Datenkommunikation und Rechnernetze

WiSe 2013/14 · **Übungsblatt 2** · Abgabe: Do. 31.10.2013 (bis 11:00 Uhr)

Prof. Dr. Bernd E. Wolfinger · Dipl.-Inform. Yan Zhang
–Telekommunikation und Rechnernetze (TKRN)–

Aufgabe 6: Informationsgehalt und Redundanz von Codierungen (30 Punkte)

Eine Nachrichtenquelle habe Zeichen aus dem Zeichenvorrat Z = {"T", "K", "R", "N"} zu übertragen, wobei für die Auftrittswahrscheinlichkeiten der 4 Zeichen gelte: p("T") = $\frac{2}{15}$, p("K") = $\frac{1}{5}$, p("R") = $\frac{4}{15}$, p("N") = $\frac{2}{5}$. Die verwendete Quellencodierung C_1 sei "N" $\rightarrow$ 0, "T" $\rightarrow$ 110, "K" $\rightarrow$ 111, "R" $\rightarrow$ 10.

a) Erfüllt der benutzte Code C_1 die Präfixbedingung? Weshalb ist diese Anforderung im Zusammenhang mit Code C_1 wichtig?

b) Wie groß ist die Redundanz des Codes C_1?

c) Wie groß wäre die Redundanz bei der Codierung C_2: "T" $\rightarrow$ 00, "K" $\rightarrow$ 01, "R" $\rightarrow$ 10, "N" $\rightarrow$ 11?

d) Sei Z ein aus zwei Zeichen (Z_1 und Z_2) bestehender Zeichenvorrat und p_i bezeichne die Auftrittswahrscheinlichkeit für Z_i. Zeichnen Sie den mittleren Informationsgehalt h in Abhängigkeit des Wertes von p_1 für $0 \leq p_1 \leq 1$.

e) Erfüllt generell jeder Code mit konstanter Codewortlänge die Präfixbedingung? Bitte begründen Sie Ihre Aussage.

f) Geben Sie ein einfaches Beispiel für einen Code C, der die Präfixbedingung nicht erfüllt. Wählen Sie zusätzlich eine gemäß C codierte Bitfolge anhand derer Sie zeigen können, dass für diese Bitfolge eine eindeutige Decodierung nicht möglich ist.

Aufgabe 7: Hammingabstand/-distanz (15 Punkte)

a) Unter dem Hammingabstand zwischen 2 Codewörtern U_1 und U_2 (derselben Länge) versteht man die Anzahl der zu ändernden Bitwerte, um U_1 in U_2 überzuführen. Geben Sie eine formale Definition dieses Sachverhalts.

b) Wie groß ist der Hammingabstand des folgenden, aus vier Codewörtern bestehenden Codes C = {(011001), (100100), (101011), (010110)}? Wieviele Bitfehler können bei Übertragung der unter Nutzung von C codierten Zeichen Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 noch zuverlässig erkannt werden? Spielt es für Ihre Antwort eine Rolle, wie die Z_i auf die 4 Codewörter abgebildet werden?

c) Ein Code besitze einen Hammingabstand von $6 \cdot x + 1, x \in \mathbb{N}$. Bis zu welcher Anzahl von Bitfehlern gestattet dieser Code eine Fehlerkorrektur? Ist diese Fehlerkorrektur zuverlässig in dem Sinne, dass man garantiert fehlerfrei korrigieren kann?

Aufgabe 8: Fehlererkennung und Fehlerkorrektur (35 Punkte)

a) Beweisen Sie unter Berücksichtigung der Resultate der DKR-Vorlesung (vgl. Abschn. 2.3.3 in den DKR-Folien, s. STiNE), dass bei (n, k)-zyklischer Redundanzprüfung alle 2-Bit-Fehler erkannt werden, sofern erstens das Generatorpolynom $P(X)$ nicht ohne Rest durch X teilbar ist und zweitens $1 + X^m$ nicht ohne Rest durch $P(X)$ teilbar ist, für alle m von 1 bis n.

b) Beweisen Sie ebenfalls unter Berücksichtigung der Resultate der Vorlesung, dass alle Fehler mit ungerader Anzahl erkannt werden, sofern $P(X)$ den *Faktor* $(X + 1)$ enthält. Entdeckt das CRC-16 Generatorpolynom der ITU (z.B. für HDLC) $X^{16}+X^{12}+X^5+1$ jede ungerade Anzahl von Bitfehlern?

c) Die Übertragung der Bitfolge `1001011101` soll mit Hilfe des zyklischen Codes mit dem Generatorpolynom $X^8+X^4+X^3+X^2+1$ abgesichert werden. Beschreiben Sie die einzelnen Bearbeitungsschritte des Senders und des Empfängers und führen Sie dabei die jeweiligen Berechnungen explizit aus.

Aufgabe 9: Vorwärtsfehlerkontrolle (FEC) auf Paketebene (20 Punkte)

a) Gegeben sei eine zu übertragende Nachricht, die sich als Polynom vom Grad n darstellen lässt, $n \in \mathbb{N}$ fest. Von dem für die Übertragung benutzten Pfad sei bekannt, dass auf diesem Pfad bei $n + 5$ aufeinanderfolgenden übertragenen Paketen mehr als 3 Paketverluste nur mit einer Wahrscheinlichkeit kleiner als ϵ auftreten. Wie viele Pakete (mit entsprechenden Stützpunkten, 1 Stützpunkt pro Paket) müssen Sie bei diesem Szenario mindestens übertragen, um sicherzustellen, dass die gesamte Nachricht mit mindestens der Wahrscheinlichkeit $1 - \epsilon$ empfängerseitig fehlerfrei rekonstruiert werden kann, sofern hier der in der DKR-Vorlesung eingeführte Algorithmus zur Vorwärtsfehlerkontrolle (FEC) auf Paketebene benutzt wird (vgl. Abschn. 2.3.4 in den DKR-Folien, s. STiNE).

b) Gegeben sei das Polynom $Y = 2 \cdot X^3 + 3 \cdot X + 4 = a_3 \cdot X^3 + a_2 \cdot X^2 + a_1 \cdot X + a_0$. Die Koeffizienten a_3, a_2, a_1, a_0 dieses Polynoms sollen einem Kommunikationspartner mitgeteilt werden und zwar dergestalt, dass Stützstellen des Polynoms in der Form (X_i, Y_i) jeweils in einem separaten Paket P_i übertragen werden, wobei die empfangsseitige Rekonstruktion der Koeffizienten des Polynoms auch dann noch fehlerfrei möglich sein soll, wenn bis zu zwei der Pakete fehlerhaft übertragen werden oder bei der Übertragung verloren gehen. Wie viele Pakete benötigen Sie mindestens, um die angestrebte fehlerfreie Koeffizientenrekonstruktion garantieren zu können? Machen Sie einen Vorschlag für konkret zu versendende Pakete (in entsprechender Anzahl) in Form der Wertetupel $Z_i = (X_i, Y_i)$, die mittels des Pakets P_i versendet werden könnten.