

# Mein Titel

Tim Jaschik

May 15, 2025

---

ABSTRACT. – Kurze Beschreibung . . .

---

## Contents

**Definition A-1-03-01** (Ring mit Eins).

**Definition A-1-03-02** (Ring ohne Eins).

**Definition A-1-03-03** (Kommutativer Ring). Sei  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  ein beschränktes Gebiet,  $q \in L^\infty(\Omega)$  nichtnegativ und  $f \in L^2(\Omega)$ . Dann hat das Dirichletproblem

$$-\Delta u + q(x)u = f \quad \text{in } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega$$

eine eindeutig bestimmte schwache Lösung  $u \in H_0^1(\Omega)$ . Ist ferner  $f \in L^\infty(\Omega)$ , so gilt:

(i)  $u \in C^1(\Omega) \cap L^\infty(\Omega)$ .

(ii) Ist  $\Omega' \subset\subset \Omega$ , so existiert eine nur von  $\|q\|_\infty$  und  $\Omega'$  abhängige Konstante  $C_1 > 0$  mit

$$\|u\|_{C^1(\overline{\Omega'})} \leq C_1 (\|u\|_{L^\infty(\Omega)} + \|f\|_{L^\infty(\Omega)})$$

(iii) Erfüllt  $\Omega$  eine gleichmäßige äußere Sphärenbedingung, so gilt  $u \in C_0(\Omega)$ , und es existiert eine nur von  $\|f\|_{L^\infty(\Omega)}$  abhängige Konstante  $C_2$  mit

$$|u(x)| \leq C_2 \operatorname{dist}(x, \partial\Omega) \quad \text{für } x \in \Omega.$$

Erinnerung:  $u \in H_0^1(\Omega)$  heißt schwache Lösung von (1.1), falls

$$a_L(u, \varphi) := \int_{\Omega} (\nabla u \nabla \varphi + q(x)u\varphi) dx = \int_{\Omega} f u dx \quad \text{für alle } \varphi \in H_0^1(\Omega).$$

Wir testen auf Veränderung.

**Example A-1-03-04** (Körper sind Ringe).

**Example A-1-03-05**  $(\mathbb{Z}, +, *)$  kommutativer Ring).

**Example A-1-03-06** (Ring der Funktionen).

**Example A-1-03-07** (Matrizenringe über Körper).

**Example A-1-03-08**  $(\operatorname{End}_k(V), +, \circ)$  Ring).

**Example A-1-03-09** (Matrizenring über Ring).

**Example A-1-03-10** (Nullring).

**Example A-1-03-11** (Produkttring).

**Example A-1-03-12** (Gruppenring mit Koeffizienten aus Körper).

**Remark A-1-03-13** (Eins eines Ringes mit Eins ist eindeutig).

**Lemma A-1-03-14** (Rechenregeln für Ringe mit Eins).

**Lemma A-1-03-15** (Wenn Ring mit  $0 = 1$ , dann Nullring).

**Definition A-1-03-16** (Ringhomomorphismus).

**Remark A-1-03-17** (Ringhomomorphismen induzieren Gruppenhomomorphismen zwischen abelschen Gruppen).

**Example A-1-03-18** (Pullback-Ringhomomorphismus).

**Example A-1-03-19** (Einschränkung als Pullback der Inklusion).

**Example A-1-03-20** (Auswertungshomomorphismus für Punkt-Inklusion).

**Definition A-1-03-21** (R-Linearkombination in Ringen).

**Definition A-1-03-22** (Unterring eines Ringes).

**Example A-1-03-23** (Bild von Ringhomomorphismen ist ein Unterring).

**Definition A-1-03-24** (Einheiten in Ringen).

**Proposition A-1-03-25** (Einheitsgruppe: Menge der Einheiten in Ringen sind Gruppe bzgl. Multiplikation in  $R$ ).

**Example A-1-03-26** (Einheitengruppe von ganzen Zahlen).

**Example A-1-03-27** (Einheitengruppe von Gruppenringe).

**Example A-1-03-28** (Einheiten von Matrizenringe mit Koeffizienten in Körper).

**Proposition A-1-03-29** (Ringhomomorphismen bilden Einheiten auf Einheiten ab und induzieren  $G$ -Hom auf Einheitsgruppen).

**Definition A-1-03-30** (Schiefkörper als Ring mit Einheitsgruppe  $= R$  ohne  $0$ ).

**Definition A-1-03-31** (Körper als abelscher Schiefkörper).

**Example A-1-03-32** (Quaternionen als nichtkommutativer Schiefkörper).

**Definition A-1-04-01** (Potenzreihenring mit Koeffizienten in Ring).

**Definition A-1-04-02** (Polynomring mit Koeffizienten in Ring als Unterring von Potenzreihenring).

**Remark A-1-04-03** (Eindeutige Darstellung in Polynomringen).

**Remark A-1-04-04** (Polynomring als Unterring der  $R$ -Linearkombinationen).

**Remark A-1-04-05** (Eigenschaften der Gradfunktion von Leitkoeffizienten).

**Remark A-1-04-06** (Identifikation von  $R$  als Unterring von Polynomring mit Koeff in  $R$ ).

**Proposition A-1-04-07** (Universelle Eigenschaft des Polynomringes: Auswertung-Ringhomomorphismus).

**Example A-1-04-08** (Auswertungshomomorphismus für Abbildung von Körper in Matrizenring).

**Example A-1-04-09** (Auswertungshomomorphismus für Abbildung von Körper in Abbildungsring der  $\text{End}_V$ ).

**Definition A-1-04-10** (Polynomring in  $n$ -Variablen mit Koeffizienten aus Ring).

**Lemma A-1-04-11** (Eindeutige Darstellung in Polynomringen in  $n$ -Variablen).

**Remark A-1-04-12** (Multiindex-Schreibweise).

**Remark A-1-04-13** (Induzierter Ringautomorphismus auf Polynomring durch Permutation).

**Lemma A-1-04-14** (Gruppenhomomorphismus zwischen Symmetrische Gruppe und Gruppe der Ring-Automorphismen des Polynomringes in  $n$ -Variablen).

**Definition A-1-04-15** (Symmetrisches Polynom).

**Example A-1-04-16** (Elementarsymmetrische Polynom in  $n$ -Variablen).

**Proposition A-1-04-17** (Vieta-Formel).

**Proposition A-1-04-18** (Jedes symmetrische Polynom ist ein Polynom in den elementarsymmetrischen Polynomen).

**Remark A-1-05-01** (Kern von Ringhomomorphismen nicht i.A. Unterring).

**Definition A-1-05-02** (Ideal eines Ringes).

**Lemma A-1-05-03** (Charakterisierung von Idealen).

**Example A-1-05-04** ( $Rx$  sind Ideale von  $R$ ).

**Proposition A-1-05-05** (Kern eines  $R$ -Homs ist ein Ideal).

**Proposition A-1-05-06** ( $R$ -Hom ist injektiv gdw  $\text{Kern} = 0$ ).

**Definition A-1-05-07** (Von Teilmengen erzeugte Ideale).

**Remark A-1-05-08** (Warum ist die Menge der erzeugten  $R$ -Linearkombinationen ein Ideal?).

**Lemma A-1-05-09** (Schnitte von Idealen sind Ideale).

**Definition A-1-05-10** (Erzeugendensysteme von Ideale).

**Example A-1-05-11** ( $n\mathbb{Z}$ ).

**Example A-1-05-12** ( $\{0\}$  und  $\{1\}$  in jedem Ring sind Ideale).

**Example A-1-05-13** ( $(2, X)$  im Polynomring  $\mathbb{Z}(X)$ ).

**Lemma A-1-05-14** (Vereinigung von aufsteigend inkludierten Idealen sind Ideale).

**Proposition A-1-05-15** (Faktoring als Quotientenring bzgl, Ideale).

**Corollar A-1-05-16** (Jedes Ideal ist Kern eines geeigneten R-Homs).

**Definition A-1-05-17** (Quotienten für Ideale in Ringen mit Quotientenabbildung).

**Proposition A-1-05-18** (Faktoringe für Ideale mit kanonischer Projektion sind Quotienten).

**Remark A-1-05-19** (Quotientenabbildung ist surjektiv).

**Proposition A-1-05-20** (Urbild von Idealen längs R-Homs ist Ideal).

**Proposition A-1-05-21** (Bilder von Idealen längs surjektiven R-Homs sind Ideale).

**Proposition A-1-05-22** (Homomorphiesatz).

**Remark A-1-05-23** (Struktur von Faktoring bestimmen durch raten eines Isomorphismus zw  $S$  und  $R/I$  und  $I = \ker(f)$ ).

