FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

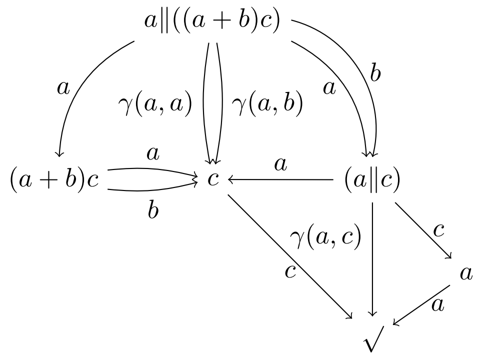
Musterlösung 13 : Prozeßalgebra: PAP, ACP und Rekursion

Präsenzteil am 20./21. 1. 2014 – Abgabe am 27./28. 1. 2014

Präsenzaufgabe 13.1:

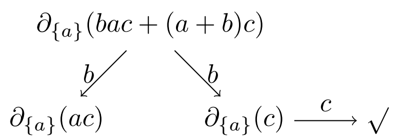
1. PAP: Geben Sie den Prozessgraphen von $a\|((a+b)c)$ an.

   Lösung:



2. ACP: Geben Sie den Prozessgraphen von $\partial_{\{a\}}(bac + (a+b)c)$ an.

   Lösung:



3. Seien a und b atomare Aktionen. Zeigen Sie mit Hilfe der PAP-Axiome $a\|b = b\|a$.

   Lösung: $a\|b =^{M1} a \lfloor\!\lfloor b + b \lfloor\!\lfloor a + a|b =^{LM2,CM5} ab + ba + \gamma(a,b) =^{A1,\gamma} ba + ab + \gamma(b,a) =^{LM2,CM5} b \lfloor\!\lfloor a + a \lfloor\!\lfloor b + b|a =^{M1} b\|a$

4. Angenommen wir hätten bereits folgendes gezeigt: Für alle PAP-Terme x, y und z gilt Kommutativität und Assoziativität:

$$\begin{array}{rcll} x\|y & = & y\|x & \text{(PC)} \\ x\|(y\|z) & = & (x\|y)\|z & \text{(PA)} \end{array}$$

   Zeigen Sie damit: $a\|(b\|(c\|d)) = d\|(c\|(b\|a))$ für atomare Aktionen a, b, c, d.

   Lösung: $a\|(b\|(c\|d)) =^{PC} (b\|(c\|d))\|a =^{PC} ((c\|d)\|b)\|a =^{PA} (c\|d)\|(b\|a) =^{PC} (d\|c)\|(b\|a) =^{PA} d\|(c\|(b\|a))$

5. Warum ist es (obgleich möglich) wenig sinnvoll, die letzte Äquivalenz mit Hilfe des Reduktionsverfahrens nachzuweisen? (Das Reduktionsverfahren wendet die zusätzlichen PAP-Axiome als Reduktion von links nach rechts an.)

Lösung: Das Reduktionsverfahren schreibt jede Parallelität in eine Alternative (d.h. Summe) von Sequenzen um. Um die Wahlmöglichkeiten nach jeder Aktion beizubehalten (Bisimilarität!), sind diese Summanden teilweise innerhalb von Sequenzen verschachtelt.

In dem vorliegenden Fall werden zum einen alle möglichen Sequentialisierungen von a, b, c, d betrachtet, die alleine schon $4! = 24$ ineinander verschachtelte Summanden ergeben (nach dem Schema $a \cdot (b \cdot (cd + dc) + c \cdot (bd + db) + d \cdot (bc + cb)) + b \cdot (\dots) + c \cdot (\dots) + d \cdot (\dots)$).

