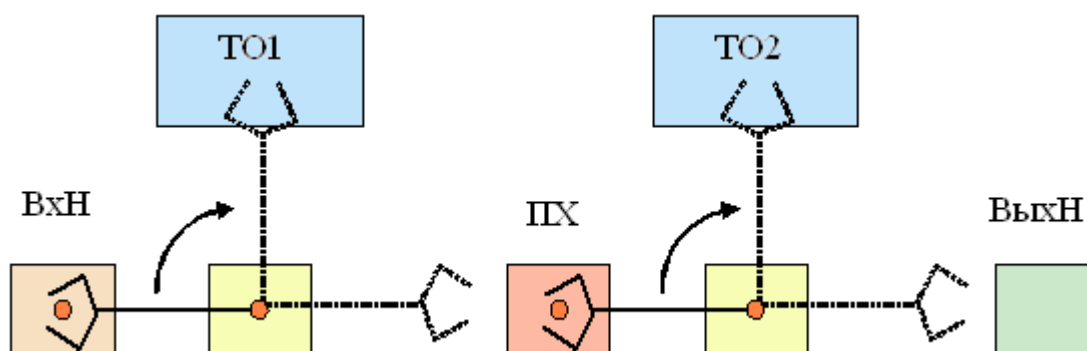


Рисунок 13.3 – Синхронная работа роботов

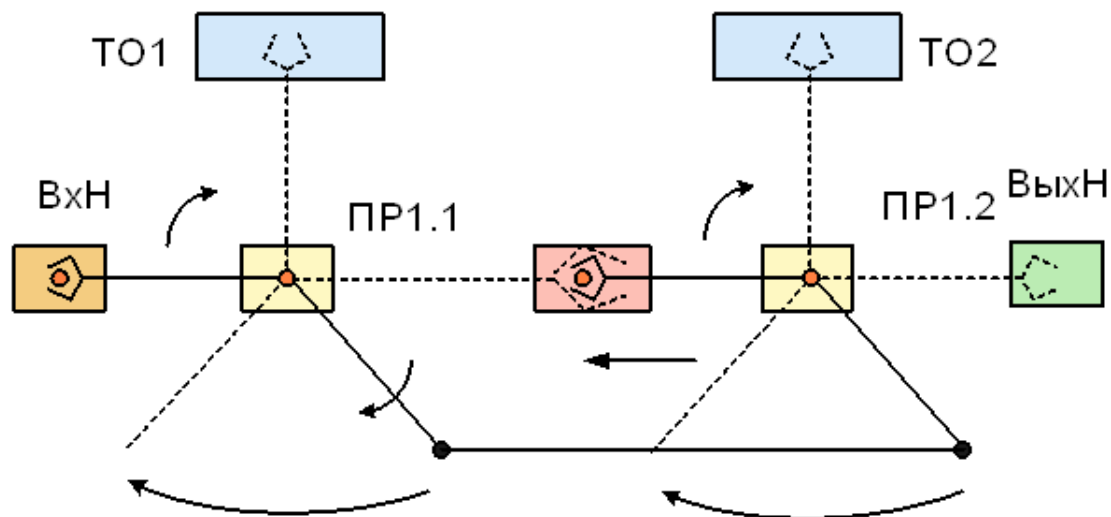


Рисунок 13.4 – Механическая синхронизация манипуляторов

13.2. Межстанционные траектории как функции числа схватов и организации производственной сцены

При многостаночном обслуживании наиболее часто в РТК возникают следующие производственные сцены:

1. Промышленный робот оснащен одним схватом.
2. ПР оснащен одним схватом; в составе РТК имеются позиции промежуточного хранения предмета манипулирования.
3. ПР оснащен двумя схватами, закрепленными на одной руке.

Первый случай. В этом случае цикл начинается с разгрузки последнего по технологическому процессу оборудования с тем, чтобы обеспечить возможность разгрузки, предшествующего ТО, т.е. обслуживание ТО идет в последовательности обратной последовательности технологического процесса (рис. 13.5).

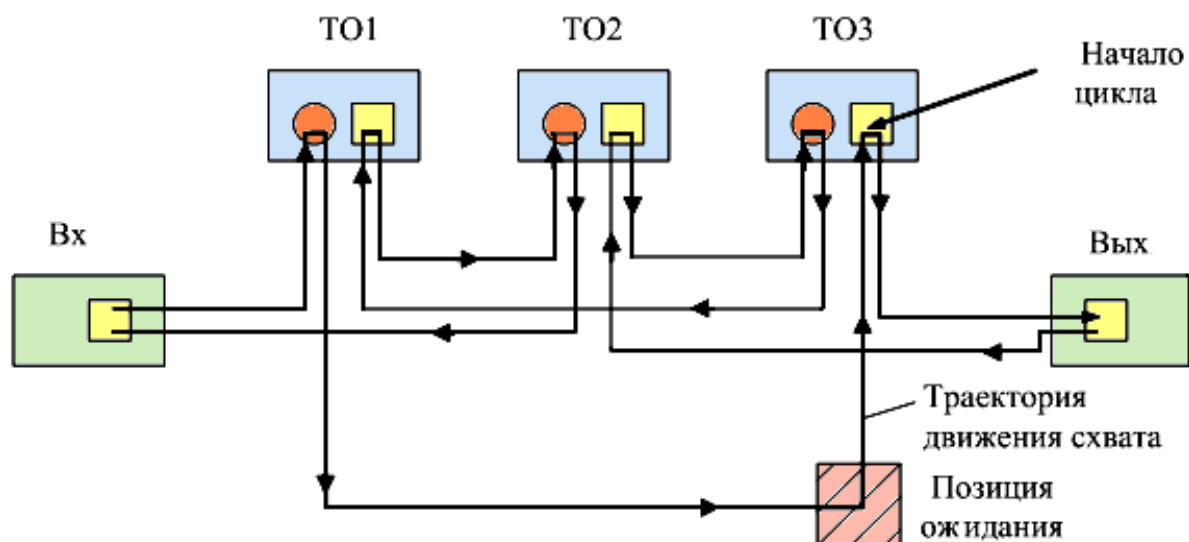


Рисунок 13.5 – Обслуживание ТО роботом с одним схватом:

□ – разгрузка, ● – загрузка

Приведенный рисунок, выполненный в соответствии с компоновкой РТК и в масштабе, дает возможность представить достаточно точно требуемую траекторию схвата. Однако временное представление здесь затруднено.

Наглядное представление о последовательности работы ПР во времени дает диаграмма перемещений схвата, которая является граф-схемой переходов, вершины которой соответствуют выделенным (учитываемым) состояниям РТК (рис. 13.6). При этом используются “распрямленные” траектории, т.е. условные плоские траектории, длина которых равна длине действительных траекторий.

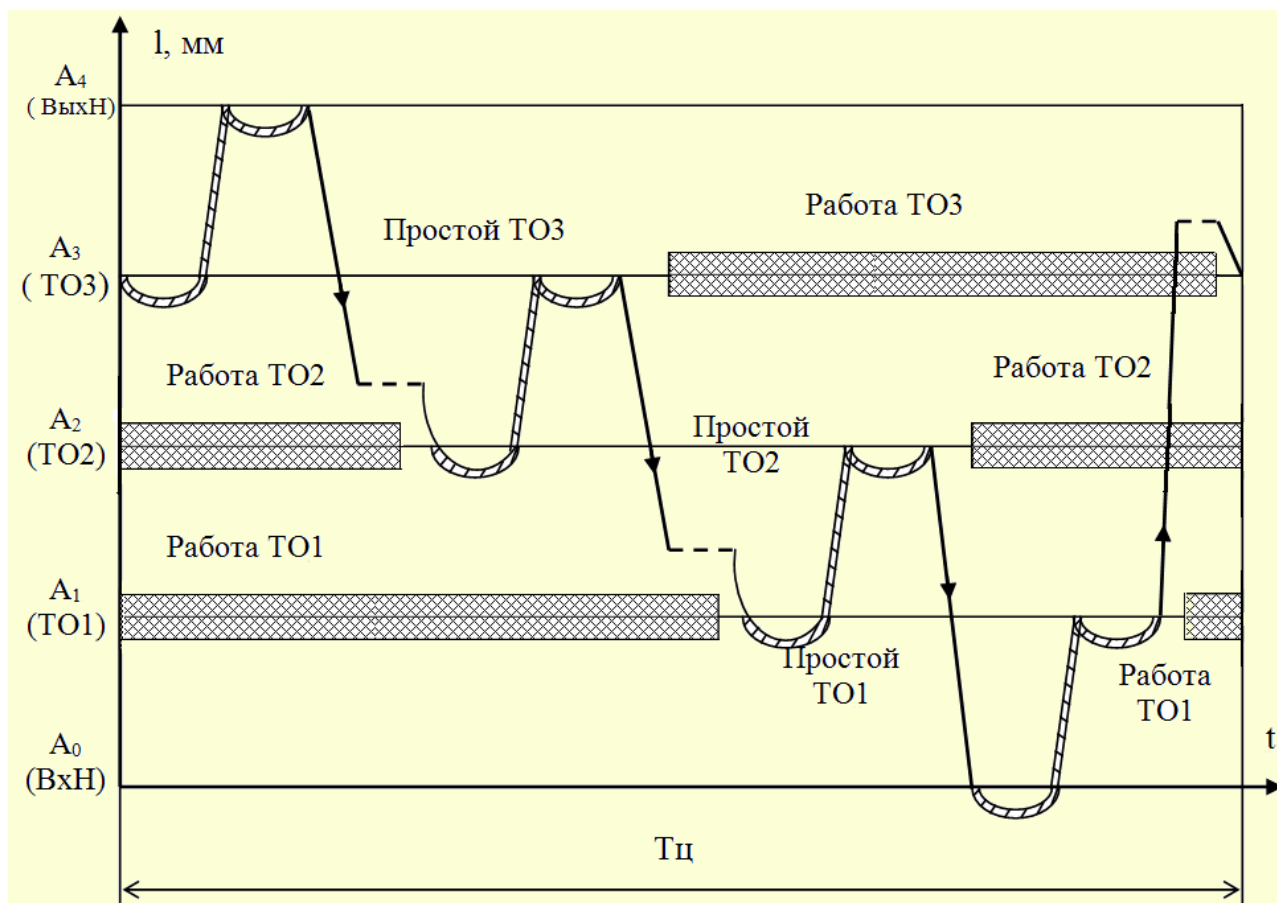







Рисунок 13.6 – Граф-схема перемещений предмета манипулирования по «распрямленной» траектории при наличии одного схвата

На рисунке 13.6 использованы следующие условные обозначения:

-  - движение схвата с изделием (с заготовкой или деталью);
-  - движение пустого схвата;
-  - время ожидания робота (простой);
-  - работа робота в рабочей зоне ТО;
-  - время работы ТО.

Работа РТК по возможности должна быть организована так, чтобы к моменту подхода схвата к рабочей зоне ТО оно заканчивало обработку и при необходимости останавливалось. В первом случае простой оборудования неоправданно велик.

Второй случай. В этом случае, когда имеется позиция промежуточного хранения (рис. 13.7), общая длина траектории существенно меньше (рис. 13.8), а, следовательно, меньше время на обслуживание ТО и в целом время цикла. Здесь заметно сокращается время простоя технологического оборудования (рис.13.8).

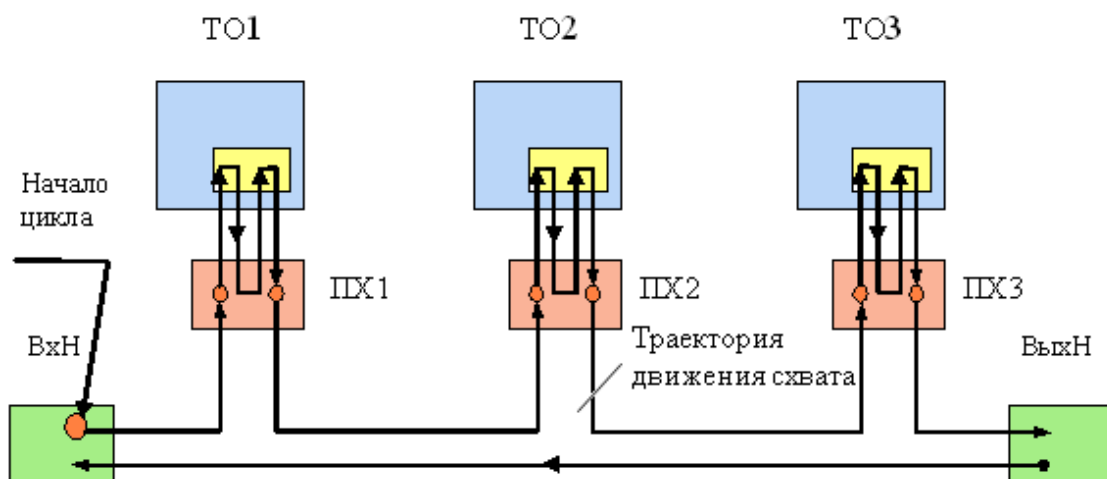


Рисунок 13.7 – РТК с позициями промежуточного хранения

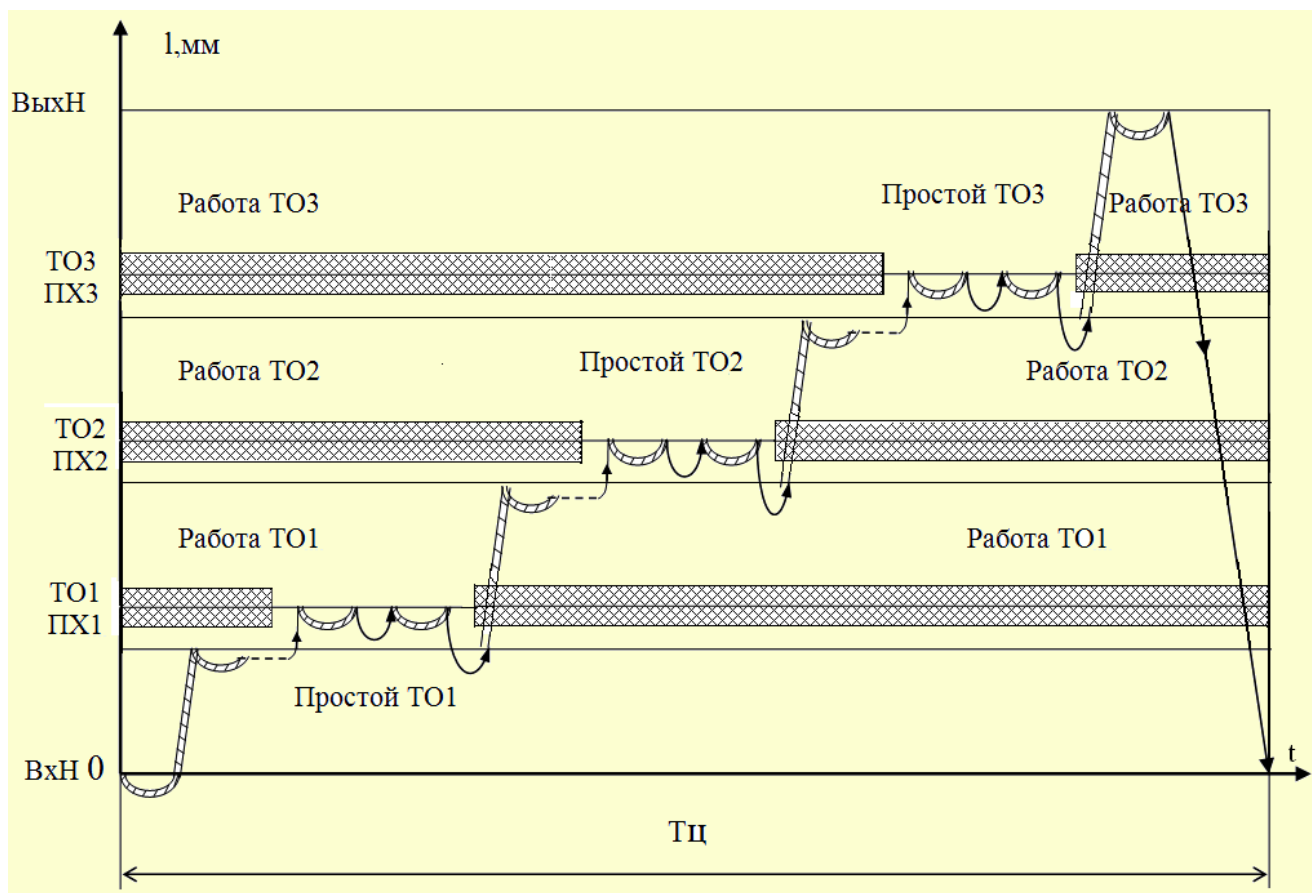


Рисунок 13.8 – Граф-схема «распрямленной» траектории в РТК с позицией промежуточного хранения

Третий случай. Таковую организацию производственной сцены (рис. 13.9) можно отнести к наиболее оптимальному варианту, так как длина траектории схватов сведена к минимуму (рис. 13.10). Смена заготовки на деталь в схвате и детали на заготовку в станке происходит непосредственно в рабочей зоне станка.

