

Wintersemester 2012/2013  
Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen  
Übung 4  
Abgabe: 03.12.2012, 12 Uhr

## Aufgabe 1: Suchbäume

a)

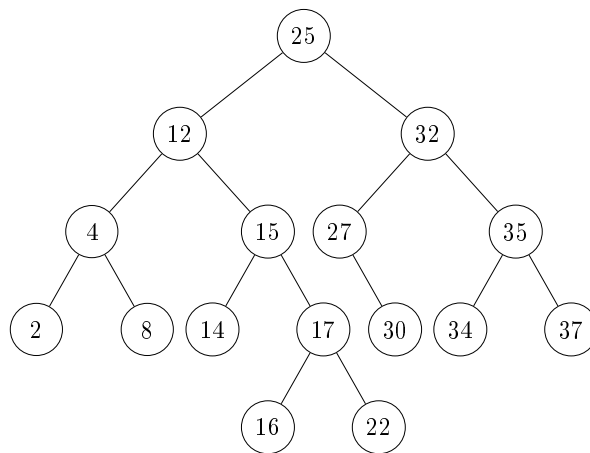
Gegeben sind die Zahlen  $[2, 8, 55, 13, 21, 3, 1, 5, 34]$ . Geben Sie eine Eingabereihenfolge an, welche einen Suchbaum produziert, der so unbalanciert wie möglich ist. Geben Sie dann eine Eingabereihenfolge an, welche einen möglichst balancierten Suchbaum erzeugt. Zeichnen Sie die beiden resultierenden Bäume.

Traversieren Sie die Knoten des balancierten Baumes jeweils in Preorder, Inorder und Postorder-Reihenfolge und geben sie die resultierenden Schlüsselwerte an.

(2 Punkte)

b)

Gegeben ist folgender Suchbaum. Löschen Sie nacheinander die Knoten 15 und 25 und zeichnen Sie den Suchbaum nach jeder Operation.



(1 Punkt)

**c)**

Sei  $d(x)$  die Anzahl der Kanten von einem Knoten  $x$  bis zur Wurzel. Sei  $d_l(x)$  der Wert  $d(x)$ , den  $x$  nach einer Links-Rotation hätte. Bestimmen Sie die Werte  $d_l(x)$ ,  $d_l(x.left)$ ,  $d_l(x.right)$  und  $d_l(x.p)$  unter Verwendung von  $d$ .

Geben Sie nun in analoger Weise die Werte  $d_r$  der vier oben genannten Knoten an.

(2 Punkte)

**d)**

Betrachten Sie den Suchbaum aus Teilaufgabe **1 b)** in seiner ursprünglichen Form. Führen Sie die minimale Anzahl von Rotationsschritten durch, sodass der Knoten 17 zur Wurzel des Suchbaums wird. Zeichnen Sie den Baum nach jeder Rotationsoperation.

(2 Punkte)

**e)**

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der für einen binären Baum  $T$  prüft, ob es in  $T$  einen Pfad der Länge  $D$  zwischen zwei Blättern gibt. Ihr Algorithmus soll eine Laufzeit von  $O(N)$  haben, wobei  $N$  die Anzahl der Knoten im Baum ist.

*Hinweis:* Verwenden Sie die Datenstruktur Schlange, um die Blätter nach aufsteigenden Werten bzgl. der Funktion  $d$  aus **1 c)** zu durchlaufen.

(3 Punkte)

## Aufgabe 2: Rot-Schwarz Bäume

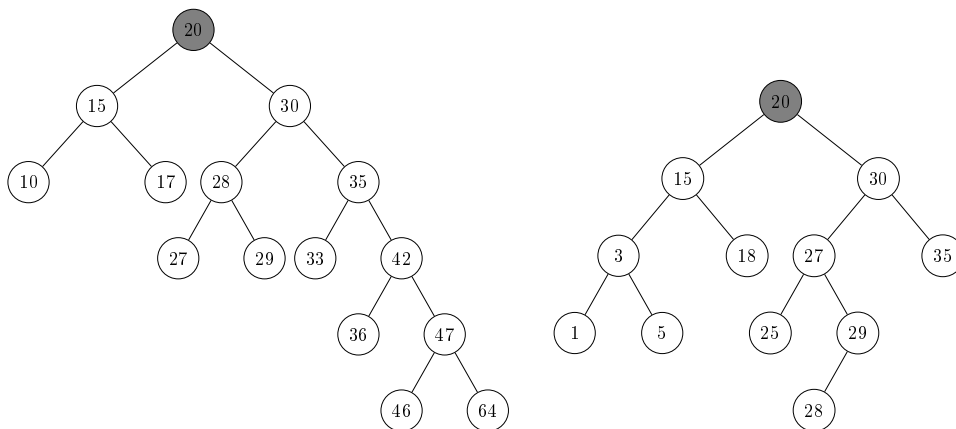
a)

Verwenden Sie erneut die Zahlenfolge aus 1 a). Zeichnen Sie einen validen Rot-Schwarz Baum welcher alle diese Zahlen enthält und so unbalanciert wie möglich ist.

(1 Punkt)

b)

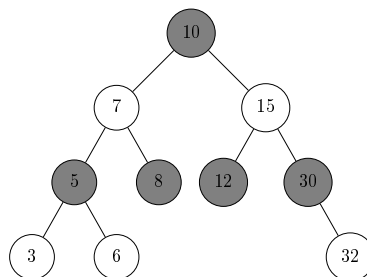
Geben Sie für die folgenden Binärbäume eine mögliche Rot-Schwarz Färbung an oder argumentieren Sie wieso keine existiert.



(2 Punkte)

c)

Gegeben ist folgender Rot-Schwarz Baum mit rot und schwarz. Fügen Sie die Werte 64 und 11 in den Baum ein und löschen Sie anschließend den Wert 7. Geben Sie den Baum nach jeder Operation an.



(3 Punkte)