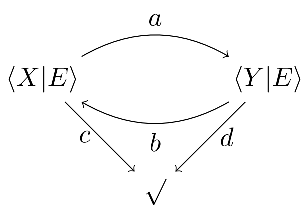
Hinzu kommen diverse (ebenfalls eingeschachtelte) Summanden, um alle $\binom{4}{2}$ paarweisen, alle $\binom{4}{3}$ dreifachen und die $\binom{4}{4}$ vierfachen Kommunikationen zu berücksichtigen, welche zusätzlich noch in unterschiedlichen Reihenfolgen mit den nicht-kommunizierenden Aktionen auftreten können.

Damit gilt für n Argumente in $a_1 \| (a_2 \| \cdots (a_{n-1} \| a_n) \cdots)$, dass wir deutlich mehr als $n! + \sum_{k=2}^{n} \binom{n}{k}$ Summanden haben, was ungefähr in der Größenordnung n^n liegt. Dies sind viel zu viele.

Präsenzaufgabe 13.2: Rekursive Spezifikation.

1. Skizzieren Sie den Prozessgraph für $\langle X|E \rangle$ für $E = \{X = aY + c, Y = bX + d\}$.

Lösung:



2. Beweisen Sie $\langle X|E \rangle \xrightarrow{a} \langle Y|E \rangle$.

Hinweis: Nutzen Sie die im Anhang aufgelisteten Transitionsregelbezeichner.

Lösung: Es gilt:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{}{a \xrightarrow{a} \surd}\; A_0, \sigma_1}{a\langle Y|E \rangle \xrightarrow{a} \langle Y|E \rangle}\; T_{\cdot}^{\surd}, \sigma_2}{a\langle Y|E \rangle + c \xrightarrow{a} \langle Y|E \rangle}\; T_{+R}, \sigma_3}{\langle X|E \rangle \xrightarrow{a} \langle Y|E \rangle}\; T_{\langle X|E \rangle}, \sigma_4$$

$$\sigma_1: \; v \mapsto a \qquad \sigma_2: \begin{array}{rcl} v & \mapsto & a, \\ x & \mapsto & a, \\ y & \mapsto & \langle Y|E \rangle \end{array} \qquad \sigma_3: \begin{array}{rcl} v & \mapsto & a, \\ x & \mapsto & a\langle Y|E \rangle, \\ x' & \mapsto & \langle Y|E \rangle, \\ y & \mapsto & c \end{array}$$

$$\sigma_4: \begin{array}{rcl} v & \mapsto & a, \\ t_X(\langle X|E \rangle, \langle Y|E \rangle) & = & a\langle Y|E \rangle + c \end{array}$$

3. Beweisen Sie $\langle Y|E \rangle \xrightarrow{d} \surd$.

Lösung: Es gilt:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{}{d \xrightarrow{d} \surd}\;A_0,\sigma_1}{b\langle X|E\rangle + d \xrightarrow{d} \surd}\;T^{\surd}_{+L},\sigma_2}{\langle Y|E\rangle \xrightarrow{d} \surd}\;T^{\surd}_{\langle Y|E\rangle},\sigma_3$$

