Stochastik 1
Serie 6

Kevin Stehn 6416016 Gruppe 3
Konstantin Kobs 6414943 Gruppe 2

Aufgabe 1

Zu zeigen ist, dass folgende Aussage gilt: $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$
Beweis:

$$\begin{aligned} E(X) + E(Y) &= \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \cdot P(\omega) + \sum_{\omega \in \Omega} Y(\omega) \cdot P(\omega) \\ &= \sum_{\omega \in \Omega} (X(\omega) + Y(\omega)) \cdot P(\omega) \\ &\underset{\text{ist wieder eine Zg}}{\overset{\text{Summe zweier Zgn}}{=}} E(X+Y) \end{aligned}$$

Aufgabe 2

(a)

(b)

(c)

Aufgabe 3

Unser Modell sieht wie folgt aus: $\Omega = \{\{1, ..., 6\}^2\}$ $P = Laplaceverteilung$. Unsere Zufallsgröße X bildet von Ω in die Menge $\{-3, 0, 2\}$ ab und beschreibt den Gewinn des Bierverkäufers. Dabei geben negative Zahlen den Verlust und positive Zahlen den Gewinn des Betrages an.

$$X(\omega) = \begin{cases} -3 & \text{für } \omega = (6,6) \\ 0 & \text{für } \omega \in \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\} \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$$

Für die Wahrscheinlichkeiten ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} P(X = -3) &= \frac{1}{36} \\ P(X = 0) &= \frac{5}{36} \\ P(X = 2) &= \frac{30}{36} \end{aligned}$$

Der erwartete Gewinn des Verkäufers pro Spiel berechnet sich durch den Erwartungswert der Zufallsgröße X:

$$\begin{aligned} E(X) &= -3 \cdot P(X=-3) + 0 \cdot P(X=0) + 2 \cdot P(X=2) \\ &= -3 \cdot \frac{1}{36} + 0 \cdot \frac{5}{36} + 2 \cdot \frac{30}{36} \\ &= \frac{19}{12} \approx 1,58 \end{aligned}$$

Der Verkäufer macht pro Spiel also durchschnittlich etwa $1,58$ Euro Gewinn.

$E(X) = \sum_{x \in E} x \cdot P(X = x)$

$= -3 * (P = -3) + 0 * P(X = 0) + 2 * P(X = 2)$

$= -3 * \binom{1}{1} * \frac{1}{36}^1 + 2 * \binom{1}{1} * \frac{30}{36}^1$

$= \frac{19}{12} \approx 1,58$€