**Example A-1-05-24** (Komplexen Zahlen isomorph zu Faktoring des Polynomringes in reellen Zahlen  $\text{Mod } (X^2 + 1)$ ).

**Proposition A-1-05-25** (Erster Isomorphiesatz).

**Proposition A-1-05-26** (Zweiter Isomorphiesatz).

**Definition A-1-07-01** (Modul zu einem Ring).

**Definition A-1-07-02** (R-Modulhomomorphismus).

**Definition A-1-07-03** (Unterm modul eines Moduls).

**Definition A-1-07-04** (Durch Teilmengen eines R-Moduls erzeugte Untermoduln).

**Definition A-1-07-05** (Kern und Bild eines R-Modulhomomorphismus).

**Definition A-1-07-06** (Innere Direkte Summe von Untermoduln).

**Definition A-1-07-07** (Direkte Summe von Moduln).

**Definition A-1-07-08** (Direkte Produkt von Moduln).

**Definition A-1-07-09** (Annulatorideal von R-Moduln).

**Definition A-1-07-10** (Zyklischer R-Modul).

**Example A-1-07-11** (K-Vektorräume sind K-Moduln).

**Example A-1-07-12** (Abelsche Gruppen sind  $\mathbb{Z}$ -Moduln).

**Example A-1-07-13** (Moduln bzgl Polynomringe in Körpern sind ein K-Vektorraum mit einem K-linearen Endo).

**Example A-1-07-14** (Menge der Spaltentupel mit Elementen aus einem Ring ist mit komp. Add und diagonale R-Multip ein R-Moduln).

**Example A-1-07-15** (Für Körper sind K-Modulnhomomorphismen K-lineare Abbildungen).

**Example A-1-07-16** (Für  $\mathbb{Z}$  sind  $\mathbb{Z}$ -Modulnhomomorphismen Gruppenhomomorphismen).

**Example A-1-07-17** (Für Polynomringe in Körpern sind Modulnhomomorphismen K-lineare Abbildungen, die mit  $X$  \* Polynom kommutieren).

**Example A-1-07-18** (Freie Moduln vom Rang  $n$  als isomorphe R-Moduln zu  $R^n$ ).

**Example A-1-07-19** (Für Körper sind Untermoduln Untervektorräume).

**Example A-1-07-20** (Für  $\mathbb{Z}$  sind Untermoduln Untergruppen).

**Example A-1-07-21** (Für Polynomringe in Körpern sind Untermoduln Endo-Stabile Untervektorräume).

**Example A-1-07-22** (Untermoduln eines Ringes sind Ideale).

**Example A-1-07-23** (R-Modulhomomorphismus von Koeffizienten aus  $R^n$  in  $M$  für fixiertes Elemente-Tupel in R-Moduln: Surjektiv gdw Endlich erzeugt).

**Concept CM-1-01-01** (2-Körper Problem mit konservativen Zentralkräften).

**Concept CM-1-01-02** (Effektive Einkörper Problem).

**Concept CM-1-02-01** (Aufbau Streuexperiment).

**Definition CM-1-02-02** (Beschreibung vor Streuung: -Geschwindigkeit und Energie der Teilchen - Homo Teilchenstromdichte des Teilchenstrahls - Stoßparameter).

**Definition CM-1-02-03** (Beschreibung nach Streuung: - Raumwinkel u Zählrate (Detektor) - Zählrate als Teilchenstrom - Differenzieller Wirkungsquerschnitt - Totaler Wirkungsquerschnitt).

**Concept CM-1-02-04** (Differenzieller und totaler Wirkungsquerschnitt).

**Concept CM-1-02-05** (Gesamtzahl gestreuter Teilchen \ Zeiteinh = tot WQS \* Teilchenstromdichte).

**Concept CM-1-02-06** (Totale WQS als effektive Querschnittfläche, die das Potential der Projektile bietet).

**Example CM-1-02-07** (Streuung an harter Kugel).

**Remark CM-1-02-08** (Definitionen unabhängig von Klassische / QM).

**Remark CM-1-03-01** (Berechnung des WQS unter Annahmen: 1) Streuung im Rahmen der CM beschreibbar 2) Elastische Streuung (kein Ener.Austausch zw. Projektil u Target 3) Streuung am Zentralpotential (Zw. Proj und Targ wirkende Potential hängt nur von Betrag Abstand ab).

**Example CM-1-03-02** (Trajektorie des Projektils für repulsives Potential).

**Concept CM-1-03-03** (Zusammenhang zwischen Streuwinkel und Restwinkel  $/\phi_{inf}$ ).

**Concept CM-1-03-04** (Streuwinkel und differentieller WQS hängen für ein Zentralpotential nur von Streuparameter und Energie ab).

**Proposition CM-1-03-05** (Darstellung des Streuparameters als Funktion von Streuwinkel und Energie).

**Proposition CM-1-03-06** (Darstellung des Drehimpulses durch Streuparameter und Energie (Erhaltungssätze)).

**Concept CM-1-03-07** (Bilanzgleichung für Streuung).

**Proposition CM-1-03-08** (Darstellung von differentieller WQS durch Streuparameter und Energie).

**Example CM-1-03-09** (Rutherfordscher Wirkungsquerschnitt).

**Remark CM-1-03-10** (Anmerkungen).

**Concept CM-1-04-02** (Zusammenhang zwischen Streuwinkel in effektivem 1KP und Streuwinkel des Projektils im 2KP).

**Concept CM-1-04-03** (Messung des Wirkungsquerschnitts vom Laborsystem aus: Experimentelle Größe ist Streuwinkel des Projektils).

**Concept CM-1-04-04** (Streuprozess im CM-System).

**Proposition CM-1-04-05** (Herleitung des Zusammenhangs zwischen Streuwinkel des Projektils im Laborsystem und Streuwinkel im effektiven 1KP).

**Concept CM-1-04-06** (Formel für Beziehung zwischen Streuwinkel des Projektils in Laborsystem und Streuwinkel in eff. 1KP).

