Stochastik 1
Serie 7

Kevin Stehn 6416016 Gruppe 3
Konstantin Kobs 6414943 Gruppe 2

Aufgabe 1 und 2

(a) Für k = 3 gilt $P(X = 3) = \frac{3^3}{3!} \cdot e^{-3} \approx 0,224$
Für k = 4 gilt schon $P(X = 4) = \frac{3^4}{4!} \cdot e^{-4} \approx 0,168$. Daran sieht man das die Wahrscheinlichkeit aber k = 3 nur noch kleiner wird und es am Wahrscheinlichsten ist das 3 Schiffe die Schleuse anlaufen werden.

(b) Wenn die Schleuse 4 Schiffe abfertigen kann können wir die Wahrscheinlichkeit das min. ein Schiff nicht geschleust wird daraus berechnen, in dem wir die Gesamtwahrscheinlichkeit von 1 minus den Elementaren Wahrscheinlichkeiten von 1 bis 4 berechnen. Daraus ergibt sich
$P(X >= 5) = 1 - (P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4))$
$= 1 - (\frac{3^1}{1!} \cdot e^{-3} + \frac{3^2}{2!} \cdot e^{-3} + \frac{3^3}{3!} \cdot e^{-3} + \frac{3^4}{4!} \cdot e^{-3}$
$= 1 - (e^{-3} \cdot (\frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!})) \approx 0,234$

(c) Der Erwartungswert berechnet sich wie folgt:
$E(X) = 1 \cdot P(\{1\}) + 2 \cdot P(\{2\}) + 3 \cdot P(\{3\}) + 4 \cdot P(\{4\})$
$= 1 \cdot 0,149 + 2 \cdot 0,224 + 3 \cdot 0,224 + 4 \cdot 0,168 \approx 1,941$

Aufgabe 3

(a) Damit X und Y unkorreliert sind muss gelten: $Cov(X, Y) = 0$
Da Laplacemaß ist hat jedes $\omega \in \Omega$ die gleiche Wahrscheinlichkeit, also $\frac{1}{3}$.
$Cov(X, Y) = E\langle((X - E(X)) * (Y - E(Y))\rangle$
$= \sum_{x,y}(x-E(X))*(y-E(Y))*P(X = x, Y = y)$ das x und y können wir auseinander ziehen
$(a*) = \sum_x(x-E(X))*P(X = x)*\sum_y(y-E(Y))*P(Y = y)$ eine Summe null dann fertig
Berechnen wir also erst mal den Erwartungswert von X:
$E(X) = 1 * P(X = 1) + 0 * P(X = 2) - 1 * P(X = 3) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$
Damit also weiter machen von (a*):
$= (1 - 0 * \frac{1}{3} + 0 - 0 * \frac{1}{3} - 1 - 0 * \frac{1}{3}) * \sum_y(y - E(Y)) * P(Y = y)$
$= 0 * \sum_y(y - E(Y)) * P(Y = y) = 0.$
Damit sind X und Y unkorreliert.

(b)