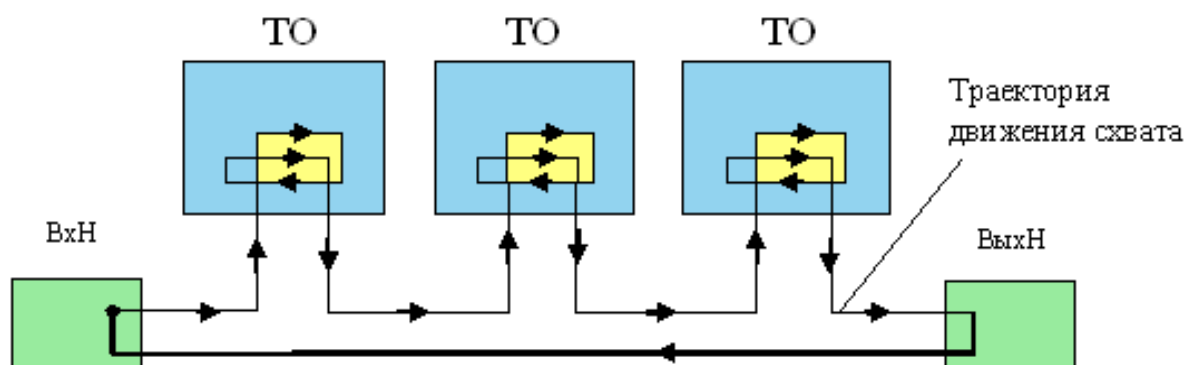


Рисунок 13.9 – Обслуживание ТО роботом с двумя схватами

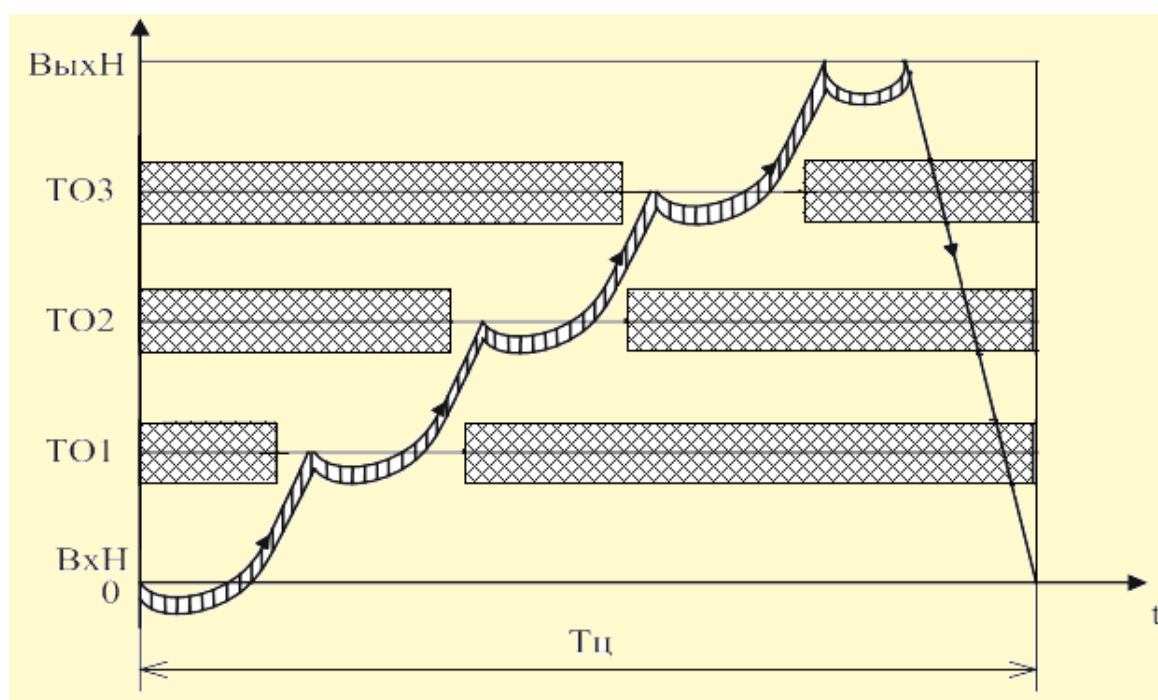


Рисунок 13.10 – Граф-схема «распрямленной» траектории для робота с двумя схватами

Вопросы к лекции 13:

1. Каковы особенности использования нескольких роботов в одном АТК?
2. Каковы наиболее распространенные производственные сцены при многостаночном обслуживании ТО роботом?
3. Каков порядок и каковы преимущества и недостатки обслуживания ТО роботом с одним схватом?
4. Каковы особенности обслуживания роботом ТО с позициями промежуточного хранения предмета манипулирования?
5. Каковы особенности и преимущества робота с двумя схватами на руке при многостаночном обслуживании?

Лекция 14. Общие требования к РТК и его компонентам

14.1. Применение робототизированных технологических комплексов в механообрабатывающем производстве

Механообрабатывающее производство – одно из основных отраслей машиностроения, где находят широкое применение РТК. Здесь роль ПР заключается, как правило, в загрузке-разгрузке металлообрабатывающих станков. В качестве ТО здесь используются станки: токарные, фрезерные, сверлильные, зубообрабатывающие, шлифовальные и другие.

Вследствие значительного времени механообработки здесь нашло широкое применение обслуживание одним ПР нескольких станков. В простейшем случае для обслуживания станков используют ПР с цикловым управлением. Наиболее общим случаем является применение позиционных ПР. Длительность цикла работы таких ПР – единицы минут.

Рассмотрим простейшую РТЯ (рис. 14.1). Деталь, которую следует обработать, ПР берет из левого магазина, где детали находятся в ориен-

тированном положении и организована их поштучная выдача. После окончания обработки ПР снимает деталь и кладет ее в правый магазин. Из таких РТЯ собирают участки. При последовательном соединении таких РТЯ все последующие ячейки получают на входе ориентированные детали с предшествующей ячейки.

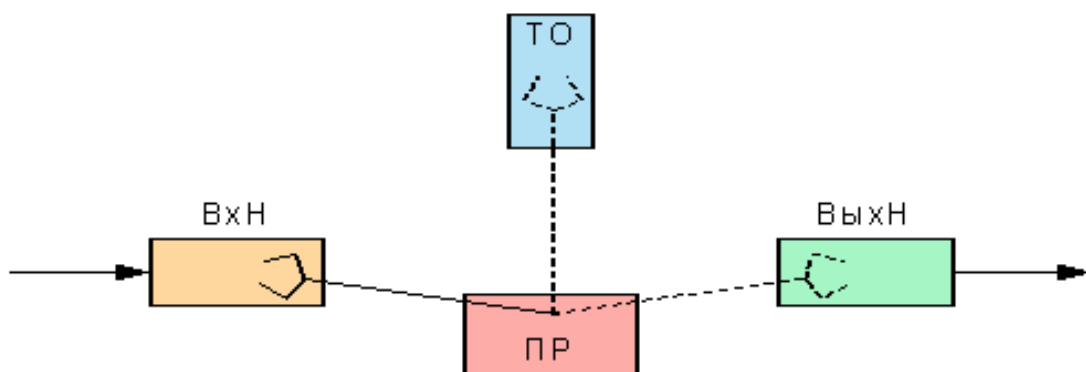


Рисунок 14.1 – Роботизированная ячейка

Здесь возникает, однако, проблема предварительного размещения деталей в левом магазине самой первой ячейки, так как детали в общем случае приходят в таре навалом. Возможны следующие пути решения этой задачи:

- загрузка магазина вручную;
- применение вместо магазина специального ориентирующего приспособления, вибробункеров, устройств ориентации за счет магнитного поля и т. п.;
- использование для загрузки магазина адаптивного ПР, например, оучувствленного или оснащенного техническим зрением, способного брать детали из навала.

Однако к настоящему времени такие роботы находятся в стадии научно – технических разработок и не имеют достаточно широкого распространения. Они дороги. Адаптивный ПР может работать в двух режимах: загружать магазин, который затем подается к станку, либо непосредственно загружать станок, беря детали из навала. В последнем случае магазин на первой левой позиции не нужен.

В некоторых случаях приходится прибегать к первому варианту – загрузке вручную, что, к сожалению, имеет место довольно часто. Такое решение не обеспечивает полностью автоматического режима.

Из всех перечисленных способов наиболее приемлемым в настоящее время следует считать второй способ с ориентированием деталей специальными устройствами, особенно в серийном производстве.

14.2. Требования к технологическим процессам, реализуемым в РТК

Технологические процессы, рекомендуемые для реализации в РТК, должны отвечать следующим требованиям:

1. Объединение однотипных деталей по группам и разработка технологического процесса их обработки по методике групповой технологии.
2. Разработка управляющих программ для станков с ЧПУ и ПР, ориентированных на обработку деталей-представителей (комплексных деталей).
3. Необходимость изменения (доработки) техпроцесса в целях его приспособления к имеющемуся (или приобретаемому) РТК.
4. Необходимость модернизации ТО, ПР и технологической оснастки при реализации техпроцесса.
5. Максимально возможная концентрация операций на станках с ЧПУ, что сокращает число перестановок деталей, повышает точность обработки, сокращает время производственного цикла.
6. Оснащение станков легкоперенастраиваемой широкодиапазонной технологической оснасткой.
7. В РТК рекомендуется выполнять только хорошо отработанные технологические операции и техпроцессы.
8. Состав ТО должен по возможности сохранять постоянным ориентацию оси детали при транспортировании и обработке (предпочтитель-

но горизонтальную или вертикальную), что дает возможность использования ПР с меньшим числом степеней подвижности.

9. Заготовки деталей должны отвечать повышенным требованиям по точности, припуску на обработку, отсутствию заусенцев.

10. Необходима тщательная подготовка технологических баз, которая может производиться как внутри, так и вне РТК.

14.3. Требования к деталям, обрабатываемым в РТК

Номенклатура деталей, обработка которых технологически возможна и целесообразна в РТК, определяется следующими факторами:

- конструктивными параметрами деталей (геометрической формой, взаиморасположением элементов деталей);
- видом и состоянием заготовки, поступающей в РТК;
- технологическими требованиями, предъявляемыми к детали;
- габаритами и массой детали.

При выборе состава деталей необходимо учитывать, что процесс обработки в РТК проходит без участия человека.

Конструктивно-технологические параметры деталей, предназначенных для обработки в РТК, должны иметь:

- однородные по форме и расположению поверхности для захвата, позволяющие без дополнительной выверки устанавливать их на ТО с использованием, например, центров, патронов, пневмотисков и т.п.;
- ясно выраженные технологические базы и признаки ориентирования, позволяющие организовывать их транспортирование и складирование в ориентированном виде с использованием стандартизированной вспомогательной оснастки типа кассет, поддонов, ячеек и т.п.;
- возможность унификации процессов обработки и типов ТО с целью применения группового метода обработки на серийно выпускаемом ТО.

Выбор номенклатуры и типоразмеров деталей для РТК должен производиться с учетом следующих факторов:

- номенклатуры деталей общемашиностроительного применения, приведенной в классификаторе промышленной и сельскохозяйственной продукции;
- анализа номенклатуры деталей, обрабатываемых и выпускаемых на производственных участках;
- возможных вариантов захвата деталей различных геометрических форм захватными устройствами ПР;
- ограничительных требований к размерам и весовым характеристикам деталей;
- номенклатуры и технологических характеристик ТО, используемого в машиностроении и подлежащего освоению.

Наиболее объективным и стабильным классификационным признаком является геометрическая форма деталей. Вторичными признаками являются конструктивные характеристики отдельных элементов деталей, их взаимное расположение, наименование детали, ее параметрический признак, выполняемые ею функции.

По геометрической форме все детали, применяемые в машиностроении, разделены на два класса:

- класс 40 – детали типа тел вращения;
- класс 50 – детали “кроме тел вращения”.

Параметрический признак используется для деления деталей на подклассы. Например, отношение L/D позволяет разделить класс 40 на подклассы: “длинные детали” (оси, валы, пальцы) и “короткие детали” (кольца, диски, фланцы).

Наименование деталей определяет их характерные признаки (шестерни, рейки, рычаги и т.п.), что позволяет разделить детали на группы.

Расположение отдельных элементов деталей определяет их виды (главный вал, ступица и т.п.).

Классификационная сетка деталей позволяет в соответствии с технологическим классификатором деталей установить типовой технологический процесс для заданной детали и выбрать ТО.

Исходя из указанных требований и технических параметров современных ПР и ТО, для обработки в РТК рекомендуется следующая номенклатура деталей:

- по классу 40 – «длинные детали»: гладкие и ступенчатые прямоосные и эксцентриковые валы с диаметром до 160 мм и длиной до 2000 мм; «короткие детали»: диски, фланцы, кольца, гильзы, втулки с диаметром до 500 мм и длиной до 300 мм;

- по классу 50 – плоские и объемные детали простейшей формы (планки, крышки, шпонки, угольники, коробчатые детали и т.п.) размерами до 1000х1000х1000 мм.

Массовые характеристики деталей ограничены в пределах до 500 кг.

Для обработки в РТК не рекомендуется включать:

- по классу 40 – детали с элементами не тел вращения (мальтийские кресты, крыльчатки) и детали, изогнутые из листов, полос, лент, крепежные детали, шкалы, лимбы;

- по классу 50 – детали, изогнутые из листов, труб, балки, решетки, профильные детали, пружины, рессоры, ручки, то есть детали, не имеющие определенной геометрической формы и не обладающие единством базовых поверхностей.

Ограничения по форме деталей диктуются не столько ПР, сколько трудностями транспортирования деталей при использовании стандартной тары и приемо-передающих механизмов. Однако эти типы деталей могут быть включены в РТК при их массовом производстве, где можно использовать специальные захваты и оснастку.

14.4. Требования к технологическому оборудованию, используемому в РТК

Основным критерием, определяющим возможность включения станков в состав РТК, является степень их автоматизации, позволяющая без серьезных конструктивных изменений перевести их на работу в автоматическом режиме совместно с ПР и возможность быстрой переналадки станка. Этим требованиям отвечают станки с полностью автоматизированным циклом работы: переключение скоростей и подач, зажим изделий, смена инструмента, выполнение контрольных операций, отвод и подвод заграждений, вывод стружки и т. п.

Обычно для существующего оборудования перед включением его в РТК необходима его модернизация с целью автоматизации указанных операций, если на станке это не предусмотрено. Кроме того, необходимо автоматизировать:

- для станков с горизонтальными столами и для вертикальных токарных – очистку базовых поверхностей, установочных поверхностей приспособлений и стола станков;
- для токарных станков с горизонтальной осью шпинделя – поджим заготовки к торцу патрона;
- для станков фрезерно-сверлильной группы – поджим заготовки к опорной поверхности установочного приспособления;
- для станков токарной группы – оснащение станков устройством для дробления стружки;
- для круглошлифовальных станков – самодействующими поводковыми патронами.

Кроме того, необходима модернизация электросхемы станков для обеспечения их связи с другим оборудованием РТК.

В РТК рекомендуется включать, прежде всего, серийно выпускаемое ТО. Выбор ТО производится из следующих предпосылок:

- возможность реализации заданного техпроцесса обработки типоразмерных рядов изделий;
- распространенности и перспективности данного типа ТО;
- приспособленности ТО к совместной работе с освоенной номенклатурой ПР;
- технико-экономической целесообразности автоматизации данного ТО посредством ПР.

