

Лекция № 4. Основные количественные показатели надежности технических систем

Цель : Рассмотреть основные количественные показатели надежности

Время: 4 часа.

- Вопросы:
1. Показатели оценки свойств технических систем.
 2. Количественные характеристики надежности не восстанавливаемых объектов.
 3. Количественные характеристики надежности восстанавливаемых объектов.
 4. Основные показатели ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости.
 5. Основной закон надежности.
 6. Комплексные показатели надежности.

1. Показатели оценки свойств технических систем

Для сравнения надежности различных объектов, задания тактико-технических требований к надежности проектируемых образцов, расчета надежности и определения влияния условий эксплуатации на надежность систем и их элементов нужны количественные показатели надежности.

Показатель надежности — это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта. Показатель надежности может иметь размерность (например, вероятность безотказной работы).

При рассмотрении показателей надежности следует различать:

- наименование показателя (например, средняя наработка на отказ);
- численное значение, которое может изменяться в зависимости от условий эксплуатации объектов;
- формулировку сущности этой величины;
- размерность показателя (при ее наличии).

Формулировка показателя должна содержать указания о способах расчетного или экспериментального определения его численного значения. Многие показатели надежности являются параметрами распределения случайных величин.

Различают единичные и комплексные показатели надежности.

Единичный показатель надежности - это показатель, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта (например, наработка на отказ датчика характеризующая безотказность).

Комплексный показатель надежности - это показатель, характеризующий несколько частных свойств надежности объекта.

Основные единичные и комплексные показатели надежности, применяемые на этапе испытаний и эксплуатации невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов техники, приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1.

Свойство	Показатель	
	Условное обозначение	Наименование показателя
Безотказность	$P(t)$	Вероятность безотказной работы
	$\lambda(t)$	Интенсивность отказов
	T_o	Средняя наработка до отказов
	$\omega(t)$	Параметр потока отказов
	$T_{оп}$	Средняя наработка на отказ
Ремонтопригодность	$P(t_B)$	Вероятность восстановления
	$\mu(t)$	Интенсивность восстановления
	T_B	Среднее время восстановления
Безотказность и ремонтпригодность	K_r	Коэффициент готовности
	$K_{п}$	Коэффициент простоя
	$K_{и}$	Коэффициент технического использования
	$K_{ог}$	Коэффициент оперативной готовности
Долговечность	R_n	Назначенный ресурс
	$R_{мр}$	Средний ресурс между капитальными (средними) ремонтами (межремонтный ресурс)
	$T_{сл}$	Средний срок службы
Сохраняемость	$T_{сх}$	Средний срок сохраняемости
	$\gamma_{сх}$	Гамма — процентный срок сохраняемости

2. Количественные характеристики надежности не восстанавливаемых объектов

2.1. Вероятность безотказной работы.

Под *вероятностью безотказной работы* понимается вероятность того, что в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки отказ не возникает.

Математически этот показатель можно определить как вероятность того, что время T безотказной работы, являющегося случайной величиной, будет больше некоторого заданного времени t , т.е.

$$P^*(t) = P\{T > t\}$$

Согласно определению вероятность безотказной работы подсчитывается по формуле:

$$P^*(t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где: N_0 – число образцов аппаратуры в начале испытаний;

$n(t)$ – число отказавших образцов за время t .

На практике пользуются приближенной зависимостью:

$$P^*(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = 1 - n(t)/N_0$$

Точность определения $P^*(t)$ зависит от числа N_0 . Функция вероятности безотказной работы $P(t)$ является не возрастающей функцией времени и обладав следующими очевидными свойствами:

- а) $0 < P(t) < 1$;
- б) $P(0) = 1$;
- в) $P(\infty) = 0$.

График зависимости $P(t)$ от времени представлен на рис. 4.1.

