Байесовский классификатор

Текстовые задачи

• Классификация текста

• Определение авторства

• Определение эмоциональной окраски текста

• Парсинг научных статей

Байесовская постановка задачи

$$y$$
 – класс, x - документ
$$P(y|x) = \frac{P(y)P(x|y)}{P(x)}$$

$$y_{MAP} = \arg\max_{y \in Y} P(y|\mathbf{x}) = \arg\max_{y \in Y} \frac{P(y)P(\mathbf{x}|y)}{P(\mathbf{x})} = \arg\max_{y \in Y} P(y)P(\mathbf{x}|y)$$

$$\arg\max_{y\in Y} P(y)P(x|y) = \arg\max_{y\in Y} P(x_1, x_2, \dots, x_n|y)P(y)$$

Наивное предположение (о независимости):

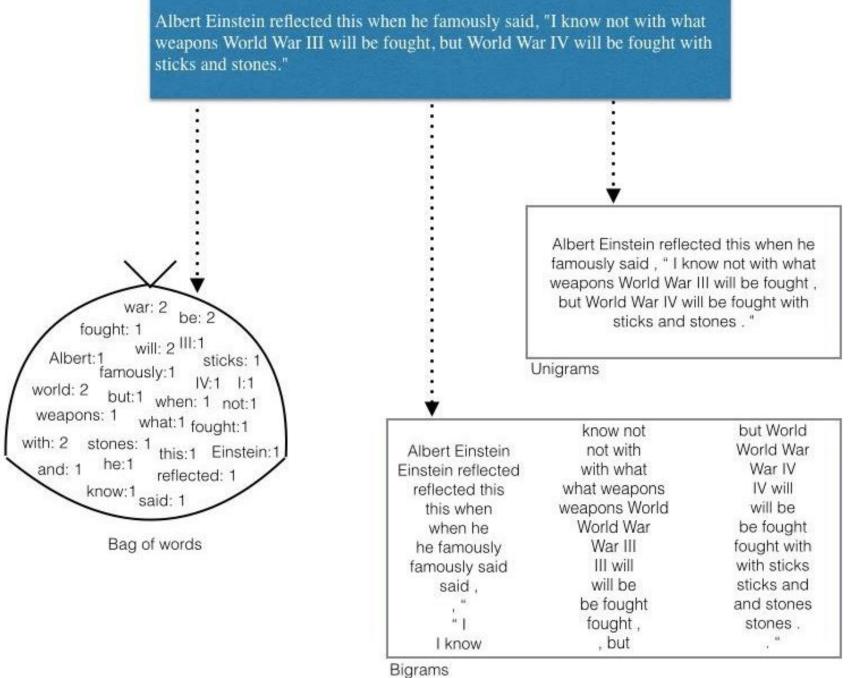
$$P(x_1, x_2, ..., x_n | y) = P(x_1 | y) P(x_2 | y) P(x_3 | y) ... P(x_n | y)$$

Bag-of-Words (BoW)

Важен только набор слов, не важен порядок.

 $x_1, x_2, ..., x_n$ - количества слов из словаря длины n в документе.

Словарь может быть как полный, так и ограниченный.



Наивный байесовский классификатор

$$P(x_1, x_2, ..., x_n | y) = P(x_1 | y) P(x_2 | y) P(x_3 | y) ... P(x_n | y)$$

$$y_{MAP} = \arg \max_{y \in Y} P(y)P(x|y)$$

$$y_{NB} = \arg \max_{y \in Y} P(y) \prod_{i} P(x_i|y)$$

Слова в документах

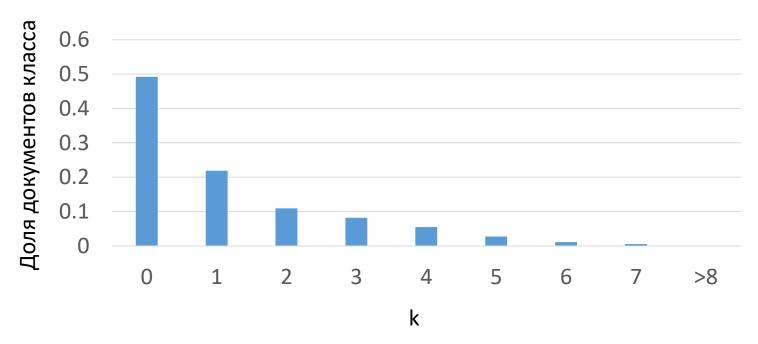
P(y) — частота класса y.