**Concept CM-1-04-07** (Grenzfälle der Beziehung zwischen Streuwinkel).

**Proposition CM-1-04-08** (Umrechnung von differentiellem Wirkungsquerschnitt im CMS in Laborsystem).

**Concept CM-1-04-09** (Formel für Beziehung zwischen diff. WQS im CMS und Laborsystem).

**Concept CM-1-04-10** (Grenzfälle der Beziehung zwischen diff. WQS).

**Concept CM-1-05-01** (2-Körper Problem mit konservativen Zentralkräften).

**Concept CM-1-05-02** (Reduktion of effektives 1-Körper Problem).

**Definition CM-1-05-03** (Gesamtenergie in reduzierte 1-Körper Problem).

**Definition CM-1-05-04** (Explizite Formel für Bahnkurve on Polarkoordinaten).

**Concept CM-1-05-05** (Qualitative Beschreibung der Bewegung durch Graph des effektiven Potentials).

**Concept CM-1-05-06** (Streuung als ungebundene Bewegung im 2KP).

**Remark CM-1-07-01** (Atwood-Pendel).

**Remark CM-1-07-02** (Totale Wirkungsquerschnitt für feste Kugel).

**Remark CM-1-07-03** (Relation  $L = \frac{s}{2\mu E}$  in 2-Körper Systemen).

**Remark CM-1-07-04** (Allgemeine Herleitung des tot. WQS in reduzierten 1-Körper Systemen).

**Definition EFT1-1-02-01** (Lokale triviale Faserung mit typischen Fasern auf Mfk).

**Definition EFT1-1-02-02** (Vektorraumbündel).

**Example EFT1-1-02-03** (Projektion von Kreuzprodukt ist eine lokal triviale Faserung).

**Example EFT1-1-02-04** (Tangentialbündel mit differenzierbarer Struktur ist Vektorraumbündel).

**Example EFT1-1-02-05** (Vektorraumbündel zu  $S^1$ ).

**Example EFT1-1-02-06** (Lokale triviale Faserung über  $S^1$ ).

**Definition EFT1-1-02-07** (Lokale triviale Faserung als Tripel von Totalraum, Basisraum, Bündelprojektion mit typischen Fasern).

**Definition EFT1-1-02-08** (Reale Fasern in lokal trivialen Faserungen).

**Definition EFT1-1-02-09** (Bündelkarten für offene Teilmengen der Basis).

**Definition EFT1-1-02-10** (Bündelatlas für lokale triviale Faserungen).

**Definition EFT1-1-02-11** (Faserkarte am Punkt x im Basisraum).

**Definition EFT1-1-02-12** (Bündelkartenwechsel zwischen Bündelkarten).

**Definition EFT1-1-02-13** (G-Faserbündel mit Liegruppen als Strukturgruppen).

**Definition EFT1-1-02-14** (Prinzipalbündel / Hauptfaserbündel).

**Remark EFT1-1-02-15** (Beziehung zwischen Vektorraumbündeln und GL-Faserbündeln).

**Definition EFT1-1-02-16** ((Differenzierbare) (Lokale) Schnitte in lokal trivialen Faserungen).

**Definition EFT1-1-02-17** (Raum der differenzierbaren lokalen Schnitte).

**Example EFT1-1-02-18** (Raum der diff. lokalen Schnitte in Kreuzprodukten).



**Example EFT1-1-02-19** (Raum der diff. Lokalen Schnitte im Tangentialbündel).

**Example EFT1-1-02-20** (Jedes Vektorraumbündel hat einen lokalen Schnitt  $x$  auf  $O_x$  in  $E_x$ ).

**Example EFT1-1-02-21** (Im Tangentialbündel existiert kein diff. Schnitt, der nirgends verschwindet).

**Example EFT1-1-02-22** ( $S^1$  auf  $S^1$ ,  $z$  auf  $z^2$  gibt es keinen Schnitt).

**Remark EFT1-1-02-23** (Raum der diff Schnitte in Vektorraumbündeln ist der Vektorraum von glatten Abbildungen auf  $M$ ).

**Remark EFT1-1-02-24** (Für Bündelkarten in Vektorraumbündeln existieren  $k$  lokale Schnitte, die an jeder Stelle eine Basis der realen Faser bilden).

**Remark EFT1-1-02-25** ( $k$  lokale Schnitte, die bei Punkt eine Basis der Faser bilden, induzieren eine Bündelkarte).

**Remark EFT1-1-02-26** (Bündelkarten in  $G$ -Prinzipalbündeln induzieren lokale Schnitte).

**Remark EFT1-1-02-27** (Präbündel mit Strukturgruppe  $G$  zu Liegruppe  $G$ , Mfk, (disj) Vereinigung von punktweise Mfk und Projektion).

**Proposition EFT1-1-02-28** (Für Präbündel  $(E, \pi, M)$  existiert auf  $E$  genau eine Topologie und differenzierbare Struktur, sodass  $(E, \pi, M)$  ein Faserbündel mit Strukturgruppe  $G$  wird und Präbündelkarten Bündelkarten werden).

**Example EFT1-1-02-29** (Bündelstruktur von Tangentialbündel als Ergebnis der Konstruktion von Präbündeln).

**Example EFT1-1-02-30** (Präbündel zum  $GL$ -Prinzipalbündel).

**Example EFT1-1-02-31** (Präbündel zum  $O(n)$ -Prinzipalbündel für Riemannische Mfk).

**Corollar EFT1-1-02-32** (Direkte Summe von Vektorraumbündeln ergeben Prävektorraumbündel).

**Example EFT1-1-02-33** (Hom-Raum für Homomorphismen zwischen Vektorraumbündeln sind Vektorraumbündel).

**Example EFT1-1-02-34** (Mult).

**Example EFT1-1-02-35** (Sym).

**Example EFT1-1-02-36** (Alt).

**Definition EFT1-1-02-37** (Bündelmetrik auf Totalraum ist ein Schnitt in  $Sym^2(E)$ , sodass  $g$  pw. positiv definit).

**Example EFT1-1-02-38** (Riemannische Metrik als Bündelmetrik im Tangentialbündel).

**Example EFT1-1-02-39** ( $\Gamma(Alt^k(TM))$ ).

**Definition EFT1-1-02-40** (Vektorraumbündel vom endlichen Typ).

**Example EFT1-1-02-41** (Tangentialbündel von  $S^n$  ist von endlichem Typ).

**Definition EFT1-1-02-43** (Bündelisomorphismus).

**Definition EFT1-1-02-44** (Trivialisierung von Totalraum).

**Definition EFT1-1-02-45** (Vektorraumbündelabbildung über diff. Abbildungen zwischen Vektorraumbündeln).

**Definition EFT1-1-02-46** (Vektorraumbündelisomorphismus).

**Example EFT1-1-02-47** (Differential von glatten Abbildungen zw. Tangentialbündel von Mfk ist eine Vektorraumbündelabbildung über glatte Abbildung  $f$ ).

**Definition EFT1-1-02-48** (Induzierte Bündel durch Abbildungen).

**Proposition EFT1-1-02-49** (Schnitte in induzierten Bündeln längs  $f$ ).

**Example EFT1-1-02-50** (Menge der Vektorfelder längs Kurven).

**Example EFT1-1-02-51** (Vektorraumbündel bzgl Grassmann-Mfk).

**Remark EFT1-1-02-52** (Bündelabbildungen bzgl induzierte Bündel).

**Corollar EFT1-1-02-53** (Homotope Abbildungen in Faserbündel induzieren isomorphe Bündel).

**Definition EFT1-1-02-54** (Induzierte Bündel bei Einbettungen von UnterMfk).

**Definition EFT1-1-02-55** (Untervektorraumbündel).

**Remark EFT1-1-02-56** (Untervektorraumbündel sind Vektorraumbündel).

**Remark EFT1-1-02-57** (Quotienten-Räume bzgl Untervektorraumbündel sind Vektorraumbündel).

**Remark EFT1-1-02-58** (Untervektorraumbündel bzgl Bündelmetrik).

**Remark EFT1-1-02-59** (Tangentialbündel von UnterMfk sind Untervektorraumbündel).

**Remark EFT1-1-02-60** (Normalenbündel von UnterMfk).

**Proposition EFT1-1-02-61** (Rang-Satz für Vektorraumhomomorphismen: Konstanter Rang impliziert ker und im sind Untervektorraumbündel).

