ЗАДАНИЕ
на лабораторные работы №6

Тема: Построение и программная реализация алгоритмов численного интегрирования и дифференцирования функций.

Цель работы. Получение навыков построения алгоритмов вычисления двукратного интеграла с использованием квадратурных формул Гаусса и Симпсона и производных от сеточных функций.

Задание 1.

Построить алгоритм и программу для вычисления двукратного интеграла по области G, ограниченной кривой $x^2 + y^2 = 2x$

$$I = \iint_G \sqrt{x^2 + y^2}\, dx\, dy$$

Применить метод последовательного интегрирования. По одному направлению использовать формулу Гаусса, а по другому - формулу Симпсона.

Результаты.

1. Разработать алгоритм вычисления n корней полинома Лежандра n-ой степени $P_n(x)$ при реализации формулы Гаусса.

2. Исследовать влияние количества выбираемых узлов сетки по каждому направлению на результаты расчетов.

Задание 2.

Задана табличная (сеточная) функция. Имеется информация, что закономерность, представленная этой таблицей, может быть описана формулой

$$y = \frac{a_0 x}{a_1 + a_2 x},$$

параметры функции неизвестны **и определять их не нужно**.

x	y	1	2	3	4	5
1	0.571					
2	0.889					
3	1.091					
4	1.231					
5	1.333					
6	1.412					

Вычислить первые разностные производные от функции и занести их в столбцы (1)-(4) таблицы:

1 - односторонняя разностная производная ,

2 - центральная разностная производная,

3- 2-я формула Рунге с использованием односторонней производной,

4 - введены выравнивающие переменные.

В столбец 5 занести вторую разностную производную.

Результаты.

Заполненная таблица с краткими комментариями по поводу использованных формул и их точности

Вопросы при защите лабораторной работы.

1. В каких ситуациях теоретический порядок квадратурных формул численного интегрирования не достигается.
2. Построить формулу Гаусса численного интегрирования при одном узле.
3. Построить формулу Гаусса численного интегрирования при двух узлах.
4. Получить обобщенную кубатурную формулу, для вычисления двойного интеграла методом последовательного интегрирования на основе формулы трапеций с **тремя** узлами по каждому направлению.
5. Получить формулу порядка точности $O(h^2)$ для первой разностной производной y'_N в крайнем правом узле x_N.
6. Получить формулу порядка точности $O(h^2)$ для второй разностной производной y''_0 в крайнем левом узле x_0.
7. Используя 2-ую формулу Рунге, дать вывод формулы для первой производной y'_0 в левом крайнем узле

$$y'_0 = \frac{-3y_0 + 4y_1 - y_2}{2h} + O(h^2).$$

8. Любым способом получить формулу порядка точности $O(h^3)$ для первой разностной производной y'_0 в крайнем левом узле x_0.

Методика оценки работы.

Модуль 3, срок - 17-я неделя..

1. Задание полностью выполнено - 11 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на вопросы – до 17 баллов (максимум).