

Lista zadań nr 1

▼ Stosowane komendy:

restart

expand

factor

simplify

is

convert

assume

sum

subs

solve

evalf (porównać z eval)

floor(x) - część całkowita z liczby x

length(n) - liczba cyfr liczby n

isprime(n) - czy liczba n jest pierwsza

ifactor(n) - rozkład liczby n na czynniki pierwsze

nextprime(n) - następna liczba pierwsza po liczbie n

ithprime(n) - n-ta liczba pierwsza

igcd(a,b) - największy wspólny dzielnik liczb a i b

ilcm(a,b) - najmniejsza wspólna wielokrotność liczb a i b

irem(a, b) - reszta z dzielenia liczby a przez b

iquo(a,b) - iloraz całkowity liczby a i b

▼ **Zad. 1 Wykonać działania:** $(x^3 + 3x - 1)^3 \cdot (x^2 - 2)$

▼ Zad. 2 Przedstawić w postaci iloczynowej: $(x^8 - 1)$

▼ Zad. 3 Uprościć następujące wyrażenia:

a) $2 \cos^2 x - \cos 2x$, b) $\frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$, c) $\frac{\sqrt{x} - y}{x - y^2}$, d) $4 \sin^3 x + \sin 3x$, e) $\frac{3x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$, f) $2 \binom{n}{2} + n^2$

▼ a) $2 \cos^2 x - \cos 2x$

▼ b) $\frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$

▼ c) $\frac{\sqrt{x} - y}{x - y^2}$

▼ d) $4 \sin^3 x + \sin 3x$

▼ e) $\frac{3x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$

▼ f) $2 \binom{n}{2} + n^2$

▼ Zad. 4 Sprawdzić czy równość $(ad-bc)(ps-rq)=(ap+br)(cq+ds)-(aq+bs)(cp+dr)$ jest

prawdziwa dla wszystkich $a, b, c, d, p, q, r, s \in \mathbb{R}$

Zad. 5 Sprawdzić tożsamości:

a) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$, b) $\sinh x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 - \operatorname{tgh}^2 x}$,

dla $x \in [-1, 1]$,

d) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n+1}{2} \right)^2$

c) $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$,

a) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$

b) $\sinh x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 - \operatorname{tgh}^2 x}$

c) $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, dla $x \in [-1, 1]$

d) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n+1}{2} \right)^2$

Zad. 6 Wiedząc, że $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$ oraz $x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$ obliczyć wartość wyrażenia $\frac{\operatorname{ctg}^2 x - 2}{\sin x - 2 \cos x}$

Zad. 7 Wykazać, że $\sqrt{2\sqrt{19549} + 286} = \sqrt{173} + \sqrt{113}$

Zad. 8 Podać przybliżoną wartość π^{π} (przy domyślnej dokładności Maple'a)

Zad. 9 Która z liczb jest mniejsza: $e^{-\cos 3}$, $[\log_3 8\pi] + 0,7$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą z liczby x

Zad. 10 Obliczyć wartości przybliżone liczb, z dokładnością do 20 cyfr po przecinku:

a) $\sin 2009$, b) $\pi^e + e^\pi$, c) $\sin \frac{\ln|\cos(e\pi)|}{\cos|\ln(e\pi)|}$

Zad. 11 Ile cyfr ma liczba $23!$

Zad. 12 Wyznaczyć sumę wszystkich współczynników wielomianu $(x^2 - 5x + 2)^{2009} - (4x^3 - 7x^2 + x - 1)^{2001}$

Zad. 13 Sprawdzić, czy liczba 1234567 jest pierwsza. Jeśli nie, to znajdź jej rozkład na czynniki pierwsze. Znaleźć najmniejszą liczbę pierwszą większą od 1234567

Zad. 14 Znaleźć NWD, NWW, resztę z dzielenia oraz iloraz całkowity liczb 356 i 32