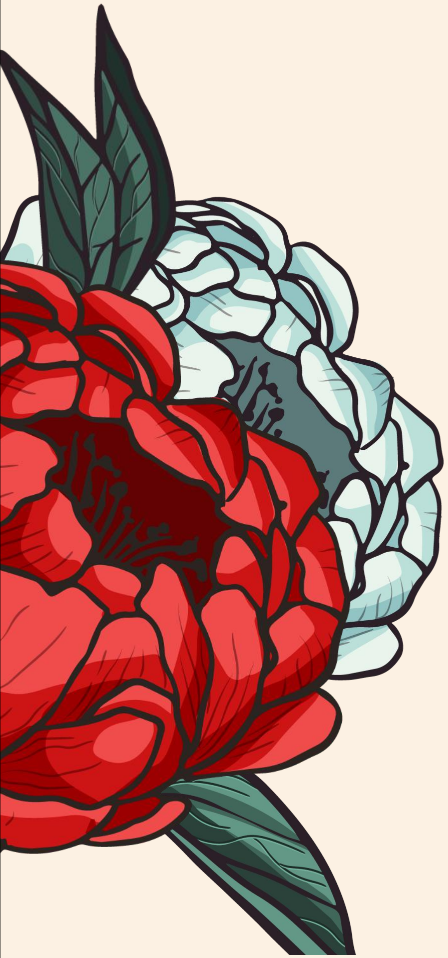
ALJABAR
LINEAR

KELOMPOK 2

PERKALIAN
SILANG DAN
PENGAPLIKASI
ANNYA



01 YEHEZKIEL
(19102028)

02 SYIFA WIDI
(19102261)

03 RANGGA
(19102248)

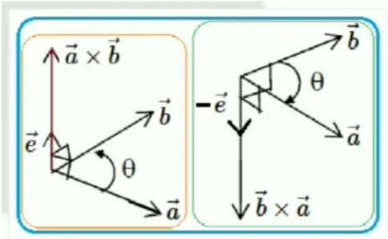
04 KAKA
(19102100)

05 Raik
(19102072)

Perkalian silang dan pengaplikasiannya

PERKALIAN SILAN DUA VEKTOR atau biasa disebut dengan *cross product*. Operasi perkalian silang dua vektor (cross product) merupakan kelanjutan dari operasi lain pada vektor , perkalian silang dua vektor menghasilkan vektor lain tegak lurus dengan kedua vektor yang dikalikan. Berbeda dengan perkalian dot yang menghasilkan skalar . PERKALIAN SILANG DUA VEKTOR memiliki aplikasi yang cukup luas diantaranya menentukan jarak titik garis , menentukan luas bangun datar , volume bangun ruang , dan jarak dua garis.

DEFINISI Perkalian silang (cross product)



Perhatikan ilustrasi gambar di atas. Jika $\vec{a} \neq 0$ dan $\vec{b} \neq 0$ dalam ruang dapat diputar tanpa mengubah besar atau arah masing-masing sehingga titik pangkalnya berimpit, dengan kaidah tangan kanan (ulir kanan) didefinisikan bahwa:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{e}|\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta,\ 0 \leq \theta \leq \pi$$

dengan :

$\vec{e} =$ vektor satuan yang tegak lurus $\vec{a}$ dan $\vec{b}$

$\theta =$ sudut antara vektor $\vec{a}$ dan vektor $\vec{b}$

$\vec{a} \times \vec{b}$ dibaca "**vektor $\vec{a}$ kros vektor $\vec{b}$**" atau cukup "**$\vec{a}$ kros $\vec{b}$**"

(Thomas, 1986 : 727 - 730)

MENENTUKAN HASIL PERKALIAN SILANG 2

crossproduct

Mislkan terdapat vektor $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ dan $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, hasil perkalian silang kedua vektor dapat kita tentukan dengan cara :

$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$ atau

$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{k}$

Bentuk penghitungan di atas dapat kita tuliskan dengan bentuk lainnya yang kita namakan **"rumus determinan cross vektor"** sebagai berikut :

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} i & j \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{i} + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{k}$$

SIFAT SIFAT OPERASI PERKALIAN SILANG

1). $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ (sifat anti komutatif)

2). $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ (sifat distributif)

3). $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$ (sifat distributif)

4). $k(\vec{a} \times \vec{b}) = (k\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (k\vec{b})$

5). Jika $\vec{a} \neq 0$, $\vec{b} \neq 0$ dan $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, maka $\vec{a}$ sejajar $\vec{b}$

