

Stochastik 1
Serie 4

Kevin Stehn 6416016 Gruppe 3
Konstantin Kobs 6414943 Gruppe 2

Aufgabe 1

Es wurde gezeigt, dass gilt:

$$P(A|B) > P(A) \Rightarrow P(B|A) > P(B)$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(B^c|A) > 1 - P(B^c)$$

$$\Leftrightarrow P(B^c|A) < P(B^c)$$

Da $P(B^c) > 0$ gilt, gibt es immer ein $P(B^c|A)$, für das die Ungleichung erfüllt ist. Wir sind durch Umformung auf $P(B^c|A) < P(B^c)$ gekommen, was bedeutet, dass B^c nicht von A angezogen wird. \square

Aufgabe 2

Unser Modell ist: $\Omega = \{(\omega_1, \omega_2) : \omega_1, \omega_2 \in \{1, \dots, 6\}\}$ dafür gilt $\omega_1 \hat{=} 1$. Wurf und $\omega_2 \hat{=} 2$. Wurf.

Unser Wahrscheinlichkeitsmaß ist $P = \text{Laplacemaß}$.

Das Ereignis das die Summe beider Würfe 7 ist:

$$A = \{\omega \in \Omega : \omega_1 + \omega_2 = 7\} = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$$

Und das Ereignis das der 1. Wurf eine 6 ist:

$$B = \{\omega \in \Omega : \omega_1 = 6\} = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6)\}.$$

Die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse sind:

$$P(A) = \frac{1}{6} \text{ und } P(B) = \frac{1}{6}$$

Für die stochastische Unabhängigkeit folgt daraus:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36} = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow \text{unabhängig}$$

Aufgabe 3

- a) Da die Summe der Verteilung 1 ergeben muss lässt sich q wie folgt berechnen.

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + q. \text{ Durch Umstellen der Gleichung erhalten wir:}$$

$$q = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$$
$$q = \frac{1}{3}$$

- b) Damit X und Y unabhängig sind, muss gelten:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} &= P(X = 1, Y = 1) = P(X = 1) \cdot P(Y = 1) \\ \frac{1}{4} &= P(X = 1, Y = 2) = P(X = 1) \cdot P(Y = 1) \end{aligned} \right\} \text{Damit dies gilt, muss } P(Y=1)=P(Y=2) \text{ sein}$$

(1)

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{6} &= P(X = 2, Y = 1) = P(X = 2) \cdot P(Y = 1) \\ \frac{2}{6} &= P(X = 2, Y = 2) = P(X = 2) \cdot P(Y = 1) \end{aligned} \right\} \text{Widerspruch hierzu, da zwei verschiedene Wk's herauskommen}$$

(2)

Egal, wie das Wahrscheinlichkeitsmaß für X und Y aussieht, kann das Gleichungssystem nicht stimmen. Deshalb sind X und Y abhängig voneinander.