

Практическое занятие № 3

Тема: Расчет СМО М/М/п/г.

Цель: Приобретение практических навыков расчета показателей оперативности обработки данных с помощью системы массового обслуживания М/М/п/г.

Язык программирования, ПО и библиотеки: python 3.x, установленный пакет библиотек Anaconda.

Порядок выполнения практического занятия

1. Создайте новый проект. Скопируйте файл *pz3.py* в свою локальную папку.
2. Добавьте файлы с библиотекой генерации случайных величин (*rand_distribution.py*) и имитационной моделью (*smo_im.py*) в директорию с файлом *pz3.py*.
3. Для моделирования СМО М/М/п/г необходимо задать интенсивности поступления заявок λ и обслуживания μ , размер буфера (максимальной длины очереди) r и число каналов обслуживания n . Определите значения количества каналов n и максимальную длину очереди r по номеру по журналу группы с помощью таблицы 1.

Таблица 1. Выбор варианта выполнения практического задания

Номер по журналу	n	r	Номер по журналу	n	r
1	1	10	13	1	30
2	3	15	14	3	35
3	5	10	15	5	30
4	7	15	16	7	35
5	9	10	17	9	30
6	11	15	18	11	35
7	1	20	19	1	40
8	3	25	20	3	45
9	5	20	21	5	40
10	7	25	22	7	45
11	9	20	23	9	40
12	11	25	24	11	45

4. Для системы M/M/n/r осталось задать интенсивности входящего потока λ и обслуживания μ . Для дальнейших расчетов зададим $\lambda = 1.0$. Интенсивность обслуживания μ будем пересчитывать для различных коэффициентов загрузки системы, которые определяются по формуле

$$\rho_{смо} = \frac{\lambda b_1}{n},$$

где для рассматриваемой системы $b_1 = 1/\mu$.

5. Требуется сравнить оценку среднего времени ожидания заявок в очереди, полученную для имитационной модели (ИМ), со значением, рассчитанным по формуле:

$$w = Q / \lambda,$$

где Q – средняя длина очереди:

$$Q = p_n \sum_{i=1}^r i \left(\frac{\rho}{n} \right)^i, \quad (1)$$

$$p_i = \begin{cases} \frac{\rho^i}{i!} p_0, i < n \\ \frac{\rho^i}{n! n^{i-n}} p_0, i \geq n \end{cases}, \quad (2)$$

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^n}{n!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho}{n} \right)^{r+1}}{1 - \frac{\rho}{n}} \right]^{-1}.$$

Примечание: для приведенных формул необходимо принять $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

Сравнение необходимо производить для коэффициента загрузки системы $\rho_{смо}$ в диапазоне 0.1–0.95.

6. Откройте файл `pz3.py`. Обратите внимание на следующий код:

```
if __name__ == "__main__":
    n = 1
    r = 50
    l = 1.0

    jobs_count = 100000
```

Данный код будет выполнен только в случае, если вы вызываете файл *pz3.py* непосредственно, а не используете его в качестве сторонней библиотеки. Здесь необходимо заменить значения переменных n и r на соответствующие вашему варианту. Далее задаются интенсивность входного потока λ и число заявок *jobs_count*, которые будут обслужены в ходе ИМ. Весь код, необходимый для запуска расчета и ИМ уже готов. Вам осталось дописать функцию расчета средней длины очереди. Заготовка для нее есть в коде файла *pz3.py* и выглядит вот так:

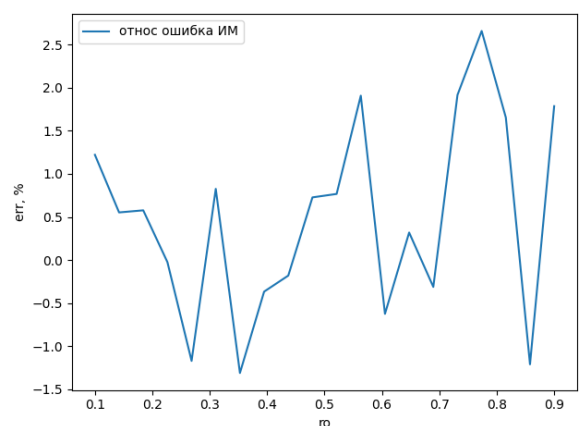
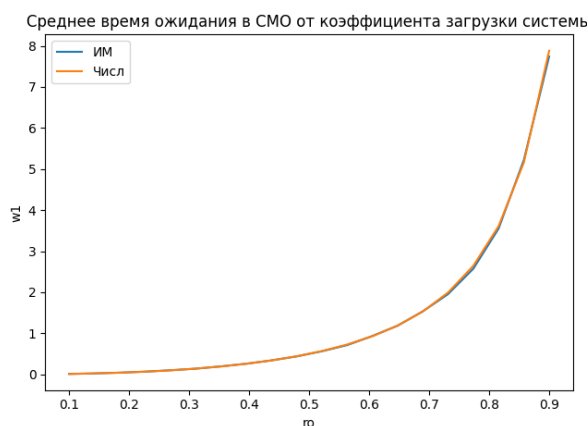
```
def getQ(l, mu, n, r):
    """
    Расчет средней длины очереди
    """
    p_mass = get_p(l, mu, n, r)

    # !!! добавьте свой код здесь
    Q = 0

    return Q
```