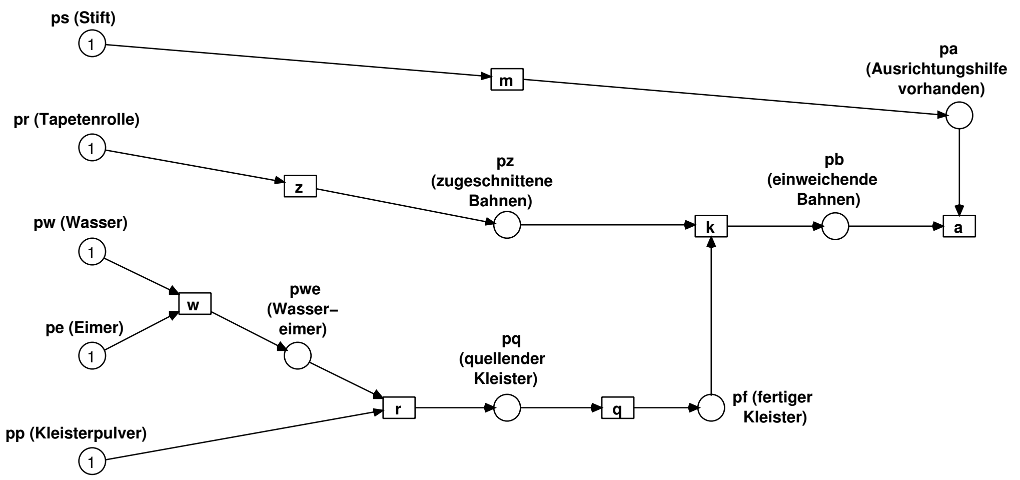
$$\sigma_1: \; v \mapsto d \qquad \sigma_2: \begin{array}{rcl} v & \mapsto & d, \\ x & \mapsto & b\langle X|E\rangle, \\ y & \mapsto & d \end{array} \qquad \sigma_3: \begin{array}{rcl} v & \mapsto & d, \\ t_Y(\langle X|E\rangle, \langle Y|E\rangle) & = & b\langle Y|E\rangle + d \end{array}$$

Bonusaufgabe 13.3: Das unten angegebene Netz modelliert das Anbringen einer Tapetenbahn, wobei den Transitionen die folgenden Bedeutungen zugewiesen sind:

von 6

m	Markierungen an der Wand anbringen
z	Tapete zuschneiden
w	Wasser in den Eimer einfüllen
r	Kleister anrühren
q	Kleister fertig quellen lassen
k	Tapetenbahn einweichen
a	Tapetenbahn anbringen

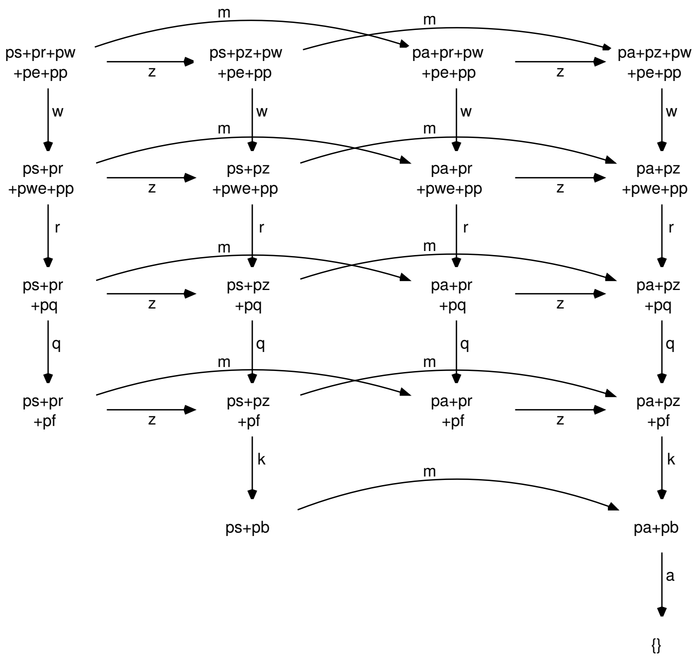
$N_{13.3}$ dargestellt:



1. Zeichnen Sie den Erreichbarkeitsgraphen des Netzes.

   Hinweise: Zur geometrischen Anordnung stellen Sie die Transitionen a, k, q, r, und w vertikal, die Transition z horizontal und die Transition m als horizontalen Bogen mit doppelter Länge dar. Nutzen Sie die Kurzbezeichner der Plätze in Summenschreibweise, um übersichtliche Markierungen zu erhalten.