**Corollar EFT1-1-02-62** (Charakterisierung von Vektorraumbündeln von endlichem Typ).

**Definition EFT1-1-02-63** (Reduktionen von Faserbündeln mit Strukturgruppe bzgl abgeschlossener Untergruppe).

**Example EFT1-1-02-64** (Charakterisierung von orientierten Mfk).

**Proposition EFT1-1-02-65** (Ehresmannscher Faserungssatz: Totalräume mit eigentlich regulären Abbildungen in zusammenhängenden Basisraum implizieren eine lokale triviale Faserung).

**Definition EFT1-1-02-66** (TEST 4).

**Definition EFT1-1-02-67** (TEST 5).

**Definition EFT1-1-02-68** (TEST 6).

**Definition GPDE-1-02-01** (Allgemeine Differentialoperator).

**Definition GPDE-1-02-02** (Affin linear in k-ter Komponente).

**Definition GPDE-1-02-03** (Lineare Operator k-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-04** (Semilineare Operator k-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-05** (Quasilineare Operator k-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-06** (Voll nichtlineare Operator k-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-07** (Lineare Operator 2-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-08** (Elliptischer linearer Operator 3-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-09** (Parabolischer linearer Operator 2-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-10** (Strikt linearer Operator 2-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-11** (Uniform linearer Operator 2-ter Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-12** (Partieller Differentialoperator 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-13** (Elliptischer partieller Differentialoperator 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-14** (Strikt elliptischer Differentialoperator 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-15** (Uniform elliptischer Differentialoperator 2. Ordnung).

**Example GPDE-1-02-16** (Lineare elliptische Differentialoperatoren).

**Example GPDE-1-02-17** (Korrsp. Operator der Monge-Ampère Gleichung ist elliptisch für strikt konvexe Funktionen).

**Example GPDE-1-02-18** (Korrespondierender Operator zur Mittlere Krümmungs Gleichung ist uniform elliptisch).

**Definition GPDE-1-02-19** (Parabolischer partieller Differentialoperator 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-20** (Strikt parabolischer Differentialoperator 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-02-21** (Uniform parabolischer Differentialoperator 2. Ordnung).

**Example GPDE-1-02-22** (Korresp. Operator zur Mittleren Krümmungsfluss Gleichung ist uniform parabolisch).

**Concept GPDE-1-02-23** (Linearisierung von Differentialoperatoren).

**Concept GPDE-1-02-24** (Definition des allg. Partiellen Differentialoperators 2. Ordnung).

**Definition GPDE-1-03-01** ( $L_p$ -Raum).

**Definition GPDE-1-03-02** (Lokal Hölder Stetig mit Exponent).

**Definition GPDE-1-03-03** (Hölder Stetig mit Exponent).

**Definition GPDE-1-03-04** (Lipschitz Stetig).

**Definition GPDE-1-03-05** ( $C_k$  Differenzierbar mit (lokal) Hölder Stetigen  $k$ -ten Ableitungen).

**Remark GPDE-1-06-01** (Was ist ein schw. MP?).

**Definition GPDE-1-06-02** (Parabolischer Rand).

**Theorem GPDE-1-06-03** (Parabolisches schwaches Maximum Prinzip).

**Corollar GPDE-1-06-04** (Eindeutigkeit von Lösungen von parabolischen Differentialoperatoren).

**Theorem GPDE-1-06-05** (Elliptisches schwaches Maximumsprinzip).

**Corollar GPDE-1-06-06** (Eindeutigkeit von Lösungen von elliptischen Differentialoperatoren).

**Remark GPDE-1-07-01** (Motivation Starke Maximum Prinzipien).

**Lemma GPDE-1-07-02** (Propagation von Positivität).

**Theorem GPDE-1-07-03** (Parabolisches starkes Maximum Prinzip).

**Theorem GPDE-1-07-04** (Elliptisches starkes Maximum Prinzip).

**Lemma GPDE-1-08-01** (Parabolisches Hopf-Lemma für Rand-Punkte).

**Lemma GPDE-1-08-02** (Elliptisches Hopf-Lemma für Rand-Punkte).

**Definition GPDE-1-08-03** (Interior Ball Kondition an offene Mengen).

**Corollar GPDE-1-08-04** (Eindeutigkeit für Neumann Probleme für elliptische Operatoren auf Mengen mit Interior Ball Kondition).

**Theorem GPDE-1-09-01** (Elliptisches Vergleichsprinzip).

**Theorem GPDE-1-09-02** (Parabolisches Vergleichsprinzip).

**Definition HA-1-01-01** (Kategorie).

**Example HA-1-01-02** (Exa Kategorien).

**Definition HA-1-01-03** (Unterkategorie).

**Definition HA-1-01-04** (Volle Unterkategorie).

**Example HA-1-01-05** (Exa Volle Unterkategorie).

**Definition HA-1-01-06** (Funktor).

**Example HA-1-01-07** (Hom-Funktor).

**Definition HA-1-01-08** (Sequenz in Kategorie).

**Definition HA-1-01-09** (Diagramm in Katagorie).

**Definition HA-1-01-10** (Weg in Kategorie).

**Definition HA-1-01-11** (Gelabelter Weg).

**Definition HA-1-01-12** (Einfacher Weg).

**Definition HA-1-01-13** (Kommutatives Diagramm).

**Definition HA-1-01-14** (Kontravariante Funktoren).

**Definition HA-1-01-15** (Isopmorphie in Kategorie).

**Definition HA-1-01-16** (Natürliche Transformation).

**Definition HA-1-01-17** (Natürlicher Isomorphismus).

**Definition HA-1-01-18** (Komposition von Natürlichen Transformationen).

**Definition HA-1-01-19** ((Kleine) Funktorenkategorie).

**Example HA-1-01-20** (Exa Kleine Funktorenkategorie: Diag / Seq).

**Definition HA-1-01-21** (Komplex und Ketten-Abbildung).

**Study HA-1-01-22** (3 Grundbegriffe: Kat, Funk, naat Trafo).

**Study HA-1-01-23** (Von (kleinen) Funktorkategorien zur Kategorie der Komplexe in der Kategroei der Abelschen Gruppen).

**Definition HA-1-02-01** (Links/Rechts Moduln).

**Definition HA-1-02-02** (Abelsche Gruppe).

**Definition HA-1-02-04** (Kern / Im / CoKern für R-Hom).

**Theorem HA-1-02-05** (ISO-Sätze).

**Definition HA-1-02-06** (Freie R-Moduln).

**Definition HA-1-02-07** (Freie Abelsche Gruppe).

**Definition HA-1-04-01** (Additive Kategorie).

**Definition HA-1-04-02** (Additiver Funktor von additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-03** (Direkte Summe in additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-04** (Monomorphismen in Kategorien).

**Definition HA-1-04-05** (Epimorphismen in Kategorien).

**Definition HA-1-04-06** (Monics / Epics in additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-07** (Ker / Coker in additiven Kategorien).

**Proposition HA-1-04-08** (Beziehung Monic / Epic und ker / cokern in additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-09** (Subgadget von Objekten in additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-10** (Quotienten-Objekt in additiven Kategorien).

**Definition HA-1-04-11** (Abelsche Kategorie).

**Example HA-1-04-12** (Exa abelsche Kategorie: (Volle Unterkategorien von) Abelsche Gruppen).

**Definition HA-1-04-13** (Exakte Kategorie).

**Example HA-1-04-14** (Exa Exakte Kategorie).

**Remark HA-1-04-15** (Exaktheit in abelschen Kategorien durch Subobjekt in Gadgets).

**Definition HA-1-04-16** (Abelsche Unterkategorie).

**Proposition HA-1-04-17** (Funktorkategorie zu abelschen Kategorie ist abelsch).

**Definition HA-1-04-18** (Projektive Objekte in abelschen Kategorien).

**Definition HA-1-04-19** (Injektive Objekte in abelschen Kategorien).

**Study HA-1-04-20** (Herleitung abelscher Kategorien und additiver Funktoren als allg. Rahmen für Komplexe in abelschen Kategorien).

