

Практическое занятие № 4

Тема: Расчет СМО М/Г/1.

Цель: Приобретение практических навыков расчета показателей оперативности обработки данных с помощью системы массового обслуживания М/Г/1.

Язык программирования, ПО и библиотеки: python 3.x, установленный пакет библиотек Anaconda.

Порядок выполнения практического занятия

1. Создайте новый проект. Скопируйте файл *pz4.py* в свою локальную папку.
2. Добавьте файлы с библиотекой генерации случайных величин (*rand_distribution.py*) и имитационной моделью (*smo_im.py*) в директорию с файлом *pz4.py*.
3. В ходе практического занятия необходимо сравнить результаты расчетов среднего времени ожидания в системе М/Г/1, полученные по формуле Полячека-Хинчина, с результатами имитационного моделирования (ИМ).

Приведем формулу Полячека-Хинчина для среднего времени ожидания:

$$w_1 = \frac{\lambda b_2}{2(1-\rho)}, \quad (1)$$

где λ – интенсивность вх. потока заявок, ρ – коэффициент загрузки СМО, b_2 – второй начальный момент времени обслуживания в канале.

Зависимость (1) также можно получить от коэффициента вариации времени обслуживания. Для этого воспользуйтесь следующей формулой для дисперсии:

$$D = b_2 - b_1^2. \quad (2)$$

4. Оценку среднего времени ожидания в системе будем производить в зависимости от коэффициента вариации времени обслуживания v и коэффициента загрузки системы ρ .

Построение зависимости среднего времени ожидания от коэффициента вариации времени обслуживания будет производиться при фиксированном значении коэффициента загрузки. Аналогично, для получения зависимости среднего времени ожидания от коэффициента загрузки, зафиксируем значение коэффициента вариации времени обслуживания. Определите фиксируемые значения коэффициентов вариации и загрузки системы по номеру по журналу группы с помощью таблицы 1.

Таблица 1. Выбор варианта выполнения практического задания

Номер по журналу	ρ	v	Номер по журналу	ρ	v
1	0.65	0.3	13	0.65	0.9
2	0.7	0.57	14	0.7	0.87
3	0.75	1.2	15	0.75	2.2
4	0.8	1.5	16	0.8	2.5
5	0.85	0.4	17	0.85	3.4
6	0.9	0.67	18	0.9	1.67
7	0.65	1.4	19	0.65	4.4
8	0.7	2.7	20	0.7	1.7
9	0.75	0.45	21	0.75	5.45
10	0.8	5.18	22	0.8	2.18
11	0.85	2.9	23	0.85	3.9
12	0.9	3.5	24	0.9	1.5

5. Откройте файл *pz4.py*. Обратите внимание на следующий код:

```
n = 1
l = 1.0

jobs_count = 100000
ro_fix = 0.7
coev_fix = 1.2
```

В нем задаются число каналов ($n=1$, поскольку мы исследуем СМО М/Г/1), интенсивность входного потока λ и число заявок *jobs_count*, которые будут обслужены в ходе ИМ. Необходимо заменить значения переменных *ro_fix* и *coev_fix* на соответствующие вашему варианту.

6. Ознакомьтесь с кодом файла *pz4.py* самостоятельно. Весь код, необходимый для запуска расчета и ИМ уже готов.

Обратите внимание на порядок расчетов. Код состоит из двух блоков. Сперва мы осуществляем ИМ и расчеты в зависимости от коэффициента вариации времени обслуживания, затем в зависимости от коэффициента загрузки.

Разберем некоторые особенности реализации первого блока. Обратите внимание на эту часть кода

```
coevs = np.linspace(0.3, 3, 15)
b1 = ro_fix / l
```

Здесь задается массив коэффициентов вариации *coevs*, содержащий 15 значений в диапазоне от 0.3 до 3.0. Для построения зависимости от коэффициента вариации времени обслуживания мы фиксируем коэффициент загрузки системы. Поскольку коэффициент загрузки системы вычисляется по формуле

$$\rho_{смо} = \frac{\lambda b_1}{n},$$

среднее время ожидания для СМО М/Г/1 можно получить как ρ/λ .