   Lösung:



2. Konstruieren Sie einen Prozessterm, der verhaltensgleich zum Petrinetz ist. Als Bausteine des Prozessterms seien folgende Teilausdrücke entsprechend den „Strängen“ des Netzes gegeben:

$$\begin{aligned} t_1 &= m \cdot l \\ t_2 &= z \cdot b \cdot t \\ t_3 &= w \cdot r \cdot q \cdot v \end{aligned}$$

Die zugrunde liegende Aktionsmenge sei $T \cup \{t, l, b, v\}$, wobei den vier neuen Aktionen folgende Bedeutung zugeordnet sei:

t Tapetenbahn irgendwo anbringen
l irgendetwas an der Markierung anlegen
b Tapetenbahn mit irgendetwas bestreichen
v Kleister auf irgendetwas verstreichen

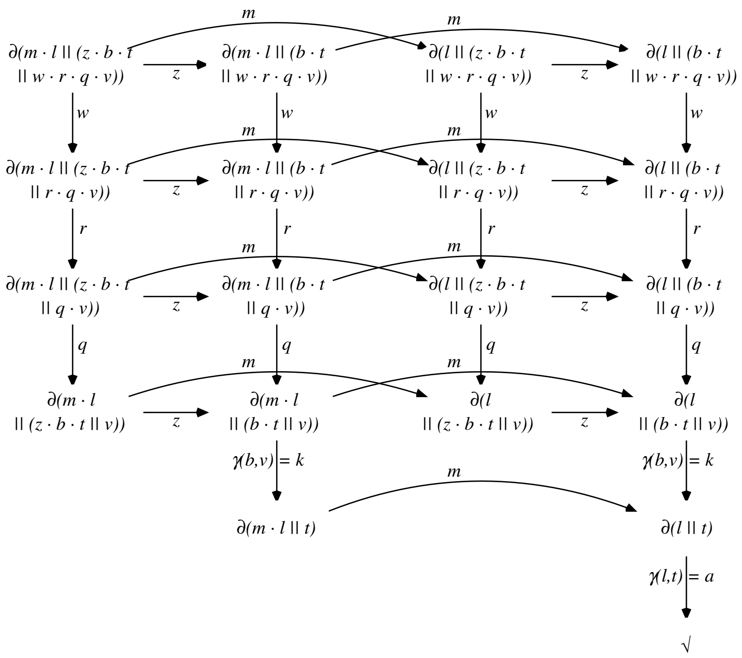
Setzen Sie diese Teilausdrücke mithilfe von Parallelkomposition zu einem Prozessterm t_4 zusammen. Definieren Sie eine geeignete Kommunikationsfunktion γ und setzen sie den Unterdrückungsoperator ∂ auf geeignete Weise ein, um zum gewünschten Verhalten zu kommen.

Lösung:

$$\begin{aligned} t_4 &= \partial_H(m \cdot l \| (z \cdot b \cdot t \| w \cdot r \cdot q \cdot v)) \\ \gamma(x,y) &= \begin{cases} a & \text{falls } (x = t \wedge y = l) \vee (x = l \wedge y = t) \\ k & \text{falls } (x = b \wedge y = v) \vee (x = v \wedge y = b) \\ \delta & \text{sonst.} \end{cases} \\ H &= \{t, l, b, v\} \end{aligned}$$

3. Konstruieren Sie den Prozessgraphen zu ihrem Prozessterm und prüfen Sie dessen Bisimilarität zum Erreichbarkeitsgraphen des Netzes.

Lösung:



(Anmerkung: Aus technischen Gründen fehlt im Bild der Index $_H$ am ∂-Operator in allen Prozesstermen.)

Da der Prozessgraph isomorph zum Erreichbarkeitsgraphen ist, gilt nach den Überlegungen aus Präsenzaufgabe 12.2 auch Bisimilarität.