**Remark HA-1-05-01** (Exakte Sequenzen sind Komplexe).

**Remark HA-1-05-02** (Kurze Exakte Sequenzen zu Komplexen erweitern).

**Definition HA-1-05-03** (Sequenzen von Objekte).

**Definition HA-1-05-04** (Positive / Negative Komplexe).

**Definition HA-1-05-05** (Ketten / Zyklen / Ränder in Komplexen).

**Definition HA-1-05-06** (n-te Homologie in Komplexen).

**Remark HA-1-05-07** (Homologie als Abweichung von Exaktheit eines Komplexes).

**Example HA-1-05-08** (Fundamentale Exakte Sequenzen für Komplexe: Zyklen Ränder und Homologie).

**Proposition HA-1-05-09** (n-te Homologie ist additiver Funktor).

**Remark HA-1-05-10** (PROOF: n-te Homologie ist additiver Funktor).

**Theorem HA-1-05-11** (Zu kurzen exakte Sequenz  $(K, KAbb)$  in abel. Kategorie der Komplexe existiert ein Zusammenhangs-Homomorphismus).

**Remark HA-1-05-12** (PROOF: Zu kurzen exakte Sequenz  $(K, KAbb)$  in abel. Kategorie der Komplexe existiert ein Zusammenhangs-Homomorphismus).

**Theorem HA-1-05-13** (Kurze Exakte Sequenz in Kategorie der Komplexe induziert lange exakte Homologie-Sequenz).

**Remark HA-1-05-14** (PROOF: Kurze Exakte Sequenz in Kategorie der Komplexe induziert lange exakte Homologie-Sequenz).

**Theorem HA-1-05-15** (Zusammenhangs-Homomorphismus zu kurzen exakten Sequenzen in Kategorie der Komplexe ist natürlich).

**Remark HA-1-05-16** (PROOF: Zusammenhangs-Homomorphismus zu kurzen exakten Sequenzen in Kategorie der Komplexe ist natürlich).