Далее создаются пустые массивы для накопления значений, рассчитанных по формуле Полячека-Хинчина, и полученных в ходе ИМ, а также для накопления относительных ошибок оценок ИМ:

```
w_polyachek = []
w_im = []
errors = []
```

В коде ниже мы запускаем цикл, в ходе которого создаем экземпляр ИМ *smo*, задаем параметры входящего потока методом *set_sources()*, а параметры канала обслуживания методом *set_servers()*:

```
for i in range(len(coevs)):
    smo = smo_im.SmoIm(n)
    smo.set_sources(l, 'M')
    if coevs[i] < 1:
        params = rd.Erlang_dist.get_params_by_mean_and_coev(b1, coevs[i])
        smo.set_servers(params, 'E')
    else:
        params = rd.H2_dist.get_params_by_mean_and_coev(b1, coevs[i],
is_clx=False)
        smo.set_servers(params, 'H')
```

Для последнего действия нам необходимо рассчитать параметры распределения времени обслуживания в зависимости от коэффициента вариации. Для коэффициента вариации меньшего единицы используется

распределение Эрланга, для большего или равного единице – гиперэкспоненциальное распределение. Параметры данных распределений подбираются методом `get_params_by_mean_and_coev()`. С подробной реализацией алгоритма подбора параметров вы можете ознакомиться, щелкнув по названию метода при зажатой клавише *Ctrl*.

Далее ИМ запускается на счет, и полученное ИМ значение среднего времени ожидания сохраняется в массив `w_im`:

```
smo.run(jobs_count)
w_im.append(smo.w[0])
w_polyachek.append(polyachek(l, coevs[i], b1))
errors.append(100 * (w_im[i] - w_polyachek[i]) / w_polyachek[i])
```

7. Для накопления средних времен ожидания, полученных по формуле Полячека-Хинчина, вызывается функция `polyachek()`, которую вам необходимо реализовать самостоятельно. Заготовка для нее есть в коде файла `pz4.py` и выглядит вот так:

```
def polyachek(l, coev, b1):
    """
    Формула Полячека-Хинчина для среднего времени ожидания в СМО М/Г/1
    l - интенсивность вх. потока
    coev - коэффициент вариации времени обслуживания
    b1 - среднее время обслуживания
    """

    # !!! напишите свой код здесь
    w1 = 0
    return w1
```

8. После написания функции расчета среднего времени ожидания по формуле Полячека-Хинчина запустите программу. В результате выполнения должны получиться:

- таблица с зависимостями среднего времени ожидания в системе от коэффициента вариации времени обслуживания при фиксированном коэффициенте загрузки;
- таблица с зависимостями среднего времени ожидания в системе от коэффициента загрузки при фиксированном коэффициенте вариации времени обслуживания;
- графики по полученным таблицам, пример которых приведен на рисунке 1.

