Praktikumsaufgaben für GKA

SoSe 2015

25. Mai 2015

J. Padberg

Aufgaben

Allgemeines zu allen Aufgaben

Die Aufgabenstellung ist aus folgenden Gründen nicht ganz genau spezifiziert:

- Sie sollen einen Entwurfsspielraum haben. Das heißt, Sie können relativ frei entscheiden, wie Sie die Aufgabe lösen, allerdings sollten Sie Ihre Entscheidungen bewusst fällen und begründen können. Insofern gibt es auch keine Musterlösung.
- Durch die unterschiedlichen Lösungen können Sie von Ihren Kommilitonen noch lernen und das *Structured Walk-Through* bleibt spannend.

Darüber hinaus dürfen Sie gerne unterschiedliche Quellen nutzen, aber nur wenn Sie diese auch angeben. Sie sollen auch nicht unbedingt alles selber programmieren, nutzen Sie den vorgegeben Datentyp oder gerne auch andere Libaries.
Für die Bearbeitung der Praktikumsaufgaben erhalten Sie auf der Homepage der LV

- Beispielgraphen für das Praktikum
- Links zu verschiedenen Libaries

Das Ergebnis der Bearbeitung einer Aufgabe wird von jeder Gruppe im Praktikum vorgestellt. Das heißt, die Aufgaben muss *vor Praktikumstermin fertig bearbeitet* sein. Über die Vorstellung hinaus wird für jede Aufgabe erwartet,

1. Implementierung der gestellten Aufgabe, also
   - eine korrekte und möglichst effiziente Implementierung in Java, die der vorgegeben Beschreibung entspricht,
   - die Kommentierung der zentralen Eigenschaften/Ereignisse etc. im Code und
   - hinreichende Testfälle in JUnit und ihre Kommentierung.
2. Schriftliche Erläuterung Ihrer Lösung (Lösungsdokumentation)

- Bitte geben Sie folgende Daten im Kopf Ihrer Lösungsdokumentation an:
  - **Team:** Teamnummer sowie die Namen der Teammitglieder
  - **Aufgabenaufteilung:**
    (a) Aufgaben, für die Teammitglied 1 verantwortlich ist;
    Dateien, die komplett/zum Teil von Teammitglied 1 implementiert/bearbeitet wurden
    (b) Aufgaben, für die Teammitglied 2 verantwortlich ist;
    Dateien, die komplett/zum Teil von Teammitglied 2 implementiert/bearbeitet wurden
  - **Quellenangaben:** Angabe von wesentlichen Quellen, z.B. Web-Seiten/Bücher, von denen Quellcode/Algorithmen übernommen wurden , Namentliche Nennung von Studierenden der HAW, von denen Quellcode übernommen wurde
  - **Bearbeitungszeitraum:** Datum und Dauer der Bearbeitung an der Aufgabe von allen Teammitgliedern und Angabe der gemeinsamen Bearbeitungszeiten
  - **Aktueller Stand:** Welche Teile der Software sind fertig inklusive Tests, welche sind fertig, aber noch nicht getestet, welche müssen noch implementiert werden
- kurze Beschreibung der Algorithmen und
- Datenstrukturen
- wesentliche Entwurfsentscheidungen ihrer Implementierung
- Umsetzung der Aspekte der Implementierung
- umfassende Dokumentation der Testfälle, wobei die Abdeckung der Testfälle diskutiert werden soll

3. Schriftliche Bearbeitung des jeweiligen Theorieteils

Es gibt vier Praktikumsaufgaben, die jeweils unterschiedliche Implementierungsaspekte haben.

- Schönheit/Benutzbarkeit der Visualisierung
- Qualität und Umfang der Tests
- Schnelligkeit
- *Qualität und Umfang der Tests*

Weitere Details werden in der jeweiligen Aufgabenstellung angegeben.

Eine Praktikumsaufgabe gilt als erledigt, wenn

1. Sie die Lösungsdokumentation und die Bearbeitung des Theorieteils am Praktikumsanfang abgegeben haben,
2. Sie im Praktikum Ihre Implementierung vorgestellt haben und diese von mir (mindestens) als ausreichend anerkannt wurde oder

3. wenn die verbesserte Lösungsdokumentation mitsamt Bearbeitung der gestellten Aufgaben spätestens nach 6 Tagen bei mir als PDF vorliegt.