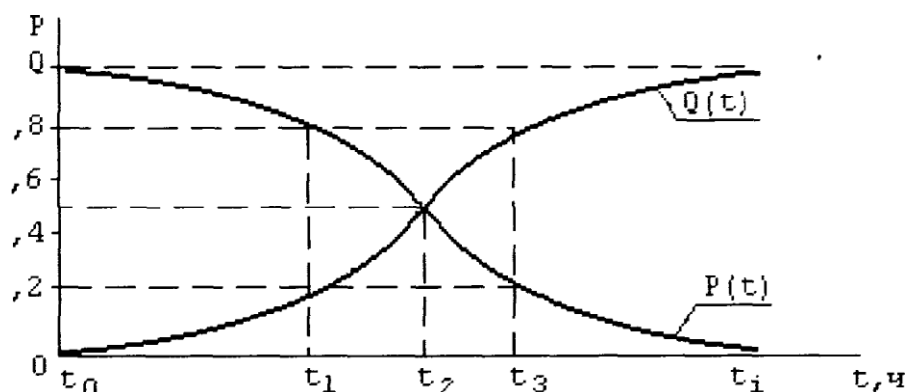


Рис. 4.1

На практике часто приходится пользоваться понятием вероятности отказа $Q^*(t)$, т.е. события, противоположного событию безотказной работы.

Из определения $Q^*(t) = P^*\{T < t\} = 1 - P(t)$ очевидно, что $P^*(t) + Q^*(t) = 1$ - как сумма противоположных событий. Вероятность безотказной работы является основным количественным показателем надежности, так как наиболее полно охватывает все многообразие факторов, влияющих на надежность. Чем больше $P(t)$, тем выше ее надежность

2.2. Частота отказов

Частота отказов - число отказов в единицу времени, отнесенное к первоначальному числу элементов.

Прежде всего, определим статистически частоту отказов $f^*(t)$, которая имеет важное теоретическое значение, так как применяется в расчетах для связи с другими основными показателями надежности. В математическом смысле $f^*(t)$ есть безусловная плотность распределения наработки до отказа.

Из статистических данных, полученных в результате испытаний или опытной эксплуатации, частота отказов определяется по формуле:

$$f^*(t) = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t},$$

где $n(t)$ - число отказавших изделий в рассматриваемый интервал времени Δt , т.е.

в период от $t - \frac{\Delta t}{2}$ до $t + \frac{\Delta t}{2}$;

N_0 - число изделия, первоначально взятых на испытание (поставленных на эксплуатацию).

Считаем, что изделия при испытании (эксплуатации) не восстанавливаются и не заменяются новыми.

Типичная кривая изменения частоты отказов изделий в соответствии с зависимостью $f^*(t)$ показана на рис. 4.2. На этой кривой можно отметить три характерных участка.

Первый участок характеризуется большими значениями частоты отказов. Здесь проявляются отказы, обусловленные грубыми ошибками в принципиальной схеме или в конструкции изделия, технологии его изготовления, несоблюдением требований конструкторской и технологической документации, применением некондиционных материалов и элементов, слабым контролем качества изделий на всех этапах производства и ввода техники в эксплуатацию.

К этой группе отказов можно отнести также эксплуатационные отказы, вызванные слабым знанием правил эксплуатации (или отсутствием необходимого опыта). Поэтому первый период называется периодом приработки изделий (элементов).

Второй участок характерен сравнительно постоянным значением частоты отказов и называется периодом нормальной эксплуатации.

На третьем участке частота отказов вначале вновь возрастает за счет наступления старения и износа элементов или устройств, а затем падает до нуля. Этот период называется периодом старения.

Длительность вышерассмотренных участков различна: для первого она составляет величину порядка нескольких десятков, нескольких сотен часов в зависимости от сложности изделия; второй участок самый продолжительный и при расчетах принимается равным $2/3$ технического ресурса; третий период зачастую не достигается, так как раньше наступает "моральное старение", при котором данный ТУ списывается.

