

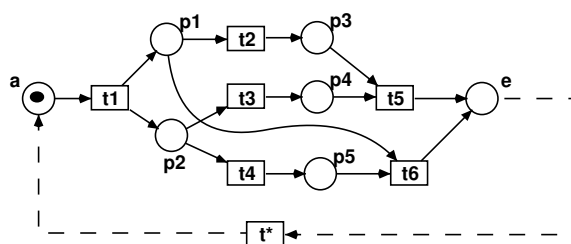
# FGI-2 – Formale Grundlagen der Informatik II

## Modellierung und Analyse von Informatiksystemen

### Musterlösung 11: Workflownetze und Gefärbte Petrinetze

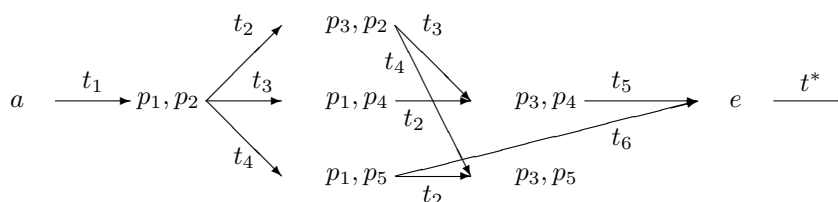
Präsenzteil am 06./07.01. – Abgabe am 13./14.01.2014

**Präsenzaufgabe 11.1:** Gegeben sei folgendes P/T-Netz  $\bar{N}$ . Das Netz  $N$  entsteht, indem man die Transition  $t^*$  mit den anliegenden Kanten streicht.



1. Konstruieren Sie den Erreichbarkeitsgraphen von  $\bar{N}$ .

**Lösung:**



2. Ist  $N$  ein Workflow-Netz? Begründen Sie!

**Lösung:** Ja. Kantengewicht  $W = 1$ , Anfangsstelle  $a$ , Endstelle  $e$  mit  $\bullet a = \emptyset = e \bullet$ .

3. Ist  $N$  ein korrektes Workflow-Netz? Begründen Sie!

**Lösung:** Nein. Schaltfolge  $t_1 t_2 t_4$  führt in den Deadlock  $m = p_3 + p_5$ .

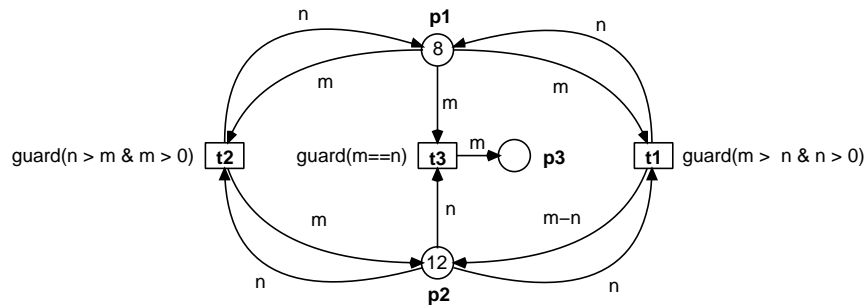
4. Zeigen Sie: In jedem Workflow-Netz ist der Anfangsplatz  $a$  eindeutig bestimmt. Ebenso der Endplatz  $e$ .

**Lösung:** Sei  $a'$  eine zweite Anfangsstelle. Da nach Definition jede Stelle eines WF Netzes zwischen  $a$  und  $e$  liegt, also auch  $a'$ , hätte  $a'$  mindestens eine eingehende Kante. Widerspruch. Analog für einen zweiten Endplatz  $e'$ .

5. Beweisen oder widerlegen Sie: Sei  $N$  ein korrektes Workflow-Netz und  $\bar{N}$  sein Abschluss (s. Skript Abschnitt 8.3.7). Die Initialmarkierung  $m_a = a$  ist ein Rücksetzzustand (home state) für  $\bar{N}$ .

**Lösung:** Wenn  $\overline{N}$  korrekt ist, dann ist für  $m(e) > 0$  das restliche Netz unmarkiert. Außerdem ist  $m_e = e$  von jeder erreichbaren Markierung aus erreichbar. Nach dem Schalten von  $t^*$  erhalten wir die von jeder erreichbaren Markierung Startmarkierung  $m_a$  erneut. Also ist  $m_a$  ein Rücksetzzustand.

**Präsenzaufgabe 11.2:** Betrachten Sie das folgende gefärbte Petrinetz  $N$  mit drei Stellen  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$ , alle vom Typ *integer*.



1. Geben Sie eine Schaltfolge bis zur Termination (d.h. in diesem Fall: bis zur Verklemmung des Netzes) an! Gibt es eine andere?

**Lösung:** Folgendes ist die einzige Schaltfolge bis zur Termination:

$$(1'8, 1'12, \emptyset) \xrightarrow{t_2} (1'12, 1'8, \emptyset) \xrightarrow{t_1} (1'8, 1'4, \emptyset) \xrightarrow{t_1} (1'4, 1'4, \emptyset) \xrightarrow{t_3} (\emptyset, \emptyset, 1'4)$$

2. Geben Sie für die erste Transition in ihrer Schaltfolge die Belegung  $\beta$  explizit an!

**Lösung:**  $\beta : m \mapsto 8, n \mapsto 12$

3. a) Zeigen Sie, dass das Petrinetz eine Funktion berechnet, d.h. von einer Anfangsmarkierung aus zu einer (abhängig von der Anfangsmarkierung) eindeutig bestimmten Endmarkierung kommt.

b) Um welche Funktion handelt es sich?

Erläuterung: Die Funktion  $f(x, y)$  soll berechnet werden, indem die Stellen  $p_1$  und  $p_2$  in der Anfangsmarkierung die Argumente  $x$  und  $y$  enthalten, d.h.  $m_0(p_1) = 1'x$  und  $m_0(p_2) = 1'y$ . Die Stelle  $p_3$  ist initial unmarkiert. Das Netz soll dann so schalten, dass die Stellen  $p_1$  und  $p_2$  am Ende leer sind und die Stelle  $p_3$  mit  $f(x, y)$  markiert ist.

**Lösung:** Ja, die Schaltfolge ist eindeutig bestimmt. Die Transitionen entsprechen aufgrund der Guards den disjunkten Bedingungen der Fallunterscheidung. Für jede Markierung vor der Endmarkierung ist daher nur genau eine Transition aktiviert. Das Netz verklemmt dann in der gewünschten Endmarkierung.

Alternativ kann das Netz verklemmen, wenn in  $p_2$  oder  $p_3$  ein negativer Wert liegt (das kann aufgrund der Guards nicht während der Berechnung auftreten, sondern nur in der Anfangsmarkierung). Da in diesem Fall die Endmarkierung nicht erreicht wird, ist der Funktionswert undefiniert.

