

Lista 3

► **Zad. 1** Usuń niewymierność z mianownika

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{11} + \sqrt{19}}$$

$$\text{b) } \frac{2}{\sqrt{25} + \sqrt[3]{15} + \sqrt[4]{4}}$$

$$\text{c) } \frac{x-3}{\sqrt{x^2 + 2x - 5} + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\text{d) } \frac{6}{\sqrt{\sin(x) + y} - \sqrt{y}}$$

► **Zad.2** Od wielomianu $P(x) = (2x^2 - 7)^7$ odejmij wielomian

$Q(x) = (x^2 - 9)^6$ pomnożony przez x^2 i współczynnik stojący przy najwyższej potędze wielomianu $P(x)$. Wyznacz stopień otrzymanego wielomianu i wszystkie współczynniki.

► **Zad. 3** Rozłóż na czynniki wielomiany a) $2x^5 + x^3 - x^4 - 4x^2 - x - 3$ b) $x^5 - 4x - x^4 + 4$

► **Zad.4** Sprawdź podzielność wielomianu $T(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^2 - 5x + 1$ przez $S(x) = 3x^2 - x + 8$, jeśli nie jest podzielny to

wyznacz resztę. Przedstaw funkcję wymierną $f(x) = \frac{x^5 + 2x^4 + 3x^2 - 5x + 1}{3x^2 - x + 8}$

w postaci sumy pewnego wielomianu i funkcji wymiernej właściwej.

- **Zad.5** Podane funkcje wymierne zmiennej rzeczywistej rozłożyć na sumę ułamków prostych

a) $\frac{x^2}{x^4 - 1}$ b) $\frac{x^3}{(x^2 - 4)(x^2 + x + 3)}$

- **Zad. 6** Dane są funkcje: $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = x^2$,

$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 5 & \text{dla } x \leq 0 \\ \ln(x + 1) & \text{dla } x \in (0, 3) \\ \sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right) & \text{dla } x \geq 3 \end{cases}$$

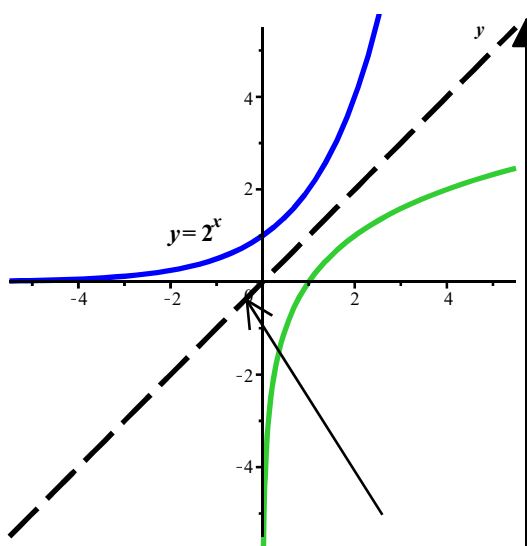
a) oblicz $h(0)$, $h(2)$, $h(3)$,

b) wyznacz złożenie $k = f \circ g$ i oblicz $k\left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)$

- **Zad. 7** Niech $g(x) = \frac{1}{1-x}$. Oblicz $g^{(25)}(2)$, gdzie $g^{(n)}(x)$ oznacza n -krotne złożenie funkcji g samej ze sobą w punkcie x

- **Zad. 8** Z trzech jednorodnych (ale wykonanych z innego materiału) prostopadłościennych belek B_1, B_2, B_3 o takich samych przekrojach poprzecznych i długościach oraz o masach równych odpowiednio 20kg, 30kg i 10kg wykonano belkę o długości 4. Masa odcinka belki o długości l jest funkcją zmiennej l . Napisz wzór tej funkcji i narysuj jej wykres. Wyznacz masę odcinka belki o długości $l = 3$.

- **Zad. 9** Narysuj wykresy wszystkich poznanych funkcji trygonometrycznych w przedziale $[-2\pi, 2\pi]$. Nad każdym wykresem powinien być umieszczony wzór funkcji. Podaj w jakich przedziałach te funkcje są rosnące a w jakich malejące.
- **Zad. 10** Dane są dwie funkcje wykładnicze o podstawach 2 oraz $\frac{1}{2}$. Narysuj i podpisz wykresy tych funkcji oraz funkcji odwrotnych do nich. Umieść wszystkie wykresy w tabeli (Array) o wymiarze 2x2 tak, aby wykresy funkcji wykładniczych znajdowały się w pierwszym wierszu a wykresy funkcji logarytmicznych w drugim.
- **Zad. 11** Wykonaj analogiczny wykres do przedstawionego poniżej ale dla funkcji wykładniczej i logarytmicznej o podstawie $\frac{1}{2}$



- **Zad. 12** Wykonaj wykres funkcji $f(x) = \arctg(x)$. Następnie narysuj różnymi kolorami i umieść w tabeli wykresy funkcji otrzymanych z funkcji $f(x)$ poprzez: 1) przesunięcie dwie jednostki w lewo, 2) przesunięcie o 3 jednostki w dół, 3) odbicie symetryczne względem osi Ox, 4) odbicie symetryczne względem osi Oy.

- **Zad. 13** Narysuj wykres funkcji $f(x) = \sin x$ w przedziale $[-2\pi, 2\pi]$
a następnie na tym samym wykresie umieść (i odpowiednio opisz) wykresy funkcji :

a) $f_1(x) = \sin 2x, f_2(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

b) $f_3(x) = 2 \sin x, f_4(x) = \frac{1}{2} \sin x.$

- **Zad. 14** Sporządź wykresy funkcji $f(x)$ i $g(x)$, a następnie umieść je na jednym wykresie:

a) $f(x) = x^2 - x - 2$ oraz $g(x) = |x^2 - x - 2|$, b) $f(x) = \log(x - 1)$ oraz $g(x) = |\log(x - 1)|.$