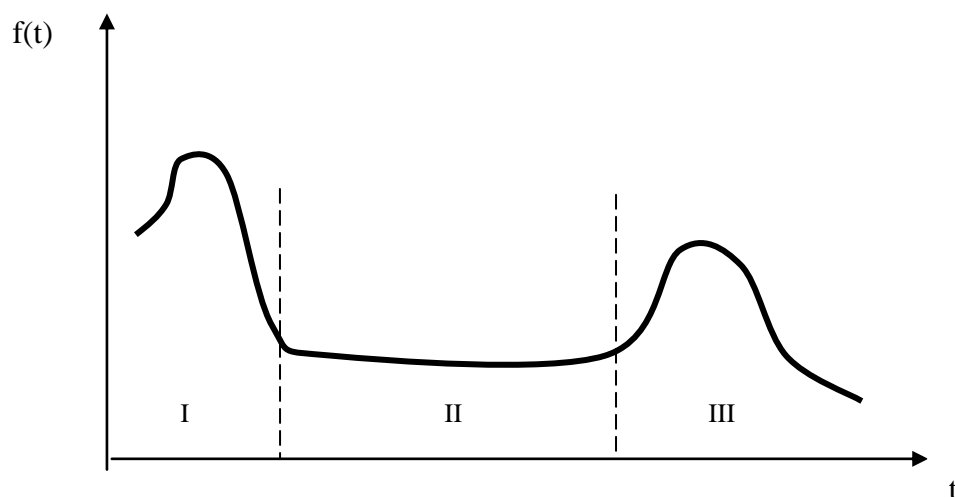


Рисунок 4.2

2.3. Интенсивность отказов

Интенсивность отказов - вероятность отказов невосстанавливаемого изделия в единицу времени после данного момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник. Интенсивность отказов определяется числом отказов в единицу времени, отнесенному к среднему числу элементов, исправно работающих в данный отрезок времени, т.е.

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t},$$

где $N(t)$ - среднее число элементов, продолжающих исправно работать на интервале Δt .

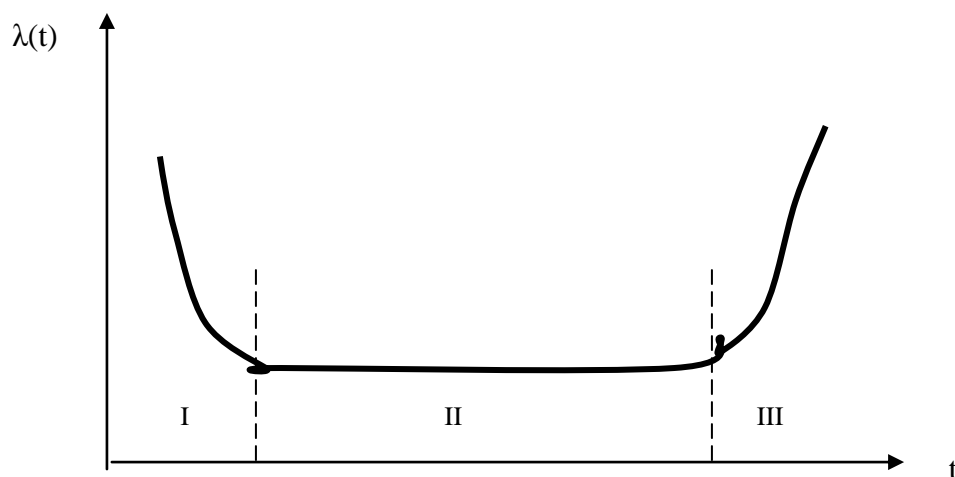


Рисунок 4.3.

Число $N(t)$ определяют:

$$N(t) = \frac{N(t - \Delta t/2) + N(t + \Delta t/2)}{2}$$

Интенсивность отказов характеризует степень надежности элементов (изделий) в каждый момент времени, поэтому является более полной и качественной характеристикой надежности.

Зависимость λ^* от t представлена на рисунке 3.3.

Из сравнения данных по $f^*(t)$ и $\lambda^*(t)$ следует, что $\lambda^*(t)$ в начале испытаний (эксплуатации) несколько выше $f^*(t)$, а в конце испытаний существенно отличается от частоты отказов (см. рис. 4.2).