Die Funktion lautet:

$$\text{ggT}(x, y) = \begin{cases} \text{ggT}(y, x - y), & \text{falls } x > y > 0 \\ x, & \text{falls } x = y \\ \text{ggT}(y, x), & \text{falls } y > x \end{cases}$$

### Übungsaufgabe 11.3:

1. Beweise folgenden Satz, ohne Satz 8.20 zu verwenden:

Sei  $N$  ein Workflow-Netz und  $\bar{N}$  sein Abschluss. Wenn  $\bar{N}$  nicht beschränkt ist, dann ist  $N$  kein korrektes Workflow-Netz.

Tipp: Wenn  $\bar{N}$  unbeschränkt ist, dann gibt es zwei erreichbare Markierungen  $m_1$  und  $m_2$  mit  $m_1 \leq m_2$ .

**Lösung:** Beweis durch Widerspruch: Wäre  $N$  korrekt, dann kann von  $m_1$  die Endmarkierung  $m_e$  durch eine Folge  $w$  erreicht werden. Wegen  $m_1 \leq m_2$  aktiviert auch  $m_2$  die Folge mit der Nachfolgemarkierung  $(m_2 - m_1) + m_e$ . Da  $(m_2 - m_1)$  wegen  $m_1 \leq m_2$  nach nicht leer sein kann, erreichen wir bei Termination nicht genau  $m_e$  im Widerspruch zur Definition der Korrektheit.

2. Beweise folgenden Satz, ohne Satz 8.20 zu verwenden:

Sei  $N$  ein Workflow-Netz und  $\bar{N}$  sein Abschluss. Wenn  $\bar{N}$  nicht lebendig ist, dann ist  $N$  kein korrektes Workflow-Netz.

Tipp: Zeige die logisch äquivalente Aussage: Wenn  $N$  ein korrektes Workflow-Netz ist, dann ist  $\bar{N}$  lebendig.

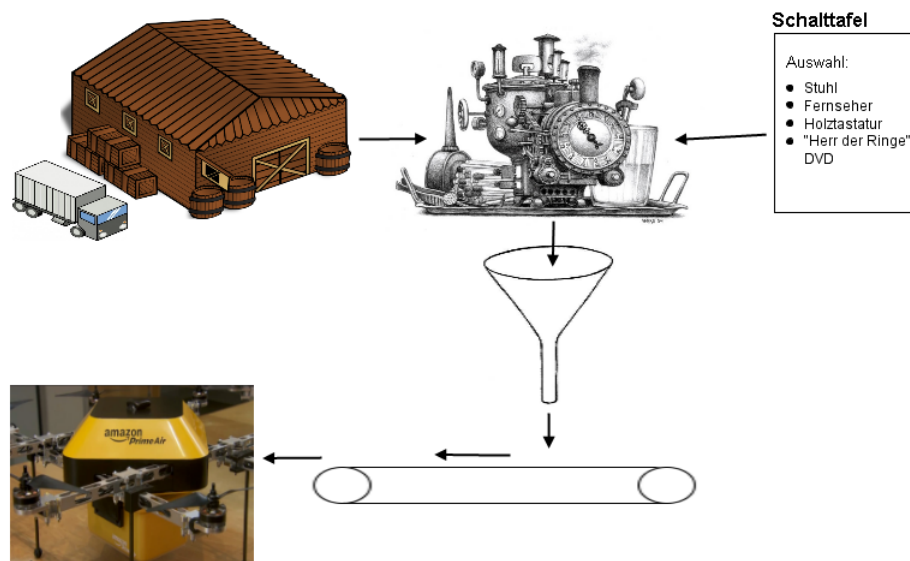
**Lösung:** Wäre  $N$  korrekt, dann ist von allen erreichbaren Markierungen die Finalmarkierung  $m_e$  erreichbar und diese aktiviert  $t^*$ . Nach dem Schalten von  $t^*$  erhalten wir die Startmarkierung  $m_a$  erneut. Wir können also wiederum von allen erreichbaren Markierungen  $t^*$  aktivieren. Also ist  $t^*$  lebendig. Zudem gilt bei einem korrekten Workflownetz, dass alle Transitionen auf Pfaden zwischen  $a$  und  $e$  liegen. Somit gibt es auch zu jeder Zeit eine Schaltfolge, die eine beliebige Transition  $t$  aktiviert.

**Übungsaufgabe 11.4:** Eine Fabrik in Musterdorf besitzt eine hochmoderne Fertigungsmaschine, die vielerlei unterschiedliche Produkte produzieren kann. Über eine Schalttafel kann sie bedient werden, indem eines von vier Produkten ausgewählt wird: Stuhl, Fernseher, Holztastatur, „Herr der Ringe“-DVD. Hierfür benötigt die Fertigungsmaschine abhängig von ausgewählten Produkt eine bestimmte Anzahl an Grundmaterialien, welche die Maschine aus dem nebenstehenden Lager entnimmt. Im Lager befinden sich die Materialien Holz, Plastik und Elektronik. Für die Fertigung eines Stuhls benötigt Die Fertigungsmaschine 2 Holz, für einen Fernseher 1 Plastik und 1 Elektronik, für die Holztastatur 1 Holz und 1 Elektronik und für eine DVD 1 Plastik. Für den Fall, dass im Lager mehr Materialien benötigt werden, können diese angeliefert und im Lager verstaut werden.

Wenn die Produkte fertig sind, fallen sie in einem Auffangtrichter, der beliebig viele Produkte fassen kann. Durch den engen Trichterhals passt aber nur ein Produkt zur Zeit. Über den Trichterhals fallen die Produkte auf ein Förderband. Dieses kann maximal 5 Produkte fassen. Über das Förderband gelangt das Produkt zur Verpackstation, wo es verpackt und verschickt wird.

von
4

von
8



*Hinweis: Nutzen Sie die Einbindung von Java-Code in Renew, um beispielsweise Nutzereingaben zu realisieren.*

1. Erstellen Sie anhand des vorgegebenen Szenarios ein Kanal-/Instanznetz.
2. Bilden Sie den Verlauf eines beliebigen Produktes als Workflownetz dar.
3. Erstellen Sie für jedes der einzelnen Module eine separate Spezifikation als P/T-Netz. Beachten Sie, dass die Module intern über mehr als nur eine Transition und/oder einen Platz verfügen. (Module sind in die in der Zeichnung erkennbaren Einzelbereiche wie z. B. Lagerhaus oder Trichter.)
4. Bilden Sie aus jeder Modulspezifikation ein gefärbtes Petrinetz. Nutzen Sie hierbei Ihre Kenntnisse aus der Faltung und Entfaltung von Plätzen und Transitionen (Blatt 10).
5. Konstruieren Sie ein Gesamtmodell (als gefärbtes Petrinetz) für Ihre erstellten Module, indem Sie sie durch zwischengelagerte Plätze verbinden.
6. Konstruieren Sie ein Gesamtmodell (als gefärbtes Petrinetz) für Ihre erstellten Module, indem Sie sie über synchrone Kanäle und ein Systemnetz verbinden.
7. Modellieren Sie nebenläufiges Verhalten des Fertigungsprozesses durch mehrere Objektnetzmarken. (Einführung von mehreren Fertigungsmaschinen als Objektnetzmarken)
8. Modellieren Sie nebenläufiges Verhalten des Fertigungsprozesses durch die Einführung mehrerer (unterschiedlicher) Prozesse innerhalb einer Fertigungsmaschine. (Für jedes mögliche Produkt ein Subnetztyp, der in der Fertigungsmaschine verarbeitet wird.)