CONTOH SOAL

CONTOH SOAL KE 1

1. Hitunglah hasil perkalian silang antara dua vektor berikut.

a) $A = (2i + k)$ dan $B = (4i + 5j)$

penyelesaian :

Hasil perkalian silang antara vektor A dan B adalah sebagai berikut.

$$A \times B = (2i + k) \times (4i + 5j)$$
$$\Rightarrow A \times B = (2)(4)(i \times i) + (2)(5)(i \times j) + (1)(4)(k \times i) + (1)(5)(k \times j)$$
$$\Rightarrow A \times B = (8)(0) + (10)(k) + (4)(j) + (5)(-i)$$
$$\Rightarrow A \times B = 10k + 4j - 5i$$
$$\Rightarrow A \times B = -5i + 4j + 10k$$

CONTOH SOAL KE 2

Dua buah vektor memiliki komponen 3D pada sumbu kartesian. Jika vektor A **=** 2i + **5**j + k dan vektor B **= 5**i + 4j +7k. Tentukan hasil perkalian silang (Cross Product) antara vektor A B.

PENYELESAIAN SOAL KE 2

$$\boldsymbol{A} = 2i + 5j + k = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{B} = -5i + 4j + 7k = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} \; x \; \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 5 & 1 \\ -5 & 4 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} i + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -5 & 4 \end{vmatrix} k$$

$$\boldsymbol{A} \; x \; \boldsymbol{B} = [(5)(7) - (1)(4)]i + [(1)(-5) - (2)(7)]j + [(2)(4) - (5)(-5)]k$$

$$\boldsymbol{A} \; x \; \boldsymbol{B} = [35 - 4]i + [-5 - 14]j + [8 + 25]k = 31i - 19j + 33k$$

CONTOH SOAL KE 3

Jika diketahui vektor $\vec{a} = 2i - j + 5k$ dan $\vec{b} = -i - 3j$, maka nilai $\vec{b} \times \vec{a} =$ ......

$$\vec{a} = 3i - 2k = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = 2i - j = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= i\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} - j\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + k\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -15i + 5j + 7k$$

Jadi $\vec{b} \times \vec{a} = -15i + 5j + 7k.$

CONTOH SOAL KE 4

5. Diketahui vektor A **=** 2i + **5**j + k dan vektor B **= 5**i + 4j +7k. Tentukan hasil perkalian silang antara vektor A dan B.

penyelesaiannya :

Penyelesaiannya :

*). Menentukan hasil perkalian silang (Metode Sarrus) :

$$
\begin{aligned}
\vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} \\
&= \left| \begin{array}{ccc|cc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} & \vec{i} & \vec{j} \\ 2 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & 1 & 2 \end{array} \right| \\
&= (-1. -2\vec{i} + 1.3\vec{j} + 2.2\vec{k}) - (2.3\vec{i} + 2.(-2)\vec{j} + 1.(-1)\vec{k}) \\
&= (2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}) - (6\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}) \\
&= 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} - 6\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k} \\
&= -4\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}
\end{aligned}
$$

Jadi, hasil dari $\vec{a} \times \vec{b} = -4\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}$.

CONTOH SOAL KE 5

Jika hasil perkalian silang antara $\vec{a} = (p, 2, r)$ dan $\vec{b} = (-1, 4, 3)$ adalah $(2, 5, -6)$, maka tentukan nilai $(-p-r)^{2019} + 2020$!

Jawab: $\vec{a} \times \vec{b} = (2, 5, -6)$

Menentukan $\vec{a} \times \vec{b}$ =

$$\vec{a} \times \vec{b} = \left|\begin{array}{ccc|cc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} \\ p & 2 & r & p & 2 \\ -1 & 4 & 3 & -1 & 4 \end{array}\right|$$

$$= (6\hat{i} - r\hat{j} + 4p\hat{k}) - (4r\hat{i} + 3p\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$= (6 - 4r)\hat{i} - (r + 3p)\hat{j} + (4p + 2)\hat{k}$$

$$= (6 - 4r, -r - 3p, 4p + 2)$$

$\Rightarrow (2, 5, -6) = (6 - 4r, -r - 3p, 4p + 2)$

Sehingga:

$2 = 6 - 4r$, $r = 1$

$-6 = 4p + 2$, $p = -2$

Maka:

$(-p-r)^{2019} + 2020 =$

$(-(-2) - 1)^{2019} + 2020 =$

$(1)^{2019} + 2020$

$= 1 + 2020 \Rightarrow \underline{\underline{2021}}$

THANKYOU