При выборе ТО необходимо учитывать, что большинство ТО выпускалось для условий обслуживания человеком, что предопределяет их модернизацию при обслуживании ПР в составе РТК. Работа ТО совместно с ПР создает дополнительную опасность возникновения аварийных ситуаций, что приводит к необходимости разработки мероприятий по обеспечению техники безопасности, учитывающих специфику РТК.

Обычно РТК создаются на базе станков средней размерной группы, предназначенных для обработки изделий массой до 500 кг, такие, как:

- центровые (токарные, круглошлифовальные, центровально-фрезерные и др.) с диаметром обрабатываемого изделия до 320 мм и расстоянием между центрами до 2000 мм;
- токарные патронные, лобовые, внутришлифовальные, зубообрабатывающие с диаметром до 630 мм;
- фрезерно – сверлильно – расточные и плоскошлифовальные с прямоугольными сторонами размером до 630х600 мм²;
- станки с круглыми столами диаметром до 2000 мм.

В состав РТК в первую очередь включаются станки с ЧПУ и станки – полуавтоматы.

При выборе ТО, включаемого в РТК, необходимо учитывать особенности зон загрузки станков.

Под зоной загрузки станков понимается пространство рабочей зоны станков, в которое поступает извне заготовка перед загрузкой ее в зажимное приспособление станка и где происходит ее закрепление.

При включении станка в состав РТК его зона загрузки имеет большое значение, предопределяющее выбор типа ПР. Именно в зону загрузки станка должна войти рука ПР и переместиться вместе с заготовкой (деталью) к зажимному устройству (либо совершить движение в обратной последовательности).

Имеющиеся зоны загрузки станков можно классифицировать на 12 групп (табл. 14.1):

Принадлежность к той или иной группе определяют направления подачи заготовок в зону загрузки станка (сверху, сбоку, спереди, сзади) и схему манипуляционных перемещений схвата ПР.

Для осуществления схемы загрузки имеют значения только форма и взаимное расположение ограничительных поверхностей, образующих зону загрузки.

С увеличением номера схемы зоны загрузки возможность входа в зону все более ограничивается.

Зона загрузки в самом общем случае рассматривается как куб, имеющий возможность входа в него с пяти сторон по трем осям координат (x , y , z), точка пересечения которых должна быть привязана к оси симметрии установочного приспособления станка, а ось x условно направлена перпендикулярно к передней стороне станка (по ходу руки робота).

Первая зона (индекс 10) имеет неограниченный подход по осям со всех сторон, что характерно для отдельных столов, на которые устанавливаются спутники.

По мере появления в зоне загрузки ограничительных плоскостей, пересекающих одну из осей, количество возможностей входа в зону сокращается сначала по одной, а потом и по двум осям, в результате на последних схемах (тип 100 и 120) вход в зону возможен только по одной из осей с одной стороны.

Таблица 14.1

Группы зон загрузки станков

№ группы	Вид зоны загрузки	№ группы	Вид зоны загрузки
10		70	
20		80	
30		90	
40		100	
50		110	
60		120	

Наибольшее количество станков (до 30%) имеют зоку загрузки типа “60” с возможностью загрузки спереди и сверху, 25% - зону загрузки типа “30” с возможностью загрузки сверху, спереди и с боков.

Процесс загрузки станков ПР можно разделить на три типа перемещений:

- транспортирование заготовки от места хранения к станку (зависит от компоновки комплекса и конструкции ПР;
- перемещение заготовки в рабочую зону (зону загрузки) станка (зависит от формы и взаимного расположения ограничительных плоскостей зоны);
- перемещение (ввод) заготовки в базирующее (установочное) приспособление станка (зависит от расположения приспособления на одной из ограничительных плоскостей зоны и принципа действия самого приспособления).

Первые два типа перемещения реализуются переносными степенями подвижности ПР, а третий – ориентирующими.

14.5. Требования к промышленным роботам, включаемым в состав РТК

ПР должны обеспечить выполнение вспомогательных функций: установку заранее ориентированных заготовок в приспособление станка, снятие детали со станка и раскладку их в тару или укладку в магазин (транспортёр), кантование деталей на 90°, 180°, выдачу технологических команд, межстаночное транспортирование.

ПР как средства автоматизации должны иметь:

- конструктивно-технологические параметры, соответствующие техническим параметрам ТУ: грузоподъемность, скорость перемещения, точность позиционирования, размеры рабочей зоны, тип системы программного управления;

- возможность улучшать технико-экономические показатели ТО: производительность не менее, чем на 20%, повышать коэффициент загрузки ТО в 2-2,5 раза и т.д.;
- минимальное число степеней подвижности при условии обеспечения требуемых перемещений;
- достаточную степень универсальности для обеспечения возможности перехода оборудования с выпуска одного изделия на другое с минимальными затратами времени;
- высокую надежность, жесткость, виброустойчивость всех рабочих органов;
- зону, обеспечивающую возможность наблюдения за процессом обработки и вмешательства в процесс в случае аварийной ситуации с соблюдением при этом условий безопасности обслуживающего персонала.

Роботы, входящие в состав РТК, должны дополнительно обеспечивать:

1. Совместную работу всех устройств, входящих в РТК, на основе механических и электрических связей (ЧПУ, ОТО, средств оснащения, устройств управления ПР и микропроцессоров исполнительных механизмов), согласование взаимных команд, а также автоматизированное или автоматическое перепрограммирование);
2. Свободный доступ в зону установки и снятия деталей со станка, в зону перемещения захватного устройства, технологического оснащения и других систем, а также возможность манипулирования предметами труда между машинами и механизмами РТК;
3. Автоматизированную или автоматическую смену инструмента, оснастки и рабочих органов ПР.

Применение ПР как средств автоматизации металлорежущих станков может осуществляться в двух направлениях:

1. Создание однопозиционных РТК, где робот обслуживает один станок. При этом ПР может быть автономным либо встроенным в станок. Автономные ПР более универсальны и могут обслуживать гамму станков со схожими зо-

нами загрузки. Встроенные ПР создаются, как правило, для определенной модели ТО и крепятся к какой-либо части корпуса ТО (на передней бабке токарных станков – “Электроника НЦ-ТМ-01”, сзади рабочей зоны станка ТПК-125В – робот РП-901 и накопитель на 20 позиций).

2. Создание многопозиционных и групповых технологических комплексов на основе ПР, обслуживающих группу станков (от 2 до 6). В таких РТК ПР, кроме операций загрузки ТО выполняет межстаночное транспортирование деталей, их переориентацию, а также функции управления (согласование последовательности работы) станками. Групповые комплексы создаются на основе ПР с ЧПУ, обладающими большим объемом памяти и способных обслуживать разнотипные станки, имеющих, однако, подобные схемы загрузки и характеристики обрабатываемых деталей.

14.6. Требования к вспомогательному и транспортно-накопительному оборудованию, включаемому в РТК

Вспомогательное и транспортно-накопительное оборудование должно обеспечить непрерывное действие РТК в автоматическом режиме в течение заданного времени.

Функции транспортно-накопительного оборудования (ТНО):

- накопление ориентированных заготовок на входной позиции РТК;
- поштучная выдача заготовок (деталей) в определенную точку для взятия их схватом ПР;
- транспортирование изделий внутри РТК с сохранением ориентации, передачи их на последующие участки;
- переориентация изделий между станками РТК;
- хранение межоперационного задела и задела между РТК.

Требования к вспомогательному оборудованию определяются:

- типом РТК;

- типом, формой, материалом и размером деталей;
- составом станков;
- серийностью производства и штучным временем обработки на станках.

Тип РТК и состав станков определяют:

- функции, которые должны выполняться вспомогательным оборудованием (ВО): хранение, непрерывное транспортирование, шаговая подача и т.п.;
- положение оси изделия при хранении и транспортировке;
- конструктивное исполнение вспомогательного оборудования: магазин, тактовый транспортер и др.

Тип и размеры деталей определяют форму и размеры ложементов (призмы, стол, штыри, отверстия и т.д.).

Серийность и штучное время определяют емкость ВО, то есть количественный запас деталей, который должен быть обеспечен в единицу времени.

ВО должно быть быстроперенастраиваемым и иметь широкую гамму унифицированных элементов.

При выборе и разработке ТНО для РТК требуется:

- сопряжение ТНО с общезаводскими и цеховыми средствами транспортирования;
- выбор способа ориентации и комплектации заготовок на первоначальной позиции РТК;
- выбор типа и емкости накопительных устройств.

В качестве накопительных устройств в РТК могут использоваться лотки (скаты, склизы), шаговые транспортеры (реечные, пальчатые, с управляемыми собачками), цепные транспортеры (горизонтальные, вертикальные), круговые накопительные устройства, тупиковые накопительные устройства, транспортеры роликовые, тактовые столы и многоместная тара.

При разработке ТНО требуется предварительно решить вопрос транспортировки изделия – поштучно либо в таре.

При жесткой связи между ТО в РТК транспортирование может осуществляться поштучно проходным шаговым транспортером или тактовым столом.

При гибкой связи между ТО в РТК транспортирование может осуществляться либо поштучно самим ПР, либо специальными транспортирующими устройствами, либо автоматизированной транспортной тележкой (робокар, трансробот).

Вспомогательное оборудование, входящее в состав РТК, не имеет между собой, как правило, ни конструктивных, ни информационных связей, получая все команды от ТО или ПР и давая им ответные сигналы.

Требования к станочной оснастке:

При создании РТК выбор станочной оснастки осуществляется исходя из следующих положений:

- ПР сам по себе не обеспечивает окончательную точность базирования детали в приспособлении. Требования к ПР ограничиваются возможностью ввода заготовки в зону базирующего приспособления станка с зазором, гарантированным допусками на сопрягаемые поверхности базирующего приспособления и детали;

- технологическая оснастка должна обеспечивать возможность установки детали заданной моделью ПР, требуемую точность базирования и надежность закрепления и удержания детали в процессе обработки;

- в целях гарантии правильности положения детали в приспособлении станка в РТК желательно предусмотреть систему контрольных датчиков, фиксирующих положение детали перед обработкой. Датчики могут находиться как на схвате ПР, так и на самом ПР.

Для применения в составе РТК без дополнительных доработок можно рекомендовать:

- для токарных станков: центра, поводковые патроны с плавающим центром, торцевые поводковые и самоцентрирующиеся 3-х кулачковые патроны;

– для фрезерно-сверлильно-центровальных и протяжных станков: самозажимные тиски, приспособления с угловой фиксацией детали.

14.7. Требования к РТК в целом

Можно выделить следующие основные требования, обязательные для РТК:

– планировка РТК должна обеспечивать свободный, удобный и безопасный доступ обслуживающего персонала к основному и вспомогательному оборудованию и органам управления РТК;

– планировка РТК должна исключать пересечение трасс следования ПР и оператора в процессе работы ПР по программе;

– РТК должен быть обеспечен средствами защиты от возможного несанкционированного проникновения человека в зону действия ПР (светозащита, ограждения, звуковая сигнализация, защитные сетки, настил с датчиками). Должно быть применено параллельно 2-3 автономно действующие защитные системы;

– размещение средств защиты не должно ограничивать технологические возможности основного ТО, ПР и удобства их обслуживания, а также препятствовать визуальному наблюдению оператора за ходом техпроцесса;

– размещение средств управления РТК должно обеспечивать свободный и быстрый доступ к органам аварийного отключения ПР и безопасность при управлении ПР в наладочном режиме.

Стойки систем управления ПР, ТО и РТК в целом рекомендуется располагать вне их рабочей зоны.

Выше сформулированы требования к основным компонентам РТК применительно к механообработке, однако некоторые требования, например к ПР и РТК можно рассматривать шире.

14.8. Общие характеристики и особенности РТК механообработки

Механообработка является завершающим этапом производственного процесса перед сборкой. Механическую обработку проходят практически все детали машиностроительного производства. Механообработке подвергаются заготовки и полуфабрикаты, полученные прокатом, штамповкой, литьем, сварные детали и т.д. Механообработка имеет ряд присущих именно этому виду обработки характеристик и особенностей.

1. Многономенклатурность и преобладание мелкосерийного и серийного производств; широкие возможности, универсальность ТО, высокие качество и точность обработки; относительная простота переналадки. Это способствует закреплению за единицей ТО большого числа типоразмеров деталей серийного и мелкосерийного производств и требует при построении РТК использовать ПР и ВО, способные работать с достаточно большой группой однотипных деталей при обеспечении быстрой переналадки на новую деталь данного типоразмера.

2. Наличие сложной и точной оснастки. Наиболее перспективно использование самоцентрирующих автоматических устройств для зажима деталей, так как это позволяет применять ПР со сравнительно низкой точностью позиционирования ($\pm 0,3 \dots 0,5$ мм). При разработке оснастки следует учитывать ее совместную работу с ПР и обеспечивать по возможности простоту обслуживания ТО и ВО промышленным роботом.

3. Быстрое изнашивание инструмента, являющееся одной из причин обеспечения постоянного контроля за процессом обработки и подналадки. Контроль может производиться либо на измерительных машинах, либо с помощью ПР.

4. Большое количество разнотипной стружки, так как процесс резания сопровождается, как правило, интенсивным стружкообразованием. Стружка может быть сливной или стружкой скалывания. В РТК должен

быть решен вопрос дробления сливной стружки и отвода любой стружки из зоны обработки, а особенно с базовых поверхностей приспособлений.

5. Разнообразие типов металлорежущего оборудования в одном технологическом потоке: токарные, фрезерные, сверлильные, расточные, шлифовальные и др. станки. Это требует, в случае, если ПР обслуживает разнотипные станки, его достаточную универсальность.

Вопросы к лекции 14:

1. Каковы особенности применения РТК в механообрабатывающем производстве?
2. Каковы требования к технологическим процессам, реализуемым в РТК?
3. Каковы требования к деталям, обрабатываемым в РТК?
4. Какие детали относятся к деталям класса 40 и класса 50?
5. Какие детали класса 40 рекомендуется и какие не рекомендуется обрабатывать в РТК?
6. Какие детали класса 50 рекомендуется и какие не рекомендуется обрабатывать в РТК?
7. Каковы требования к технологическому оборудованию, используемому в РТК?
8. Поясните особенности характерных зон загрузки станков промышленными роботами.
9. Каковы требования к промышленным роботам, включаемым в состав РТК?
10. Каковы требования к РТК в целом применительно к машиностроительному производству?
11. Каковы общие характеристики и особенности РТК механообработки?

Лекция 15. Планирование траекторий схвата манипулятора робота в составе РТК на основе сплайн-функций

15.1. Общие требования к траекториям движения схвата манипуляторов в составе РТК

Наиболее общим случаем при планировании траектории является рассмотрение траектории движения схвата из рабочей зоны одного оборудования в рабочую зону другого. При определении траектории должны быть учтены ограничения на саму траекторию и возможные препятствия на пути схвата.

В качестве обязательных требований обычно выступают следующие.

1. В момент снятия объекта манипулирования движение схвата должно быть направлено перпендикулярно опорной поверхности ТО до тех пор, пока схват не уйдет на безопасное расстояние. Траектория от начальной точки A_H до точки A_y , находящейся на безопасном расстоянии, называется траекторией ухода, а сама точка A_y – точкой ухода (рис. 15.1).

2. В момент постановки объекта манипулирования на ТО схват, начиная с некоторого безопасного расстояния должен подходить перпендикулярно к опорной поверхности ТО. Точка A_{Π} , находящаяся на безопасном расстоянии при подходе к ТО, называется точкой подхода, а траектория от этой точки до конечной точки A_K – траекторией подхода (рис. 15.1).

В общем случае точки ухода и подхода, относящиеся к одному и тому же оборудованию могут не совпадать из-за наличия или отсутствия объекта манипулирования в схвате, различных габаритов и условий транспортирования заготовок, деталей и т. д.

3. Между точками ухода и подхода схват движется в крейсерском режиме по траектории оптимальной в том или ином отношении: по быстродействию; по затратам энергии; по условиям, обеспечивающим щадящий режим

транспортирования объекта манипулирования. Например, могут быть ограничения на максимальные значения абсолютных скоростей и ускорений.