Интенсивность отказов, являясь одним из основных количественных показателей надежности изделий, широко используется для определения других показателей свойств надежности.

2.4. Средняя наработка до отказа

Средняя наработка до отказа - это математическое ожидание наработки изделия до первого отказа. Для уяснения сущности этого понятия рассмотрим модель испытаний на надежность невосстанавливаемого изделия (рис. 3.4).

В простейшем случае, когда за время испытаний отказали все изделия, средняя наработка до отказа определяется по формуле:

$$T^*_0 = \frac{1}{N_0} \sum \tau_i.$$

Геометрически T^*_0 соответствует площади, ограниченной сверху кривой $P(t)$ (см.

рис. 4.5). Если $P(t)$ построена по опытным данным, то путем замера площади можно приближенно найти T^*_0

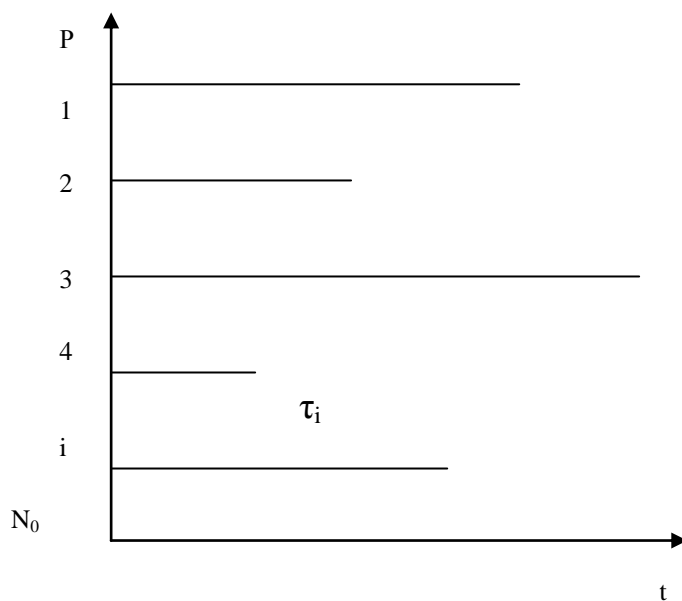


Рисунок 4.4

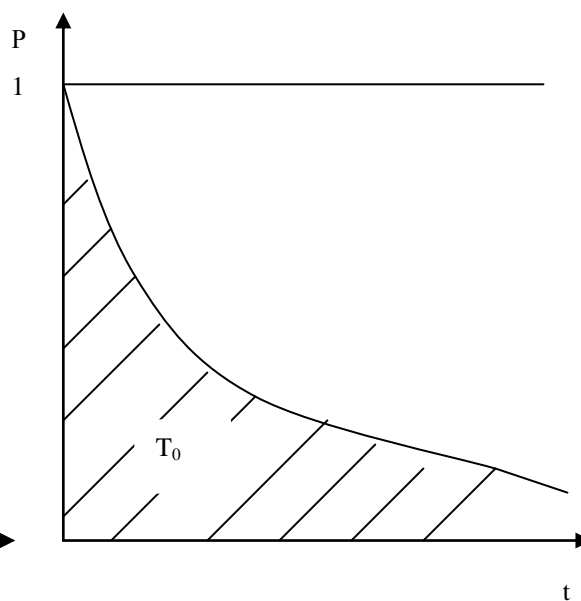


Рисунок 4.5

Связь между одной (известной) из четырех функций и остальными (неизвестными). Если хотя бы один из основных показателей надежности известен, то остальные могут быть определены по формулам, приведенным в табл. 4.2.