Übungsaufgabe 13.4: Gegeben zwei Prozessterme nebst Kommunikationsfunktion und Unterdrückungsmenge:

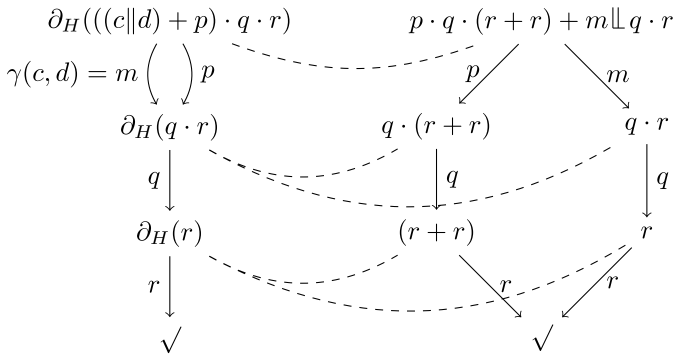
von
6

$$t_3 = \partial_H(((c \| d) + p) \cdot q \cdot r)$$
$$t_4 = p \cdot q \cdot (r + r) + m \llcorner\!\llcorner q \cdot r$$

$$\gamma: \begin{cases} \gamma(c,d) = \gamma(d,c) = m \\ \gamma(x,y) = \delta \text{ sonst} \end{cases}$$
$$H = \{c, d\}$$

1. Weisen Sie die Bisimilarität der Terme direkt nach, indem Sie die Prozessgraphen konstruieren und eine Bisimulationsrelation angeben.

Lösung:



2. Leiten Sie mittels Transitionsregeln die Übergänge $t_3 \xrightarrow{m} \partial_H(q \cdot r)$ sowie $t_4 \xrightarrow{m} q \cdot r$ her.
   Hinweis: Nutzen Sie die im Anhang aufgelisteten Transitionsregelbezeichner.

   Lösung:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{m \xrightarrow{m} \surd}\ A_0, \sigma_1}{m \lfloor\!\lfloor q \cdot r \xrightarrow{m} q \cdot r}\ T^{\surd}_{\lfloor\!\lfloor}, \sigma_2}{p \cdot q \cdot (r + r) + m \lfloor\!\lfloor q \cdot r \xrightarrow{m} q \cdot r}\ T_{+L}, \sigma_3$$

$$\sigma_1 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m \end{array} \qquad \sigma_2 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m, \\ x & \mapsto & m, \\ y & \mapsto & q \cdot r \end{array} \qquad \sigma_3 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m \\ x & \mapsto & q \cdot (r + r) \\ y & \mapsto & pm \lfloor\!\lfloor q \cdot r \\ y' & \mapsto & q \cdot r \end{array}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{c \xrightarrow{c} \surd}\ A_0, \sigma_4 \quad \dfrac{}{d \xrightarrow{d} \surd}\ A_0, \sigma_5}{c \| d \xrightarrow{m} \surd}\ T^{\surd\surd}_{\|\gamma}, \sigma_6}{((c \| d) + p) \xrightarrow{m} \surd}\ T^{\surd}_{+R}, \sigma_7}{((c \| d) + p) \cdot q \cdot r \xrightarrow{m} q \cdot r}\ T^{\surd}_{\cdot}, \sigma_8}{\partial_H(((c \| d) + p) \cdot q \cdot r) \xrightarrow{m} \partial_H(q \cdot r)}\ T_{\partial}, \sigma_9$$

$$\sigma_4 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c \end{array} \qquad \sigma_5 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & d \end{array}$$

$$\sigma_6 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c \\ w & \mapsto & d \\ x & \mapsto & c \\ y & \mapsto & d \\ \gamma(c, d) & = & m \end{array} \qquad \sigma_7 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m, \\ x & \mapsto & c \| d \\ y & \mapsto & p \end{array}$$

$$\sigma_8 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m, \\ x & \mapsto & ((c \| d) + p), \\ y & \mapsto & p \cdot q \end{array} \qquad \sigma_9 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & m, \\ x & \mapsto & ((c \| d) + p) \cdot p \cdot q, \\ x' & \mapsto & p \cdot q, \\ H & = & \{c, d\} \end{array}$$