Таким образом, в качестве наиболее общего случая будем рассматривать частную траекторию движения схвата от одной остановки до другой при его перемещении между соседними единицами ТО с выделением на ней трех характерных участков (участок ухода $A_H A_Y$; участок крейсерского перемещения $A_Y A_{\Pi}$; участок подхода $A_{\Pi} A_K$) и четырех характерных точек: A_H , A_Y , A_{Π} , A_K – начальной, ухода, подхода и конечной. Координаты этих точек первоначально должны быть заданы в системе координат $O_j X_j Y_j Z_j$ j -го ТО.

После привязки систем координат робота к системе координат ТО координаты точек A_H , A_Y , A_{Π} и A_K должны быть пересчитаны в инерциальную систему $O_p X_p Y_p Z_p$ робота.

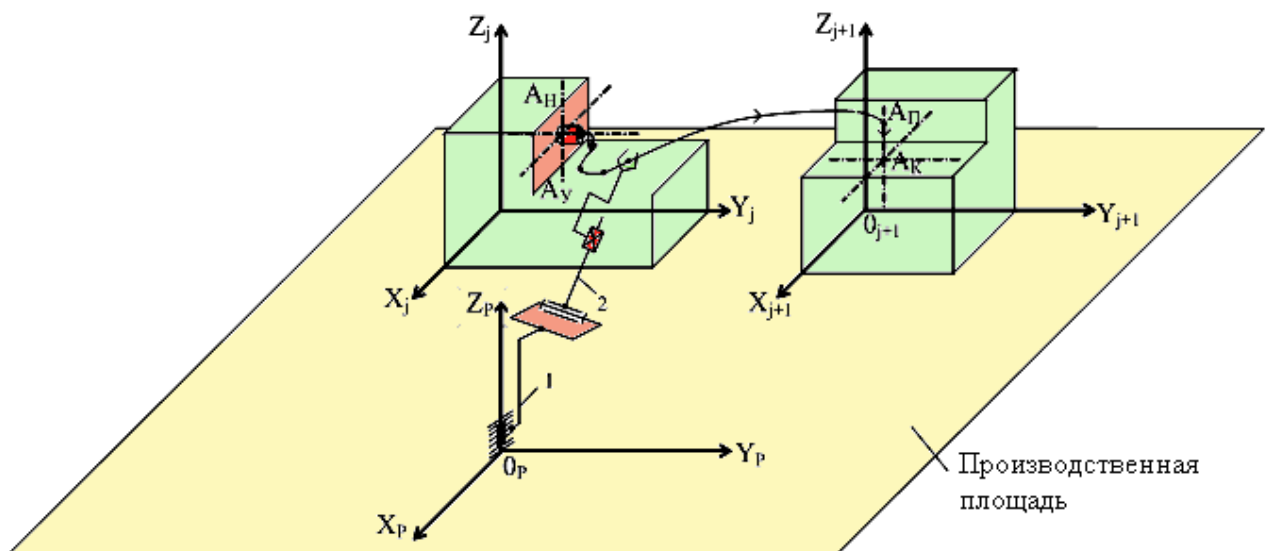


Рисунок 15.1 – Производственная сцена при планировании траектории

Планирование траектории манипулятора надо вести как в инерциальной системе координат робота, так и в системе его обобщенных координат. Учитывая, что управление манипулятором ведется в обобщенных координатах q_i , то и окончательное планирование траекторий целесообразно вести именно в пространстве обобщенных координат. Следовательно, перед планированием траектории в обобщенных координатах робота должна быть решена обратная задача кинематики и по известным координатам точек A_H , A_Y , A_{Π} , A_K

должны быть определены соответствующие им значения обобщенных координат. В результате будут получены четыре опорные точки в системе обобщенных координат:

$$q_i^H, q_i^Y, q_i^П, q_i^K; \quad (i = 1, \dots, n),$$

где n – число подвижных звеньев (число степеней подвижности) манипулятора.

Заметим, что такие точки должны быть определены по каждой из обобщенных координат.

Возможно несколько подходов к описанию траектории $A_H A_Y A_P A_K$ в зависимости от предъявляемых к ней требований:

1. Траектория на всем своем протяжении представляется одним полиномом по каждой обобщенной координате.

2. Каждый характерный участок траектории описывается отдельной сплайн – функцией.

3. На участках ухода $A_H A_Y$ и подхода $A_P A_K$ для большей определенности она задается как функция времени в инерциальных координатах робота, например, отрезком пространственной прямой. В этом случае траектория на этих участках строго определена и не подлежит планированию, а необходимо путем решения обратной задачи рассчитать соответствующие значения обобщенных координат и определить функции

$$q_i^{HY}(t) \text{ и } q_i^{PK}(t) \quad (i = 1, \dots, n).$$

4. Участок $A_Y A_P$ перемещения схвата от одного оборудования к другому с целью получения более определенной траектории разбивается на достаточно мелкие дополнительные участки, описываемые соответствующими сплайн – функциями.

15.2. Представление траектории движения схвата одним полиномом (первый подход)

Задача планирования траектории схвата сводится, следовательно, к построению таких непрерывных функций (рис. 15.2), которые бы проходили через указанные опорные точки и по возможности не намного отклонялись от прямой, соединяющей эти точки, т. е. к определению функций

$$q_i = q_i(t); \quad 0 \leq t \leq t_3, \quad (i = 1, \dots, n).$$

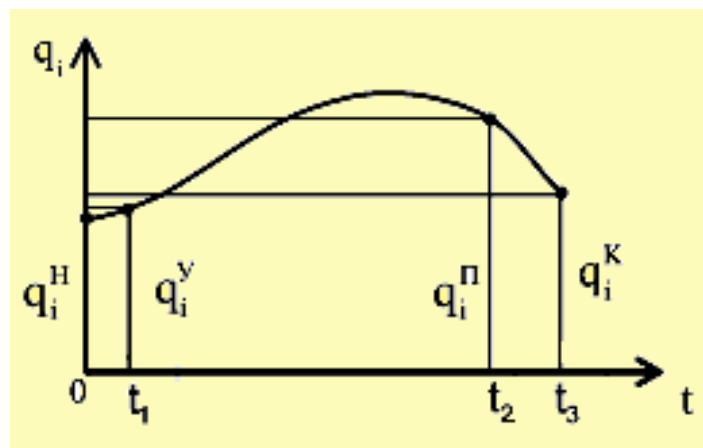


Рисунок 15.2 – Траектория в пространстве обобщенных координат

Обобщенные траектории описываются в этом случае одним полиномом. Сформируем требования, которым должна отвечать траектория в данном случае.

1. Траектория на всем протяжении должна быть гладкой.
2. Траектория должна проходить через установленные характерные точки:

$$q_i^H(0); q_i^Y(t_1); q_i^П(t_2); q_i^K(t_3).$$

3. Скорости и ускорения схвата в начальной и конечной точках должны быть равны значениям, требуемым по условиям сопряжения схвата с технологической оснасткой. Обычно они равны нулю, однако, например, при работе с конвейером $V(0) \neq 0$; $V(t_3) \neq 0$.

Эти требования позволяют записать граничные условия полиномов $q_i(t)$, с помощью которых и будет реализовываться траектория.

Точка A_H : $t = 0$: 1) $q_i(0) = q_i^H$; 2) $\dot{q}_i(0) = 0$; 3) $\ddot{q}_i(0) = 0$;

Точка A_Y : $t = t_1$: 4) $q_i(t_1) = q_i^Y$;

Точка A_Π : $t = t_2$: 5) $q_i(t_2) = q_i^\Pi$;

Точка A_K : $t = t_3$: 6) $q_i(t_3) = q_i^K$; 7) $\dot{q}_i(t_3) = 0$; 8) $\ddot{q}_i(t_3) = 0$.

Таким образом, полином должен отвечать восьми граничным условиям и, следовательно, он должен быть минимум седьмой степени, когда в полиноме имеется восемь свободных коэффициентов. Если есть необходимость выполнения каких-либо дополнительных условий, степень полинома может быть повышена на одну - две. Однако в общем случае такое увеличение нежелательно, так как повышает степень непредсказуемости поведения траектории между опорными точками. Итак, рассмотрим полином седьмой степени.

$$q_i(t) = a_{7i}t^7 + a_{6i}t^6 + \dots + a_{1i}t + a_{0i} \quad (i = 1, \dots, n).$$

Продифференцируем его дважды:

$$\dot{q}_i(t) = 7a_{7i}t^6 + 6a_{6i}t^5 + \dots + a_{1i};$$

$$\ddot{q}_i(t) = 42a_{7i}t^5 + 30a_{6i}t^4 + \dots + 2a_{2i}.$$

Подставим в эти выражения значения $t=0$ для точки A_H и получим:

$$a_{0i} = q_i^H; \quad a_{1i} = 0; \quad a_{2i} = 0.$$

Оставшиеся пять неизвестных коэффициентов должны быть определены по пяти неиспользованным граничным условиям из системы пяти уравнений:

$$\begin{cases} a_{7i}t_1^7 + a_{6i}t_1^6 + a_{5i}t_1^5 + a_{4i}t_1^4 + a_{3i}t_1^3 + q_i^H = q_i^Y; \\ a_{7i}t_2^7 + a_{6i}t_2^6 + a_{5i}t_2^5 + a_{4i}t_2^4 + a_{3i}t_2^3 + q_i^H = q_i^\Pi; \\ a_{7i}t_3^7 + a_{6i}t_3^6 + a_{5i}t_3^5 + a_{4i}t_3^4 + a_{3i}t_3^3 + q_i^H = q_i^K; \\ 7a_{7i}t_3^6 + 6a_{6i}t_3^5 + 5a_{5i}t_3^4 + 4a_{4i}t_3^3 + 3a_{3i}t_3^2 = 0; \\ 42a_{7i}t_3^5 + 30a_{6i}t_3^4 + 20a_{5i}t_3^3 + 12a_{4i}t_3^2 + 6a_{3i}t_3 = 0. \end{cases}$$

Каждый из коэффициентов является функцией значений обобщенных координат опорных точек и моментов времени их прохождения, а именно:

$$a_{ki} = a_{ki}(q_i^H, q_i^Y, q_i^П, q_i^K; t_1; t_2; t_3).$$

Так как $k = 0, \dots, 7$, а $i = 1, \dots, n$, то всего должно быть определено $8 \times n$ коэффициентов, из них $5 \times n$ коэффициентов из n систем пяти уравнений.

Описание траектории одним полиномом высокой степени весьма удобно с математической и алгоритмической точек зрения. Однако с физической точки зрения его использование может привести к нежелательным последствиям, а именно к появлению эффекта «блуждания» схвата, т. е. к значительному отходу схвата от желаемой траектории между опорными точками (рис. 15.3).



Рисунок 15.3 – Общий вид полинома седьмой степени, проходящего через четыре характерных точки

В этом случае возникает сложная задача обеспечения приемлемых отклонений действительной траектории от желаемой, что можно осуществить, отступая от назначенных значений $q_i^Y, q_i^П, t_1, t_2$ (будем считать, что начальные и конечные точки A_H и A_K изменению не подлежат, так как они определяются расположением оборудования и конструкцией технологического приспособления). Изменению не подлежит также заданное время t_3 движения от одного оборудования к другому.

15.3. Представление траектории движения схвата сплайн-функциями (второй подход)

Чтобы уменьшить опасность нежелательного блуждания схвата стремятся использовать полиномы возможно более низких степеней. Одним из путей понижения требуемой степени полинома является представление каждого из трех участков отдельными функциями, которые на границах участка должны быть соответствующим образом сопряжены – «склеены, сшиты».

В результате траектория схвата будет представлена кусочно-непрерывной функцией, составленной из трех полиномов, которые в силу их взаимного сопряжения представляют собой сплайн-функции.

Для рассматриваемой трехучастковой траектории с целью обеспечения плавного безударного перехода с одного участка на другой на границах участков значения функций, описывающих соседние участки, а также значения их первых и вторых производных должны быть равны друг другу.

При рассмотрении сплайн-функций вместо абсолютного времени удобно использовать относительное (нормированное) время для каждого участка (рис. 15.4).

$$\tau_m = \frac{t - t_{m-1}}{t_m - t_{m-1}}; \quad t_{m-1} \leq t \leq t_m$$
$$0 \leq \tau_m \leq 1$$

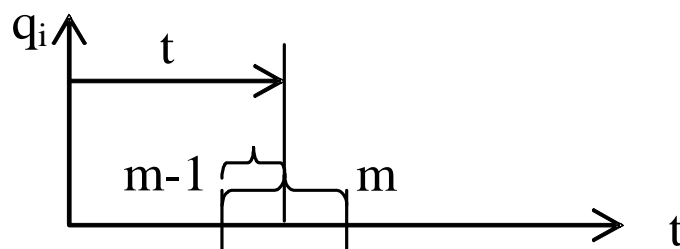


Рисунок 15. 4 – Использование относительного (нормированного) времени

Установим граничные условия, которым должны отвечать сплайн – функции:

Первый участок:

$$1) q_{1i}(0) = q_i^H;$$

$$2) \dot{q}_{1i}(0) = 0;$$

$$3) \ddot{q}_{1i}(0) = 0;$$

$$4) q_{1i}(1) = q_i^Y;$$

Второй участок:

$$5) q_{2i}(0) = q_i^Y;$$

$$6) \dot{q}_{2i}(0) = \dot{q}_{1i}(1);$$

$$7) \ddot{q}_{2i}(0) = \ddot{q}_{1i}(1);$$

$$8) q_{2i}(1) = q_i^П;$$

Третий участок:

$$9) q_{3i}(0) = q_i^П;$$

$$10) \dot{q}_{3i}(0) = \dot{q}_{2i}(1);$$

$$11) \ddot{q}_{3i}(0) = \ddot{q}_{2i}(1);$$

$$12) q_{3i}(1) = q_i^K;$$

$$13) \dot{q}_{3i}(1) = 0;$$

$$14) \ddot{q}_{3i}(1) = 0.$$

Учитывая, что используются три полинома (по одному на каждом участке) и в каждом полиноме есть один свободный коэффициент, то сумма степеней полиномов должна быть равна

$$14 - 3 = 11 \text{ (здесь 14 – число граничных условий).}$$

Известны различные комбинации степеней полинома на участках. Наибольшее распространение получили:

4-3-4 – траектории,

3-5-3 – траектории и

5-2-4 – или 4-2-5 – траектории.

Здесь цифры обозначают степени полинома на соответствующих участках.

Чаше других используется 4-3-4 – траектория, так как из всех упомянутых она имеет полиномы более низких степеней.

Запишем аналитическое выражение для 4-3-4 – траектории:

$$q_i(\tau) = \begin{cases} a_{4i}\tau_1^4 + a_{3i}\tau_1^3 + a_{2i}\tau_1^2 + a_{1i}\tau_1 + a_{0i}; \\ b_{3i}\tau_2^3 + b_{2i}\tau_2^2 + b_{1i}\tau_2 + b_{0i}; \\ c_{4i}\tau_3^4 + c_{3i}\tau_3^3 + c_{2i}\tau_3^2 + c_{1i}\tau_3 + c_{0i}. \end{cases}$$

Используя условия 1, 2, 3 и 5, 9, найдем:

$$\begin{aligned} a_{0i} &= q_i^H; a_{1i} = 0; a_{2i} = 0; \\ b_{0i} &= q_i^Y; c_{0i} = q_i^{\Pi}. \end{aligned}$$

Остальные девять коэффициентов определяются из решения системы девяти уравнений. Причем таких систем должно быть n , а определению под-лежит $14 \times n$ коэффициентов, при этом коэффициенты полиномов, как и раньше, являются функциями обобщенных координат опорных точек и вре-мени их прохождения.