**Lösung:** Die folgenden Netze sind nur eine mögliche Lösung:

*Bisher erreichbare Punktzahl:* 127

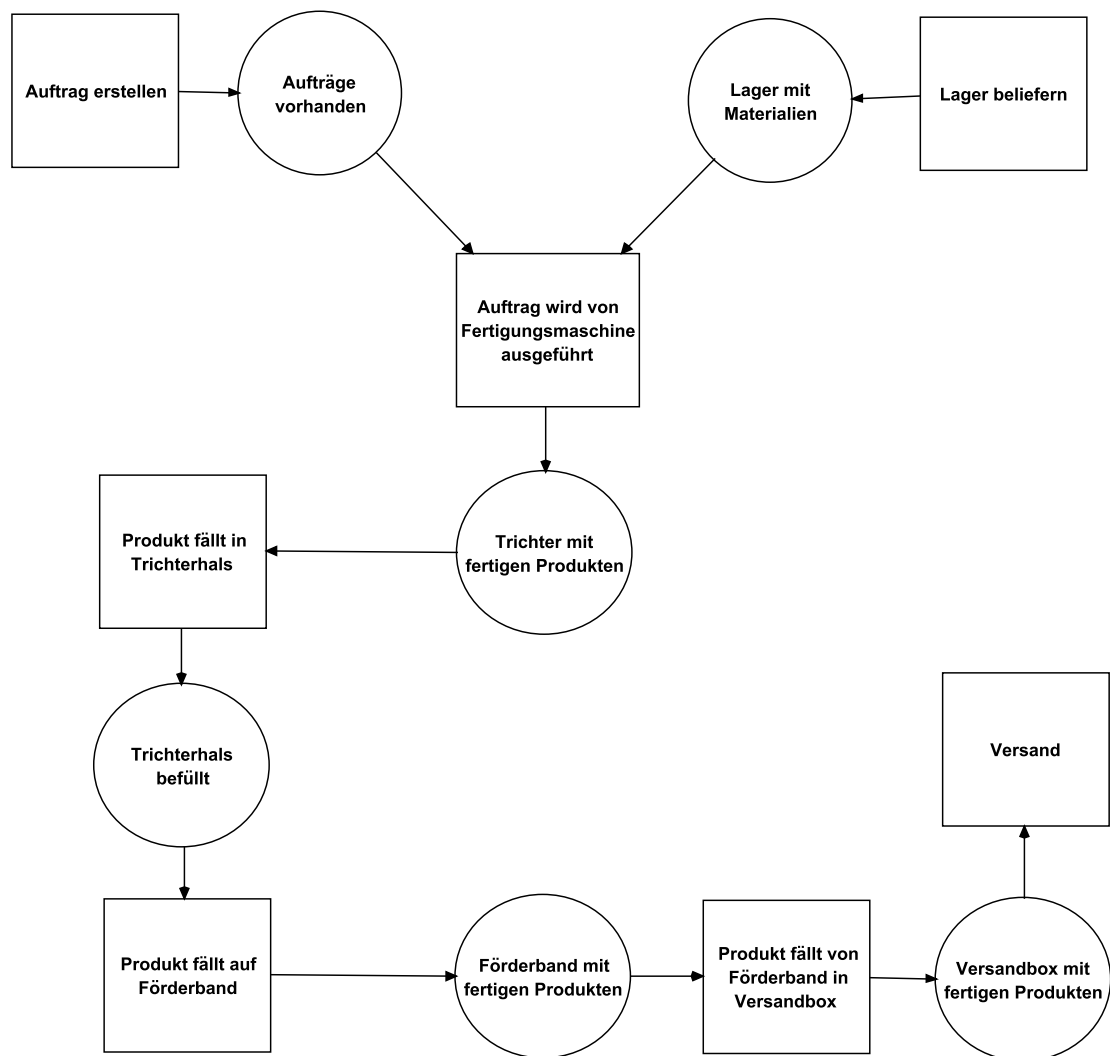