**Definition HA-1-05-17** (Arrow Kategorie).

**Remark HA-1-05-18** (Interpretation des Zusammenhangs-Homomorphismus).

**Definition HA-1-05-19** (Grad einer Abbildung zwischen Komplexen).

**Example HA-1-05-20** (Exa Grad einer Abbildung zwischen Komplexen).

**Definition HA-1-05-21** (Homotope Ketten Abbildungen (Null-Homotopie)).

**Proposition HA-1-05-22** (Homotope Ketten Abbildungen induzieren gleiche Homologie Abbildungen).

**Remark HA-1-05-23** (PROOF: Homotope Ketten Abbildungen induzieren gleiche Homologie Abbildungen).

**Definition HA-1-05-24** (Kontrahierbare Komplexe).

**Proposition HA-1-05-25** (Kontrahierbare Komplexe sind azyklisch).

**Study HA-1-05-26** (Einführung der Homologie-Funktoren).

**Study HA-1-05-27** ((Natürlicher) Zusammenhangs-Homomorphismus).

**Study HA-1-05-28** (Interpretation des Zusammenhangs-Isomorphismus via Arrow Kategorie).

**Study HA-1-05-29** (Was ist die Singuläre Homologie Theorie).

**Definition HA-1-06-01** (Komplex in abelschen Kategorien).

**Definition HA-1-06-02** (Ketten Abbildung zwischen Komplexen in abelschen Kategorien).

**Definition HA-1-06-03** (Kategorie der Komplexe in abelschen Kategorien).

**Definition HA-1-06-04** (Unterkomplex in abelschen Kategorien).

**Proposition HA-1-06-05** (Kategorie der Komplexe abelsch, falls Kategorie abelsch).

**Remark HA-1-06-06** (PROOF: Kategorie der Komplexe abelsch, falls Kategorie abelsch).

**Definition HA-1-06-07** (Isomorphie in Kategorie der Komplexe).

**Definition HA-1-06-08** (Direkte Summe von Komplexen).

**Definition HA-1-06-09** (Exaktheit von Sequenze von Komplexen und Ketten Abbildungen).

**Definition HA-1-06-10** (Kurze Exakte Sequenzen von Komplexen und Ketten Abbildungen).

**Definition HA-1-06-11** (Quotienten Komplex).

**Proposition HA-1-06-12** (Kettenabbildung in Quotienten Komplex durch natürliche Abbildung).

**Study HA-1-06-13** (Basics der allg. Komplexe in abelschen Kategorien und die Kategorie der Komplexe).

**Lemma HA-1-07-01** (Basics für Exaktheit von Sequenzen).

**Lemma HA-1-07-02** (Kurze Exakte Sequenzen Basics).

**Lemma HA-1-07-03** (Links/Rechts Vervollständigung von 03 – 03 Komm Exa).

**Lemma HA-1-07-04** (5-Lemma).

**Lemma HA-1-07-05** (030–030 vert. ISO: oben exa  $\Leftrightarrow$  unten exa).



**Lemma HA-1-07-06** ( $3 \times 3$  Lemma).

**Lemma HA-1-07-07** (Schlagstock Lemma).

**Lemma HA-1-07-08** (Schlangen Lemma).

**Definition HA-1-10-01** (Splitting Basics).

**Lemma HA-1-10-02** (Splitting Cases).

**Definition HA-1-12-01** (Eilenberg-Stenrod Axiom).

**Concept QM-1-02-01** (Plancksche Wirkungsquantum für Energie-Kreisfrequenz und Impuls-Wellenvektor).

**Definition QM-1-03-01** (Ebene (kompl) Welle).

**Definition QM-1-03-02** (Wellenpaket).

**Example QM-1-03-03** (Überlagerung zweier Wellen).

**Definition QM-1-03-04** (Gruppengeschwindigkeit).

**Concept QM-1-03-05** (Gruppengeschwindigkeit = Mechanische Geschwindigkeit der zugeordneten Teilchen).

**Definition QM-1-03-06** (Phasengeschwindigkeit einer Welle).

**Definition QM-1-03-07** (Allgemeine Wellenpaket).

**Example QM-1-03-08** (Gaußsche Wellenpaket in 1D).

**Definition QM-1-03-09** (Breite des Wellenpakets im Ort-Raum).

**Definition QM-1-03-10** (Breite des Gauß'schen Wellenpakets im k-Raum).

**Concept QM-1-03-11** (Unschärfe-Relation für 1D Gaußsche Wellenpaket zw. Impuls und Ort).

**Concept QM-1-03-12** (Born-Interpretation).

**Definition QM-1-05-01** (Ebene Wellen mit Plankschem Wirkungsquantum).

**Definition QM-1-05-02** (Ebene Wellen mit Plankschem Wirkungsquantum zu nicht-relativistischem Teilchen).

**Concept QM-1-05-03** (Schrödinger Gleichung für nicht-relativistisches Teilchen).

**Definition QM-1-05-04** (Schrödinger Gleichung).

**Remark QM-1-05-05** (Linearität und Superposition der Schrödinger Gleichung).

**Concept QM-1-05-06** (Herleitung der freien Schrödinger Gleichung durch Korrespondenzprinzip).

**Concept QM-1-06-01** (Energie eines klassischen Teilchen in Potential).

**Concept QM-1-06-02** (Verallgemeinerte Schrödinger-Gleichung mit Potential).

**Remark QM-1-06-03** (Plausibilitätsbetrachtung für allg. Version der Schrödingergleichung).

**Definition QM-1-07-01** (Matrix-Operator).

**Example QM-1-07-02** (EXA Matrix-Operatoren).

**Definition QM-1-07-03** (Linearer Operator).

**Remark QM-1-07-04** (Komplexe Konjugation ist antilinear).

**Definition QM-1-07-05** (Kommutator).

**Definition QM-1-07-06** (Skalarprodukt).

**Definition QM-1-08-01** (Ortsoperator als lin. Multiplikationsoperator).

**Definition QM-1-08-02** (Impulsoperator als lin. Differentialoperator).

**Definition QM-1-08-03** (Schrödinger Operator).

**Remark QM-1-08-04** (Linearität des Schrödinger Operator).

**Remark QM-1-08-05** (Darstellung des Schrödinger Operators durch Orts und Impulsoperator).

**Remark QM-1-08-06** (Vertauschungsrelation zwischen Orts und Impulsoperator).

**Remark QM-1-08-07** (Schrödinger Operator als Hamilton Operator).

**Concept QM-1-08-08** (Korrespondenzprinzip zw. Klassischer Mechanik und Quantenmechanik bzgl Ort und Impuls).

**Definition QM-1-08-09** (Poisson Klammer).

**Definition QM-1-10-01** (Wahrscheinlichkeitsdichte für die Anwesenheit eines Teilchens in einem Gebiet zu einer Wellenfunktion).

**Remark QM-1-10-02** (Normierung der Wahrscheinlichkeitsdichte).

**Example QM-1-10-03** (Normierung von Gauß-Wellenpaket in 3D zu  $t = 0$ ).

**Remark QM-1-11-01** (Normierung invariant unter zeitlicher Entwicklung).

**Definition QM-1-11-02** (W-keits-Stromdichte zu einer Wellenfunktion).

**Concept QM-1-11-03** (Kontinuitätsgleichung für W-keits-Stromdichte).

**Remark QM-1-11-04** (Reelle Wellenfunktionen können keinen Strom transportieren).

**Concept QM-1-11-05** (Kontinuitätsgleichung impliziert Normierungs-Erhaltung).

**Example QM-1-11-06** (Gaußsche Wellenpaket in 3D: W-keitsdichte wird mit Gruppengeschwindigkeit transportiert).

**Remark QM-1-11-07** (Reelle Faktoren tragen nicht zur Stromdichte bei Stromdichte = Geschwindigkeit \* Teilchendichte gilt allg).

**Example QM-1-12-01** (W-keitsdichte und Stromdichte für ebene Welle: Erfüllt Kontinuitätsgleichung, aber nicht normierbar).

**Definition QM-1-12-02** (Fourier-Integral: Fouriertrafo und Inverse Fouriertrafo von Lösungen der (allg) Schrödingergleichung in Ortsvariable).

**Remark QM-1-12-03** (Fourier-Trafo von Lösung der Schrödinger Gleichung in Normierungsbedingung).

**Concept QM-1-12-04** (Interpre: Betrag der Inversen Fourier-Trafo als W-keitsdichte im Impulsraum).

**Definition QM-1-13-01** (Erwartungswert eine Größe).

**Concept QM-1-13-02** (Erwartungswert der Ortskoordinate).

**Concept QM-1-13-03** (Erwartungswert des Impulsoperators im Impulsraum).

**Concept QM-1-13-04** (Erwartungswert des Impulsoperators im Ortsraum).

**Remark QM-1-13-05** (Basisdarstellungen im Funktionenraum).

**Definition QM-1-13-06** (Mittlere Schwankungsquadrat / Varianz einer Größe).

**Concept QM-1-13-07** (Heisenberg'sche Unschärfe-Relation).

**Concept QM-1-14-01** (Doppelspaltexperiment).

**Concept QM-1-14-02** (Wellen-Bild und Abstände der Inferenz-Maxima).

**Concept QM-1-14-03** (Ein-Teilchen Inferenz).

**Definition QM-1-16-01** (Hermitisch konjugierter Operator).

**Proposition QM-1-16-02** ( $((A * \psi)^* = \psi^* A^{HK})$ ).

**Concept QM-1-16-03** (Anwendung von Hermitische Konjugation auf Schrödinger Gleichung).

**Definition QM-1-16-04** (Selbst-adjungierte Operatoren).

**Concept QM-1-16-05** (Hermitesche Konjugierte Schrödinger Gleichung).

**Concept QM-1-17-01** (Zeitliche Entwicklung des Erwartungswertes).

**Concept QM-1-17-02** (Ehrenfest-Theorem, falls Operator  $A$  zusätzlich von Zeit abhängt).

**Concept QM-1-18-01** (Anwendung von Ehrenfest-Theorem auf Impuls- und Orts-Operator für Teilchen in Zeit-unabhängigem Potential).

**Concept QM-1-18-02** (Erwartungswert von Operatoren gehorcht den klassischen Bewegungsgleichungen (Verträglich mit Korrespondenzprinzip)).

**Concept QM-1-22-01** (Separation der Variablen für Schrödinger Gleichung mit zeitunabhängigem Potential).

**Concept QM-1-22-02** (Stationäre Schrödinger Gleichung als Eigenwertgleichung).

**Definition QM-1-22-03** (Eigenwerte und Eigenfunktionen).

**Concept QM-1-22-04** (Lineare Superposition von Lösungen der Schrödinger Gleichung mit zeitunabh. Potential).

**Definition QM-1-22-05** (Eigenwert-Spektrum).

**Concept QM-1-22-06** (Überlagerungen von orthonormierten Eigenfunktionen sind Lösungen).

**Example QM-1-22-07** (Eigenfunktionen des Impulsoperators).

**Concept QM-1-23-01** (Eindimensionale, zeitunabhängige Potential (Heaviside) und zugehörige zeitunabhängige Schrödinger Gleichung).

**Remark QM-1-23-02** (Einfluss von Diskontinuitäten auf Wellenfunktion).

**Remark QM-1-23-03** (Randbedingungen).

**Remark QM-1-24-01** (Für konstante Potentiale wird die stationäre Schrödingergleichung durch ebene Wellen gelöst).

**Concept QM-1-24-02** (Case:  $E > V$ : Eigenenergie des Zustandes  $>$  Potential).

**Concept QM-1-24-03** (Superposition von einlaufende und reflektierte Welle für  $x \leq 0$ ).

**Concept QM-1-24-04** (Teilchenfluss (W-keits-Stromdichte) der Superposition).

**Concept QM-1-24-05** (Transmitierte Welle für  $x \geq 0$ ).

**Concept QM-1-24-06** (Stetigkeitsbedingungen an Lösung).

**Concept QM-1-24-07** (Teilchenstromerhaltung: W-keits-Teilchenstromdichte ist stetig bei  $x = 0$ ).

**Concept QM-1-24-08** (Unterschied zur CM: Bei  $E > V$  wird an der Potentialstufe ein Bruchteil des Elektrons reflektiert).

**Remark QM-1-25-01** (Case:  $E < V$ : Eigenenergie des Zustandes  $<$  Potential).

**Concept QM-1-25-02** (Allg. Lösung für  $x \leq 0$ ).

**Concept QM-1-25-03** (Allg. Lösung für  $x \geq 0$ ).

**Concept QM-1-25-04** (Normierbarkeit von  $u$ :  $u$  bei 0 beschränkt:  $B_2 = 0$ ).

**Concept QM-1-25-05** (Stetigkeitsbedingungen an Lösung für  $E < V$  bei  $x = 0$ ).

**Concept QM-1-25-06** (W-keits-Stromdichte konstant 0: Stehende Wellen transportieren keine Teilchen).

**Concept QM-1-25-07** (Unterschied zur CM: Bei  $E < V$  dringt ein Bruchteil des Teilchens auch in das verbotene Gebiet  $x > 0$ , klassisch exponentieller Abfall mit Eindringtiefe).