Таблица 4.2. Связь между функциями

Известные функции	Неизвестные (определяемые) функции			
	$P(t)$	$Q(t)$	$f(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	-	$1-P(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$-\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt}$
$Q(t)$	$1-Q(t)$	-	$\frac{dQ(t)}{dt}$	$\frac{1}{1-Q(t)} \cdot \frac{dQ(t)}{dt}$
$f(t)$	$\int_0^{\infty} f(t)dt$	$\int_0^t f(t)dt$	-	$\frac{f(t)}{\int_0^{\infty} f(t)dt}$
$\lambda(t)$	$e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	$\lambda(t)e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$	-

3. Количественные характеристики надежности восстанавливаемых объектов

В большинстве своем технические системы являются восстанавливаемыми, т.е. такими отказы которых устраняются. Для восстанавливаемых систем введенное ранее определение для вероятности безотказной работы может не иметь смысла.

Действительно, может наступить такая ситуация, когда $n(t) > N_0$. Тогда по формуле:

$$P^*(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$$

Получается, что $P^*(t) < 0$, а это абсурд. Аналогично теряют физический смысл и понятия $f^*(t)$ и $\lambda^*(t)$. Поэтому для восстанавливаемых систем необходимо ввести новые понятия критериев надежности.

3.1. Параметр потока отказов

Под *потоком отказов* понимается последовательность отказов, происходящих один за другим в случайные моменты времени.

Параметром потока отказов $\omega(t)$ называется предел отношения вероятности появления хотя бы одного отказа за промежуток Δt к данному промежутку при $\Delta t \rightarrow 0$ т.е.

$$\omega^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

Простейшим потоком отказов называется такой поток, при котором время возникновения отказов удовлетворяет одновременно условию стационарности, отсутствия последствий и ординарности.

Стационарность случайного процесса времени возникновения отказа означает, что на любом промежутке времени Δt вероятность возникновения n отказов зависит только от n и величины промежутка Δt , но не изменяется от сдвига Δt по оси времени.

Ординарность потока отказов означает невозможность появления в один и тот же момент времени более одного отказа.

Параметр потока отказов статистически определяется как отношение общего количества отказов к суммарной наработке всех испытываемых (эксплуатируемых) объектов, т.е.

$$\omega^*(t) = \frac{\sum n_i(t)}{N_0 \Delta t}.$$

Чтобы условие ординарности выполнялось, в формулу надо подставить довольно малое значение Δt . Тогда $\sum n_i(t) = n(t) < N_0$ и поэтому неравенство $P^*(t) < 0$ – невозможно.

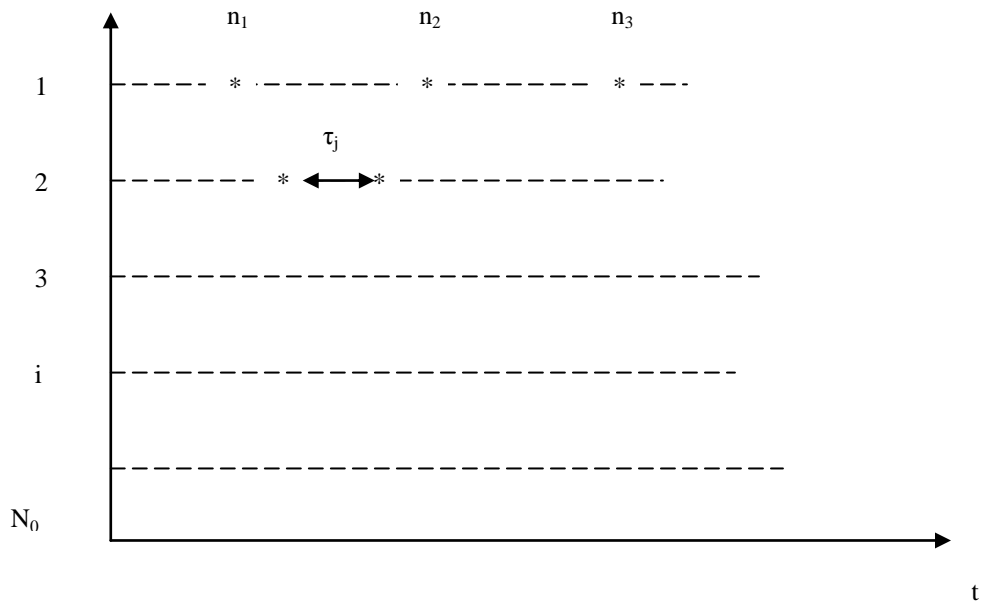


Рисунок. 4.6

Если после некоторого t_0 функция $n(t)$ окажется линейной, то параметр потока отказов $\omega^*(t)$ можно определить как:

$$\lim_{\Delta t} \frac{\Delta n(t)}{\Delta t} = \frac{dn(t)}{dt} = \omega^*(t).$$

Для простейшего потока отказов справедливо равенство $\lambda^*(t) = \omega^*(t)$.