Abbildung 1: Aufgabe 11.4.1

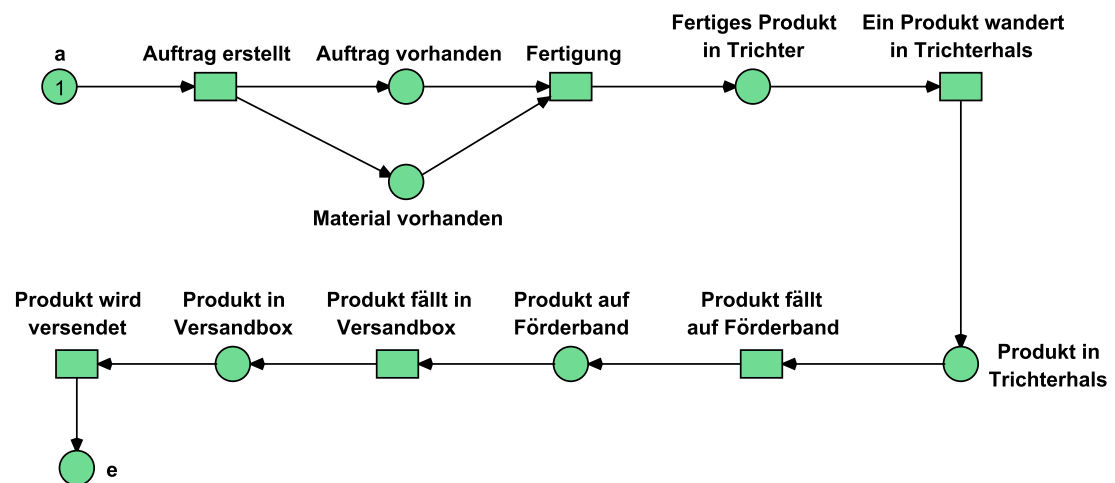


Abbildung 2: Aufgabe 11.4.2

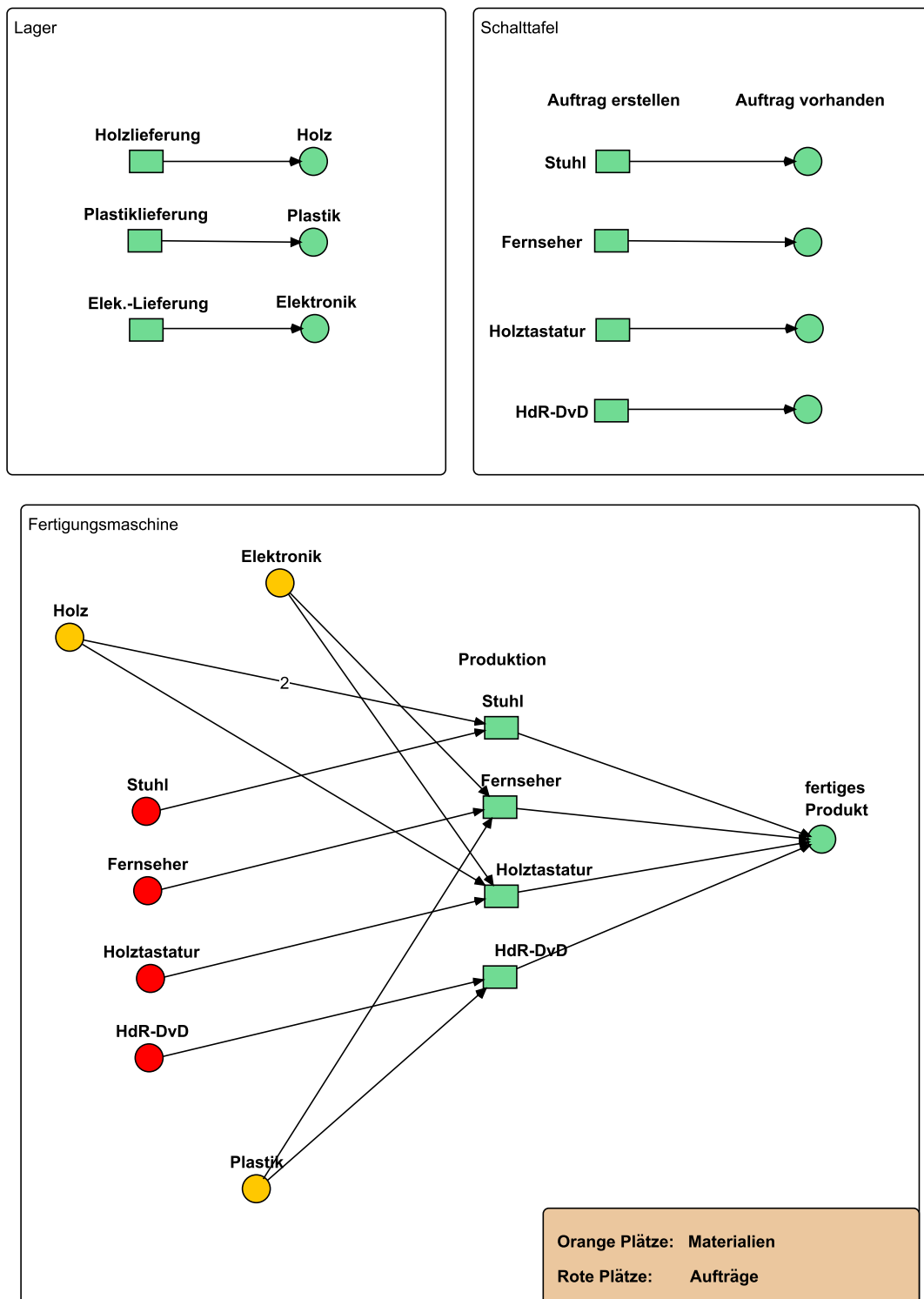


Abbildung 3: Aufgabe 11.4.3

