

Lista zada nr 1

Stosowane komendy:

restart

expand

factor

simplify

is

convert

assume

sum

subs

solve

evalf (porówna z eval)

floor(x)-cz całkowita z liczby x

length(n)-liczba cyfr liczby n

isprime(n)-czy liczba n jest pierwsza

ifactor(n)-rozkład liczby n na czynniki pierwsze

nextprime(n)-następna liczba pierwsza po liczbie n

ithprime(n)-n-ta liczba pierwsza

igcd(a,b)-największy wspólny dzielnik liczb a i b

ilcm(a,b) -najmniejsza wspólna wielokrotność liczb a i b

irem(a, b)-reszta z dzielenia liczby a przez b

iquo(a,b)-iloraz całkowity liczby a i b

Zad. 1 Wykona działania: $(x^3 + 3x - 1)^3 \cdot (x^2 - 2)$

$$a := (x^3 + 3x - 1)^3 \cdot (x^2 - 2)$$

$$a := (x^3 + 3x - 1)^3 (x^2 - 2) \quad (1)$$

$$b := \text{expand}(a)$$

$$b := x^{11} + 7x^9 - 3x^8 + 9x^7 - 12x^6 - 24x^5 + 9x^4 - 51x^3 + 53x^2 - 18x + 2 \quad (2)$$

$$c := \text{factor}(a, \text{complex})$$

$$c := (x + 0.161092677313043 + 1.75438095978372i)^3 (x + 0.161092677313043 - 1.75438095978372i)^3 (x - 0.322185354626086)^3 (x + 1.414213562) (x - 1.414213562) \quad (3)$$

Zad. 2 Przedstawi w postaci iloczynowej: $(x^8 - 1)$

restart

$$a := (x^8 - 1)$$

$$a := x^8 - 1 \quad (4)$$

$$b := \text{factor}(a)$$

$$b := (x - 1) (x + 1) (x^2 + 1) (x^4 + 1) \quad (5)$$

Zad. 3 Uprości następujące wyrażenia:

a) $2 \cos^2 x - \cos 2x$, b) $\frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$, c) $\frac{\sqrt{x-y}}{x-y^2}$, d) $4 \sin^3 x + \sin 3x$, e)

$\frac{3x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$, f) $2 \binom{n}{2} + n^2$

a) $2 \cos^2 x - \cos 2x$

restart

$$a := 2 \cos^2(x) - \cos(2x)$$

$$a := 2 \cos(x)^2 - \cos(2x) \quad (6)$$

simplify(a)

$$1 \quad (7)$$

b)
$$\frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$$

restart

$$a := \frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2}$$

$$a := \frac{e^x + x}{e^{2x} + 2xe^x + x^2} \quad (8)$$

simplify(a)

$$\frac{1}{e^x + x} \quad (9)$$

c)
$$\frac{\sqrt{x} - y}{x - y^2}$$

restart

$$a := \frac{(\sqrt{x} - y)}{x - y^2}$$

$$a := \frac{\sqrt{x} - y}{-y^2 + x} \quad (10)$$

factor(a, sqrt(x))

$$\frac{1}{y + \sqrt{x}} \quad (11)$$

d)
$$4 \sin^3 x + \sin 3x$$

restart

$$a := 4 \sin^3(x) + \sin(3x)$$

$$a := 4 \sin(x)^3 + \sin(3x) \quad (12)$$

$$\text{simplify}(a)$$

$$3 \sin(x) \quad (13)$$

$$\mathbf{e)} \frac{3x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$$

restart

$$a := \frac{(3x^2 + 1)}{x^3 - 1} + \frac{(2x - 1)}{x^2 - 1}$$

$$a := \frac{3x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1} \quad (14)$$

