FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

Präsenzlösung 10 : P/T-Netze: T-Invarianten, Fallen & Siphons, Kantenkonstante Netze

Präsenzteil am 16./17. 12. – Abgabe am 06./07. 01. 2014

Präsenzaufgabe 10.1: Sei N ein P/T-Netz mit den Gewichtungen:

$$\widetilde{W}(p,t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \widetilde{W}(t,p) = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Zeigen Sie, dass $\mathbf{j} = (7,1,2)^{tr}$ eine T-Invariante ist!

   Lösung: Es ist:

   $$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

   Wir rechnen nach:

   $$\Delta \cdot \mathbf{j} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 7 + 3 \cdot 1 - 5 \cdot 2 \\ -1 \cdot 7 - 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Zeigen Sie, dass es eine in der Markierung $\mathbf{m}_0 = (7,4)^{tr}$ aktivierte Schaltfolge w gibt, deren Parikh-Bild $\Psi(w)$ identisch mit $\mathbf{j}^{tr}$ ist!

   Lösung: Die Schaltfolge $w = bca^7c$ erfüllt $\Psi(w) = (7,1,2) = j^{tr}$ und ist aktiviert:

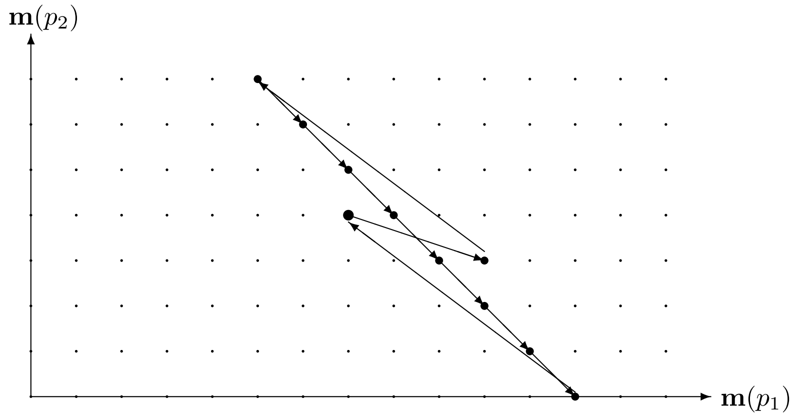
   $$(7,4) \xrightarrow{b} (10,3)^{tr} \xrightarrow{c} (5,7)^{tr} \xrightarrow{5a} (10,2)^{tr} \xrightarrow{2a} (12,0)^{tr} \xrightarrow{c} (7,4)^{tr}$$

3. Berechne die Nachfolgemarkierung, die durch Schalten von w aus $\mathbf{m}_0$ entsteht!

   Lösung: Da $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \Delta \cdot \Psi(w)$ gilt, folgt $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0$, denn $\Psi(w)$ ist eine T-Invariante und damit ist $\Delta \cdot \Psi(w) = \mathbf{0}$.

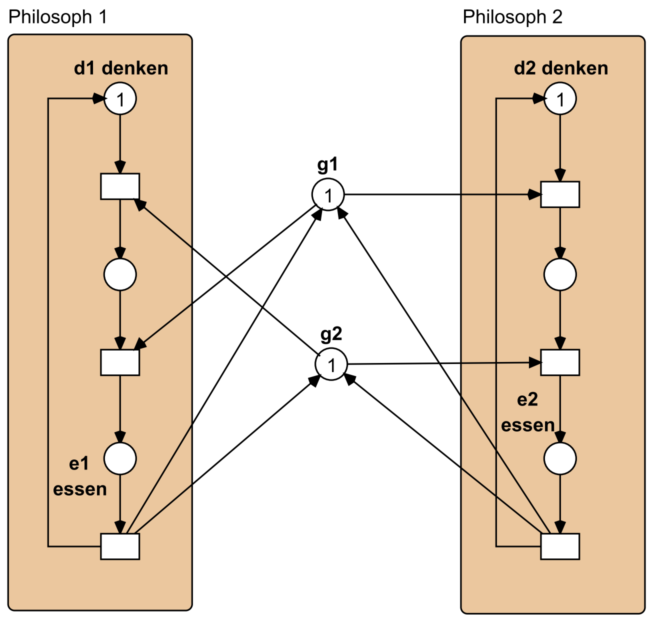
4. Da wir zwei Stellen haben, sind Markierungen Punkte im $\mathbb{N}^2$, die man auf Karopapier visualisieren kann. Zeichnen Sie für Ihre Lösung $w = t_1 \cdots t_n$ die Schaltfolge $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{t_1} \mathbf{m}_1 \cdots \xrightarrow{t_n} \mathbf{m}_n$ (d.h. Markierungen und Übergänge)!

