# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

(:II :IMI	· Baymana)			
		УТВЕРЖ,	ДАЮ	
		Заведуюц	ций кафедрой	ИУ-7
	<b>«</b>	<b>»</b>	И. В. Ру,	даков Г.
ЗАДАН	ИЕ			
на выполнение ку	рсовой раб	боты		
по дисциплине Компьютерная графика				
Студент группы <u>ИУ7-56Б</u>				
	Λ.Д.			
(Фамилия, имя,				
Гема курсовой работы Построение реалистичного изогонкостенный прозрачный сосуд, наполненный жидкого		жня, частичі	но погруженног	<u>O B</u>
График выполнения работы: 25% к нед., 50% к	_ нед., 75% к	_ нед., 100%	к нед.	
Задание Разработать программу для построения тетержня в форме прямого параллелепипеда, поменилиндрический сосуд, частично заполненный жим источник света. Предусмотреть возможность измежарактеристики материалов сосуда и стержня и козадаваться через интерфейс. Выбрать алгоритм длизображения.  Оформление курсовой работы: 2.1. Расчетно-пояснительная записка на 25-30 листах фрасчетно-пояснительная записка должна содержать конструкторскую часть, заключение, список литературы, приложения.	шенного в про идкостью. В ст енения располо оординаты ист ия отображения формата А4. постановку в экспериментал	зрачный то цене присутожения ист гочника све я данного т	онкостенный сствует один очника света. Та должны трехмерного налитическую овательский р	часть,
2.2. Перечень графического материала (плакаты, схембыть представлена презентация, состоящая из 15-20 постановка задачи, использованные методы и алкомплекса программ, диаграмма классов, интерфейс, проведенных исследований.	слайдов. На с горитмы, расч	глайдах долг етные соот	жны быть отра: ношения, стру	жены: ⁄ктура
Дата выдачи задания « » 20 г.				
Руководитель курсовой работы	(Па		ерентьев	
Студент _	(Подпись, дата (Подпись, дата	А.Д. К	(И.О.Фамилия) <u>ОВЕЛЬ</u> (И.О.Фамилия)	

<u>Примечание</u>: Задание оформляется в двух экземплярах: один выдается студенту, второй хранится на кафедре.

## Оглавление

B	веде	ние
1	Ана	алитический раздел
	1.1	Описание объектов сцены
	1.2	Обоснование выбора формы задания трехмерных моделей .
	1.3	Задание объемных моделей
	1.4	Выбор алгоритма удаления невидимых ребер и поверхностей
		1.4.1 Алгоритм, использующий Z-буфер
		1.4.2 Алгоритм Робертса
		1.4.3 Алгоритм художника
		1.4.4 Алгоритм Варнока
		1.4.5 Алгоритм обратной трассировки лучей
		1.4.6 Вывод
	1.5	Анализ и выбор модели освещения
		1.5.1 Модель Ламберта
		1.5.2 Модель Фонга
		1.5.3 Вывод
	1.6	Вывод
2	Koı	нструкторский раздел 1
	2.1	Общий алгоритм решения поставленной задачи
	2.2	Алгоритм обратной трассировки лучей
	2.3	Алгоритм преломления лучей в прозрачных объектах
	2.4	Модель освещения Фонга
	2.5	Пересечения луча и сферы
	2.6	Пересечения луча и цилиндра
	2.7	Пересечения луча и параллелепипеда
	2.8	Выбор используемых типов и структур данных
	2.9	Вывод
3	Tex	нологический раздел
	3.1	Требования к программе
	3.2	Средства реализации

	3.3	Структура программы	26		
	3.4	Интерфейс	29		
	3.5	Вывод	31		
4	Исс	следовательская часть	32		
	4.1	Технические характеристики	32		
	4.2	Сравнение с реальным преломлением	32		
	4.3	Время работы алгоритма трассировки лучей при разной глу-			
		бине рекурсии	33		
	4.4	Вывод	35		
За	клю	очение	36		
$\mathbf{C}_{\mathbf{I}}$	Список использованных источников				

## Введение

На сегодняшний день компьютерная графика является одним из самых быстрорастущих сегментов в области информационных технологий.

Область ее применения очень широка и не ограничивается художественными эффектами: в отраслях техники, науки, медицины и архитектуры трехмерные графические объекты используются для наглядного отображения разнообразной информации и презентации различных проектов.