 $P(x_i|y)$ – вероятность значения признака x_i в классе y, например доля документов в классе, в которых определенное слово встречается k раз.

$$P(x_i|y) = \frac{count(x_i,y_j)}{count(x_i)}$$

Проблема – $count(x_i, y_i) = 0$

$$\widehat{P}(x_i|y) = \frac{count(x_i,y_j) + \alpha}{count(x_i) + \alpha K}$$



Обработка текста

• Уменьшение словаря:

- 35, 535, 17, 200000 → \$number
- (5+3), $\frac{1}{2}$ w^Tw + C \rightarrow \$formula
- Stemming приведение слова в инфинитивную форму (не всегда работает хорошо)

• Повышение веса:

- Слова в названии документа (гиперссылка, подписях к картинкам)
- Слова в предложениях, которые содержат слова из названия
- Первое предложение в каждом абзаце

Байесовский классификатор с другими признаками

Бернулли:

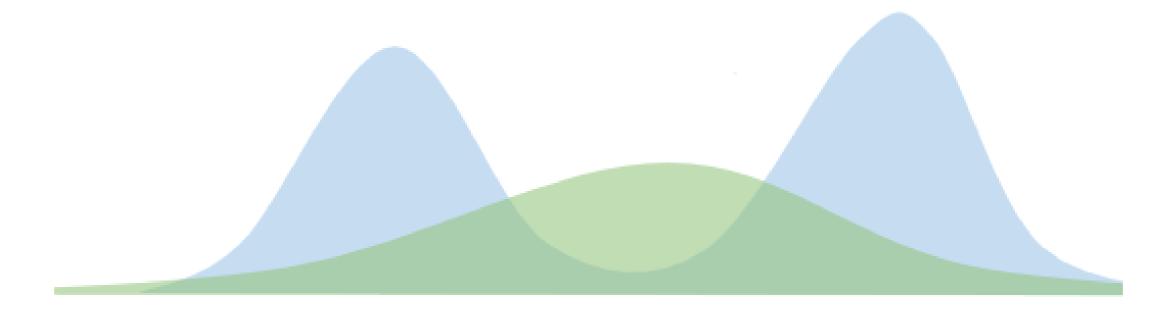
$$P(x_i|y) = P(x_i = 1|y)x_i + (1 - P(x_i = 1|y))(1 - x_i), \qquad x_i \in \{0,1\}$$

Распределение Гаусса:

$$p(x_i|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} e^{-\frac{(x_i - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}$$

Оценка распределения

Простой вариант (для домашки, например) — выборочное среднее и дисперсия для μ и σ .



Более сложный вариант – EM (Expectation-maximization) со смесью Гауссиан (Gaussian mixture).

Expectation-maximization (EM)

Смесь К Гауссиан задается параметрами:

 μ_k — вектор среднего, Σ_k — матрица ковариций α_k — "вес" гауссианы, вероятность того, что случайная точка принадлежит к Гауссиане k $\Sigma \alpha_k = 1$

Принадлежность объекта x_i к k-му распределению :

$$w_{ik} = p(\mu_k, \Sigma_k | \mathbf{x}_i) = \frac{p(\mathbf{x}_i | \mu_k, \Sigma_k) \cdot \alpha_k}{\sum_j p(\mathbf{x}_i | \mu_j, \Sigma_j) \cdot \alpha_j}$$

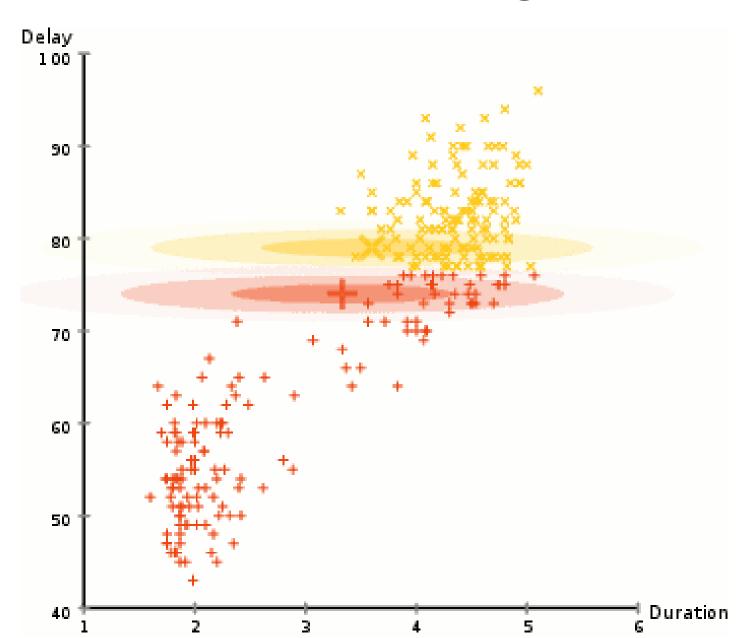
$$\alpha_k^{new} = \frac{\sum_{i=1}^N w_{ik}}{N} = \frac{N_k}{N}$$

