Prof. Dr. Matthias Rarey
M. v. Behren, F. Heitmann, M. Hilbig,
F. Lauck, T. Otto, J. Röwekamp

Zentrum für Bioinformatik Hamburg (ZBH)
Abteilung für Algorithmisches Molekulares Design

Wintersemester 2012/2013

# Übung zur Vorlesung Algorithmen und Datenstrukturen
# Übung 1

Abgabe: 22.10.2012, 12 Uhr

## Aufgabe 1: $\mathcal{O}$-Notation

### a)

Ordnen Sie die folgenden Funktionen nach ihrer asymptotischen Laufzeit. Begründen Sie kurz die Reihung für je zwei in ihrer Ordnung benachbarte Funktionen und markieren Sie Funktionen, die zur selben Laufzeitklasse gehören.
*Hinweis:* Mit log ist immer der Logarithmus zur Basis 2 und mit $log^2(n)$ ist $(log(n))^2$ gemeint.

$$\log(n^{10}) \qquad \log^3(n) \qquad n^3 \qquad \left(\frac{3}{2}\right)^n \qquad 10^{10}$$

$$2^{\log n} \qquad n\log^2(n) \qquad \sqrt{n} \qquad n-\frac{n}{2} \qquad n!$$

(3 Punkte)

### b)

Zeigen oder wiederlegen Sie mithilfe der Definitionen zur $\mathcal{O}$-Notation:

1. $n = \mathcal{O}(n^{10})$
2. für beliebige $b$ gilt: $\log_b(n) = \mathcal{O}(\log_2 n)$
3. $g = \mathcal{O}(f) \Leftrightarrow f = \Omega(g)$
4. $\sum_{i=1}^{n} i = \mathcal{O}(n)$

(3 Punkte)

### c)

Betrachten Sie folgende Code-Fragmente und geben Sie eine möglichst dichte asymptotische obere Schranke für ihre Laufzeit in Abhängigkeit von $N$ an. Begründen Sie diese stichhaltig. (3 Punkte)

```
Alg1()
    for i = 0 to N
        for j = N downto 1
            sum = sum + j
```

```
Alg2()
    i = 1
    while i · i < N
        sum = sum + 2
        i = i + 1
```

```
Alg3()
    for i = 1 to N
        j = N
        while j > 1
            sum = sum + j
            j = j/2
```

## Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte

### a)

Machen Sie sich mit den mathematischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung vertraut. Die in Stine hinterlegte Formelsammlung gibt Ihnen einen Hinweis auf die wichtigsten Themen und Begriffe. Eine gute Einführung finden Sie im Anhang des empfohlenen Buches von Cormen et al, in einschlägigen Mathematikbüchern und im Internet.

### b)

In einem Array $A$ der Länge $N$ befinden sich die Zahlenwerte von 1 bis $N$ in zufälliger Anordnung. Ein Algorithmus Search$(A, x)$ sucht die Position $i$ mit der Eigenschaft $A[i] = x$ durch sequenzielles Suchen:

```
Search(A, x)
  // Annahme: 1 ≤ x ≤ N
1 i = 1
2 while A[i] ≠ x
3       i = i + 1
4 return i
```

Bestimmen Sie den Erwartungswert für die Anzahl von Durchläufen der **while** -Schleife (Die **while** -Schleife gilt als Durchlaufen, wenn Zeile 3 ausgeführt wird). (2 Punkte)