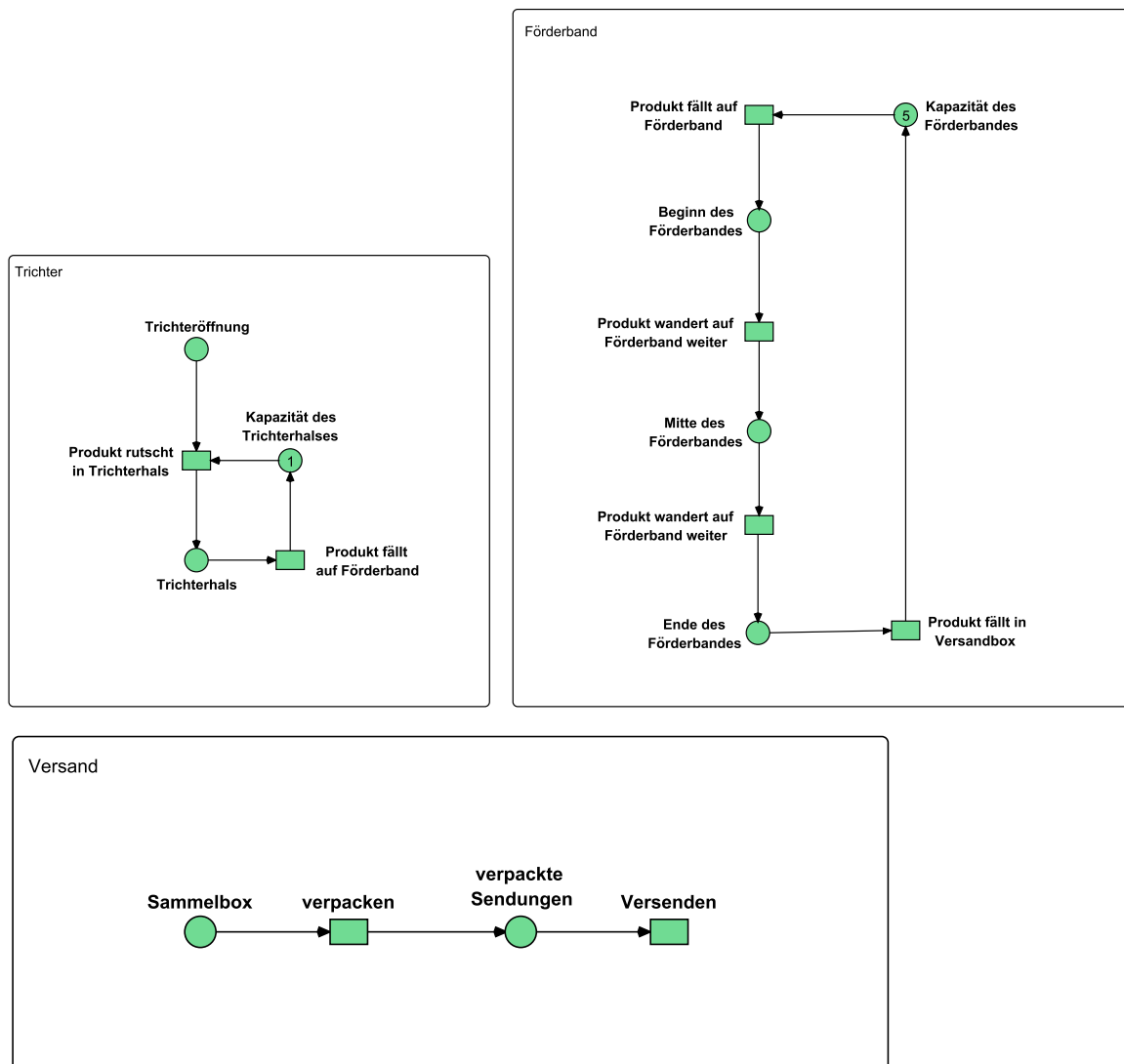


Abbildung 4: Aufgabe 11.4.3



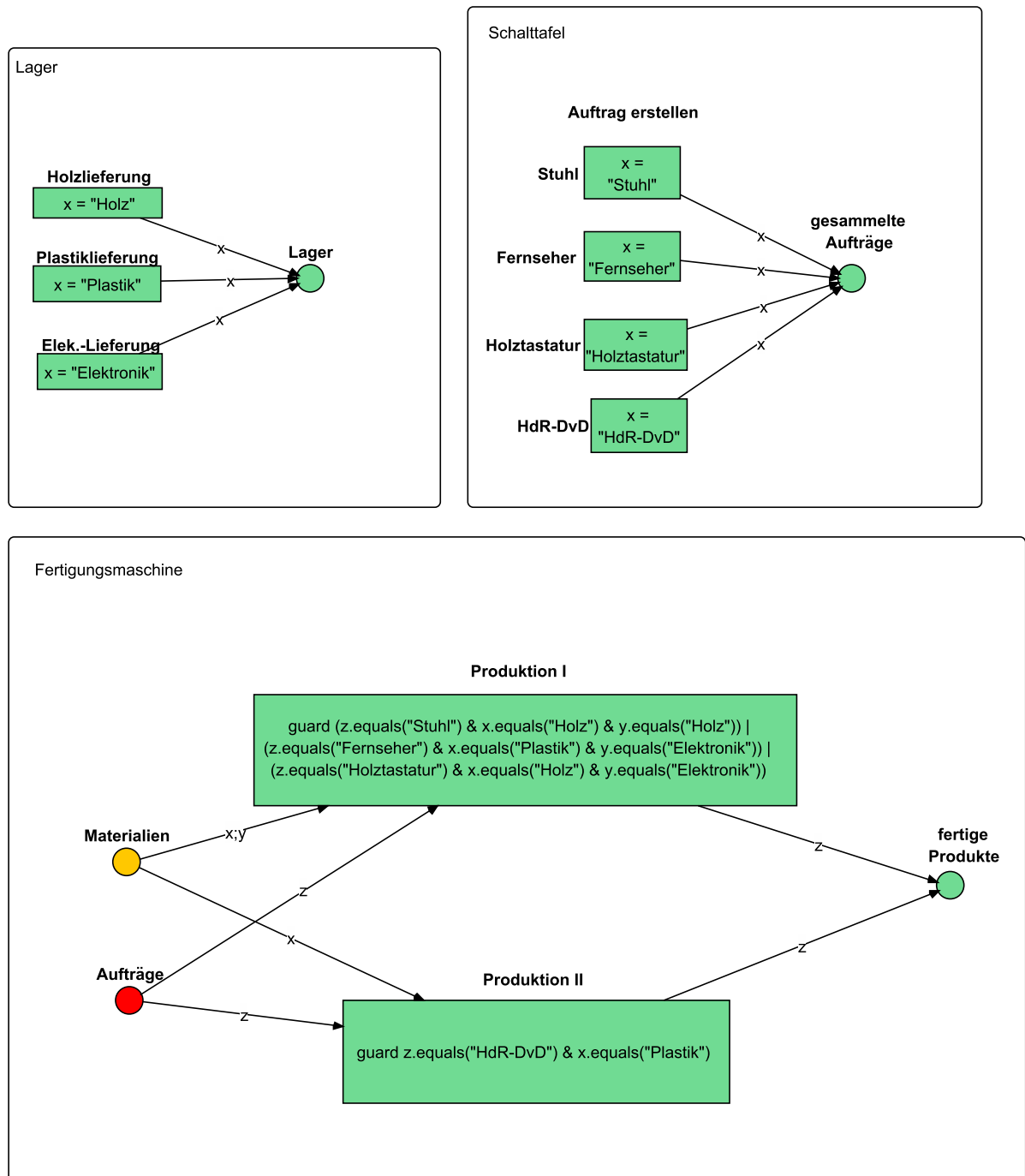


Abbildung 5: Aufgabe 11.4.4