Продифференцируем сплайн-функции при условии, что $\dot{q}_i(0) = \dot{q}_i(t_3) = 0$ и $\ddot{q}_i(0) = \ddot{q}_i(t_3) = 0$:

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(\tau) &= \begin{cases} 4a_{4i}\tau_1^3 + 3a_{3i}\tau_1^2; \\ 3b_{3i}\tau_2^2 + 2b_{2i}\tau_2 + b_{1i}; \\ 4c_{4i}\tau_3^3 + 3c_{3i}\tau_3^2 + 2c_{2i}\tau_3 + c_{1i}. \end{cases} \\ \ddot{q}_i(\tau) &= \begin{cases} 12a_{4i}\tau_1^2 + 6a_{3i}\tau_1; \\ 6b_{3i}\tau_2 + 2b_{2i}; \\ 12c_{4i}\tau_3^2 + 6c_{3i}\tau_3 + 2c_{2i}. \end{cases} \end{aligned}$$

Запишем по оставшимся девяти граничным условиям систему девяти уравнений:

- 1) Условие 4 ($\tau_1 = 1$): $a_{4i} + a_{3i} + q_i^H = q_i^Y$;
- 2) Условие 6 ($\tau_1 = 1; \tau_2 = 0$): $4a_{4i} + 3a_{3i} = b_{1i}$;
- 3) Условие 7 ($\tau_1 = 1; \tau_2 = 0$): $12a_{4i} + 6a_{3i} = 2b_{2i}$;
- 4) Условие 8 ($\tau_2 = 1$): $b_{3i} + b_{2i} + b_{1i} + q_i^Y = q_i^{\Pi}$;
- 5) Условие 10 ($\tau_2 = 1; \tau_3 = 0$): $3b_{3i} + 2b_{2i} + b_{1i} = c_{1i}$;
- 6) Условие 11 ($\tau_2 = 1; \tau_3 = 0$): $6b_{3i} + 2b_{2i} = 2c_{1i}$;

- 7) Условие 12 ($\tau_3 = 1$): $c_{4i} + c_{3i} + c_{2i} + c_{1i} + q_i^{\Pi} = q_i^K$;
- 8) Условие 13 ($\tau_3 = 1$): $4c_{4i} + 3c_{3i} + 2c_{2i} + c_{1i} = 0$;
- 9) Условие 14 ($\tau_3 = 1$): $12c_{4i} + 6c_{3i} + 2c_{2i} = 0$;

Решая эту систему девяти уравнений, определяются девять неизвестных коэффициентов для n обобщенных координат.

Для еще большего уменьшения вероятности блуждания схвата используют сплайн-функции типа 3-3-3-3-3. В этом случае, кроме ранее рассмотренных трех участков, на участке $A^y A^{\Pi}$ вводятся две дополнительные опорные точки и вместо этого одного участка возникает три (рис. 15.5).

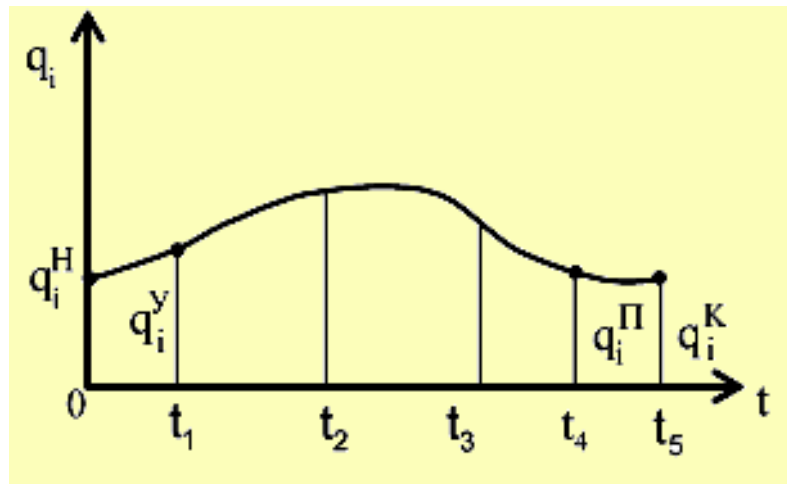


Рисунок 15.5 – Траектория типа 3-3-3-3-3

В данном случае дополнительные участки вводятся именно с целью понижения степени составляющих сплайн-функции и уменьшения благодаря этому блуждания схвата. Конкретные значения обобщенных координат в этих точках не регламентируется, что позволяет уменьшить число граничных условий (назначаются лишь моменты времени t_2 и t_3 прохождения их схватом, т.е. моменты перехода с одной функции на другую). В данном случае также будем пользоваться понятием относительного (нормированного) времени.

Запишем необходимые при указанных условиях граничные условия (сшивки полиномов должна обеспечить на границах участков непрерывность скоростей и ускорений, а также выполнение ранее принятых условий прохождения схвата через точки $A^H, A^Y, A^П, A^K$).

Индекс i на время будем опускать.

Участок 1

$$1) q_1(0) = q^H;$$

$$2) \dot{q}_1(0) = 0;$$

$$3) \ddot{q}_1(0) = 0;$$

$$4) q_1(1) = q^Y;$$

Участок 2

$$5) q_2(0) = q^Y;$$

$$6) \dot{q}_2(0) = \dot{q}_1(1);$$

$$7) \ddot{q}_2(0) = \ddot{q}_1(1);$$

Участок 3

$$8) q_3(0) = q_2(1);$$

$$9) \dot{q}_3(0) = \dot{q}_2(1);$$

$$10) \ddot{q}_3(0) = \ddot{q}_2(1);$$

Участок 4

$$11) q_4(0) = q_3(1);$$

$$12) \dot{q}_4(0) = \dot{q}_3(1);$$

$$13) \ddot{q}_4(0) = \ddot{q}_3(1);$$

$$14) q_4(1) = q^П;$$

Участок 5

$$15) q_5(0) = q^П;$$

$$16) \dot{q}_5(0) = \dot{q}_4(1);$$

$$17) \ddot{q}_5(0) = \ddot{q}_4(1);$$

$$18) q_5(1) = q^K;$$

$$19) \dot{q}_5(1) = 0;$$

$$20) \ddot{q}_5(1) = 0.$$

Таким образом, получено двадцать граничных условий, что равно числу коэффициентов пяти полиномов третьей степени.

Запишем сплайн-функцию для 3-3-3-3-3 – траектории по i -ой степени подвижности:

$$q_i = \begin{cases} a_{3i}\tau_1^3 + a_{2i}\tau_1^2 + a_{1i}\tau + a_{0i}; \\ b_{3i}\tau_2^3 + b_{2i}\tau_2^2 + b_{1i}\tau + b_{0i}; \\ c_{3i}\tau_3^3 + c_{2i}\tau_3^2 + c_{1i}\tau + c_{0i}; \\ d_{3i}\tau_4^3 + d_{2i}\tau_4^2 + d_{1i}\tau + d_{0i}; \\ e_{3i}\tau_5^3 + e_{2i}\tau_5^2 + e_{1i}\tau + e_{0i}; \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n).$$

Из условий 1, 2, 3, 5 и 15 определим

$$a_{0i} = q_i^H; a_{1i} = 0; a_{2i} = 0;$$
$$b_{0i} = q_i^Y; e_{0i} = q_i^P.$$

Остальные коэффициенты определяются из системы пятнадцати уравнений.

15.4. Общие случаи планирования траекторий сплайн-функциями в пространстве обобщенных координат

В тех случаях, когда точки A^Y и A^P удалены друг от друга на значительные расстояния, может потребоваться большее число участков, чем три или пять. Увеличение числа участков может быть оправдано и в случае, если желательно обеспечить максимальную точность реализации траектории.

Возможны два варианта общих случаев (число участков примем равным M):

Первый – когда координаты дополнительных точек не регламентируются как при рассмотрении 3-3-3-3 – траектории.

Второй (наиболее общий случай) – заданы координаты всех промежуточных точек.

Первый случай во многом аналогичен проектированию 3-3-3-3 – траектории.

Учитывая, что 1-й и $(M-1)$ -й участки должны иметь по четыре ограничения, M -й – шесть ограничений, а все промежуточные по три ограничения, можно определить выражение для расчета суммы P_M степеней полиномов, удовлетворяющих сформулированным условиям:

$$P_M = 4 + 4 + 6 + 3(M - 3) - M = 5 + 2M \quad (M > 3)$$

Примеры:

$$M = 3; P_M = 11 \text{ (4-3-4; 3-5-3; 5-2-3); } M = 4; P_M = 13;$$
$$M = 5; P_M = 15 \text{ (3-3-3-3-3); } M = 6; P_M = 17;$$

$M = 10; P_M = 25$ (3-3-2-3-2-2-2-3-2-3).

Второй случай, как отмечалось, является наиболее общим случаем. Он возникает, когда траектория движения схвата является функцией времени и задана на всем протяжении в декартовых координатах манипулятора (рис. 15.6).

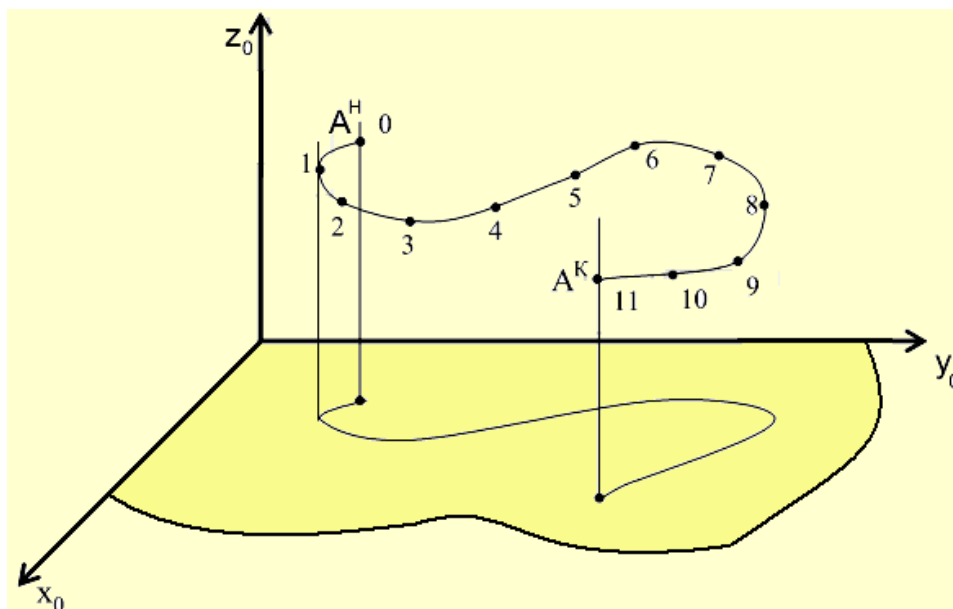


Рисунок 15.6 – Общий случай задания траектории в пространстве инерциальных координат

В результате решения обратной задачи кинематики находятся соответствующие заданным точкам значения обобщенных координат по каждой степени подвижности (рис. 15.7):

$$q_i^H, q_i^1, q_i^2, \dots, q_i^1, \dots, q_i^{M-1}, q_i^M = q_i^K$$

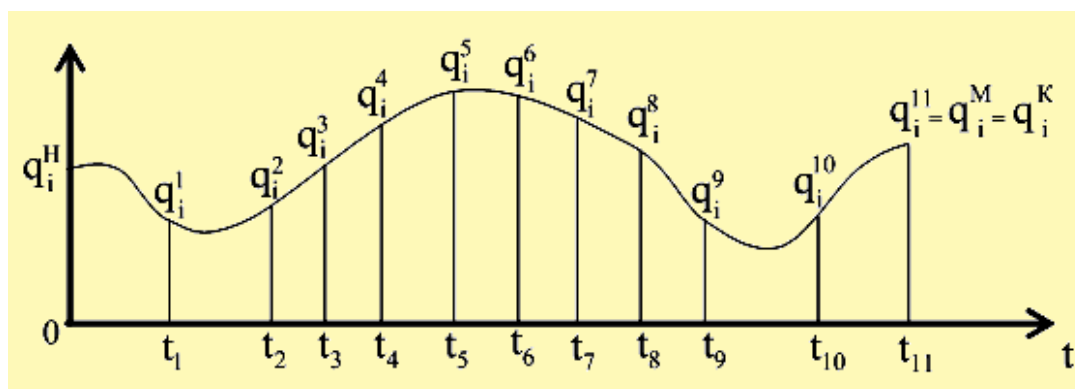


Рисунок 15.7 – Общий случай задания траектории в пространстве обобщенных координат

Запишем ограничения для рассматриваемого общего случая с использованием понятия относительного времени:

Участок 1

$$1) q_{1i}(0) = q_i^H;$$

$$2) \dot{q}_{1i}(0) = 0;$$

$$3) \ddot{q}_{1i}(0) = 0;$$

$$4) q_{1i}(1) = q_i^1.$$

Участок 2

$$1) q_{2i}(0) = q_i^1;$$

$$2) \dot{q}_{2i}(0) = \dot{q}_{1i}(1);$$

$$3) \ddot{q}_{2i}(0) = \ddot{q}_{1i}(1);$$

$$4) q_{2i}(1) = q_i^2.$$

Участок 3

$$1) q_{3i}(0) = q_i^2;$$

$$2) \dot{q}_{3i}(0) = \dot{q}_{2i}(1);$$

$$3) \ddot{q}_{3i}(0) = \ddot{q}_{2i}(1);$$

$$4) q_{3i}(1) = q_i^3.$$

.....

Участок m

$$1) q_{mi}(0) = q_i^{m-1};$$

$$2) \dot{q}_{mi}(0) = \dot{q}_{(m-1)i}(1);$$

$$3) \ddot{q}_{mi}(0) = \ddot{q}_{(m-1)i}(1);$$

$$4) q_{mi}(1) = q_i^m.$$

Участок (M-1)

$$1) q_{(M-1)i}(0) = q_i^{m-2};$$

$$2) \dot{q}_{(M-1)i}(0) = \dot{q}_{(M-2)i}(1);$$

$$3) \ddot{q}_{(M-1)i}(0) = \ddot{q}_{(M-2)i}(1);$$

$$4) q_{(M-1)i}(1) = q_i^{m-1}.$$

Участок M

$$1) q_{Mi}(0) = q_i^{M-1};$$

$$2) \dot{q}_{Mi}(0) = \dot{q}_{(M-1)i}(1);$$

$$3) \ddot{q}_{Mi}(0) = \ddot{q}_{(M-1)i}(1);$$

$$4) q_{Mi}(1) = q_i^K;$$

$$5) \dot{q}_{Mi}(1) = 0;$$

$$6) \ddot{q}_{Mi}(1) = 0.$$

Определим необходимую сумму степеней аппроксимирующих полиномов, учитывая, что на участке M имеется шесть условий, а на остальных по четыре.

$$P_m = 6 + 4(M - 1) - M = 2 + 3M \quad (M > 3)$$

Примеры:

$M = 3$; $P_M = 11$ совпало с предыдущим, т. к. участков вносящих разницу в этом случае нет;

$M = 4$; $P_M = 14$ (4-3-3-4);

$M = 5$; $P_M = 17$ (4-3-3-3-4) два дополнительных условия по положению;

$M = 10$; $P_M = 32$.

Общим недостатком такого представления зависимостей $q_i(t)$ является необходимость предварительного решения системы большого числа уравнений для определения коэффициентов полиномов. Трудности усугубляются еще и тем, что при изменении числа участков появляется новая система уравнений, которую нужно решить заново.

Таким образом, для успешного использования изложенных методов представления обобщенных координат необходимо иметь готовые таблицы зависимостей для расчета коэффициентов.

В настоящее время таких таблиц нет. И для случая деления траектории на произвольное число участков их получение связано со значительными трудностями.

Ограничения на обобщенные траектории.

Законы движения $q_i(t)$, полученные в ходе планирования обобщенной траектории, реализуются приводами в соответствующих подвижных сочленениях манипулятора робота. Полученные из теоретических соображений законы $q_i(t)$ должны быть проверены на возможность исполнения их соответствующим приводом. Существуют ограничения на перемещения, на скорости и ускорения.

Ограничения на обобщенные перемещения связаны с ограниченным диапазоном перемещения одного звена относительно другого (рис. 15.8):

$$q_i^{\min} \leq q_i(t) \leq q_i^{\max}$$

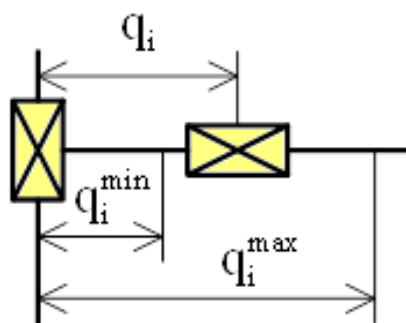


Рисунок 15.8 – Ограничения на перемещения подвижных звеньев манипулятора

Для удовлетворения ограничений по перемещению следует определить экстремумы функций $q_i(t)$, что нетрудно выполнить после нахождения корней уравнения $\dot{q}_i(t)$.