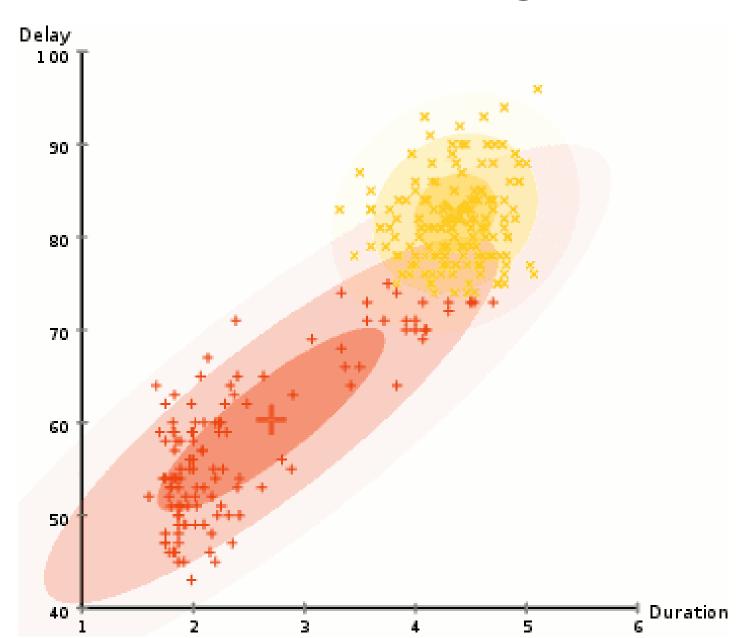
E-Step: считаем w_{ik}

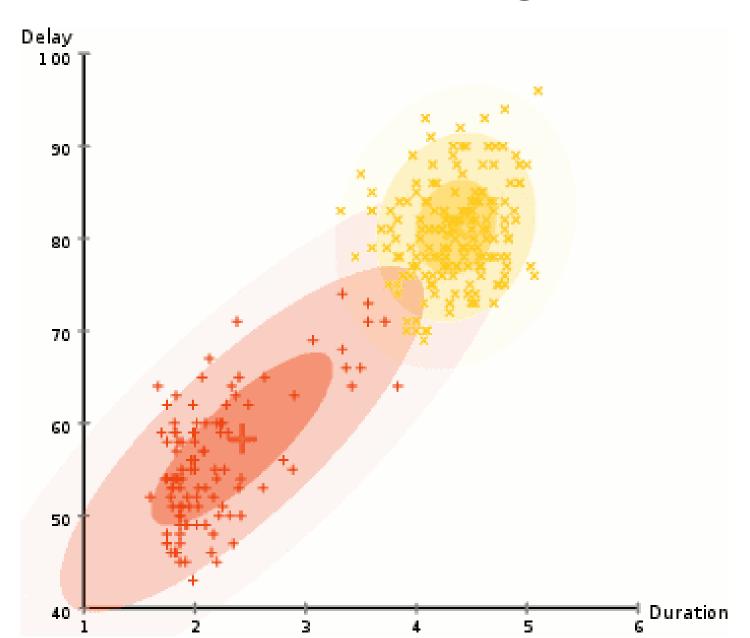
M-Step:

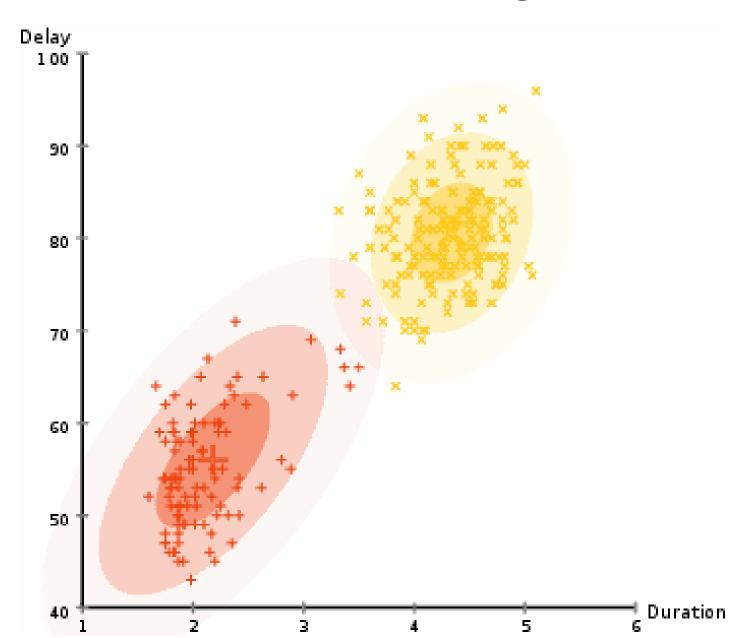
$$\mu_k^{new} = \left(\frac{1}{N_k}\right) \sum_{i=1}^N w_{ik} \cdot \mathbf{x}_i$$

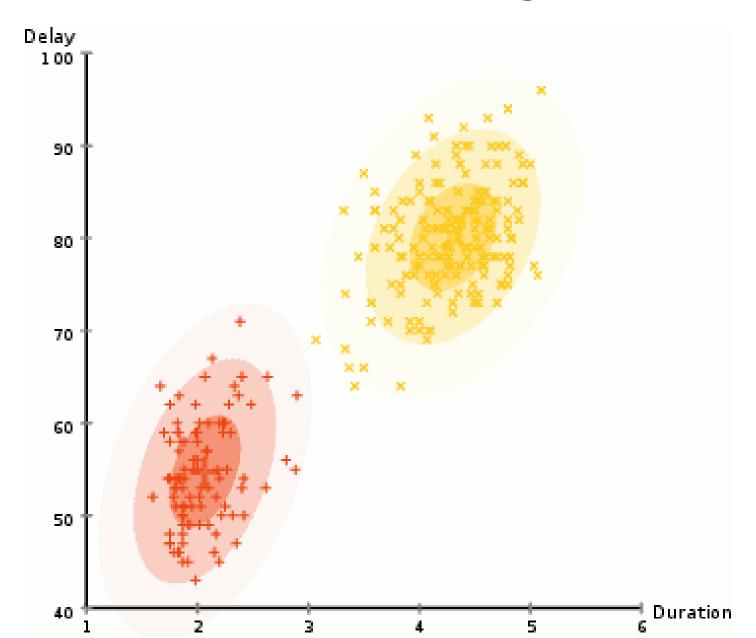
$$\Sigma_k^{new} = \left(\frac{1}{N_k}\right) \sum_{i=1}^N w_{ik} \cdot (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k^{new}) (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k^{new})^T$$

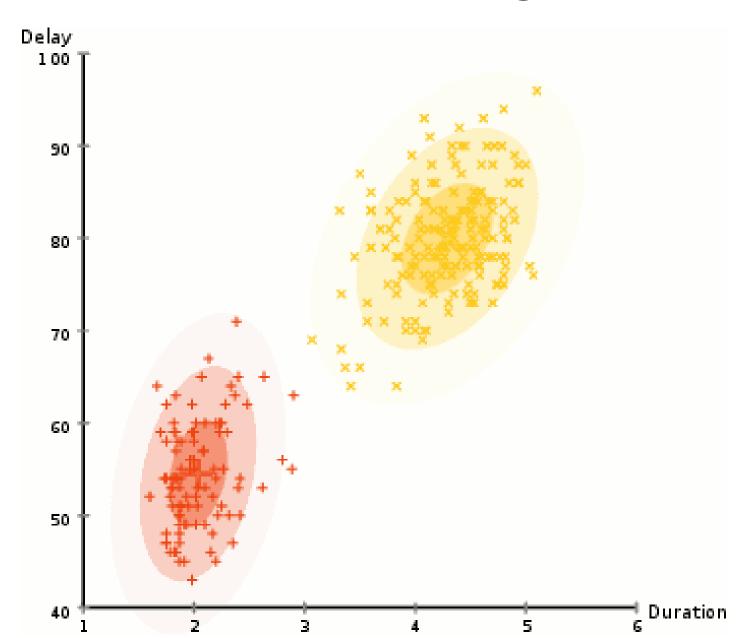












Naïve Bayes — отличный Baseline!