Aufgabe 1:
Visualisierung, Speicherung und Traversierung von Graphen

Die Graphen, mit denen Sie arbeiten, sollen in diesem Format (siehe auch VL-Folien) gespeichert und gelesen werden:
Dabei ist folgendes Format (in etwa die EBNF) zu verwenden:

```
["#directed"],[" #attributed"],[" #weighted"];
node1,[":"attribute1],[","node2,[":"attribute2],["::"weight]];
```

`node1` und `node2` sind Zeichenketten
`attribute1`, `attribute2` und `weight` sind Zahlen
Die Aufgabe umfasst:

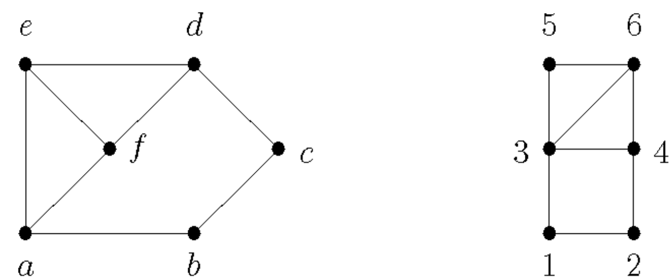
- die Einarbeitung in das Paket JGraphT,
- das Einlesen und Speichern von ungerichteten sowie gerichteten Graphen und die Visualisierung der Graphen,
- das Implementieren eines Algorithmus zur Traversierung eines Graphen (Breadth-First Search (BFS)),
- dabei soll als Ergebnis der kürzeste Weg und die Anzahl der benötigten Kanten angegeben werden.
- einfache JUnit-Tests, die Ihre Methoden überprüfen und
- JUnit-Tests, die die Algorithmen überprüfen unter Benutzung der gegeben *.graph*-Dateien
- die Bearbeitung von Theorieteil 1

Vorstellung und Abgabe der Lösungen	der Teams in	am	letztendlich
	GKAP/01	27.4.	3.5.
	GKAP/02	16.4.	22.4.
	GKAP/03	23.4.	29.4.
	GKAP/04	9.4.	15.4

Wenn Sie sich wegen dieser Aufgabe per email an mich wenden, bitte geben Sie im Betreff die Teamnummer und die Aufgabennummer an.

Theorieteil 1

Aufgabe I:
Sind die beiden folgenden Graphen isomorph? Geben Sie entweder einen Isomorphismus an, oder begründen Sie, warum keiner existiert.



Aufgabe II:
Existiert ein schlichter Graph mit fünf Knoten und den folgenden Knotengraden?
Wenn ja, wie groß ist die Anzahl der Kanten?
Falls möglich, zeichnen Sie einen Graphen mit den gegebenen Eigenschaften.

1. $3, 3, 3, 3, 2$
2. $1, 2, 3, 4, 4$
3. $0, 1, 2, 2, 3$
4. $1, 2, 3, 4, 5$

Aufgabe III:
Ein vollständiger, bipartiter Graph $K_{n,m}$ hat eine Partitionierung X und Y mit $|X| = n$ und $|Y| = m$.

1. Geben Sie $K_{1,1}$, $K_{2,2}$ und $K_{3,3}$ und die Anzahl der Kanten an.
2. Bitte bestimmen Sie die Anzahl von Kanten in vollständigen, bipartiten Graphen $K_{n,n}$.
3. Beweisen Sie bitte diesen Zusammenhang.

Aufgabe 2:
Optimale Wege

In dieser Teilaufgabe sollen der Dijkstra- und der A*-Algorithmus implementiert werden. Dabei sollen größere Graphen (größer hinsichtlich Kanten- und Knotenanzahl) zum Vergleich genutzt werden.
Die Aufgabe umfasst:

1. aufbauend auf Aufgabe (1) zwei Algorithmen für optimale Wege Dijkstra und A*, die beide auf ungerichteten Graphen arbeiten, zu implementieren. Dijkstra ignoriert gegebenenfalls die Attribute (i.e. Heuristik-Werte), aber A* benötigt diese. Als Ergebnis soll einer der kürzesten Wege und dessen Länge, sowie die Anzahl der Zugriffe auf den Graphen ausgegeben werden.