3. Weisen Sie die Äquivalenz der Terme im ACP-Kalkül nach.

Lösung:

$$
\begin{aligned}
t_3 = \;& \partial_H(((c\|d)+p)\cdot q\cdot r)\\
\stackrel{D5}{=}\;& \partial_H((c\|d)+p)\cdot\partial_H(q\cdot r)\\
\stackrel{D4,D5}{=}\;& (\partial_H(c\|d)+\partial_H(p))\cdot\partial_H(q)\cdot\partial_H(r)\\
\stackrel{D1}{=}\;& (\partial_H(c\|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{M1}{=}\;& (\partial_H(c\mathbin{\lfloor\!\lfloor} d+d\mathbin{\lfloor\!\lfloor} c+c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{LM2}{=}\;& (\partial_H(c\cdot d+d\cdot c+c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{D4}{=}\;& (\partial_H(c\cdot d)+\partial_H(d\cdot c)+\partial_H(c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{D5}{=}\;& (\partial_H(c)\cdot\partial_H(d)+\partial_H(d)\cdot\partial_H(c)+\partial_H(c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{D2}{=}\;& (\delta\cdot\delta+\delta\cdot\delta+\partial_H(c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{A6,A7}{=}\;& (\partial_H(c|d)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{CM5}{=}\;& (\partial_H(\gamma(c,d))+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{\gamma}{=}\;& (\partial_H(m)+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{D1}{=}\;& (m+p)\cdot q\cdot r\\
\stackrel{A4}{=}\;& m\cdot q\cdot r+p\cdot q\cdot r\\
\stackrel{A1}{=}\;& p\cdot q\cdot r+m\cdot q\cdot r\\
\stackrel{A3}{=}\;& p\cdot q\cdot(r+r)+m\cdot q\cdot r\\
\stackrel{LM2}{=}\;& p\cdot q\cdot(r+r)+m\mathbin{\lfloor\!\lfloor} q\cdot r=t_4
\end{aligned}
$$

Bonusaufgabe 13.5: Die Umformungskette in Teilaufgabe 13.4.3 könnte deutlich kürzer ausfallen, wenn es Distributivitätsaxiome für Unterdrückung und Parallelität bzw. Leftmerge gäbe.

von
2

$$
\begin{aligned}
\partial_H(x\|y) &= \partial_H(x)\|\partial_H(y)\\
\partial_H(x\mathbin{\lfloor\!\lfloor} y) &= \partial_H(x)\mathbin{\lfloor\!\lfloor}\partial_H(y)
\end{aligned}
$$

Zeigen Sie, dass diese Axiome nicht gelten.

Lösung: Gegenbeispiel für Parallelität: Sei $x=a$, $y=b$, $H=\{a,b\}$ und $\gamma(a,b)=c$. Es ergeben sich folgende Äquivalenzen:

$$
\begin{aligned}
& \partial_H(a\|b)\\
\stackrel{M1}{=}\;& \partial_H((a\mathbin{\lfloor\!\lfloor} b)+(b\mathbin{\lfloor\!\lfloor} a)+(a|b))\\
\stackrel{LM2}{=}\;& \partial_H((a\cdot b)+(b\cdot a)+(a|b))\\
\stackrel{CM5}{=}\;& \partial_H((a\cdot b)+(b\cdot a)+\gamma(a,b))\\
\stackrel{D4}{=}\;& \partial_H(a\cdot b)+\partial_H(b\cdot a)+\partial_H(c)\\
\stackrel{D5}{=}\;& \partial_H(a)\cdot\partial_H(b)+\partial_H(b)\cdot\partial_H(a)+\partial_H(c)\\
\stackrel{D2,D3}{=}\;& \delta\cdot\delta+\delta\cdot\delta+c\\
\stackrel{A6,A7}{=}\;& c
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \partial_H(a)\|\partial_H(b)\\
\stackrel{D2}{=}\;& \delta\|\delta\\
\stackrel{M1}{=}\;& (\delta\mathbin{\lfloor\!\lfloor}\delta)+(\delta\mathbin{\lfloor\!\lfloor}\delta)+(\delta|\delta)\\
\stackrel{LM11,CM12}{=}\;& \delta+\delta+\delta\\
\stackrel{A6}{=}\;& \delta
\end{aligned}
$$

Dass $c\neq\delta$ gilt, ist offensichtlich.