3.2.Наработка на отказ

Наработка на отказ (средняя наработка на отказ) T^*_0 – это среднее время между соседними отказами. Практически T^*_0 определяется отношением суммарной наработки восстанавливаемых изделий к суммарному числу отказов за какое-то время испытаний (рис. 4.6):

$$T^*_0 = \frac{\sum \sum \tau_{ij}}{\sum \sum r_{ij}},$$

где j – индекс номера отказа i -го изделия;

$\sum \tau_{ij}$ – сумма наработки с учетом восстановления;

$\sum r_{ij}$ – суммарное число отказов.

Поскольку для простейшего потока отказов $\lambda^*(t) = \omega^*(t)$, а $\lambda^*(t) = 1/T^*_0(t)$, то

$$T^*_0(t) = 1/\omega^*(t).$$

4. Основные показатели ремонтпригодности , долговечности и сохраняемости.

Выше мы рассматривали надежность в смысле одного ее свойства, хотя и главного - свойства безотказности. Дадим краткую характеристику и принципы определения показателей долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости в соответствии с ГОСТ 27.002-89.

Показатели ремонтпригодности.

Вероятность восстановления работоспособного состояния – это вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного.

Вероятность восстановления работоспособного состояния представляет собой значение функции распределения времени восстановления при $t_b = T_z$, где T_z - заданное время восстановления, $P(t_b) = P(t_b < T_z) = F(t_b)$.

Для экспоненциального закона распределения:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \mu(t) dt} \quad \text{или} \quad P(t_b) = e^{-\mu t},$$

где μ - интенсивность восстановления.

Среднее время восстановления работоспособного состояния - математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния. Определяется по формуле

$$T_b = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt,$$

где: $F(t_b)$ - функция распределения времени восстановления;

$f(t_b)$ - плотность распределения времени восстановления.

Для экспоненциального закона $T_b = \frac{1}{\mu}$, при расчете по статистическим данным :

$$T_b = \frac{\sum_{i=1}^n \tau}{n}.$$

Показатели долговечности.

Средний ресурс - математическое ожидание ресурса. В терминах показателей долговечности указывают вид действий после наступления предельного состояния объекта (например, средний ресурс до капитального ремонта и т.д.). Если предельное состояние обуславливает окончательное снятие объекта с эксплуатации, то показатели долговечности называют: полный средний ресурс (срок службы), полный назначенный ресурс.

В полный срок службы входят продолжительности всех видов ремонта объекта. Выражение для расчета среднего ресурса имеет вид:

$$R_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt,$$

где: R_{cp} - средний ресурс (средний срок службы);

$F(t)$ - функция распределения аработки до отказа (ресурса срока службы);

$$F(t) = 1 - \frac{\gamma}{100};$$

$f(t)$ - плотность распределения ресурса, срока службы.

Гамма-процентный ресурс - наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

$$P(t) = \frac{\gamma}{100}.$$

Назначенный ресурс - суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

Цель установления назначенного ресурса (назначенного срока службы) обеспечение принудительного, заблаговременного прекращения применения объекта по назначению, исходя из требований безопасности и экономических соображений. Для объектов, подлежащих длительному хранению, может быть установлен назначенный срок хранения, по истечению которого дальнейшее хранение недопустимо.

При достижении объектом назначенного ресурса (срока службы), в зависимости от его назначения, особенности эксплуатации, технического состояния и других факторов, объект может быть списан, направлен на средний или капитальный ремонт, передан для применения не по назначению, переконсервирован (при хранении) или может быть принято решение о продолжении эксплуатации.