Алгоритмы создания реалистичных изображений требуют особого внимания, поскольку они связаны с внушительным объемом вычислений, требуют больших компьютерных ресурсов и затратны по времени. Для создания качественного изображения объекта следует учесть не только оптические законы, но и расположение источника света, фактуры поверхностей.

Основным направлением в развитии компьютерной графики является ускорение вычислений и создание более качественных изображений.

Цель курсового проекта — разработка, реализация, описание программного обеспечения, генерирующее изображение стержня помещенного в цилиндр с жидкостью.

#### Задачи курсового проекта:

- описать структуру трехмерной сцены, включая объекты, из которых она состоит;
- проанализировать существующие алгоритмы построения изображения и обосновать выбор тех из них, которые в наибольшей степени подходят для решения поставленной задачи;
- проанализировать и выбрать варианты оптимизации ранее выбранного алгоритма удаления невидимых линий;
- реализовать выбранные алгоритмы;
- разработать программное обеспечение для отображения сцены и визуализации стержня в цилиндре, наполненного жидкостью;

## 1 Аналитический раздел

В этом разделе будут представлены описание объектов, а также обоснован выбор алгоритмов, которые будут использован для ее визуализации.

## 1.1 Описание объектов сцены

Сцена состоит из источника света, цилиндра, жидкости, стержня и плоскости.

Источник света представляет собой материальную точку, пускающую лучи света во все стороны (если источник расположен в бесконечности, то лучи идут параллельно). Источником света в программе является вектор.

Цилиндр — это тонкостенный прозрачный объект, в котором располагается два других объекта - жидкость, стержень.

Жидкость — это объект, который тоже является прозрачным тонкостенным цилиндром.

Стержень — это непрозрачный прямоугольный параллелепипед. Служит для того чтобы отобразить на экране преломление твердого тела в жидкости.

Плоскость — это некая ограничивающая плоскость. Предполагается, что под такой плоскостью не расположено никаких объектов. Располагается на минимальной координате по оси У.

## 1.2 Обоснование выбора формы задания трехмерных моделей

Отображением формы и размеров объектов являются модели. Обычно используются три формы задания моделей [1].

1. Каркасная (проволочная) модель.

Одна из простейших форм задания модели, так как мы храним информацию только о вершинах и ребрах нашего объекта. Недостаток

данной модели состоит в том, что она не всегда точно передает представление о форме объекта.

#### 2. Поверхностная модель.

Поверхностная модель объекта — это оболочка объекта, пустая внутри. Такая информационная модель содержит данные только о внешних геометрических параметрах объекта. Такой тип модели часто используется в компьютерной графике. При этом могут использоваться различные типы поверхностей, ограничивающих объект, такие как полигональные модели, поверхности второго порядка и др.

#### 3. Объемная (твердотельная) модель.

При твердотельном моделировании учитывается еще материал, из которого изготовлен объект. То есть у нас имеется информация о том, с какой стороны поверхности расположен материал. Это делается с помощью указания направления внутренней нормали.

При решении данной задачи будет использоваться объемная модель. Этот выбор обусловлен тем, что каркасные модели могут привести к неправильному восприятию формы объекта, а поверхностные модели не подходят, так как важен материал из которого сделаны объекты сцены.

## 1.3 Задание объемных моделей

После выбора модели, необходимо выбрать лучший способ представления объемной модели.

Аналитический способ — этот способ задания модели характеризуется описанием модели объекта, которое доступно в неявной форме, то есть для получения визуальных характеристик необходимо дополнительно вычислять некоторую функцию, которая зависит от параметра.

Полигональной сеткой — данный способ характеризуется совокупностью вершин, граней и ребер, которые определяют форму многогранного объекта в трехмерной компьютерной графике. Стоит отметить, что одним из решающих факторов в выборе способа задания модели в данном проекте является скорость выполнения преобразований над объектами сцены.

При реализации программного продукта представлением является аналитический способ, так как все объекты в сцене являются простыми геометрическими фигурами.

# 1.4 Выбор алгоритма удаления невидимых ребер и поверхностей

Перед выбором алгоритма удаления невидимых ребер необходимо выделить несколько свойств, которыми должен обладать выбранный алгоритм, чтобы обеспечить оптимальную работу и реалистичное изображение, а именно:

- алгоритм должен использовать как можно меньше памяти;
- алгоритм должен обладать небольшой относительно аналогичных алгоритмов трудоемкостью;
- алгоритм должен выдавать реалистичное изображения.