**Remark QM-1-31-01** (Deltadistributionen).

**Remark QM-1-31-02** (Gaus-Approximation der Deltadistribution).

**Remark QM-1-31-03** (Lorentz-Approximation der Deltadistribution).

**Remark QM-1-31-04** (Fouriertransformation der Lorentz-Funktion).

**Remark QM-1-31-05** (Quantenmechanischer Drehimpuls - Komponenten durch Korrespondenz - Kommutator Relationen zwischen Komponenten - Relationen für Kommutator -  $L^2, L_i$  kommutieren Maximale Menge von kommutierenden (Drehimpuls) Operatoren).

**Remark QM-1-31-06** (Hamiltonian mit komplexem Potential - Kontinuitätsgleichung für komplexe Potential - Evolution-Gleichung für totale Wahrscheinlichkeit - Darstellung von totaler W-keit für  $W=w$  reell - Totale W-keit für  $W = 0$  - Totale W-keit für  $W = w \neq 0$ ; Interpretation).

**Concept QMS-1-02-01** (Beziehung zw. Ket-Zustands in Hilbertraum und Wellenfunktion).

**Definition QMS-1-02-02** (Raum Translation).

**Definition QMS-1-02-03** (Symmetrie Transformation).

**Definition QMS-1-02-04** (Darstellung der Raum Translationen durch Raum Translation Operator).

**Concept QMS-1-02-05** (Raum Translation symmetrisch, dann Wahrscheinlichkeit konstant).

**Proposition QMS-1-02-06** (Gleichheit der Norm von Wellenfunktion und räumlich transformierter Wellenfunktion, lässt vermuten, dass RT-Operator unitär).

**Proposition QMS-1-02-07** (Exponential Darstellung des RT-Operator durch Taylor-Entwicklung von räumlich translierter Wellenfunktion).

**Proposition QMS-1-02-08** (RT-Operator (Exp-Darstellung) ist unitär).

**Concept QMS-1-02-09** (Hamilton-Operator invariant unter räumlicher Translation).

**Concept QMS-1-02-10** (Lösung von Schrödinger Gleichung invariant unter räumlicher Translation).

**Concept QMS-1-02-11** (RT-Operator und Hamilton-Operator kommutieren impliziert Symmetrie von RT-Operator).

**Definition RG-1-02-01** (n-dimensionale Untermannigfaltigkeit des euklidischen Raumes).

**Example RG-1-02-02** (n-Sphäre).

**Example RG-1-02-03** (Hyperboloid).

**Example RG-1-02-04** (n-Torus).

**Example RG-1-02-05** ( $SO(n)$ ).

**Proposition RG-1-02-06** (Charakterisierungen von Untermannigfaltigkeiten im euklidischen Raum).

**Remark RG-1-02-07** (Anmerkungen).

**Definition RG-1-03-01** (Atlas auf topologischen Hausdorff-Räumen).

**Definition RG-1-03-02** (Äquivalente Atlanten).

**Remark RG-1-03-03** (Beispiel für nicht äquivalente Atlanten).

**Definition RG-1-03-04** (Glatte Mannigfaltigkeit).

**Definition RG-1-03-05** (Orientierte Mannigfaltigkeiten).

**Definition RG-1-03-06** (Untermannigfaltigkeit einer Mannigfaltigkeit).

**Example RG-1-03-07** (n-Torus als Mfk).

**Example RG-1-03-08** (n-Sphäre als Mfk).

**Example RG-1-03-09** (Hyperboloid als Mfk).

**Example RG-1-03-10** (Reelle projektiver Raum als Mfk).

**Example RG-1-03-11** (Komplexe projektive Raum als Mfk).

**Example RG-1-03-12** (Möbiusband als Mfk).

**Remark RG-1-03-13** (Quotienten-Räume als Mfk als Motivation für verallg. Mfk-Begriff).

**Definition RG-1-03-14** (TEST).

**Definition RG-1-03-15** (TEST 2).

**Definition RG-1-03-16** (TEST 3).

**Definition RG-1-04-01** (Glatte Abbildung zwischen Mfk).

**Definition RG-1-04-02** (Immersion / Submersion von Mfk).

**Definition RG-1-04-03** (Einbettung von Mfk).

**Definition RG-1-04-04** (Diffeomorphismus von Mfk).

**Definition RG-1-04-05** (Tangentialvektor: Äquivalenzklassen von Kurven).

**Definition RG-1-04-06** (Tangentenvektoren: Keime).

**Definition RG-1-04-07** (Tangentenvektoren: Paare von Koordinatensysteme um  $p$  und Vektor).

**Remark RG-1-04-08** (Konstruktion des Tangentialraums).

**Definition RG-1-04-09** (Tangentialbündel).

**Proposition RG-1-04-10** (Tangentialbündel ist  $2n$ -dimensional Mfk).

**Definition RG-1-04-11** (Vektorfeld als glatter Schnitt in Tangentialbündel).

**Remark RG-1-04-12** (Darstellung von Vektorfeldern durch partielle Ableitungen (Tangentenvektoren)).

**Definition RG-1-04-13** (Vektorfeld als Abbildung von glatten Funktionen auf Mfk).

**Definition RG-1-04-14** (Lieklammer von Vektorfeldern (ergibt Vektorfelder)).

**Remark RG-1-04-15** (Lieklammer: Jacobi-Identität Schiefsymmetrisch Nicht linear über  $\mathbb{R}$ ).

**Definition RG-1-04-16** (Differential von glatten Abbildungen).

**Definition RG-1-05-01** (Finsler-Metrik auf Mfk).

**Definition RG-1-05-02** (Länge von Kurven auf Mfk).

**Definition RG-1-05-03** (Riemannische Metrik auf Mfk).

**Remark RG-1-05-04** (Pseudo-Riemannische Metrik auf Mfk).

**Remark RG-1-05-05** (Lokale Beschreibung von Riemannischer Metrik).

**Definition RG-1-05-06** (Abzählbare Mfk im Unendlichen).

**Remark RG-1-05-07** (Relevanz der Abzählbarkeit im Unendlichen 1) Existenz von Verfeinerungen (lokal endlich) für offene Überdeckungen 2) Zerlegung der Eins).

**Proposition RG-1-05-08** (Jede Mfk besitzt eine Riemannische Metrik).

**Example RG-1-05-09** ( $\mathbb{R}^2$  in Polarkoordinaten).

**Definition RG-1-05-10** ((Lokale) Isometrie von RMfk).

**Definition RG-1-05-11** (Isometrische Einbettung von RMfk).

**Example RG-1-05-12** (Untermannigfaltigkeit mit induzierter Metrik).

**Remark RG-1-05-13** (Kompakte Mfk lassen sich in Euklidischen Raum einbetten).

**Remark RG-1-05-14** (Unterscheidung zw. Innerer und äußerer Geometrie: Eigenschaften der Mfk vs der Einbettung).

**Example RG-1-05-15** (Rotationsfläche).

**Example RG-1-05-16** (Hyperbolischer Raum).

**Example RG-1-05-17** (Poincaremodell des hyperbolischen Raumes).

**Definition RG-1-05-18** (Riemannisches Produkt).

**Example RG-1-05-19** ( $\mathbb{R} \times \mathbb{S}^n$ ).

**Example RG-1-05-20** (Flacher Torus).

**Proposition RG-1-05-21** (Charakterisierung der Isometrien von flachen Tori).

**Example RG-1-05-22** (Kleinsche Flasche).

**Remark RG-1-07-01** (Ableitung von Vektorfeldern längs Vektorfeldern).

**Definition RG-1-07-02** (Zusammenhang auf Mfk).

**Theorem RG-1-07-03** (Fundamentaltheorem der Riemannischen Geometrie).

**Definition RG-1-07-04** (Koszulgleichung für Zusammenhänge).

**Definition RG-1-07-05** (Christoffelsymbole als Korrekturterme in lokalen Koordinaten).

**Remark RG-1-07-06** (Levi-Civita Zusammenhang  $D_X Y_p$  hängt nur von  $X_p$  ab).

**Lemma RG-1-07-07** (Formel für Christoffelsymbole aus Koszulgleichung).

**Example RG-1-07-08** (Christoffelsymbole für  $\mathbb{R}^n$  für euklidische Metrik).

**Example RG-1-07-09** (Christoffelsymbole für  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  und lokale Darstellung der Metrik zur Polarkoordinaten).