Ограничения на обобщенные скорости $\dot{q}_i(t)$ диктуются скоростными возможностями привода и его ограничениями на величину кинетической энергии. Для определения экстремальных значений $\dot{q}_i(t)$ следует найти корни уравнения $\ddot{q}_i(t)$.

Ограничения на обобщенные ускорения определяются максимально возможными моментами сил и усилиями, развиваемыми приводами.

Траектория движения схвата и его ориентации при конкретном рассмотрении может быть задана различным образом. В частности, она может быть задана как и ранее некоторым числом опорных точек при условии движения между ними с постоянными скоростями и по прямой линии.

Приведем пример производственной сцены (рис. 15.9), в которой может возникнуть необходимость в прямолинейных движениях схвата. Понятно, что движение между опорными точками может в общем случае осуществляться и по криволинейным траекториям.

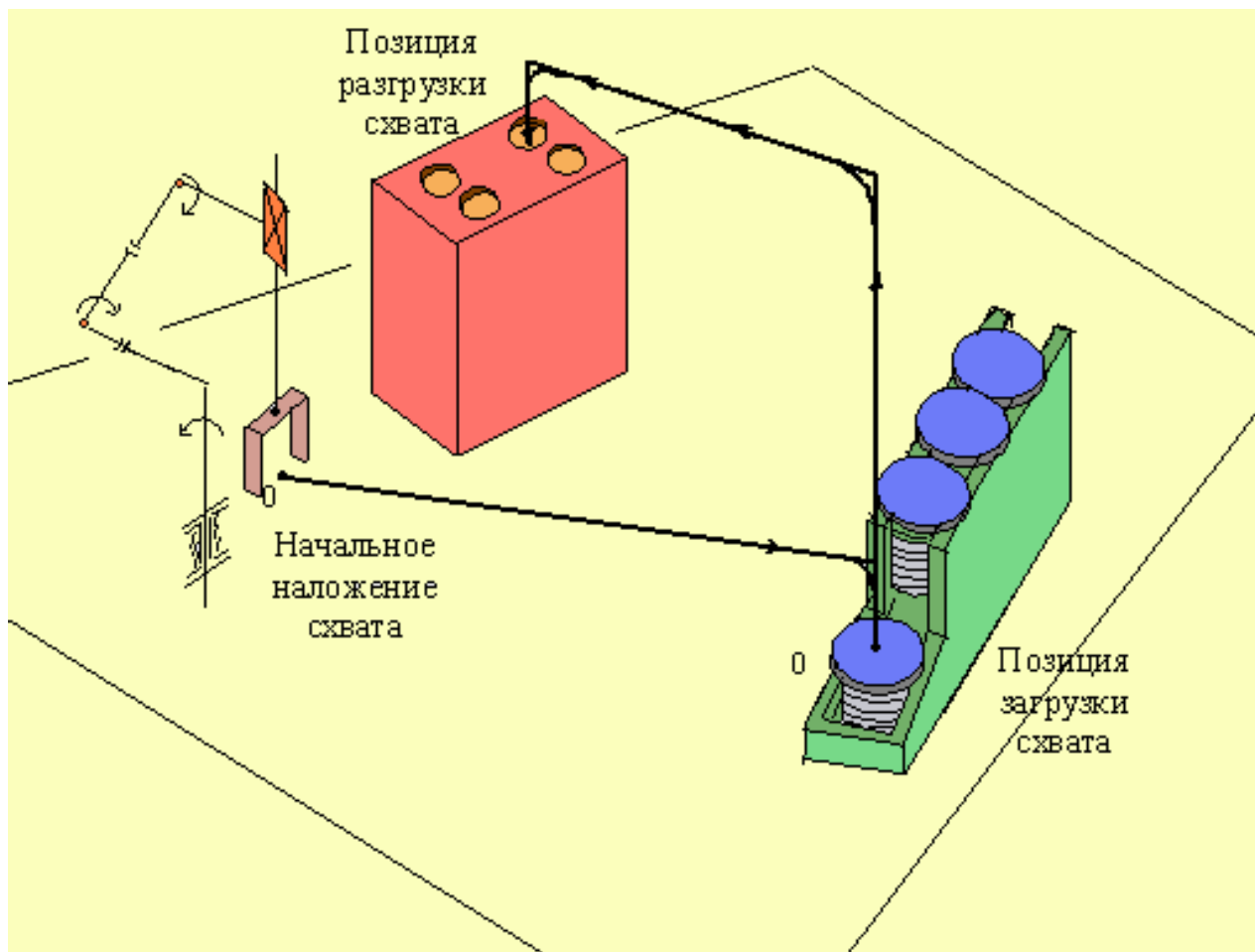


Рисунок 15.9 – Производственная сцена

Вопросы к лекции 15:

1. Каковы общие требования к траекториям движения схвата манипулятора в составе РТК?
2. Назовите характерные точки и участки траектории движения схвата при обслуживании ТО.
3. Назовите подходы к описанию траекторий движения схвата ПР в составе РТК.
4. Поясните порядок синтеза закона движения по обобщенной координате при описании траектории одним полиномом.
5. Каковы граничные условия при синтезе закона движения по обобщенной координате при описании траектории одним полиномом?

6. Поясните порядок синтеза законов движения по обобщенным координатам при представлении траектории движения сплайн-функциями.
7. Каковы особенности траекторий типов 4-3-4, 3-5-3 и 5-2-4?
8. Каков порядок и какова целесообразность представления траектории сплайн-функцией типа 3-3-3-3-3?
9. Каковы особенности планирования траекторий в пространстве обобщенных координат для произвольного числа реперных точек?

Лекция 16. Моделирование робототехнических систем в терминах сетей Петри

16.1. Основные понятия и терминология сетей Петри

Сети Петри представляют собой двудольный ориентированный граф, в котором имеются вершины двух типов: вершины одного типа называются позициями и обозначаются p_i (изображаются кружками), а вершины другого типа - переходами с обозначением t_j (изображаются чертой-барьером). Для условно-событийных систем позиции сети Петри интерпретируются как условия (предусловия, постусловия совершения события), а переходы соответствуют событиям, происходящим в системе. Элементарная сеть Петри может быть представлена так (рис. 16.1):

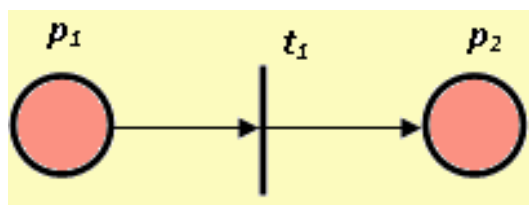


Рисунок 16.1 – Элементарная сеть Петри

Дуги в сетях Петри - направленные. Причем каждая дуга связывает вершины только разных типов: если дуга выходит из позиции, то должна войти

в переход и наоборот. На рис. 16.2 а приведен пример, соответствующий этому ограничению, а на рис. 16.2 б - недопустимые варианты соединений.

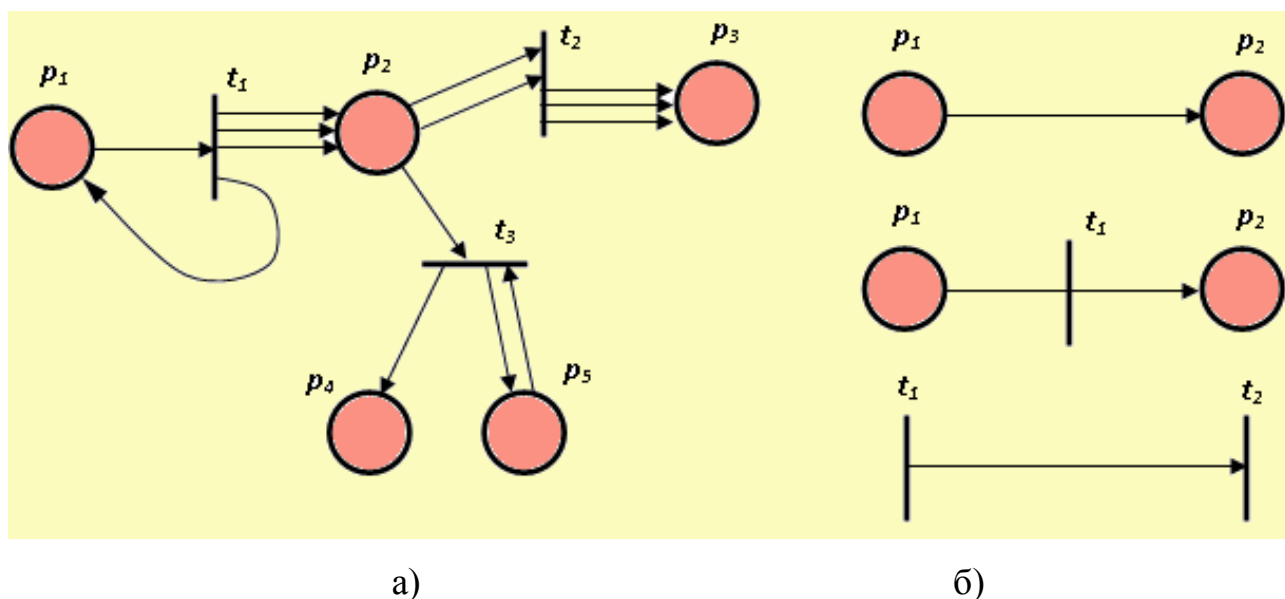


Рисунок 16.2 – Допустимые (а) и недопустимые (б) варианты соединений

Позиции, из которых выходят дуги, направленные к данному переходу, называются его входными позициями. Позиции, в которые входят дуги, исходящие из данного перехода, называются его выходными позициями. Так, в элементарной сети на рис.16.1 позиция p_1 является для перехода t_1 входной, а позиция p_2 – выходной.

Динамика поведения моделируемой системы (и в этом принципиальное отличие сетей Петри от графовых моделей, которые по своей сути являются статическими) находит свое отражение в функционировании (работе) сети Петри. Работу сети можно представить как совокупность срабатываний переходов. Переход запускается, если выполнены все условия реализации соответствующего события. Выполнение условия в сетях Петри отображается разметкой соответствующей позиции, а именно размещением в ней одного или нескольких маркеров (фишек) в соответствии с емкостью условия. В графическом представлении маркер обозначается точкой внутри соответ-

ствующей позиции. Так, если в позицию p_1 на рис. 16.1 поместить маркер, то это будет означать, что условие совершения события t_1 имеет место (выполнено), и событие может произойти (рис. 16.3 а).

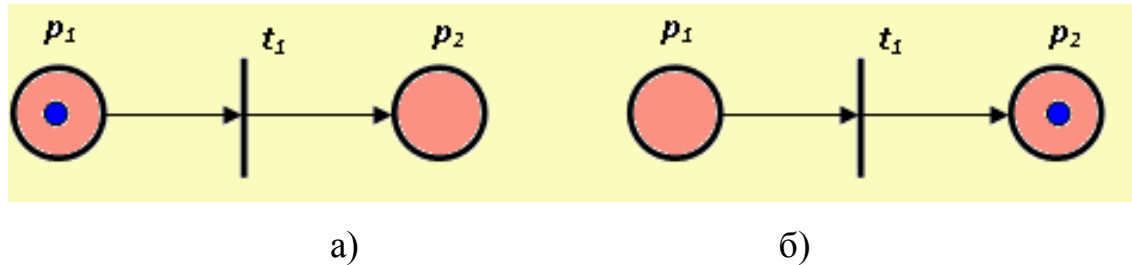


Рисунок 16.3 – Срабатывание перехода в элементарной сети

Срабатывание перехода - неделимое действие, изменяющее разметку его входных и выходных позиций следующим образом: из каждой входной позиции маркер изымается, а в каждую выходную позицию - добавляется. Тем самым реализация события изменяет состояние непосредственно связанных с ним условий: предусловия возникновения события перестают существовать, а вместо них возникают постусловия совершения события. Для элементарной сети на рис.16.3 факт срабатывания разрешенного перехода t_1 отмечается изменением маркировки: маркер, находившийся в позиции p_1 в результате срабатывания перехода t_1 перемещается в позицию p_2 (рис. 16.3 б).

В общем виде, когда переход связан со своими позициями не ординарными, а кратными дугами, правило срабатывания перехода звучит так: при срабатывании перехода t_1 он изымает из каждой своей входной позиции столько маркеров, какова кратность дуги, связывающей этот переход с указанной позицией, и добавляет в каждую свою выходную позицию количество маркеров, равное кратности связывающих их дуг как показано на рис. 16.4.

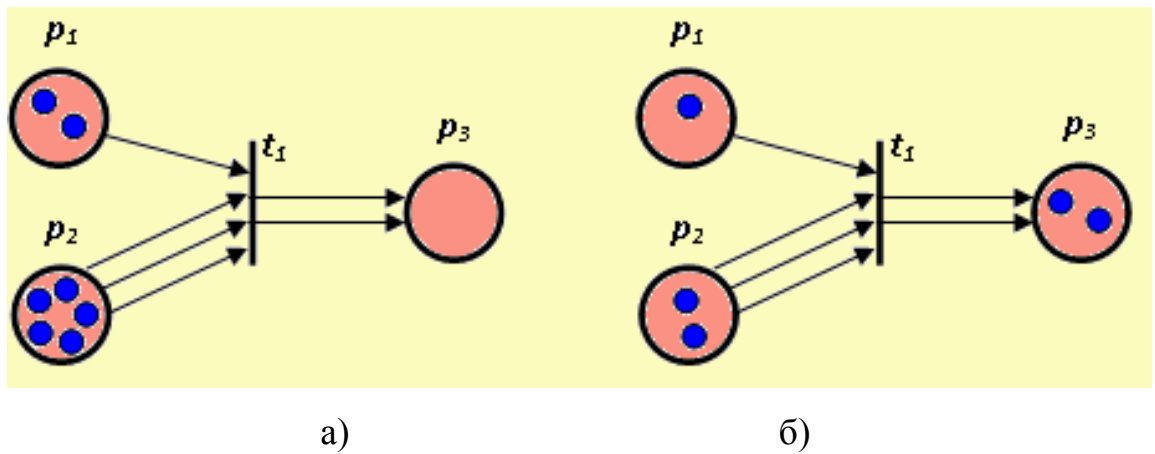


Рисунок 16.4 – Срабатывание перехода общего вида

Здесь переход t_1 имеет две входных и одну выходную позицию (рис. 16.4 а), причем входная позиция p_1 содержит два маркера, а позиция p_2 – пять маркеров. Позицию p_1 связывает с переходом t_1 ординарная дуга, а позицию p_2 – дуга, кратность которой равна трем. Очевидно, что переход t_1 может сработать, так как количество маркеров в его входных позициях больше кратности дуг, связывающих эти позиции с переходом. При срабатывании перехода t_1 из позиции p_1 будет извлечен один маркер, а из позиции p_2 – три маркера. Выходная позиция p_3 связана с переходом t_1 дугой с кратностью 2, поэтому результатом срабатывания перехода будет помещение в позицию p_3 двух маркеров (рис. 16.4 б). Таким образом, в результате срабатывания перехода t_1 маркировка позиций сети изменится и будет следующей: в p_1 содержится один маркер, в p_2 – два маркера и в p_3 – два маркера. Необходимо отметить, что переход t_1 при такой новой разметке не может сработать еще раз: количество маркеров в p_2 меньше, чем кратность дуги, связывающей эту позицию и переход. Переход будет запрещен до тех пор, пока в позицию p_2 не добавится хотя бы один маркер.

Достоинством сети Петри является ее открытость для расширений и модификаций, усиливающих выразительные возможности сети как аппарата моделирования в конкретной прикладной области.

Управление производственной системой можно выразить функцией ее состояния. В терминах сети Петри это сводится к необходимости управлять

переходами сети в зависимости от маркировок ее позиции. Сеть Петри формально представляется как набор вида:

$$N = \{P, T, F, H, \mu_0\},$$

где P – конечное непустое множество позиций $p \in P$ (состояний);

T – конечное непустое множество переходов $t \in T$ (событий);

F – функция входных инциденций (матрица $F: T \times P$);

H – функция выходных инциденций (матрица $H: T \times P$);

μ_0 – начальная маркировка (разметка) сети.