2. einfache JUnit-Tests, die die Methoden überprüfen und

3. JUnit-Tests, die die Algorithmen überprüfen:

    - Testen Sie für die gegebenen Graphen Dijkstra und geben Sie den kürzesten Weg, sowie die Anzahl der Zugriffe auf den Graphen an
    - Testen Sie mit Graph3 (erstellt mit Hilfe von http://www.luftlinie.org/), indem der kürzeste Weg – von Husum, – von Minden und – von Münster nach Hamburg gesucht werden soll. Testen sie dabei A* gegen Dijkstra und geben Sie jeweils den kürzesten Weg, sowie die Anzahl der Zugriffe auf den Graphen an.
    - Überlegen Sie sich eine allgemeine Konstruktion eines ungerichteten Graphen für eine vorgegebene Anzahl von Knoten und Kanten mit beliebigen, aber unterschiedlichen, nicht-negativen Kantengewichten.
    - Darauf aufbauend konstruieren Sie bitte Graphen, die eine monotone und nicht überschätzende Heuristik haben.
      Beispielsweise können den Konten zufällig natürliche Zahlen zugeordnet werden. Die Distanz zum Zielknoten liefert dann die Heuristik. Die Kanten bekommen auch zufällige Werte, die größer als die Distanz zwischen den beiden Knoten sind.
    - Implementieren Sie diese Konstruktion von Graphen und speichern Sie das Ergebnis. Lassen Sie sich mehrere kleine Graphen erzeugen und testen Sie damit ihre beiden Algorithmen, indem Sie bitte mit Dijkstra und A* jeweils den kürzesten Weg von einem Startknoten zu einem Zielknoten berechnen.
    - Erzeugen Sie bitte einen ungerichteten Graphen *BIG* mit 100 Knoten und etwa 6000 Kanten und lassen Sie bitte beide Algorithmen auf dem Graphen *BIG*, die kürzesten Wege zwischen verschiedenen Knoten berechnen und vergleichen Sie deren Länge sowie die Anzahl der Zugriffe auf den Graphen.

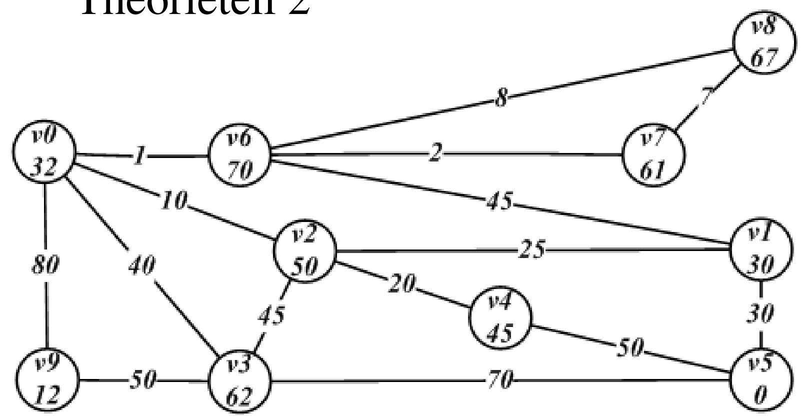
4. die Beantwortung der folgenden Fragen:
   (a) Bekommen Sie für einen Graphen immer den gleichen kürzesten Weg? Warum?
   (b) Was passiert, wenn der Eingabegraph negative Kantengewichte hat?
   (c) Wie allgemein ist Ihre Konstruktion, kann jeder beliebige, ungerichtete Graph erzeugt werden?
   (d) Wie testen Sie für *BIG*, ob Ihre Implementierung den kürzesten Weg gefunden hat?
   (e) Wie müssten Sie Ihre Lösung erweitern, um die Menge der kürzesten Wege zu bekommen?
   (f) Wie müssten Sie Ihre Lösung erweitern, damit die Suche nicht-deterministisch ist?
5. und die Bearbeitung von Theorieteil 2.

Vorstellung und Abgabe der Lösungen	der Teams in	am	letztendlich
	GKAP/01	22.5.	28.5.
	GKAP/02	7.5.	13.5.
	GKAP/03	21.5.	27.5.
	GKAP/04	30.4.	6.5.

Wenn Sie sich wegen dieser Aufgabe per email an mich wenden, bitte geben Sie im Betreff die Teamnummer und die Aufgabennummer an.

Theorieteil 2

Aufgabe IV:



1. Berechnen Sie bitte mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus den kürzesten Weg von $v0$ nach $v5$. Die Heuristik ignorieren Sie bitte.

2. Berechnen Sie bitte mit Hilfe des A*-Algorithmus den kürzesten Weg von $v0$ nach $v5$. Die Heuristik ist fest und im Knoten angegeben.