Внутри функции вызывается *get_p()*, которая реализует формулу (2) и возвращает массив вероятностей состояний СМО. Под i -м состоянием системы понимается вероятность того, что в произвольный момент времени в СМО будет ровно i заявок. Вам нужно написать код внутри *getQ()*, который реализует формулу (1).

Вы можете отладить эти функции отдельно, создав еще один файл с расширением *.py*. После завершения написания кода, запустите его на выполнение. В зависимости от выбранного варианта должны получиться графики, похожие на представленные на рисунке 1.



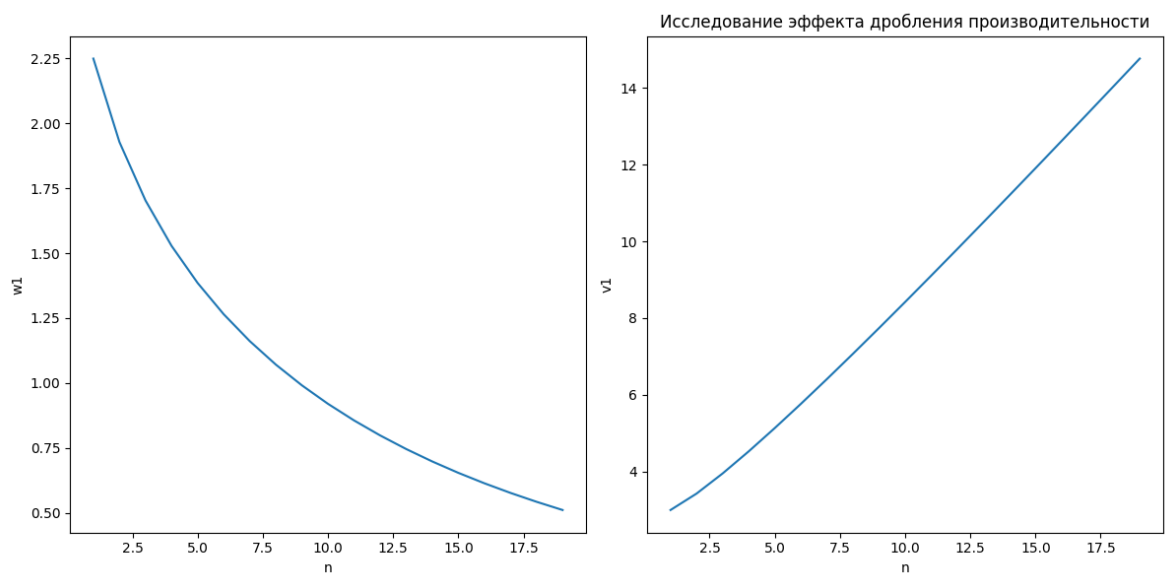


Рисунок 1. Результаты ИМ и математического расчета СМО М/М/п/г

В конце моделирования исследуется эффект дробления производительности, который заключается в увеличении числа каналов за счет соответствующего кратного уменьшения производительности (в нашем случае интенсивности обслуживания μ) отдельного канала.

Отчет по практическому занятию должен содержать:

- 1) график с зависимостью среднего времени ожидания в СМО от коэффициента загрузки для имитационной модели $w_{\text{ИМ}}$ и теоретически рассчитанных значений $w_{\text{теор}}$;
- 2) график с зависимостью относительной ошибки оценки среднего времени ожидания в СМО от коэффициента загрузки системы;
- 3) график среднего времени пребывания и среднего времени ожидания заявок в системе от числа каналов с учетом дробления производительности.

Будьте готовы ответить на **контрольные вопросы** по практическому занятию:

- 1) Каким образом устроена нотация Кендалла?
- 2) Какую модель СМО вы исследовали?

3) Как зависит среднее время ожидания заявок в системе от коэффициента загрузки?

4) Как зависит точность оценок, полученных с помощью ИМ, от числа обработанных заявок?

5) Как зависит точность оценок от коэффициента загрузки системы?

6) Как проявляется эффект дробления производительности? Какие советы вы бы дали проектировщику многоканальных систем?

7) Каким образом рассчитывалось среднее время ожидания в СМО? Приведите форму Литтла.

8) Что такое вероятность состояния системы? Как по найденным вероятностям получить среднюю длины очереди для исследуемой СМО?

9) Приведите формулу расчета коэффициента загрузки исследуемой СМО.