Множества входных и выходных позиций перехода $t \in T$ обычно обозначают соответственно $(^*t)$ и (t^*) , а множества входных и выходных переходов для позиции $p \in P$ обозначают соответственно $(^*p)$ и (p^*) .

При маркировке всем позициям сети Петри приписываются некоторые натуральные числа. Число маркеров в позиции равно значению функции маркировки $\mu: P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$. Если мощность множества P равна n , то маркировку можно представить n -мерным вектором, значения координат которого равны числу маркеров в соответствующих позициях.

Переход от одной маркировки к другой осуществляется посредством срабатывания переходов. Переход t может сработать при маркировке μ_i , если он является возбужденным, т. е.:

$$\mu_i(p) - F(p, t) \geq 0, \forall p \in P, \quad (16.1)$$

где $F(p, t)$ – функция входных инциденций.

Это условие показывает, что в каждой входной позиции перехода t число маркеров не меньше веса дуги, соединяющей эту позицию с переходом. В результате срабатывания перехода t , удовлетворяющего условию (16.1), маркировка μ_k заменяется маркировкой μ_{k+1} по следующему правилу:

$$\mu_{k+1}(p) = \mu_k(p) - F(p, t) + H(p, t), \forall p \in P,$$

где $H(p, t)$ – функция выходных инциденций.

То есть в результате срабатывания из всех входных позиций перехода t изымается $F(p, t)$ маркеров и в каждую выходную позицию добавляется

$H(t, p)$ маркеров. Следовательно, маркировка μ_{k+1} непосредственно достижима из маркировки μ_k , что обозначается как $\mu_k \rightarrow \mu_{k+1}$.

Функционирование сети Петри осуществляется путем последовательной смены маркировок μ в результате срабатывания возбужденных переходов. Состояние сети в данный момент времени определяется ее текущей маркировкой.

Возможные варианты функционирования сети описываются с помощью графа достижимости.

Графом достижимости называется граф, вершинами которого являются возможные маркировки. Маркировки μ_k и μ_{k+1} соединяются направленной дугой, помеченной символом перехода $t \in T$, если $\mu_k \rightarrow \mu_{k+1}$. Построение графа достижимости рассмотрим на примере сети Петри, представленной на рис. 16.5.

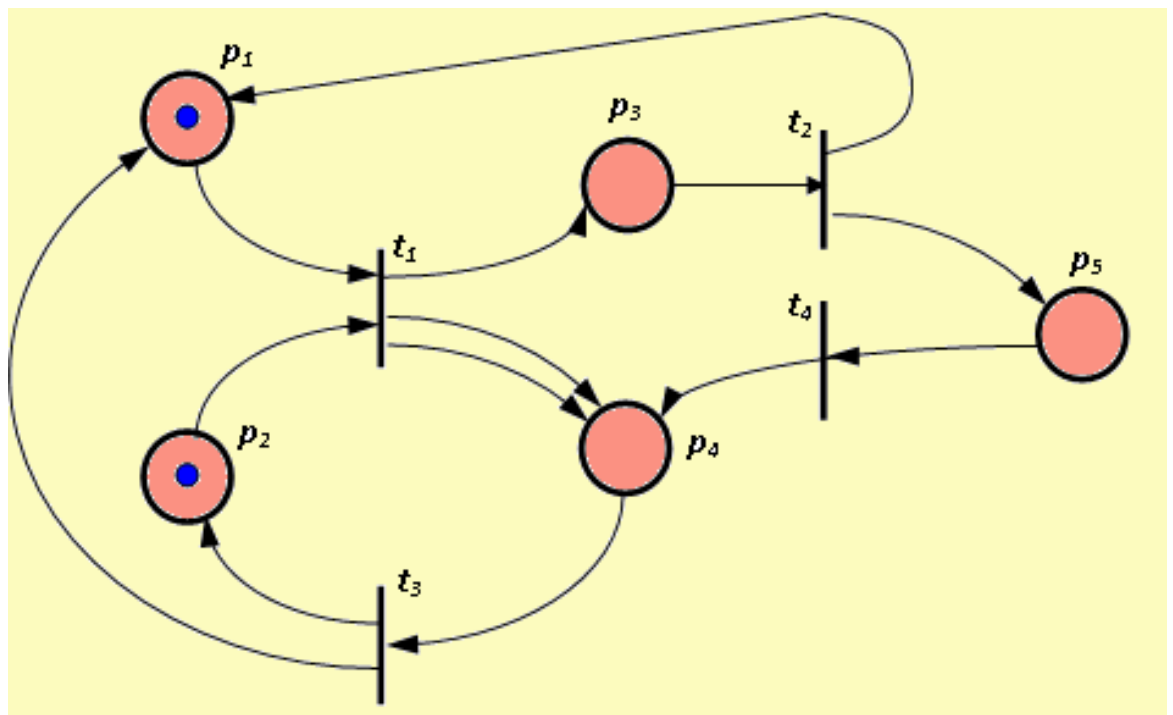


Рисунок 16.5 – Представление графа сети Петри

Множество позиций, переходов и начальная маркировка данной сети заданы как:

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\};$$

$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\};$$

$$\mu_0 = (1, 1, 0, 0, 0).$$

Функции $F(p, t)$ и $H(p, t)$ задаются матрицами:

$$F = \begin{matrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad H = \begin{matrix} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 \\ \begin{matrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Содержательная часть позиций P_i и переходов t_j должна быть определена словесно или с помощью предварительно оговоренных символов.

Фрагмент графа достижимости для данного примера сети Петри может быть представлен следующим образом (табл. 16.1).

Таблица 16.1
Граф достижимости для примера по рисунку 16.5

$\mu, t/p$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
μ_0	1	1	0	0	0
1					
μ_1	0	0	1	2	0
t_2, t_3					
μ_2	2	1	0	1	1
t_1, t_3, t_4					
μ_3	2	1	1	3	0
t_1, t_2, t_3					
μ_4	3	1	1	4	1
•					
•					
•					

16.2. Имитационные модели робототехнических систем на основе сетей Петри

Рассмотрим иерархически связанные имитационные модели, использующие аппарат сетей Петри: цикл загрузки технологического оборудования манипулятором ПР в робототехнических комплексах.

При построении моделей используются два принципа: модульности и структурного подобия.

Принцип модульности заключается в следующем: моделируемый объект делится на фрагменты (модули), для каждого из которых строится модель. Модуль должен представлять собой достаточно автономный с технологической точки зрения объект. Заметим, что выделение модулей и построение их моделей представляет собой творческий процесс, который трудно или невозможно описать формальными правилами. Приведенные ниже модели и описание процесса их построения иллюстрируют некоторые приемы выделения модулей и их описания на языке сетей Петри.

Принцип структурного подобия заключается в том, что каждому значимому структурному элементу объекта ставится в соответствие набор позиций сети, при этом текущая разметка данного набора позиций однозначно характеризует определенное состояние комплекса.

16.2.1. Моделирование однопозиционного РТК сетями Петри

Рассмотрим пример построения модели загрузки технологического оборудования в РТК посредством ПР.

Промышленный робот имеет позиционную систему управления и обеспечивает захват заготовки с приемно-передающего стола (ППС), ее транспортирование и установку в патрон шпинделя токарного станка (ТО). ПР об-

ладает тремя степенями подвижности по координатам X, Y, Z. Схема загрузки станка представлена на рис. 16.6.

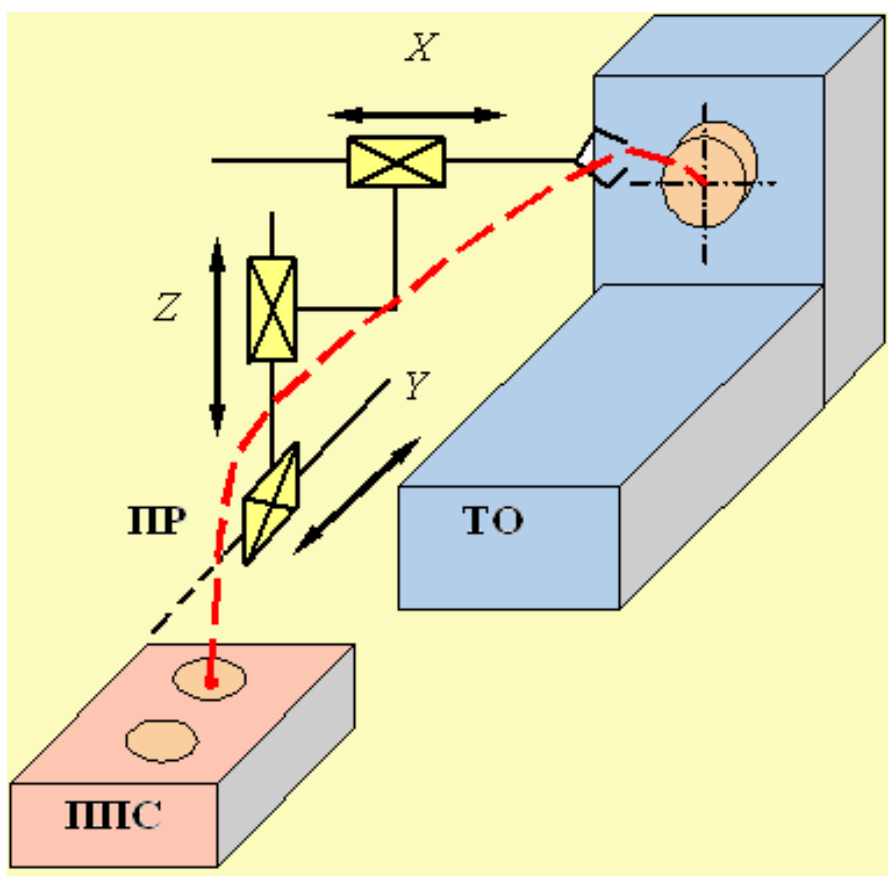


Рисунок 16.6 – Схема загрузки станка

Сгенерируем модель загрузки в виде сети Петри (рис. 16.7).

Цикл загрузки станка: при условии свободного состояния ППС на него выдается заготовка из входного накопителя и промышленный робот берет схватом манипулятора заготовку. После захвата заготовки приводы манипулятора отрабатывают прямой ход: транспортируют, позиционируют и поджимают заготовку к базе патрона. Зажатие патрона инициирует разжатие схвата и реверсный ход приводов манипулятора в исходную позицию. Предполагается, что цикл разгрузки станка осуществляется автоматически при помощи установленного на станке ловителя.

При условии, что три привода манипулятора параллельно отрабатывают прямое и реверсное движение, схема может быть упрощена и преобразована в сеть следующего вида (рис. 16.8).

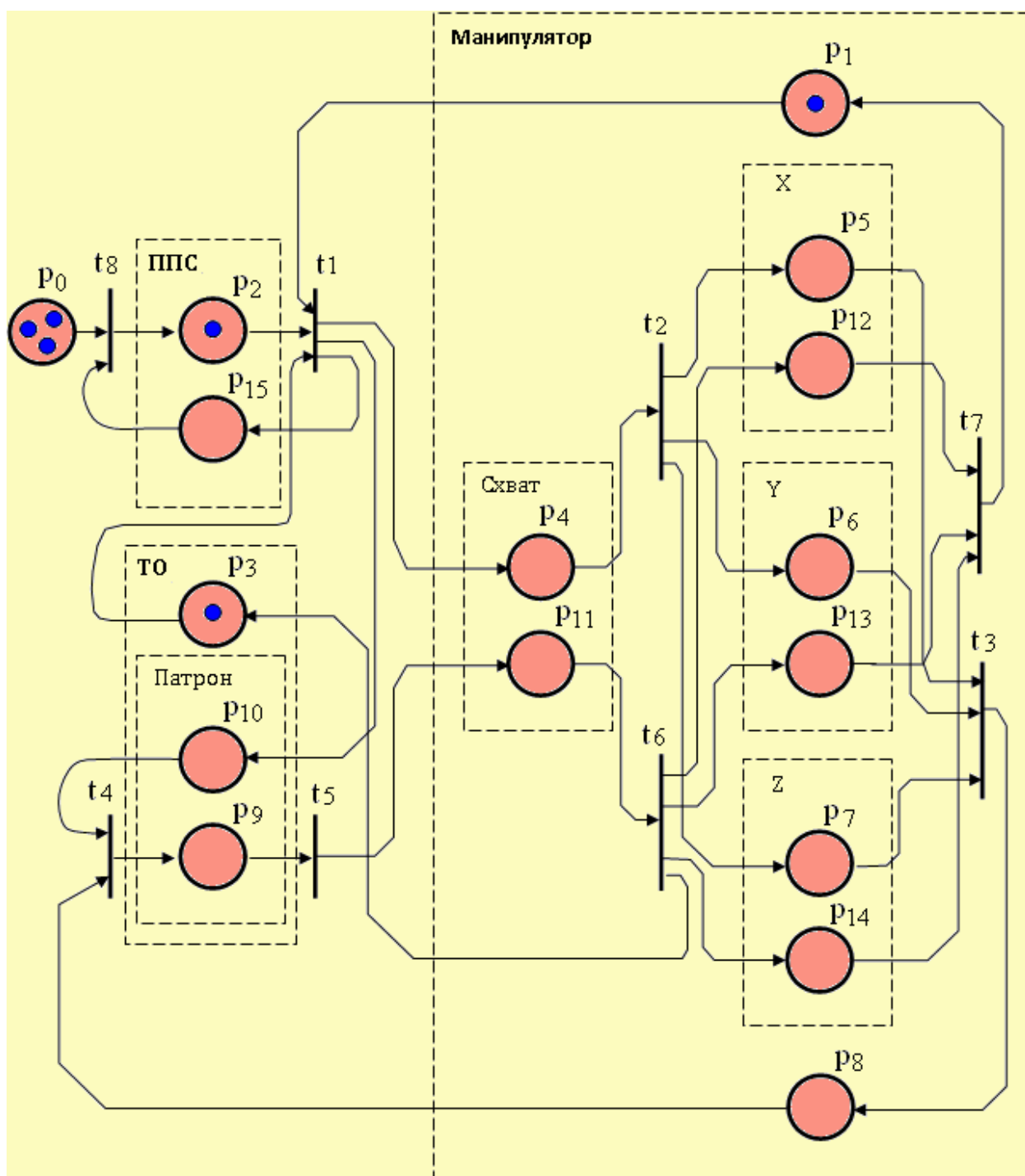


Рисунок 16.7 – Модель загрузки станка в виде сети Петри

Содержание позиций и переходов сети Петри:

- P_0 – во входном накопителе присутствует заготовка;
- P_1 – ППС свободен;
- P_2 – на выходную позицию ППС подана заготовка;
- P_3 – станок обработал деталь и ждет разгрузки;

- P_4 – схват сжат, заготовка захвачена;
- P_5 – привода X, Y, Z отработывают прямой ход;
- P_6 – патрон станка сжат, заготовка зафиксирована;
- P_7 – патрон станка разжат, деталь обработана и снята со станка;
- P_8 – схват разжат и свободен;
- P_9 – приводы X, Y, Z отработывает обратный ход;