$$\text{simplify}(a)$$

$$\frac{5x^3 + 4x^2 + 2x}{x^4 + x^3 - x - 1} \quad (15)$$

$$\mathbf{f)} 2 \binom{n}{2} + n^2$$

$$a := 2 \binom{n}{2} + n^2$$

$$a := 2 \binom{n}{2} + n^2 \quad (16)$$

$$\text{expand}(a)$$

$$2n^2 - n \quad (17)$$

Zad. 4 Sprawdź czy równo $(ad-bc)(ps-rq)=(ap+br)(cq+ds)-(aq+bs)(cp+dr)$ jest prawdziwa

dla wszystkich $a, b, c, d, p, q, r, s \in \mathbb{R}$

restart

$$\begin{aligned} \text{safsafsafsaf} &:= (a \cdot d - b \cdot c) \cdot (p \cdot s - r \cdot q) \\ \text{safsafsafsaf} &:= (a \ d - b \ c) \ (p \ s - r \ q) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{safsafsfsasaffsasafsaffsa} &:= (a \cdot p + b \cdot r) \cdot (c \cdot q + d \cdot s) - (a \cdot q + b \cdot s) \cdot (c \cdot p + d \cdot r) \\ \text{safsafsfsasaffsasafsaffsa} &:= (a \ p + b \ r) \ (c \ q + d \ s) - (a \ q + b \ s) \ (c \ p + d \ r) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{is}(\text{safsafsafsaf} = \text{safsafsfsasaffsasafsaffsa}) \\ \text{true} \end{aligned} \quad (20)$$

Zad. 5 Sprawdź tosamoci:

$$\text{a) } \text{tg}x + \text{tgy} = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}, \text{ b) } \sinh x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 - \operatorname{tgh}^2 x}, \text{ c) } \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, \text{ dla}$$

$$x \in [-1, 1], \text{ d) } 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n+1}{2} \right)^2$$

$$\text{a) } \text{tg}x + \text{tgy} = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$$

restart

$$a := \tan(x) + \tan(x)$$

$$a := 2 \tan(x) \quad (21)$$

$$b := \frac{(\sin(x+y))}{\cos(x) \cdot \cos(y)}$$

$$b := \frac{\sin(x+y)}{\cos(x) \cos(y)} \quad (22)$$

$$\text{is}(a=b)$$

$$\text{false} \quad (23)$$

$$\text{b) } \sinh x = \frac{2 \operatorname{tgh} x}{1 - \operatorname{tgh}^2 x}$$

restart

$$a := \sinh(x)$$

$$a := \sinh(x) \quad (24)$$

$$b := \frac{(2 \tanh(x))}{1 - \tanh^2(x)}$$

$$b := \frac{2 \tanh(x)}{1 - \tanh(x)^2} \quad (25)$$

$$\text{is}(a=b)$$

$$\textit{false} \quad (26)$$

$$\mathbf{c)} \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, \text{ dla } x \in [-1, 1],$$

restart

$$a := \arcsin(x) + \arccos(x)$$

$$a := \arcsin(x) + \arccos(x) \quad (27)$$

$$b := \frac{\pi}{2}$$

$$b := \frac{\pi}{2} \quad (28)$$

$$x \in [-1, 1]$$

$$x \in [-1, 1] \quad (29)$$

$$\textit{is}(a = b)$$

$$\textit{false} \quad (30)$$

$$\mathbf{d)} 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n+1}{2} \right)^2$$

restart

$$a := \sum_{i=1}^n (i^3)$$

$$a := \frac{(n+1)^4}{4} - \frac{(n+1)^3}{2} + \frac{(n+1)^2}{4} \quad (31)$$

$$b := \left(\frac{n+1}{2} \right)^2$$

$$b := \left(\frac{n+1}{2} \right)^2 \quad (32)$$

$$\textit{is}(\textit{expand}(a) = \textit{expand}(b))$$

$$\textit{true} \quad (33)$$

Zad. 6 Wiedząc, że $\tan x = \frac{1}{3}$ oraz $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ obliczyć wartość wyrażenia