3. Was stellen Sie im Vergleich fest?

Aufgabe V:

In Nord-Amerika werden bestimmte Fernsehkanäle den Fernsehstationen so zugeteilt, dass niemals zwei Stationen, die weniger als 150 Meilen voneinander entfernt sind, denselben Kanal verwenden.
Wieviele verschiedene Kanäle werden dann für die sechs Stationen benötigt, deren Entfernungen voneinander in der folgenden Tabelle gegeben sind?

	1	2	3	4	5	6
1	-	85	175	200	50	100
2	85	-	125	175	100	160
3	175	125	-	100	200	250
4	200	175	100	-	210	220
5	50	100	200	210	-	100
6	100	160	250	220	100	-

Aufgabe VI:
Ein Graph mit $\chi(G) = k$ heißt kritisch k-chromatisch, wenn er sich durch Entfernen einer beliebigen Kante der chromatische Index von G $\chi(G) = k$ verringert, also wenn gilt:

$$\chi(G \setminus e) = k - 1$$

1. Geben Sie bitte für $k = 2, 3, ...$ eine Familie von kritisch k-chromatischen Graphen an.

2. Geben Sie bitte für $n = 3, 5, ...$ eine Familie von kritisch 3-chromatischen Graphen mit n Knoten an.

Aufgabe 3:
Berechnung des Spannbaums

In der Vorlesung wurde der Algorithmus von Kruskal zur Berechnung des Spannbaums vorgestellt.
Der Algorithmus von Prim dient ebenfalls der Berechnung eines minimalen Gerüstes in einem zusammenhängenden, ungerichteten, kantengewichteten Graphen.
Der Algorithmus beginnt mit einem trivialen Graphen T, der aus einem beliebigen Knoten des gegebenen Graphen besteht. In jedem Schritt wird nun eine Kante mit minimalem Gewicht gesucht, die einen weiteren Knoten mit T verbindet. Diese Kante und der entsprechende Knoten werden zu T hinzugefügt. Das Ganze wird solange wiederholt, bis alle Knoten in T vorhanden sind; dann ist T ein minimales Gerüst.

`Algorithmus`

`Wähle einen beliebigen Knoten als Startgraph` T.
`Solange` T `noch nicht alle Knoten enthält:`

- `Wähle eine Kante` e `minimalen Gewichts aus, die einen noch nicht in` T `enthaltenen Knoten` v `mit` T `verbindet.`
- `Füge` e `und` v `dem Graphen` T `hinzu.`

Für eine effiziente Implementierung des Algorithmus von Prim muss man möglichst einfach eine Kante finden, die man dem entstehenden Baum T hinzufügen kann. Man benötigt also eine Prioritätswarteschlange (Priority Queue), in der alle Knoten gespeichert sind, die noch nicht zu T gehören. Alle Knoten haben einen Wert, der dem der leichtesten Kante entspricht, durch die der Knoten mit T verbunden werden kann. Existiert keine solche Kante, wird dem Knoten der Wert ω zugewiesen. Die Warteschlange liefert nun immer einen Knoten mit dem kleinsten Wert zurück. Die Effizienz des Algorithmus hängt infolgedessen von der Implementierung der Warteschlange ab. Bei Verwendung eines Fibonacci-Heaps ergibt sich eine optimale Laufzeit.
Es sollen Algorithmen für minimale Spannbäume so implementiert werden, dass der minimale Spannbaum visualisiert und die Kantengewichtssumme des minimalen Spannbaums berechnet werden kann.

Die Aufgabe umfasst folgende Teile:

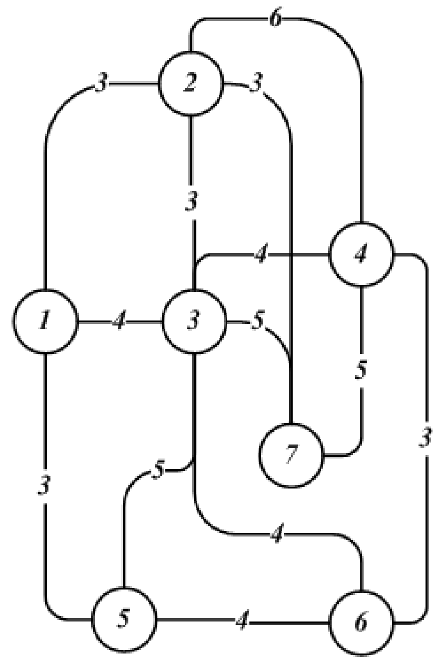
1. Implementierung der drei Algorithmen mit einer möglichst kurzen Laufzeit. Geben Sie die Laufzeit der Algorithmen an.
   - Implementieren und testen Sie den Algorithmus von Kruskal (die Beschreibung gab's in der VL).
   - Implementieren und testen Sie zunächst den Prim-Algorithmus mit einer einfachen (aber weniger effizienten) Prioritätswarteschlange
   - und dann mit einer effizienten Prioritäswarteschlange basierend auf Fibonacci-Heaps (wobei Sie selbst rausfinden, was Fibonacci-Heaps sind; aber eher nicht selbst implementieren).
2. Erläutern Sie kurz die Prioritätswarteschlange ohne und mit dem Fibonacci-Heap.
3. Erzeugen Sie mindestens 3 randomisierte, ungerichtete, gewichtete Graphen mit beliebigen, aber unterschiedlichen Kantenbewertungen. Die Graphen sollen möglichst groß sein, aber bei dem Kruskal-Algorithmuns jeweils eine Laufzeit von unter einer, unter fünf und unter zehn Minuten haben.
4. Wenden Sie die drei Algorithmen auf die erzeugten Graphen an. Stellen Sie sicher, dass die Kantengewichtssumme der eventuell unterschiedlichen, minimalen Spannbäume gleich sind.
5. Was stellen Sie hinsichtlich der Zugriffe auf den Graphen und der Laufzeit fest?

Vorstellung und Abgabe der Lösungen	der Teams in	am	letztendlich
	GKAP/01	8.6.	14.6.
	GKAP/02	4.6.	10.6.
	GKAP/03	11.6.	17.6.
	GKAP/04	28.5.	3.6.

Wenn Sie sich wegen dieser Aufgabe per email an mich wenden, bitte geben Sie im Betreff die Teamnummer und die Aufgabennummer an.

Theorieteil 3

Aufgabe VII:



1. Geben Sie bitte 3 nicht-isomorphe Gerüste für den folgenden Graph an.
   Dabei ignorieren Sie jetzt erstmal die Kantenbewertung.

2. Bestimmen Sie bitte mittels des Algorithmus von Kruskal das Minimalgerüst.

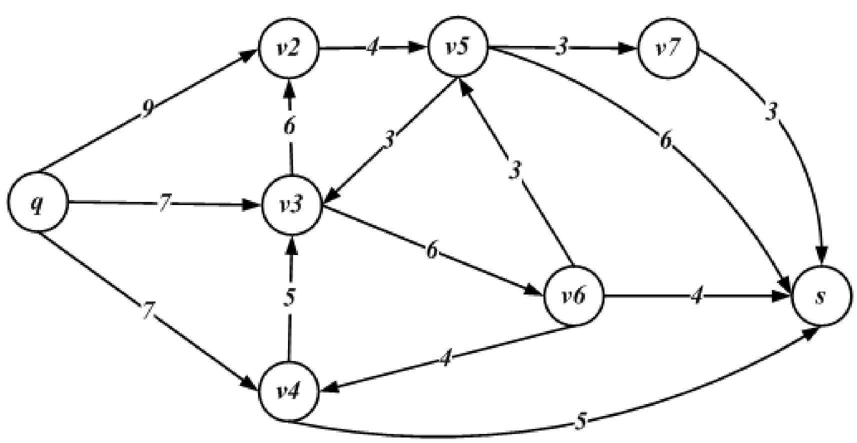
Aufgabe VIII:

1. Stellen Sie bitte für AVL-Bäume die „Problemsituation Rechts" schematisch dar und
2. geben Sie ein konkretes Beipiel dafür an.
3. Konstruieren sie de AVL-Baum für die Ordnung $\leq$ auf Zahlen in dieser Reihenfolge:

$$5, 1, 2, 3, 8, 11, 7, 9, 10$$

Aufgabe IX:

Finden Sie zu dem nachfolgenden Netzwerk N den maximalen Fluss f, indem Sie den Algorithmus von Ford-Fulkerson verwenden:



Aufgabe 4:
Eulerkreise

Der Algorithmus von Hierholzer ist auch ein Algorithmus, mit dem man in einem ungerichteten Graphen Eulerkreise bestimmt. Er geht auf Ideen von Carl Hierholzer zurück.

```
Algorithmus
```