**Proposition RG-1-07-10** (Induzierter LC-Zusammenhang auf Untermannigfaltigkeiten von RMfk).



**Definition RG-1-08-01** (Vektorfelder längs Kurven).

**Proposition RG-1-08-02** (Kovariante Ableitungs-Operator längs Kurven induziert durch LC-Zusammenhang der RMfk (EE)).

**Proposition RG-1-08-03** (Kovariante Ableitung der Riemannischen Metrik längs Kurven).

**Definition RG-1-09-01** (Parallele Vektorfelder längs Kurven).

**Proposition RG-1-09-02** (Eind. Existenz von parallelen Vektorfelder für Anfangswert (Punkt,Tangentialvektor)).

**Definition RG-1-09-03** (Parallelverschiebung von Tangentialvektoren bzgl parallelen Vektorfeldern längs Kurven).

**Remark RG-1-09-04** (Abhängigkeit der Parallelverschiebung von Kurve).

**Proposition RG-1-09-05** (Parallelverschiebung ist Isometrie zwischen Tangentialräumen).

**Example RG-1-09-06** (Parallelverschiebung im euklidischen Raum).

**Example RG-1-09-07** (Parallelverschiebung auf  $S^n$ ).

**Remark RG-1-16-01** (n-Torus ist glatte Mfk).

**Example RG-1-16-02** ( $\mathbb{R}$  mit zwei 0 ist nicht Hausdorff).

**Example RG-1-16-03** (Lie-Klammer berechnen von Vektorfeldern).

**Remark RG-1-17-01** (Tangentialbündel ist glatte Mfk).

**Remark RG-1-17-02** (Differential und Untermannigfaltigkeit von regulären Werten).

**Remark RG-1-17-03** (Lorentz-Skalarprodukt ist eine Metrik).

**Remark RG-1-17-04** (Pullback-Metrik von Hyperbolischem Raum mit Lorentz-Metrik).

**Definition TOP1-1-02-01** (Standard-p-Simplex).

**Definition TOP1-1-02-02** (Singulärer-p-Simplex).

**Definition TOP1-1-02-03** (Singuläre-p-Kettengruppe).

**Definition TOP1-1-02-04** (Rand-Operator auf Singulären-p-Kettengruppen).

**Definition TOP1-1-02-05** (Definition der Singulären Homologie Abbildung und Singuläre Komplexe).

**Remark TOP1-1-02-06** (Inklusion' der Singulären Komplexe).

**Remark TOP1-1-02-07** (Problem: Ist die definierte Singuläre Homologie Abbildung eine Instanz einer Homologie Theorie?).

**Definition TOP1-1-04-01** (Affiner Singulärer Simplex).

**Definition TOP1-1-04-02** (Unterkategorie von Singulärer Komplex der Standard Simplex erzeugt durch affine singuläre Simplize).

**Definition TOP1-1-04-03** (Kegel Operator auf affine singuläre Simplize).

**Lemma TOP1-1-04-04** (Rand von Kegel eines affinen singulären Simplex).

**Definition TOP1-1-04-05** (Barycenter-Operator (Subdivision Operator) auf Unterkomplex der affinen singulären Simplize).

**Proposition TOP1-1-04-06** (Barycenter-Operator ist Kettenabbildung zwischen Subkomplexen der affinen singulären Simplize).

**Definition TOP1-1-04-07** (Homotopie-Operator von Subkomp  $p$  nach Subkomp  $p + 1$ ).

**Proposition TOP1-1-04-08** (Barycenter-Operator ist homotop zu Identität-K-Abb bzgl Homotopie-Operator).

**Definition TOP1-1-04-09** (Barycenter-Operator auf singulären Komplexen).

**Definition TOP1-1-04-10** (Homotopie-Operator auf singulären Komplexen).

**Theorem TOP1-1-04-11** (a) Operatoren sind Natürlich b) BC-Operator ist Ketten-Abbildung und homotop zu Identität bzgl H-Operator c) Verträglich mit Def auf Subkomplex der affinen sing. Simplize d) Abbildungen von sing Simplex im Bild des sing Simplex).

**Proposition TOP1-1-04-12** (Iterative Anwendung von BC-Operator ist kettenhomotop zur Identität bzgl Abbildung abhängig von H-Operator).

**Lemma TOP1-1-04-13** (Durchmesser Abschätzung für Simplize in Ketten der Barycenter Unterteilung von affinen Simplize).

**Corollar TOP1-1-04-14** (Durchmesser Abschätzung für affine Simplize in  $k$ -fach BC-unterteilten Identitäten von Standard-Simplizes).

**Proposition TOP1-1-04-15** ( $k$ -fach BC-ungeteilter singulärer Simplex ist  $U$ -klein).

**Definition TOP1-1-04-16** (Singulärer Subkomplexe erzeugt durch  $U$ -kleine singuläre Simplize und Homologiegruppen über offener Überdeckung).

**Proposition TOP1-1-04-17** (Homologie-Äquivalenz von normalen Homologiegruppen und Homologiegruppen über offenen Überdeckungen).

**Definition TOP1-1-04-18** (Singulärer Quotientenkomplex über offener Überdeckung).

**Theorem TOP1-1-04-19** (Ausschneidungssatz: Zu  $B \subset A \subset X$  induziert die Inklusion  $(X - B, A - B)$  in  $(X, A)$  einen Isomorphismus zw relativen Homologiegruppen  $(X, A)$  über  $\{A, X - B\}$  und relative Homologiegruppe  $(X, A)$ ).

**Theorem TOP1-1-04-20** (Ausschneidungsaxiom).

**Study TOP1-1-04-21** (Eigenschaften des Barycenter / Homotopie Operators).

**Definition TOP1-1-09-01** (Relative Homologie (QuotientenKomplexe)).

**Theorem TOP1-1-09-02** (Existenz von exakter sing. Homologie-Sequenz für  $(X, A)$ ).

**Theorem TOP1-1-09-03** (Kurze Exakte Sequenz von relative Singulären Komplexen induziert lange exakte relative Homologie-Sequenz).

**Corollar TOP1-1-09-04** (Splitting der Singulären Komplexe von  $(X, A)$  nach  $(X)$ ).

**Definition TOP1-1-09-05** (Relative Homologie (Relative Zyklen u Ränder)).

**Definition TOP1-1-09-06** (Relative Zyklen und Ränder).

**Proposition TOP1-1-09-07** (Definition der relativen Homologie sind isomorph).

**Definition TOP1-1-09-08** (Aumentierter singulärer Komplex).

**Definition TOP1-1-09-09** (Reduzierte Homologiegruppe).

**Proposition TOP1-1-09-10** (Reduzierte Homologiegruppen sind ISO zu punktierte Homologiegruppe für  $n \geq 0$ ).