   Lösung:

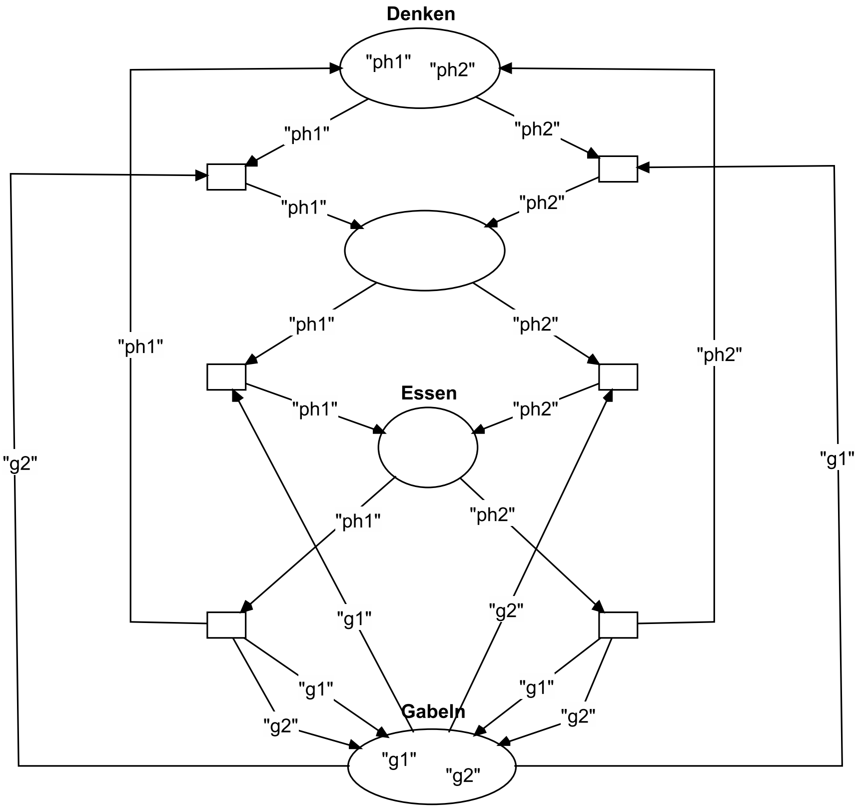


Präsenzaufgabe 10.2: Im Skript auf Seite 156 zeigt Abbildung 8.2 ein simples Beispiel, wie anhand einer Platzfaltung ein Petrinetz zu einem kantenkonstanten Netz erweitert werden kann. Netz $N_{10.2}$ zeigt eine Abwandlung des 5-Philosophen-Problems, welches auf zwei Philosophen beschränkt wurde. Bilden Sie aus Netz $N_{10.2}$ ein kantenkonstantes Netz.

