

Wintersemester 2012/2013

## Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen

### Übung 3

Abgabe: 19.11.2012, 12 Uhr

#### Aufgabe 1: Quicksort

a)

Sortieren Sie die Sequenz  $[6, 21, 14, 19, 15, 18, 20]$  mit dem Quicksort-Algorithmus. Verwenden Sie dabei das Element an der rechten Indexgrenze als Pivotelement und geben Sie die Elemente des Arrays jeweils nach einer SWAP-Operation an.

(3 Punkte)

b)

Gegeben ist eine sortierte Liste  $L$  von  $n$  natürlichen Zahlen und eine weitere natürliche Zahl  $x$ . Gesucht wird ein Paar  $(a, b)$  von Elementen aus  $L$ , für das gilt:  $x = a + b$ .

Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der diese Aufgabe in  $\mathcal{O}(n)$  Schritten löst. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit Ihres Algorithmus.

(4 Punkte)

#### Aufgabe 2: Heapsort

a)

Wir betrachten erneut die gegebene Zahlenfolge  $[6, 21, 14, 19, 15, 18, 20]$ . Sortieren Sie diese mit dem Heapsort-Algorithmus. Geben Sie das Array nach jedem Aufruf der SWAP-Operation und nach jedem (jeweils darauf folgendem) Aufruf von MAXHEAPIFY an und markieren Sie den Heap-Bereich.

(3 Punkte)

b)

Geben Sie für das Array  $A = [8, 4, 12, 1, 3]$  alle möglichen Heaps in Arraydarstellung an.

(2 Punkte)

c)

Gegeben ist eine  $m \times n$  Matrix, für die gilt, dass die Einträge jeder Zeile von links nach rechts und die Einträge jeder Spalte von oben nach unten aufsteigend sortiert sind. Leere Einträge sind möglich und werden behandelt, als hätten sie den Wert  $\infty$ . Eine solche Matrix kann demnach  $r \leq mn$  endliche Zahlen enthalten.

1. Geben Sie nach dieser Definition eine  $4 \times 4$  Matrix an, welche die Elemente  $\{4, 5, 16, 5, 9, 8, 3, 14, 12, 9\}$  enthält.
2. Entwerfen Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der die Funktion EXTRACT-MIN für eine nicht leere  $m \times n$  Matrix implementiert. Die Laufzeit Ihres Algorithmus sollte in  $\mathcal{O}(m + n)$  liegen. Zeigen Sie, dass Ihr Algorithmus korrekt ist und in der geforderten Laufzeitklasse liegt.  
Hinweis: Denken Sie an MAX-HEAPIFY.

(4 Punkte)