KELOMPOK 9

1. Aldi Ahmad Fahrizi Ilmawan (19102282)
2. Hafid Arief Prasetyo (19102263)
3. Nanda Tri Ayu Setianningsih (19102061)
4. Yuri Qois Dhiya'uddin (19102075)

BASIS SUB RUANG

Basis Subruang sebagai himpunan vektor minimum yang membentang subruang. Artinya, basis untuk subruang berdimensi k adalah himpunan k vektor itu menjangkau subruang.

Misalkan S menjadi subruang dari R

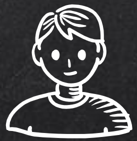
. Satu set {b1, b2,. . . , bk} vektor di Rn

disebut basis.

untuk S jika kondisi berikut terpenuhi:

1. Rentang {b1, b2,. . . , bk} S.

2. Vektor b1, b2,. . . , bk independen linier.



Contoh soal 1

VEKTOR B1 (1, 1, 1) DAN B2 (7, 0, 2) MEMBENTUK BASIS UNTUK BIDANG 2X + 5Y – 7Z 0. TEMUKAN KOMPONEN DARI VEKTOR V (–2, 5, 3) SEHUBUNGAN DENGAN BASIS INI. KITA INGIN MENYATAKAN V SEBAGAI KOMBINASI LINIER DARI B1 DAN B2, JADI KITA MENGURANGI BARISMATRIKS YANG KOLOMNYA B1, B2, dan V

1

Penyelesaian

Kita menggunakan elimination gaus jordan
1 0 0
0 1 0
0 0 0

1 7 -2
1 0 5 b2-b1
1 2 3

1 7 -2
0 -7 7
1 2 3 b3-b1

1 7 -2 b1+b2->b1
0 -7 7
0 -5 5

1 0 5
0 -7 7 b2:-7
0 -5 5

1 0 5
0 1 -1 5b2+b3->b3
0 -5 5

1 0 5
0 1 -1
0 0 0

JADI DAPAT DISIMPULKAN BAHWA KOMPONENNYA ADALAH 5 DAN -1

Contoh soal 2

TEMUKAN DASAR RUANG SOLUSI UNTUK SISTEM LINIER BERIKUT :

$$X1 - X2 + X3 - 3X4 = 0$$

$$-3X1 + 4X2 - 2X3 + 7X4 = 0$$

2

Penyelesaian

KITA UBAH TERLEBIH DAHULU MENJADI MATRIX

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 & 0 \end{array}\right]$$

KARENA BARIS PERTAMA SUDAH ANGKA 1 , MAKA KITA MULAI DI BARIS 2

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & -2 & 7 & 0 \end{array}\right] \quad 3B1 + B2 \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array}\right] \quad B2 + B1 \quad \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 6 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 & 0 \end{array}\right]$$

2

Penyelesaian

3B1 + B2 = 3 (1) + (−3) = 0
3B1 + B2 = 3 (−1) + 4 = 1
3B1 + B2 = 3(−2) + 2 = 4
3B1 + B2 = 3(−3) + 7 = −2

B2 + B1 = 1 +(−1) = 0
B2 + B1 = 4 + 2 = 6
B2 + B1 = −2 + −3 = −5

VARIABEL X3 DAN X4 BEBAS , DAN SOLUSI DAPAT DIPARAMETERISASI DENGAN
X1 = −6s + 5t ,   x2 = −4s +2t, x3 = s, x4=t
INI DAPAT DITULIS DALAM BENTUK VEKTOR SEBAGAI BERIKUT :

2

Penyelesaian

$$\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + T \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

JADI , VEKTOR (−6, −4, 1, 0) DAN (5, 2, 0 , 1) MERENTANG RUANG SOLUSI,KARENA VEKTOR INI BEBAS LINIER,MEREKE ADALAH BASIS DARI RUANG SOLUSI.

Contoh soal 3

Temukan basis untuk sub ruang R4 yang di rentangkan oleh vector berikut

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_5 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_6 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

3

Penyelesaian

v2, v4 dan v5 berlebihan

$v2 = 2v1$, $v4 = 5v1 + 3v3$, dan $v5 = 4v1 + 8v3$

vector yang tersisa v1, v3, dan v6

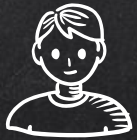
{v1, v3, v5} adalah basis subruang ini

3

Penyelesaian

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \cdots \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

v2, v4, v5 tidak mempunyai pivot, artinya berlebihan.
Sedangkan v1, v3, v6 memiliki pivot, artinya adalah basis untuk sub ruang



Contoh soal 4

Tentukan basis dan dimensi serta solusi dari system persamaan linier homogen berikut ini :

$$X_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 0$$

$$X_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

$$3x_1 + 6x_2 + 8x_3 + x_4 + 5x_5 = 0$$

4

Penyelesaian

Harus dicari solusi SPL dengan menggunakan eliminasi Gauss-Jordan :

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 8 & 1 & 5 & 0 \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 0 & -5 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

X3 + 2x4 – 2x5 = 0 -> x3 = −2x4 + 2x5

X1 + 2x2 – 5x4 + 7x2 = 0 -> x1 = −2x2 + 5x4 – 7x5

4

Penyelesaian

Solusinya :

$$\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \end{bmatrix} = x2 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x4 \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x5 \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Maka yang menjadi basisnya adalah :

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan dimensinya adalah 3 (karena basisnya ada 3)

THANKS!