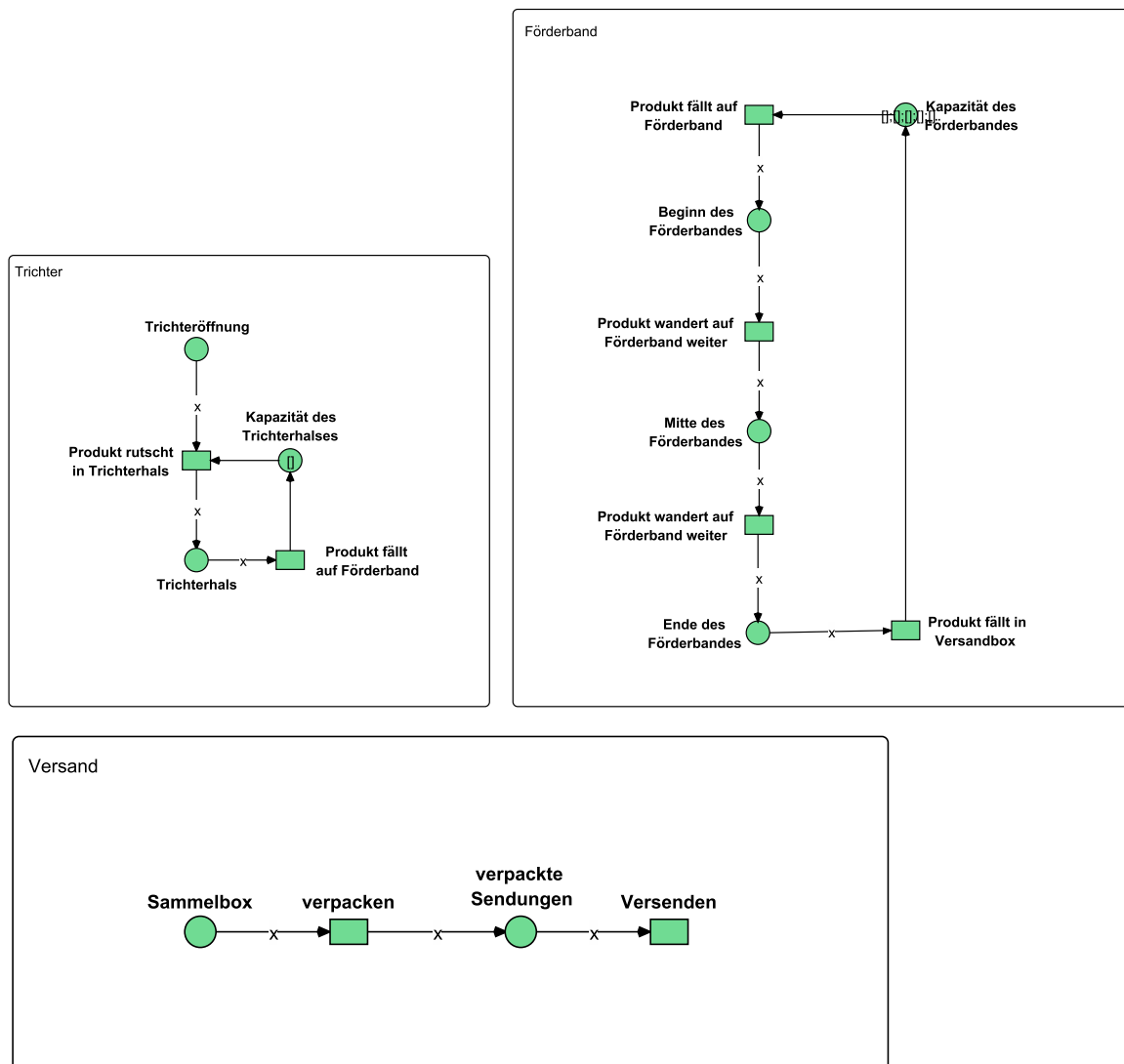


Abbildung 6: Aufgabe 11.4.4

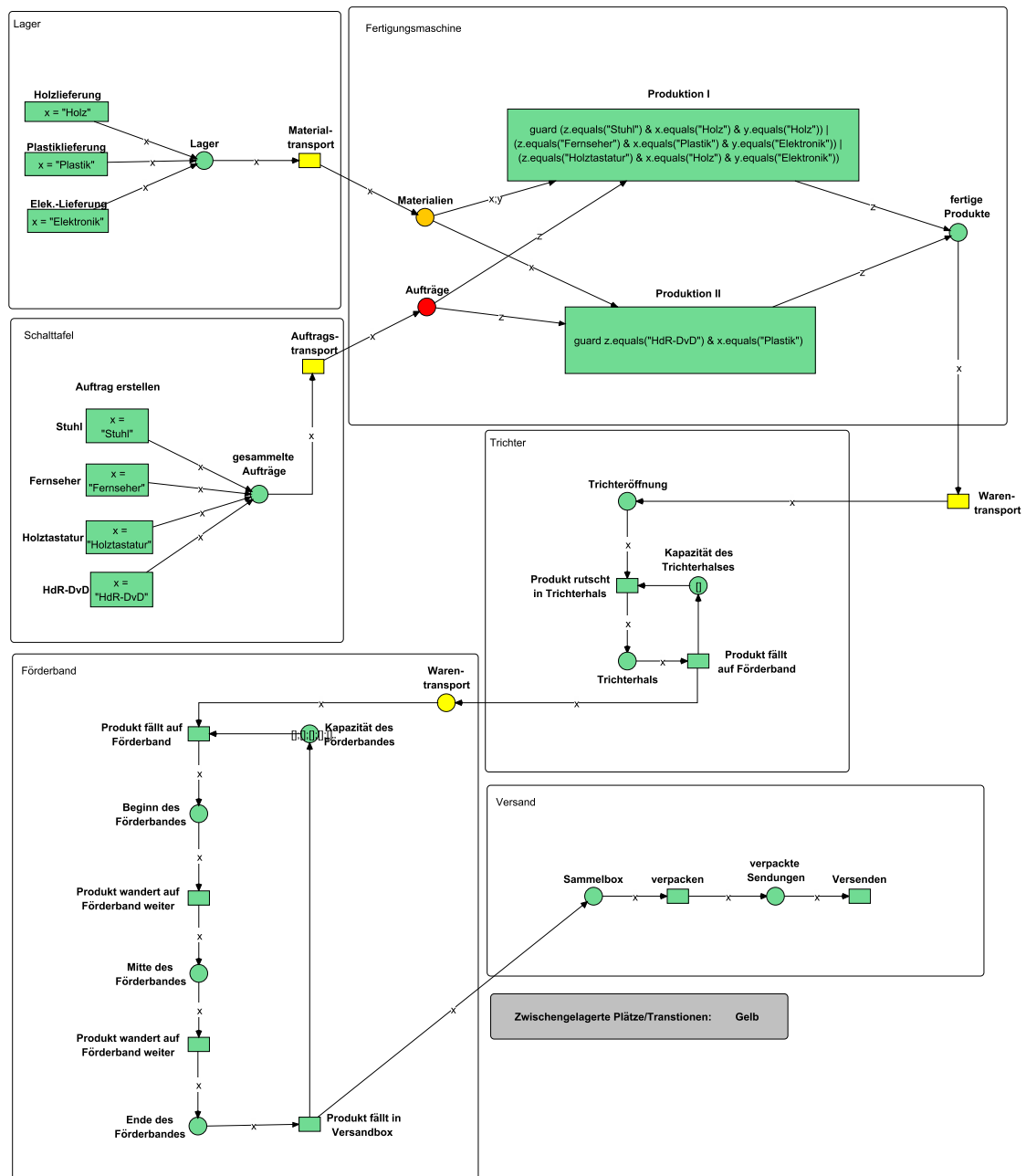


Abbildung 7: Aufgabe 11.4.5