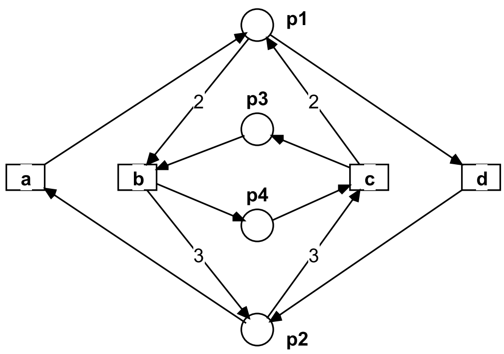
Netz $N_{10.2}$:



Lösung: Ein mögliches Ergebnis:



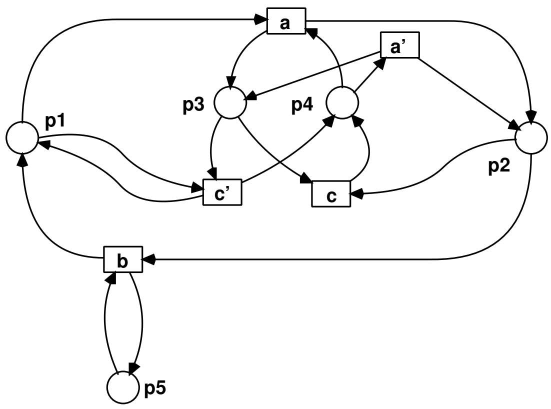
Übungsaufgabe 10.3: Gegeben ist das Netz $N_{10.3}$: ___ von 3



1. Bestimmen Sie die Menge aller T-Invarianten von $N_{10.3}$.
2. Einer der Invariantenvektoren lautet $\mathbf{j}_1 = (1,2,2,1)^{tr}$. Geben Sie eine Schaltfolge w mit passendem Parikh-Bild an und wählen Sie eine Anfangsmarkierung $\mathbf{m}$, so dass $\mathbf{m} \xrightarrow{w}$ gilt. Notieren Sie die Schaltfolge mit allen erreichten Zwischenmarkierungen $\mathbf{m} \xrightarrow{t_{k_1}} \mathbf{m}' \xrightarrow{t_{k_2}} \dots \xrightarrow{t_{k_n}} \mathbf{m}^{(n)}$.

Übungsaufgabe 10.4: Sei $N = (P, T, F, W, \mathbf{m}_0)$ ein reversibles P/T-Netz mit einer nicht-leeren Falle $A \subseteq P, A \neq \emptyset$ ohne isolierte Plätze: $\forall p \in A : {}^\bullet p \neq \emptyset \vee p^\bullet \neq \emptyset$. ___ von 6

1. Zeigen Sie Lemma 7.44 (allgemein, ohne Bezug zu obiger Eigenschaft): Wenn eine Falle A in $\mathbf{m}_0$ markiert ist, dann bleibt sie dies auch in allen von $\mathbf{m}_0$ aus erreichbaren Markierungen.
2. Zeigen Sie (unter Annahme obiger Eigenschaft): Wenn alle Transitionen in der Anfangsmarkierung potentiell aktivierbar sind, ist die Falle A in der Anfangsmarkierung markiert.
3. Gegeben das Netz $N_{10.4}$ (ohne Kantengewichte):



   Geben Sie für Netz $N_{10.4}$ alle Fallen an.

   Hinweis: Es gibt eine zweistellige Zahl an Fallen.
4. Geben Sie für $N_{10.4}$ eine Anfangsmarkierung $\mathbf{m}_0$ mit höchstens drei Marken an, in der alle Transitionen potentiell aktivierbar sind. Geben Sie zu jeder Transition t eine Schaltfolge σ_t an, mit der die Transition aktiviert werden kann: $\mathbf{m}_0 \xrightarrow{\sigma_t\ t}$.

Übungsaufgabe 10.5: In Präsenzaufgabe 10.2 wurde das Netz $N_{10.2}$ in ein kantenkonstantes Netz umgewandelt. Bilden Sie ein gefärbtes Netz aus diesem kantenkonstanten Netz, indem Sie eine Transitionsfaltung durchführen.

von
3

Bisher erreichbare Punktzahl: 115