TUGAS ALJABAR &
LINIEAR MATRIKS

# Kelompok 7

| | |
|---|---|
| Shodik Setiawan | 19102040 |
| Satrio Dhanar Fathoni | 19102051 |
| Herwin Nur Amriansyah | 19102145 |
| Trias Wijaksono | 19102288 |
| Eleven Pratama Sianipar | 19102029 |

- Contoh 1

1. Tentukan apakah himpunan berikut ini bebas linear?
   Jawab:

1) $S = \{ (2,1,1) , (3,1,0) , (2,1,-3) \}$

$k_1 v_1 + k_2 v_2 + \ldots + k_r v_r = 0$

menjadi

$k_1(2,1,1) + k_2(3,1,0) + k_3(2,1,-3) = (0,0,0)$
$(2k_1 + 3k_2 + 2k_3 , k_1 + k_2 + k_3 , k_1 - 3k_3) = (0,0,0)$

didapat SPL

$2k_1 + 3k_2 + 2k_3 = 0$
$k_1 + k_2 + k_3 = 0$
$k_1 - 3k_3 = 0$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Karena determinan dari matriks tersebut adalah 4

dengan aturan cramer , maka didapat $k_1 = 0/4$ , $k_2 = 0/4$, dan $k_3 = 0/4$.

Jadi persamaan tersebut mempunyai satu-satunya pemecahan yaitu $k_1=k_2=k_3 = 0$ maka **S bebas Linear**.

- **Contoh 2**

Apakah polinomial-polinomial berikut ini adalah bebas linear?

$P1 = 1 - 2x + 3x2$

$P2 = 5 + 6x + x2$

$P3 = 3 + 2x + x2$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

| 1 | -2 |
|---|----|
| 5 | 6  |
| 3 | 2  |

Det $= (6 + (-6) + 30) - (54 + 2 + (-10))$

$= 30 - 46$

$= -16$

# Contoh 3

3.	Apakah vektor P = (A B C) , dimana A = ( 2 0 -2), B = (-1 4 1 ),  C = (-1 0 1) adalah vektor bebas linear ?

Jawaban :

P = { (2,1,1) , (3,1,0) , (2,1,-3) }

$k_1v_1 + k_2v_2 + ...... + k_rv_r = 0$

menjadi

$k_1(2,0,-2) + k_2(-1,4,1) + k_3(-1,0,1) = (0,0,0)$

$(2k_1 - k2 - k_3 , 0 + 4k_2 + 0 ,-2k_1 + k2 + k_3) = (0,0,0)$

didapat SPL

$2k_1 - k_2 - k_3 = 0$

$4k_2 \qquad\quad = 0$

$-2k_1 + k2 + k_3 = 0$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Karena determinan dari matriks tersebut adalah 16

dengan aturan cramer , maka didapat $k_1 = 0/16$ , $k_2 = 0/16$, dan $k_3 = 0/16$.

Jadi persamaan tersebut mempunyai satu-satunya pemecahan yaitu $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ maka **P bebas Linear**.

# Contoh 4

4. Vektor u, v, w $\in$ R3, dengan:

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Selidiki vektor-vektor tersebut bebas linear atau bergantung linear!

Penyelesaian :

$$K_1 u + K_2 v + K_3 w = 0$$

$$K_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + K_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + K_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} K_1 \\ -2K_1 \\ K_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2K_2 \\ 2K_2 \\ -K_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -K_3 \\ K_3 \\ -K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sehingga diperoleh persamaan:

$K_1 + 2K_2 - K_3 = 0$
$-2K_1 + 2K_2 + K_3 = 0$
$K_1 - K_2 - K_3 = 0$

$$
\left\langle \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{array} \right\rangle
\begin{array}{c} 2b_1 + b_2 \\ \\ -b_1 + b_3 \end{array}
\left\langle \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \end{array} \right\rangle
\tfrac{1}{2}b_2 + b_3
\left\langle \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\tfrac{1}{2} & 0 \end{array} \right\rangle
$$

$$
\left\langle \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\tfrac{1}{2} & 0 \end{array} \right\rangle
2b_3
\left\langle \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right\rangle
$$

Dari Matriks terakhir diperoleh persamaan :

$K_1 + 2K_2 - K_3 = 0$
$6K_2 - K_3 = 0$
$- K_3 = 0$

Sehingga diperoleh penyelesaian, $K_1 = 0$, $K_2 = 0$, $K_3 = 0$
Jadi, vektor-vektor tersebut bebas linear.

# Contoh 5

Apakah vector $S = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{pmatrix}$, *dimana* $u1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $u2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $u3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ *adalah vektor bebas linear*?

Jawab:

$S = \begin{pmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \end{pmatrix}$, $u1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $u2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $u3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

k1u1+k2u2+k3u3=0

$k1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + k2 \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + k3 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

$\begin{pmatrix} k1 \\ -k1 \\ -k2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2k2 \\ -3k2 \\ k2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k3 \\ -k3 \\ 3k3 \end{pmatrix} = 0$

$$k_1 - 2k_2 + 2k_3 = 0$$
$$-k_1 - 3k_2 - k_3 = 0$$
$$-2k_1 + k_2 + 3k_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = (-9 + (4) + (-2)) - (12 + 6 + (-1)) = -15 - 17 = -32$$

Jadi karena determinan tidak nol maka terbukti vector adalah bebas linear.

"Tidurlah jika kamu mengantuk, hidup sesimpel itu."

–Windz Alvaro

# Terima Kasih