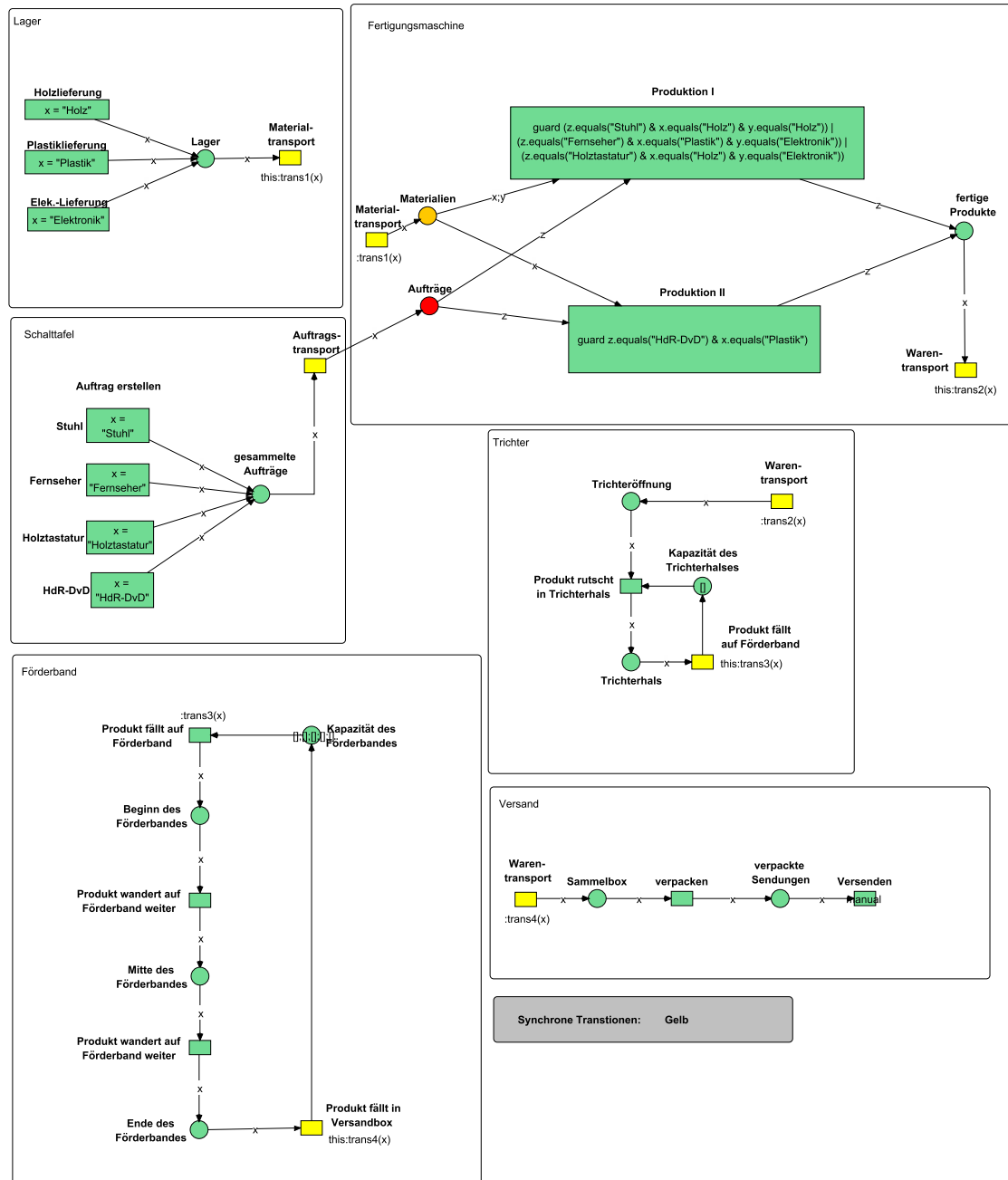


Abbildung 8: Aufgabe 11.4.6

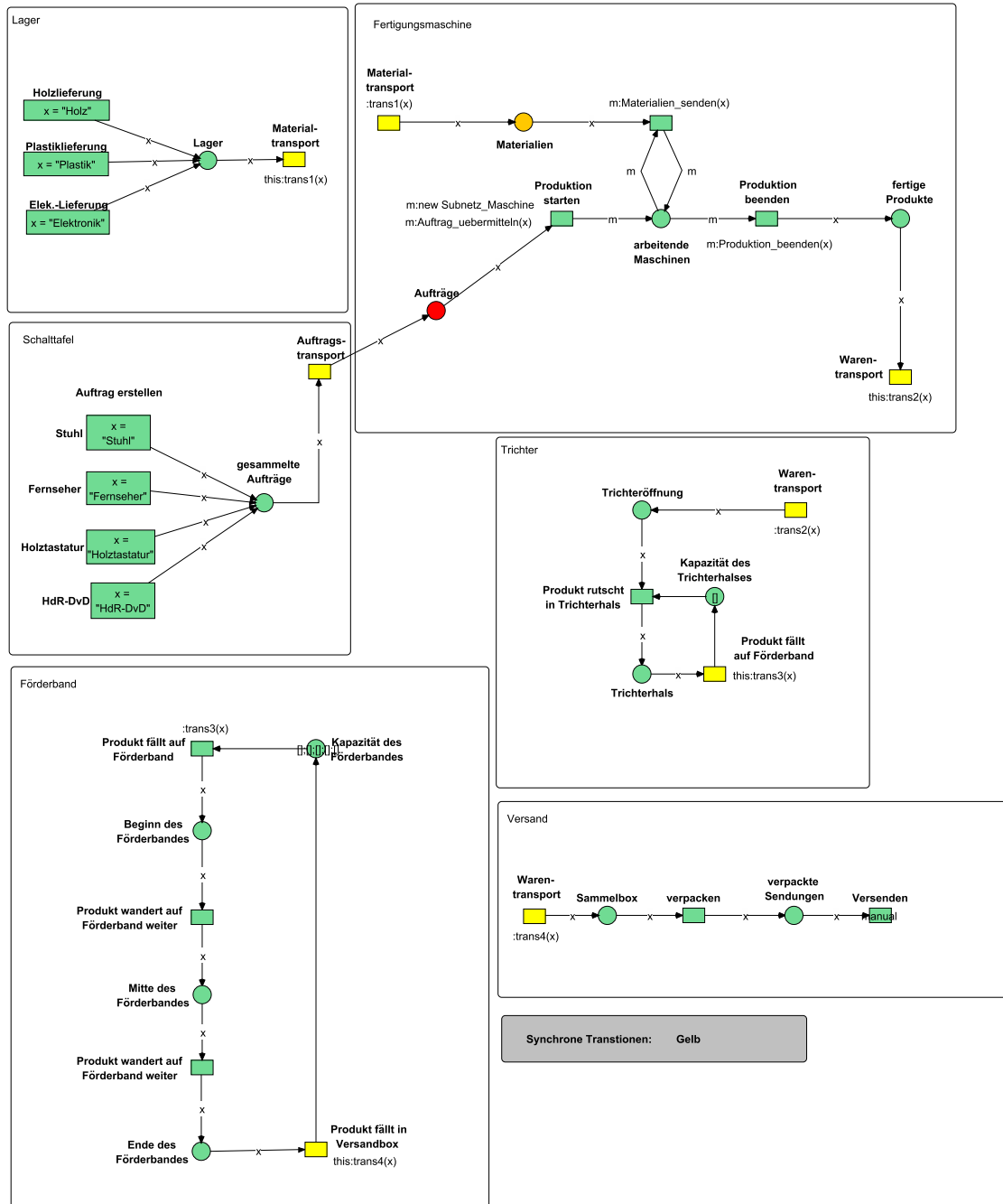


Abbildung 9: Aufgabe 11.4.7