$$\frac{ctg^2 x - 2}{sin x - 2 cos x}$$

restart

$$\tan(x) = \frac{1}{3}$$

$$\tan(x) = \frac{1}{3} \quad (34)$$

$$x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \quad (35)$$

$$solve\left(expand\left(\frac{(ctg^2(x) - 2)}{\sin(x) - 2 \cdot \cos(x)} \right) \right)$$

$$RootOf(ctg(_Z) - \sqrt{2}), RootOf(ctg(_Z) + \sqrt{2}) \quad (36)$$

Zad.7 Wykazać, że $\sqrt{2\sqrt{19549} + 286} = \sqrt{173} + \sqrt{113}$

restart

$$a := \text{sqrt}(2 \cdot \text{sqrt}(19549) + 286)$$

$$a := \sqrt{173} + \sqrt{113} \quad (37)$$

$$b := \sqrt{173} + \sqrt{113}$$

$$b := \sqrt{173} + \sqrt{113} \quad (38)$$

$$is(a = b)$$

$$true \quad (39)$$

Zad. 8 Podać przybliżoną wartość π^π (przy domyślnej dokładności Maple'a)

$$evalf\left(\pi^\pi\right)$$

$$1.340164240 \cdot 10^{18} \quad (40)$$

Zad. 9 Która z liczb jest mniejsza: $e^{-\cos 3}$, $\lceil \log_3 8\pi \rceil + 0,7$, gdzie $\lceil x \rceil$ oznacza cząłowi z liczby x .

restart

$$a := e^{-1 \cdot \cos(3)} \qquad a := e^{-\cos(3)} \qquad (41)$$

$$b := (\text{floor}(\log_3(8\pi)) + 0.7) \qquad b := 2.7 \qquad (42)$$

$$\text{evalf}(a) \qquad 2.691214279 \qquad (43)$$

$$\text{evalf}(b) \qquad 2.7 \qquad (44)$$

Zad. 10 Obliczy wartoci przyblione, z dokadnoci do 20 cyfr po przecinku, liczb:

$$\text{a) } \sin 2009, \text{ b) } \pi^e + e^\pi, \text{ c) } \sin \frac{\ln|\cos(e\pi)|}{\cos|\ln(e\pi)|}$$

$$\begin{array}{l} \text{restart} \\ \text{evalf}(\sin(2009), 20) \end{array} \qquad -0.99882400998482359245 \qquad (45)$$

$$\text{evalf}(\pi^e + e^\pi, 20) \qquad 45.599850351140314482 \qquad (46)$$

$$\text{evalf}\left(\sin\left(\frac{\ln(|\cos(e\pi)|)}{\cos(\ln(e\pi))}\right), 20\right) \qquad 0.74564034550200312654 \qquad (47)$$

Zad. 11 Ile cyfr ma liczba 23!

$$\text{length}(23!) \qquad 23 \qquad (48)$$

Zad. 12 Wyznacz sum wszystkich współczynników wielomianu

$$(x^2 - 5x + 2)^{2009} - (4x^3 - 7x^2 + x - 1)^{2001}$$

$$\begin{array}{l} \text{restart} \\ a := (x^2 - 5x + 2)^{2009} - (4x^3 - 7x^2 + x + 1)^{2001} \\ a := (x^2 - 5x + 2)^{2009} - (4x^3 - 7x^2 + x + 1)^{2001} \\ \text{factor}(a) \end{array} \qquad (49)$$

Zad. 13 Sprawdź czy liczba 1234567 jest pierwsza. Jeli nie, to znajd jej rozkad na czynniki pierwsze.

Znale najmniejsz liczb pierwsz wiksz od 1234567.

restart

isprime(1234567)

false

(50)

ifactor(1234567)

(127) (9721)

(51)

Zad. 14 Znale NWD, NWW, reszt z dzielenia i iloraz cakowity liczb 356 i 32