`Voraussetzung:`
`Sei` $G = (V,E)$ `ein zusammenhängender Graph, der nur Knoten mit geradem Grad aufweist.`

i. `Wähle einen beliebigen Knoten` v_0 `des Graphen und konstruiere von` v_0 `ausgehend einen Unterkreis` K `in` G`, der alle Eigenschaften eines Eulerkreises besitzt.`

ii. `Vernachlässige nun alle Kanten dieses Unterkreises.`

iii. `Am ersten Eckpunkt des ersten Unterkreises, dessen Grad größer` 0 `ist, lässt man nun einen weiteren Unterkreis entstehen, der wiederum ein Eulerkreis ist.`

iv. `Erstelle so viele Unterkreise, bis alle Kanten von einem Unterkreis durchlaufen wurden.`

v. `Nun erhält man den Eulerkreis, indem man mit dem ersten Unterkreis beginnt und bei jedem Schnittpunkt mit einem anderen Unterkreis, den letzteren einfügt, und danach den ersten Unterkreis wieder bis zu einem weiteren Schnittpunkt oder dem Endpunkt fortsetzt.`

Den Algorithmus von Fleury kennen Sie aus der Vorlesung. Nun sollen beide implementiert und getestet werden.

Die Aufgabe umfasst folgende Teile:

1. Implementieren Sie *zuerst !!* Ihre Tests, die die Algorithmen zur Eulerkreissuche überprüfen:

   (a) Entwerfen Sie bitte Tests erst für kleine, gespeicherte Graphen (sowohl Eulergraphen als auch andere). Wann ist eine gegebene Kantenfolge ein Eulerkreis?

   (b) Erzeugen Sie dann randomisierte, ungerichtete Eulergraphen. Bitte entwerfen Sie weitere Tests damit. Beschreiben Sie bitte die Konstruktion von und begründen Sie, warum der Knotengrad immer gerade ist.

   (c) Entwerfen Sie einen Test für große, ungerichtete Eulergraphen, der wiederholt (20-100 Mal) mit immer unterschiedlich vielen Kanten und Knoten durchläuft.

2. Bitte implementieren und testen Sie die beiden Algorithmen: Fleury und Hierholzer

3. Erläutern Sie, inwiefern sich das Entwerfen der Tests vor der eigentlichen Implementierung ausgewirkt hat. Welche Schwierigkeiten gab es? Welche Vorteile haben Sie dabei bemerkt?

Vorstellung und Abgabe der Lösungen	der Teams in	am	letztendlich
	GKAP/01	29.6.	2.7.
	GKAP/02	25.6.	1.7.
	GKAP/03	2.7.	2.7.
	GKAP/04	18.6.	24.6.

Wenn Sie sich wegen dieser Aufgabe per email an mich wenden, bitte geben Sie im Betreff die Teamnummer und die Aufgabennummer an.

Theorieteil 4

Aufgabe X:

1. Geben Sie bitte mit Begründung einen zusammenhängenden Graphen an, der einen Hamiltonkreis, aber keinen Eulerkreis enthält.
2. Geben Sie bitte mit Begründung einen zusammenhängenden Graphen an, der einen Eulerkreis, aber keinen Hamiltonkreis enthält.

Aufgabe XI:

1. Geben Sie eine Graphgrammatik $2F$ an, die für einen gegebenen Startgraphen G eine 2-Färbung erzeugt, wobei die Regeln solange wie möglich angewendet werden. Wenn es keine 2-Färbung gibt, dann soll ein Knoten mit dem Label $N2F$ erzeugt und abgebrochen werden.
2. Erläutern Sie bitte Ihre Lösung.

Aufgabe XII:
Die Brauerei braut Bier und stellt die Fässer in ihr kleines Lager. Das Lager der Brauerei fasst jedoch nur 40 Fässer. Die Fässer werden mit einem der drei Pferdewagen zum Gasthof transportiert. Ein Pferdewagen transportiert genau 10 Fässer Bier. In der Gaststätte lassen sich aus einem Fass 50 Gläser Bier zapfen. Die Kellnerin kann maximal 6 Gläser tragen, geht aber nur los, wenn mindestens 3 Gläser gefüllt auf dem Tresen stehen.
Modellieren Sie dieses Szenario bitte mit Hilfe eines Stellen/Transitionsnetzes.