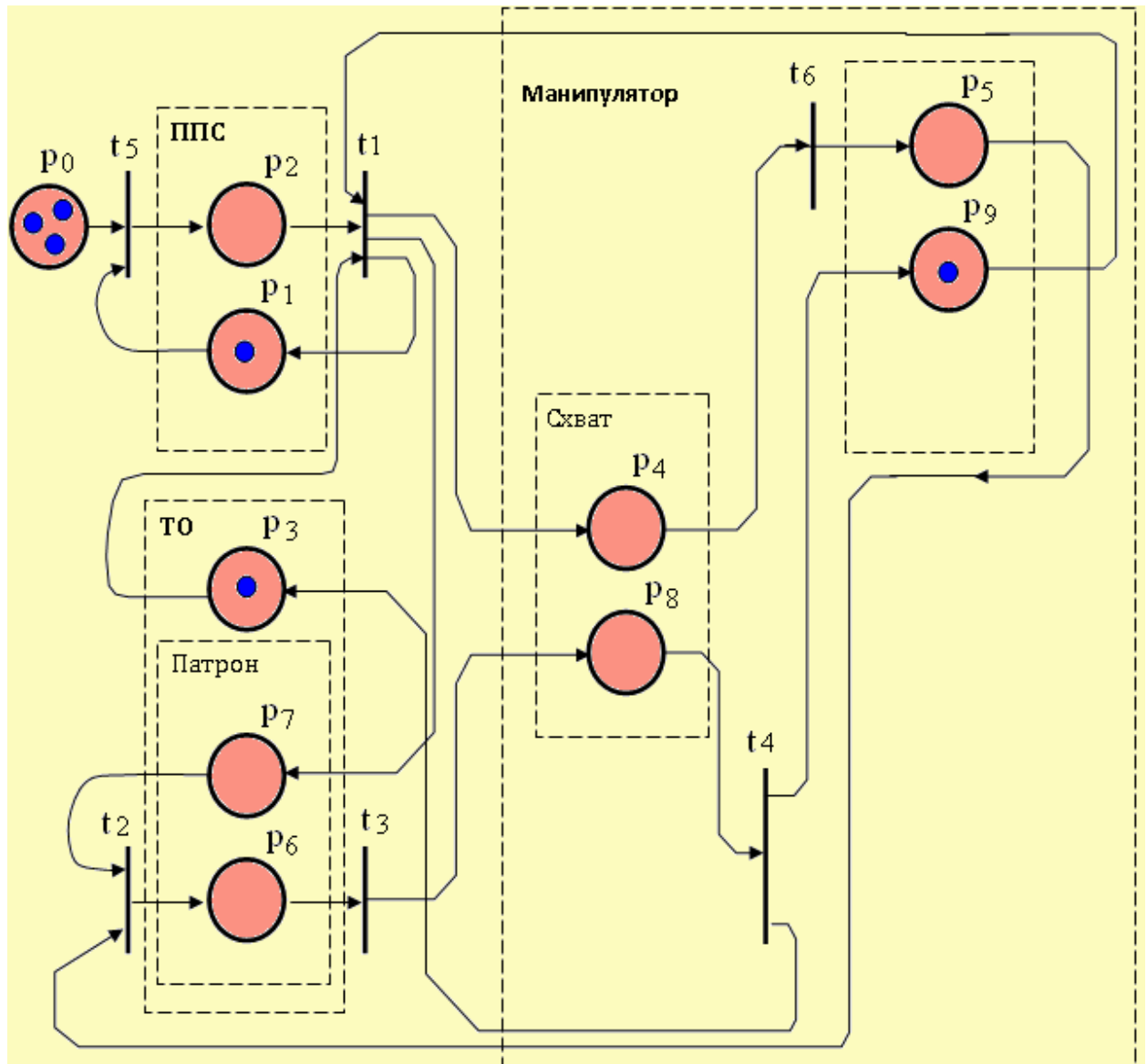


Рисунок 16.8 – Сеть Петри при параллельной работе приводов манипулятора робота

- t_1 – захват заготовки;
- t_2 – закрепление заготовки в патроне станка;
- t_3 – разжатие схвата;

- t_4 – включение приводов манипулятора на обратный ход (от ТО к ППС);
- t_5 – выдача заготовки на позицию захвата;
- t_6 – включение приводов манипулятора на прямой ход (от ППС к ТО).

Построим граф достижимости системы.

При начальной маркировке сети $\mu_0\{1,1,0,1,1,0,0,0,0,1\}$ (маркировка графически представлена на рис.16.8) дерево достижимости сети Петри имеет следующий вид (табл. 16.2).

Таблица 16.2
Дерево (граф) достижимости сети Петри

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
μ_0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
t_5										
μ_1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
t_1										
μ_2	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
t_5, t_6										
μ_3	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0
t_2										
μ_4	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
t_3										
μ_5	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
t_4										
μ_6	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1

Цикл работы модели системы включает пять маркировок. Маркировки μ_1 и μ_6 совпадают, что свидетельствует о цикличности моделируемого процесса. В данном случае начальная маркировка μ_0 является запускающей и в дальнейшем не повторяется.

16.2.2. Моделирование многопозиционного РТК в терминах сетей Петри

В соответствии с технологическим процессом необходимо последовательно обработать деталь на двух типах технологического оборудования.

Обеспечение цикла загрузки-разгрузки технологического оборудования производится посредством промышленного робота. Расположение оборудования, обслуживающего робота, и других составляющих РТК представлено на рис. 16.9 а.

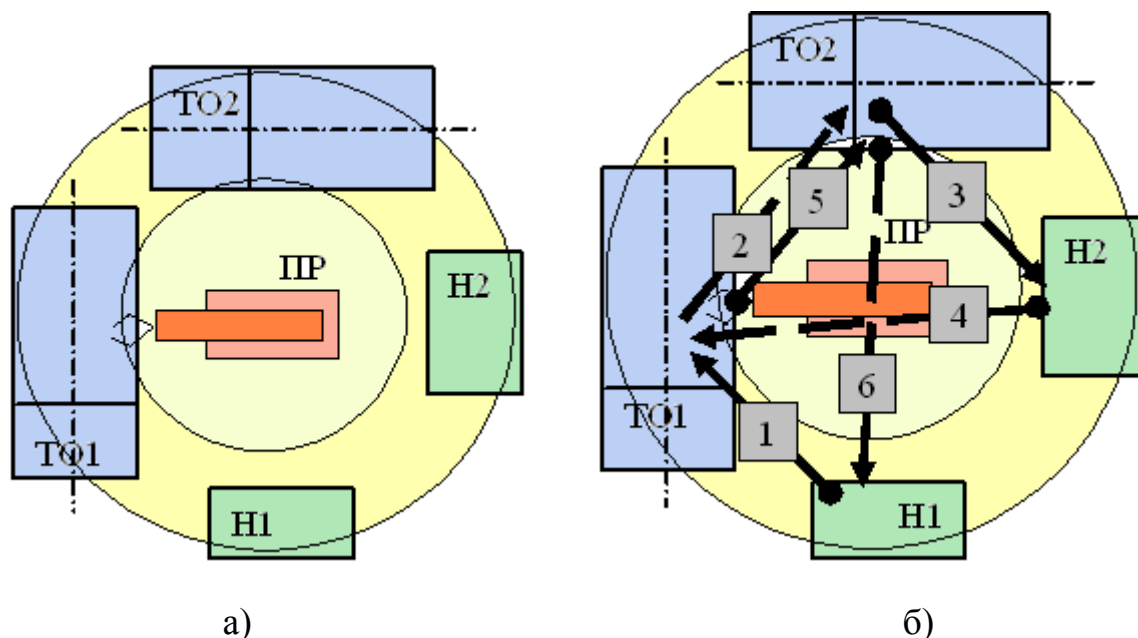


Рисунок 16.9 – Компоновка РТК: а) РТК механообработки; б) цикл обработки детали

При описании РТК используются следующие сокращения:

ТО1, ТО2 – соответственно первое и второе технологическое оборудование;

ПР – промышленный робот;

Н1 и Н2 – соответственно входной и выходной накопители.

Цикл обработки детали включает следующую последовательность событий (рис. 16.9 б).

Промышленный робот ПР при условии его свободного исходного состояния и наличия заготовки в паллете входного накопителя Н1 берет заготовку из накопителя и устанавливает ее в патрон технологического оборудования ТО1 (траектория 1). После поджатия кулачковым патроном заготовки в ТО1 промышленный робот освобождается, перемещается к ТО2 (траектория 3) и осуществляет цикл разгрузки технологического оборудования ТО2, сняв об-

работанную деталь и уложив ее на паллету выходного накопителя Н2 (траектория 3). По истечении времени обработки заготовки на технологическом оборудовании ТО1, робот перемещается к ТО1 (траектория 4) разгружает станок ТО1 и транспортирует деталь для загрузки технологического оборудования ТО2 (траектория 5). По завершении цикла загрузки станка робот переходит в свободное исходное состояние (траектория 6) и цикл работы РТК повторяется. Траектории 2, 4 и 6 определяют свободное состояние ПР.

Сеть Петри, моделирующая работу этого РТК, представлена на рис. 16.10.

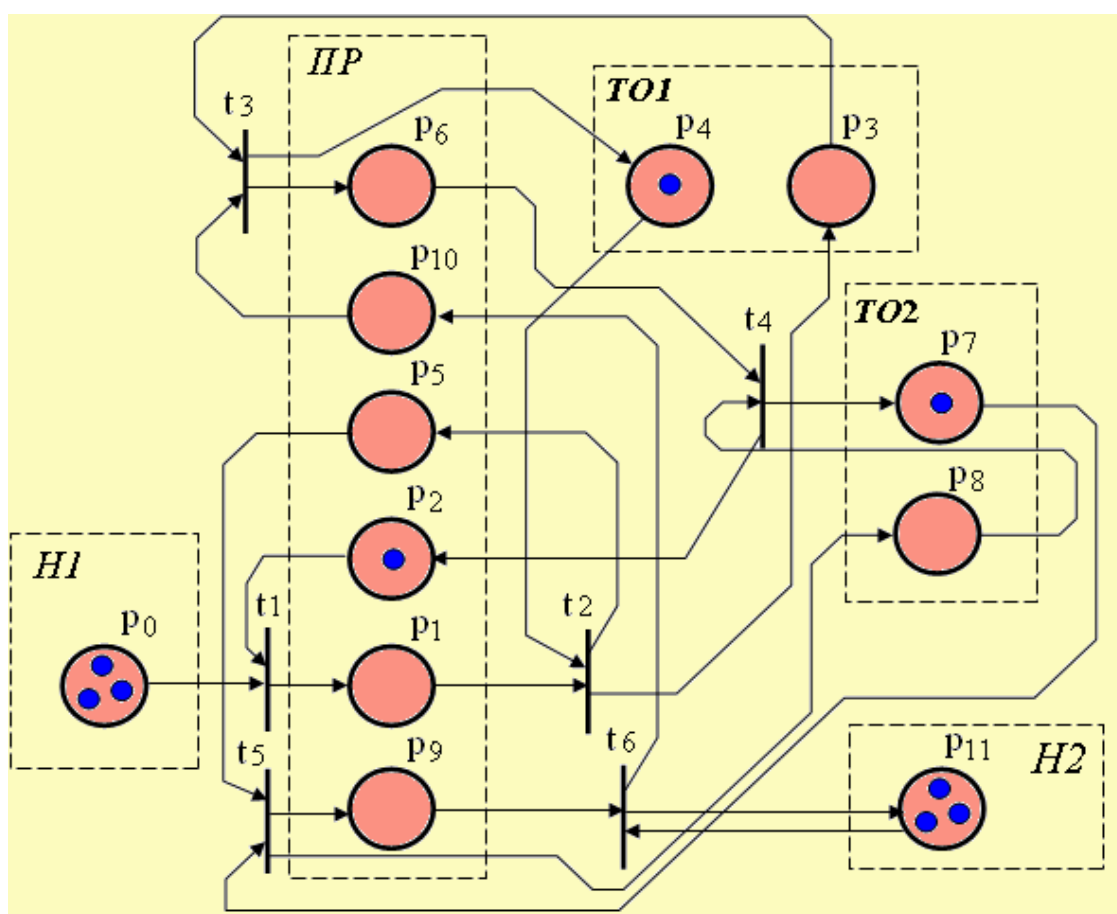


Рисунок 16.10 – Сеть Петри многопозиционного РТК

Опишем словесно содержание позиций и переходов сети Петри, моделирующей работу рассматриваемого РТК в соответствии с последовательностью технологических операций:

P_0 – входной накопитель РТК, в котором находится теоретически неограниченное количество заготовок;

P_1 – состояние ПР, соответствующее транспортировке заготовки на ТО1 для обработки;

P_2 – ПР свободен и готов к приему заготовки из входного накопителя;

P_3 – обработка заготовки на ТО1;

P_4 – ТО1 свободно и готово к приему заготовки;

P_5 – ПР свободен и готов разгрузить ТО2;

P_6 – состояние транспортирования ПР детали с ТО1 на ТО2;

P_7 – обработка заготовки на ТО2;

P_8 – ТО2 свободен и готов обрабатывать заготовку;

P_9 – состояние транспортировки ПР заготовки от ТО2 к выходному накопителю Н2;

P_{10} – ПР свободен и готов к разгрузке ТО1;

P_{11} – выходной накопитель РТК, в котором всегда есть свободная ячейка;

t_1 – захват заготовки из входного накопителя Н1;

t_2 – загрузка заготовки на ТО1;

t_3 – разгрузка ТО1;

t_4 – загрузка заготовки на ТО2;

t_5 – разгрузка ТО2;

t_6 – укладка заготовки в выходной накопитель Н2.

Для построения графа достижимости, описывающего возможные варианты функционирования сети Петри, необходимо определить начальную маркировку сети: $\mu_0\{1,0,1,0,1,0,0,1,0,0,1\}$ – представленную на рис. 16.10, и построить матрицу входных и выходных инцидентов F и H :

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Граф достижимости можно строить, используя непосредственное отслеживание движения маркеров по сети Петри.

Последовательность маркировок изображается в виде графа достижимости (табл. 16.3).

Таблица 16.3

Граф достижимости многопозиционного РТК

	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}
μ_0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
t_1												
μ_1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
t_2												
μ_2	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
t_5												
μ_3	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
t_6												
μ_4	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1
t_3												
μ_5	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
t_4												
μ_6	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1

Последовательно проходя пять маркировок, система начинает новый цикл работы. Маркировки μ_0 и μ_6 совпадают, то есть $\mu_0 = \mu_6$. Таким образом, в системе отсутствуют тупиковые маркировки, и данная модель системы является работоспособной. Граф может быть легко проверен по сети Петри.

Применение сетей Петри дает устойчивые результаты при описании цикла работы робототехнического оборудования в составе РТК и предупре-

деляет возможность расширения системы, что важно при оценке производственных комплексов в целом.

Вопросы к лекции 16:

1. Какова основная терминология сетей Петри (позиции, переходы, дуги, маркировки)?
2. Приведите графические изображения позиций, переходов и дуг сетей Петри.
3. Каковы условия срабатывания переходов сетей Петри?
4. Каково формальное представление сети Петри?
5. Представьте функцию входных инцидентов в матричном виде для анализируемого РТК.
6. Представьте функцию выходных инцидентов в матричном виде для анализируемого РТК.
7. Поясните понятие «граф достижимости» и его применение для анализа работоспособности РТК в терминалах сетей Петри.
8. Поясните порядок моделирования работы РТК в терминалах сетей Петри.

Использованная литература

1. Автоматизированное решение прямой задачи кинематики манипуляторов роботов на ПЭВМ / Хомченко В.Г., Соломин В.Ю, Яровой В. Н. Методические указания к лабораторно-практическим работам. – Омск, ОмГТУ, 2007. – 36 с.
2. Афонин В.Л., Макушкин В.А. – Интеллектуальные робототехнические системы: курс лекций, уч. пособие – М.: интернет – ун – т информ. технологий, 2005. – 205с.

3. Бурдаков С.Ф. и др. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов: Уч. пособие. – М.: Высшая школа, 1986-264 с.
4. Зенкевич С.А. Основы управления манипуляционными роботами / Зенкевич С.А., Ющенко А.С. Учебное пособие для вузов – 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.
5. Лукинов А.П. Проектирование мехатронных и робототехнических устройств: Учебное пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2012. – 608 с.
6. Механика промышленных роботов: Под ред. К.В.Фролова, Е.И.Воробьева. Кн.1: Кинематика и динамика/ Е.И.Воробьев, С.А.Попов, Г.И.Шевелева. М. Высш.шк., 1988.-304 с.
7. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение: Учебное пособие для вузов – М.: Машиностроение, 2006. – 256 с.
8. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: - М.: Мир, 1989. –624 с.
9. Хомченко В. Г. Моделирование дискретных систем посредством сетей Петри. Методические указания к расчетно-графической работе по курсу «Проектирование роботов и робототехнических систем»/ Хомченко В. Г., Соломин В. Ю. – Омск, ОмГТУ, 2007. – 20 с.
10. Хомченко В.Г. Метод виртуальных поворотов в решении обратной задачи кинематики платформенного типа/ Омский научный вестник. - №2 (140). – Серия Приборы, машины и технологии. – 2015. – с.41-44
11. Шахинпур М. Курс робототехники: – М. Мир, 1990.-527 с.