Gegenbeispiel für Leftmerge: Sei $x = c \cdot a$, $y = b$, $H = \{a, b\}$ und $\gamma(a, b) = c$. Es ergeben sich folgende Äquivalenzen:

$$\begin{array}{rl} & \partial_H((c \cdot a) \mathbin{\|\!\!\lfloor} b) \\ \overset{LM3}{=} & \partial_H(c \cdot (a \| b)) \\ \overset{D5}{=} & \partial_H(c) \cdot \partial_H(a \| b) \\ \overset{D1}{=} & c \cdot \partial_H(a \| b) \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & \partial_H(c \cdot a) \mathbin{\|\!\!\lfloor} \partial_H(b) \\ \overset{D5}{=} & (\partial_H(c) \cdot \partial_H(a)) \mathbin{\|\!\!\lfloor} \partial_H(b) \\ \overset{D1}{=} & (c \cdot \partial_H(a)) \mathbin{\|\!\!\lfloor} \partial_H(b) \\ \overset{LM3}{=} & c \cdot (\partial_H(a) \| \partial_H(b)) \end{array}$$

Auf die einheitliche erste Aktion c folgen genau die im ersten Gegenbeispiel bereits als nicht-äquivalent bewiesenen Terme. Also sind auch die beiden Leftmerge-Terme nicht äquivalent.

Übungsaufgabe 13.6: Sei folgende rekursive Spezifikation E gegeben:

von
6

$$E : \left| \begin{array}{lcl} X & = & a \cdot Y + c \\ Y & = & X \cdot e + (b + d) \cdot Y \end{array} \right.$$

1. Skizzieren Sie den Prozessgraphen zu $t_5 = \langle X|E \rangle$.

   Lösung:

$$\begin{tikzcd} t_5 : \langle X|E \rangle \arrow[r, "a"] \arrow[d, "c"'] & \langle Y|E \rangle \arrow[r, "a"] \arrow[d, "c"'] \arrow[loop above, "{b, d}"] & \langle Y|E \rangle \cdot e \arrow[r, "a"] \arrow[d, "c"'] \arrow[loop above, "{b, d}"] & \langle Y|E \rangle \cdot e \cdot e \arrow[r, "a"] \arrow[d, "c"'] \arrow[loop above, "{b, d}"] & \cdots \\ \surd & e \arrow[l, "e"] & e \cdot e \arrow[l, "e"] & e \cdot e \cdot e \arrow[l, "e"] & \cdots \arrow[l, "e"] \end{tikzcd}$$

2. Ist E eine geschützte rekursive Spezifikation nach Def. 9.32?

   Lösung: Ja. Zwar genügt die zweite Gleichung nicht direkt der geforderten Form, da vor dem X keine Aktion steht, sie lässt sich aber in geschützte Form bringen:

$$\begin{array}{rcl} Y & = & X \cdot e + (b + d) \cdot Y \\ & =^X & (a \cdot Y + c) \cdot e + (b + d) \cdot Y \\ & =^{A4} & a \cdot Y \cdot e + c \cdot e + (b + d) \cdot Y \\ & =^{A4} & a \cdot Y \cdot e + c \cdot e + b \cdot Y + d \cdot Y \end{array}$$

   Der letzte Term genügt der vorgeschriebenen Form. Die Gleichung lässt sich wie folgt zerlegen:

   $a_1 = a,\ s_1(X, Y) = Y \cdot e,\ a_2 = c,\ s_2(X, Y) = e\ a_3 = b,\ s_3(X, Y) = Y,$
   $a_4 = d,\ s_4(X, Y) = Y$

3. Leiten Sie den Übergang $\langle Y|E \rangle \cdot e \xrightarrow{c} e \cdot e$ ab.

   Hinweis: Nutzen Sie die im Anhang aufgelisteten Transitionsregelbezeichner.