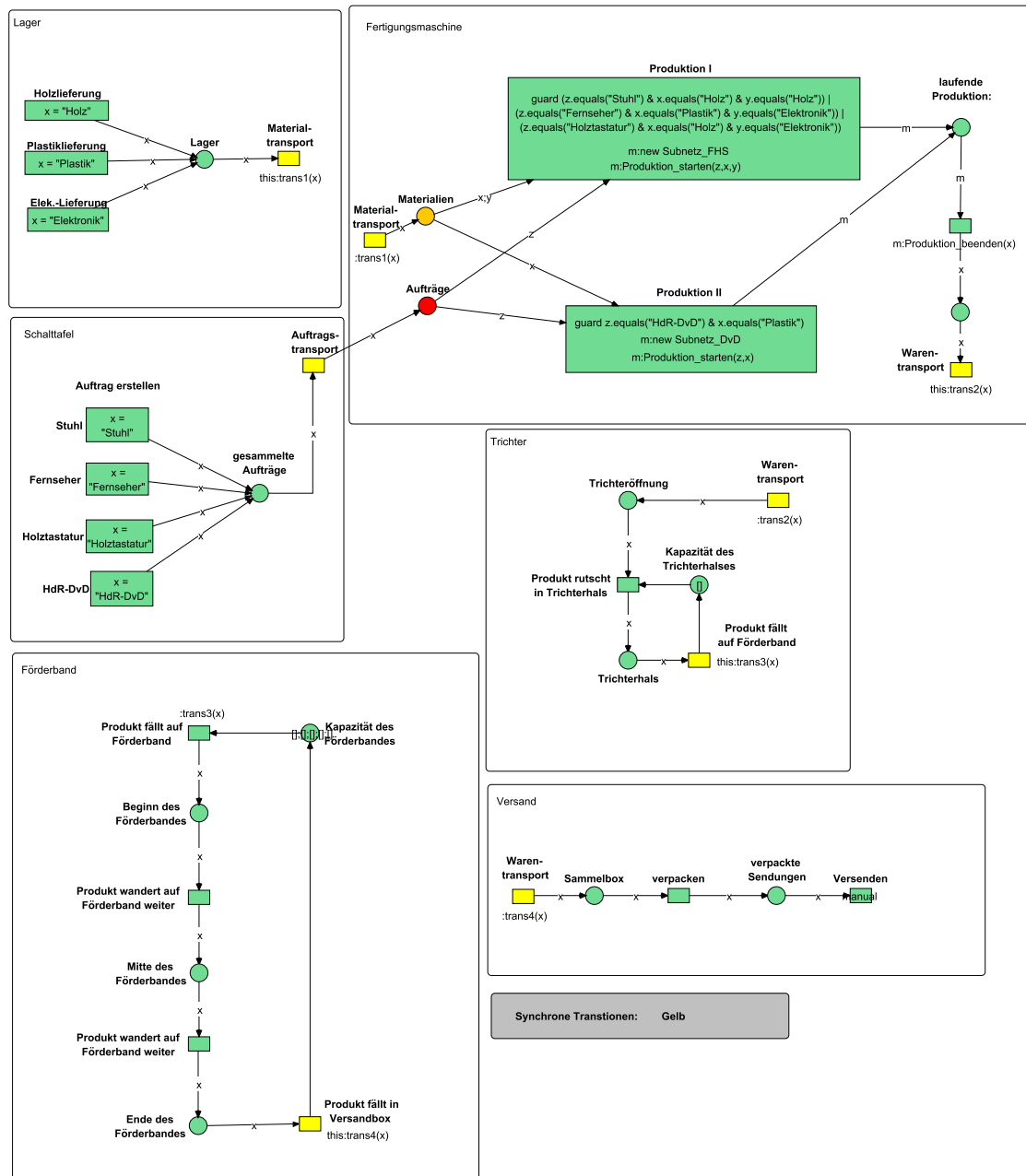


Abbildung 10: Aufgabe 11.4.8

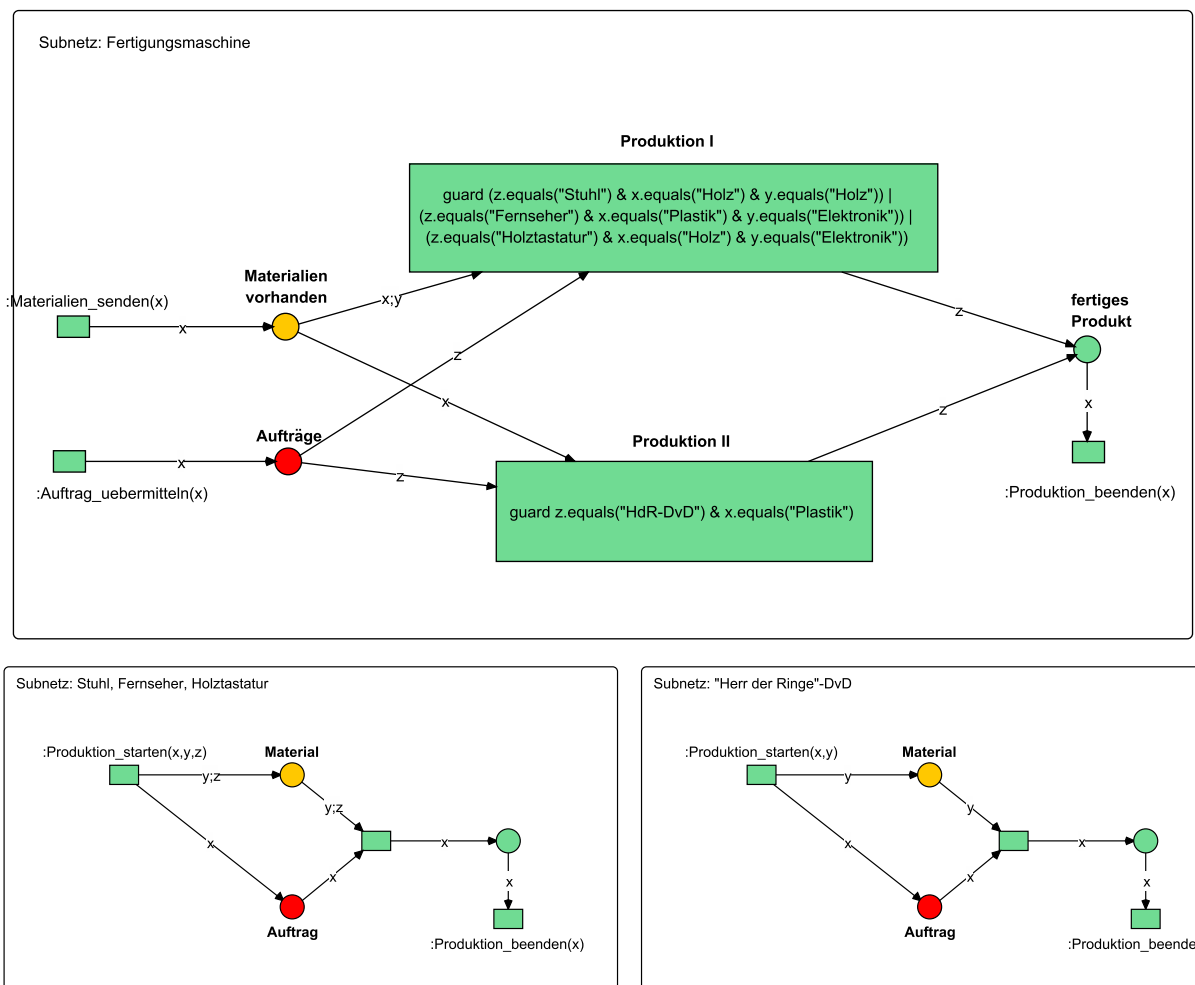


Abbildung 11: Subnetze für Aufgabe 11.4.8 und Aufgabe 11.4.7