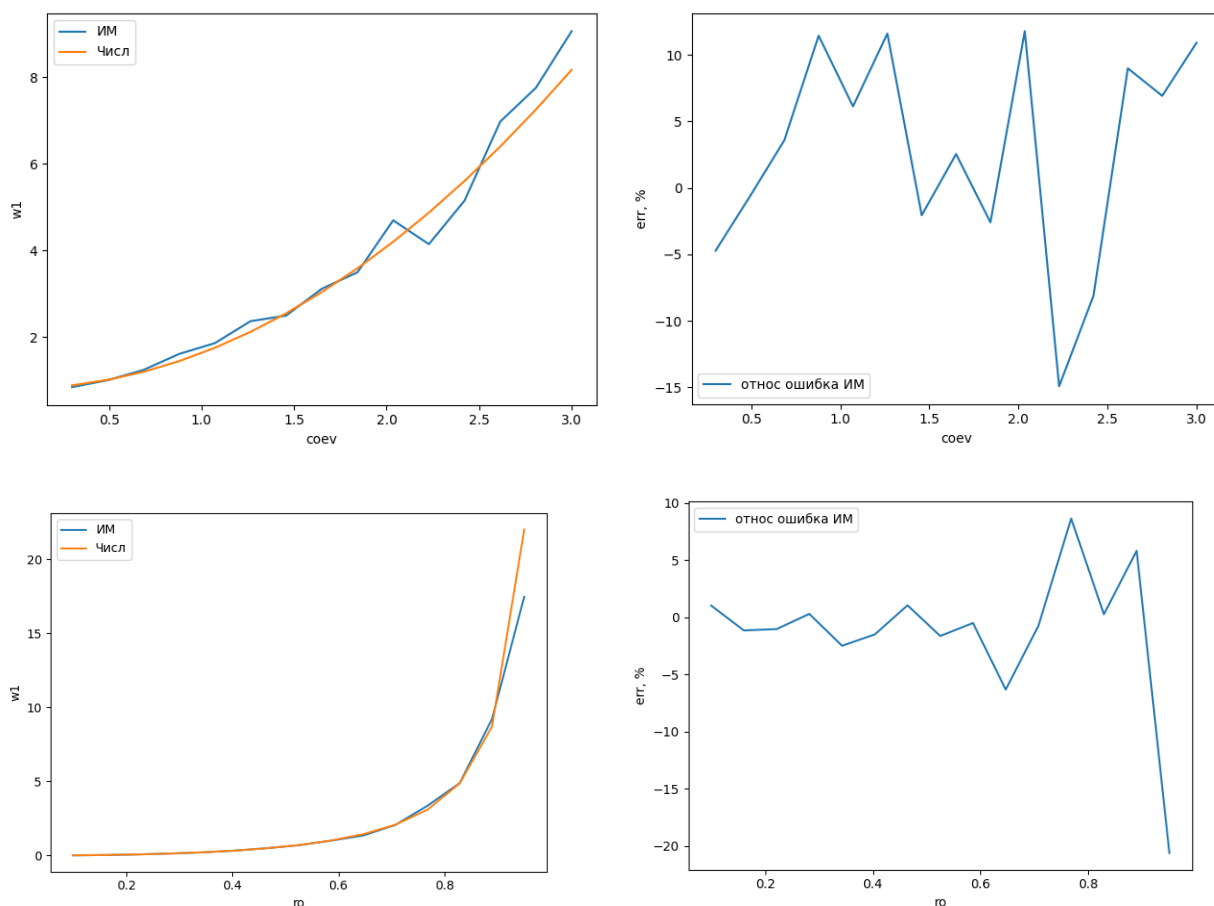


Рисунок 1. Результаты ИМ и математического расчета СМО М/Г/1

Будьте готовы ответить на **контрольные вопросы** по практическому занятию:

- 1) Каким образом устроена нотация Кендалла? Какую модель СМО вы исследовали?
- 2) Как зависит среднее время ожидания заявок в системе от коэффициента загрузки и коэффициента вариации времени обслуживания?
- 3) Как зависит точность оценок, полученных с помощью ИМ, от числа обработанных заявок?
- 4) Как зависит точность оценок среднего времени ожидания от коэффициента загрузки системы?
- 5) Напишите формулу Полячека-Хинчина. Что вы можете сказать о характере зависимости среднего времени ожидания от коэффициента загрузки и коэффициенте вариации времени обслуживания?
- 6) Приведите формулу дисперсии, коэффициента вариации СВ.
- 7) Как, зная формулу Полячека-Хинчина для среднего времени ожидания, получить оценки для среднего времени пребывания заявок в системе? Среднего числа заявок в очереди и в системе?