Stochastik 1
Serie 5

Kevin Stehn 6416016 Gruppe 3
Konstantin Kobs 6414943 Gruppe 2

Aufgabe 1

(a) Nachweis der Dichteeigenschaft:
1.

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} p_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c}{n^2} = c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = c \cdot \frac{\pi^2}{6}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{6}{\pi^2}$$

2.
Da c positiv ist, sind auch alle Werte der Folge p_n für $n > 0$ positiv. Somit gilt auch diese Eigenschaft.

(b)

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X = 2) - P(X = 1) \\ &= 1 - \frac{6}{4\pi^2} - \frac{6}{\pi^2} \\ &\approx 0,24 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Das Model für unser Sonderausschuss ist:
$\Omega = \{(\omega_1, ..., \omega_5) | \omega_i \in \{A\}^5 \cup \{B\}^7$ für $i = 1, ..., 5\}$ und P = Laplacemaß da jedes Mitglied ein gleich hohe Wahrscheinlichkeit hat gezogen zu werden. Dabei gilt $\omega_i = A \mathrel{\widehat{=}}$ Vertreter i ist aus Gruppe A und $\omega_i = B \mathrel{\widehat{=}}$ Der Vertreter i ist aus Gruppe B.
Das Ereignis, dass 2 Vertreter aus Gruppe A im Ausschuss ist:
$A = \{\omega \in \Omega | \sum(\omega_i = A) = 2$ für $i = 1, ..., 5\} =$
$\{(A, A, B, B, B), (A, B, A, B, B), (A, B, B, A, B), (A, B, B, B, A),$
$(B, A, B, B, A), (B, B, A, B, A), (B, B, B, A, A)\}$
$|\Omega| = 95040$ und $|A| = 7$.
Daraus folgt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A:
$P(A) = \frac{|A|}{|B|} = \frac{7}{95040} = 7.36 \cdot 10^{-5}$

Aufgabe 3

(a) Unser Modell: $\Omega = \{0, 1\}^{100}$ dabei gilt $0 \mathrel{\widehat{=}}$ nicht Geburtstag und $1 \mathrel{\widehat{=}}$ Geburtstag
Betrachten wir nun für alle i = 1,...,100:
$X_i : \Omega \to \{0, 1\}$ dabei folgt $X_i \sim Ber(\frac{1}{365})$. Daraus lässt sich die Zufallsgröße X wie folgt bilden:

$$X = \sum_{i=1}^{100} X_i$$

(b) Da wir eine "großes" n haben und ein "kleines" p, lässt es sich Poisson-verteilt ansehen. Dabei ist der Parameter $\lambda = 100 * \frac{1}{365} = \frac{20}{73}$

(c) $P(X = 0) \approx \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda} = \frac{\frac{20}{73}^0}{0!} * e^{-\frac{20}{73}} \approx 0,76$