Lösung:

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{c \xrightarrow{c} \surd}\; A_0, \sigma_1}{a \cdot \langle Y|E\rangle + c \xrightarrow{c} \surd}\; T^{\surd}_{+L}, \sigma_2}{\langle X|E\rangle \xrightarrow{c} \surd}\; T_{\langle X|E\rangle}, \sigma_3}{\langle X|E\rangle \cdot e \xrightarrow{c} e}\; T^{\surd}_{\cdot}, \sigma_4}{\langle X|E\rangle \cdot e + (b+d) \cdot \langle Y|E\rangle \xrightarrow{c} e}\; T_{+R}, \sigma_5}{\langle Y|E\rangle \xrightarrow{c} e}\; T_{\langle Y|E\rangle}, \sigma_6}{\langle Y|E\rangle \cdot e \xrightarrow{c} e \cdot e}\; T_{\cdot}, \sigma_7
$$

$$
\sigma_1 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c \end{array} \qquad \sigma_2 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ x & \mapsto & a \cdot \langle Y|E\rangle, \\ y & \mapsto & c \end{array}
$$

$$
\sigma_3 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ t_X(\langle X|E\rangle, \langle Y|E\rangle) & = & a \cdot \langle Y|E\rangle + c \end{array}
$$

$$
\sigma_4 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ x & \mapsto & \langle X|E\rangle, \\ y & \mapsto & e \end{array} \qquad \sigma_5 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ x & \mapsto & \langle X|E\rangle \cdot e, \\ x' & \mapsto & e, \\ y & \mapsto & d \cdot \langle Y|E\rangle \end{array}
$$

$$
\sigma_6 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ y & \mapsto & e, \\ t_Y(\langle X|E\rangle, \langle Y|E\rangle) & = & \langle X|E\rangle \cdot e + (b+d) \cdot \langle Y|E\rangle \end{array}
$$

$$
\sigma_7 : \begin{array}{rcl} v & \mapsto & c, \\ x & \mapsto & \langle Y|E\rangle, \\ x' & \mapsto & e, \\ y & \mapsto & e \end{array}
$$

Bisher erreichbare Punktzahl: 151

Transitionsregelbezeichner

Nutzen Sie bei der Ableitung von Prozessgraph-Übergängen folgende Transitionsregelbezeichner:

Skript:	Regel	Regel	Kommentar
S. 161:	$T_{\|y}^{\surd}$	$T_{\|y}$	$x\|y$ (v aus x)
	$T_{x\|}^{\surd}$	$T_{x\|}$	$x\|y$ (v aus y)
	$T_{\|\gamma}^{\surd\surd}$	$T_{\|\gamma}^{\surd y}$	$x\|y$ ($\gamma(v,w)$)
	$T_{\|\gamma}^{x\surd}$	$T_{\|\gamma}$	
S. 161	$T_{⫫}^{\surd}$	$T_{⫫}$	$x ⫫ y$ (v aus x)
S. 162	$T_{\mid}^{\surd\surd}$	$T_{\mid}^{\surd y}$	$x\mid y$ ($\gamma(v,w)$)
	$T_{\mid}^{x\surd}$	$T_{\mid}$	
S. 163:	$T_{\partial}^{\surd}$	T_{∂}	$\partial_H(x)$ ($v \notin H$)
S. 167:	$T_{X_i}^{\surd}$ T_{X_i}		Rekursion (je Variable X_i ein Paar Transitionsregeln)