Средний срок службы - математическое ожидание срока службы. Физический смысл и аналитическое выражение для расчета показателя аналогичный показателю «средний ресурс». Отличие составляет вид зависимости для расчета функции распределения $F(t)$ и функции плотности распределения срока службы $f(t)$.

Гамма- процентный срок службы - календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта, в течение которой он не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Назначенный срок службы - календарная продолжительность эксплуатации объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

Методика определения показателей долговечности изложена в источниках [2, 3, 8].

Показателя сохраняемости.

Средний срок сохраняемое - математическое ожидание срока сохраняемости.

Гамма-процентный срок сохраняемости - срок, достигаемый с заданной вероятностью γ выраженной в процентах.

5. Связь между $\lambda(t)$ и $P(t)$. Основной закон надежности.

Поставив выражение $f(t)$ в формулу для нахождения $\lambda(t)$, получим:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)}{P(t)dt} \quad \text{или} \quad -\lambda(t)dt = \frac{dP(t)}{P(t)}$$

Проинтегрируем полученное выражение в пределах от 0 до какого-то фиксированного значения t :

$$\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

Интеграл от левой части равен натуральному логарифму подинтегральной функции. После подстановки верхнего и нижнего пределов интегрирования в левую часть формулы можно записать:

$$\ln P(t) - \ln P(0) = - \int_0^t \lambda(t) dt ; P(0) = 1; \ln 1 = 0.$$

Тогда $\ln P(t) = - \int_0^t \lambda(t) dt$, откуда, по определению натуральных логарифмов

имеем:
$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}.$$

Это выражение является центральным в теории надежности и носит название основного (общего) закона надежности. С помощью полученных выражений можно определить $P(t)$ по известным $\lambda(t)$, $f(t)$ соответственно. Но с помощью этих формул в общем случае невозможно определить характер зависимости $P(t)$ от **времени**, так как сами $\lambda(t)$ и $f(t)$ изменяются во времени.

В связи с этим на практике рассматриваются частные случаи с определенными ограничениями на поведение $\lambda(t)$.

6. Комплексные показатели надежности

Коэффициент готовности – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов времени, в течение которых применение по назначению не предусмотрено.

$$K_G = \frac{T_o}{T_o + T_v}$$

Коэффициент оперативной готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течении которых применение объекта по назначению не предусматривается и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течении заданного интервала времени $t_{ог}$

$$K_{ог} = K_G \cdot P(t_{ог}).$$

Коэффициент оперативной готовности характеризует надежность объекта, необходимость применения которого возникает в произвольный момент времени, после которого требуется определенная безотказная работа. До этого момента времени такие объекты могут находиться в режиме дежурства.

Иногда пользуются коэффициентом простоя (обратной функцией):

$$K_{п} = 1 - K_G = \frac{T_B}{T_o + T_B}$$

Коэффициент технического использования – это отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в состоянии простоя, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом, за тот же период эксплуатации

$$K_{ти} = \frac{\bar{t}}{\bar{t} + \bar{t}_{то} + \bar{t}_p}$$

Где \bar{t} - математическое ожидание наработки восстанавливаемого объекта;

$\bar{t}_{ТО}$ - математическое ожидание интервалов времени простоя при техническом обслуживании;

\bar{t}_P - математическое ожидание интервалов времени затраченного на плановые и не плановые ремонты.

Коэффициент планируемого применения – представляет собой долю периода эксплуатации, в течении которого объект не должен находиться на плановом ТО и Р

$$K_{пл} = \frac{\bar{t}_{\text{э}} + \bar{t}_{\text{пто}} + \bar{t}_{\text{пр}}}{\bar{t}_{\text{э}}} .$$

Кроме того могут применяться и другие коэффициенты такие как

- коэффициент профилактики;
- коэффициент частоты профилактики;
- коэффициент отказов;
- коэффициент расхода элементов;
- коэффициент значимости и др.