

Stochastik 1
Serie 11

Kevin Stehn 6416016 Gruppe 3
Konstantin Kobs 6414943 Gruppe 2

Aufgabe 1 und 2

(a) Damit f eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist, muss gelten:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$$

Daraus folgt für c :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt &= \int_{-\infty}^0 f(t) dt + \int_0^{\infty} f(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} cte^{-t/2} dt \\ &= c \cdot \int_0^{\infty} te^{-t/2} dt \\ &= c \cdot \left([-2te^{-t/2}]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -2e^{-t/2} dt \right) \\ &= c \cdot \left([-2te^{-t/2}]_0^{\infty} - [4e^{-t/2}]_0^{\infty} \right) \\ &\stackrel{\text{l'Hopital}}{=} c \cdot ((0 - 0) - (0 - 4)) \\ &= 4c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(b) Zu berechnen ist:

$$\int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Dabei muss unterschieden werden zwischen:

- $x \leq 0$: Dann ergibt das oben gegebene Integral immer 0.

- $x > 0$:

$$\begin{aligned}
 \int_0^x f(t)dt &= \int_0^x \frac{1}{4}te^{-t/2}dt \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \int_0^x te^{-t/2}dt \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \left([-2te^{-t/2}]_0^x - \int_0^x -2e^{-t/2}dt \right) \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \left([-2te^{-t/2}]_0^x - [4e^{-t/2}]_0^x \right) \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \left(-2xe^{-x/2} - (4e^{-x/2} - 4) \right) \\
 &= \frac{1}{4} \cdot \left(-2xe^{-x/2} - 4e^{-x/2} + 4 \right) \\
 &= -\frac{1}{2}xe^{-x/2} - e^{-x/2} + 1 \\
 &= \left(-\frac{1}{2}x - 1 \right) \cdot e^{-x/2} + 1
 \end{aligned}$$

Somit ist die Verteilungsfunktion die folgende:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } x \leq 0 \\ (-\frac{1}{2}x - 1) \cdot e^{-x/2} + 1 & \text{wenn } x > 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 P(X \geq 6) &= 1 - P(X \leq 6) + P(\{6\}) \\
 &= 1 - F(6) + P(\{6\}) \\
 &= 1 - (-4 \cdot e^{-3} + 1) + 0 \\
 &= 4e^{-3} \approx 0,1991
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

(a)

(b)