### 1.4.1 Алгоритм, использующий Z-буфер

Суть данного алгоритма — это использование двух буферов: буфера кадра, в котором хранятся атрибуты каждого пикселя, и Z-буфера, в котором хранится информация о координате Z для каждого пикселя.

Первоначально в Z-буфере находятся минимально возможные значения Z, а в буфере кадра располагаются пиксели, описывающие фон. Каждый многоугольник преобразуется в растровую форму и записывается в буфер кадра.

В процессе подсчета глубины нового пикселя, он сравнивается с тем значением, которое уже лежит в Z-буфере. Если новый пиксель расположен

ближе к наблюдателю, чем предыдущий, то он заносится в буфер кадра и происходит корректировка Z-буфера [2].

Для решения задачи вычисления глубины Z каждый многоугольник описывается уравнением ax + by + cz + d = 0. При c = 0 многоугольник для наблюдателя вырождается в линию.

Для некоторой сканирующей строки y=const, поэтому имеется возможность рекуррентно высчитывать z' для каждого x'=x+dx:  $z'-z=-\frac{ax'+d}{c}+\frac{ax+d}{c}=\frac{a(x-x')}{c}$ .

Получим  $z'=z-\frac{a}{c}$ , так как x-x'=dx=1.

При этом стоит отметить, что для невыпуклых многогранников предварительно потребуется удалить не лицевые грани.

#### Преимущества

- простота реализации;
- оценка трудоемкости линейна.

#### Недостатки

- сложная реализация прозрачности;
- большой объем требуемой памяти.

Данный алгоритм не подходит для решения поставленной задачи, так как требует большой объем памяти, и плохо работает с прозрачными объектами что не удовлетворяет требованиям.

#### 1.4.2 Алгоритм Робертса

Данный алгоритм работает в объектном пространстве, решая задачу только с выпуклыми телами.

Алгоритм выполняется в 3 этапа.

#### Этап подготовки исходных данных

На данном этапе должна быть задана информация о телах. Для каждого тела сцены должна быть сформирована матрица тела V. Размерность матрицы - 4\*n, где n – количество граней тела.

Каждый столбец матрицы представляет собой четыре коэффициента уравнения плоскости ax+by+cz+d=0, проходящей через очередную грань.

Таким образом, матрица тела будет представлена в следующем виде

$$V = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_2 & b_2 & \dots & b_n \\ c_2 & c_2 & \ddots & c_n \\ d_2 & d_2 & \dots & d_n \end{pmatrix}$$
(1.1)

Матрица тела должна быть сформирована корректно, то есть любая точка, расположенная внутри тела, должна располагаться по положительную сторону от каждой грани тела. В случае, если для очередной грани условие не выполняется, соответствующий столбец матрицы надо умножить на -1.

#### Этап удаления рёбер, экранируемых самим телом

На данном этапе рассматривается вектор взгляда  $E=\{0,0,-1,0\}$ . Для определения невидимых граней достаточно умножить вектор E на матрицу тела V. Отрицательные компоненты полученного вектора будут соответствовать невидимым граням.

# Этап удаления невидимых рёбер, экранируемых другими телами сцены

На данном этапе для определения невидимых точек ребра требуется построить луч, соединяющий точку наблюдения с точкой на ребре. Точка будет невидимой, если луч на своём пути встречает в качестве преграды рассматриваемое тело [3].

#### Преимущества

- работа в объектном пространстве;
- высокая точность вычисления.

#### Недостатки

• рост сложности алгоритма — квадрат числа объектов;

- тела сцены должны быть выпуклыми (усложнение алгоритма, так как нужна будет проверка на выпуклость);
- сложность реализации.

Данный алгоритм не подходит для решения поставленной задачи из-за высокой сложности реализации как самого алгоритма, так и его модификаций, отсюда низкая производительность.

### 1.4.3 Алгоритм художника

Данный алгоритм работает аналогично тому, как художник рисует картину — то есть сначала рисуются дальние объекты, а затем более близкие. Наиболее распространенная реализация алгоритма — сортировка по глубине, которая заключается в том, что произвольное множество граней сортируется по ближнему расстоянию от наблюдателя, а затем отсортированные грани выводятся на экран в порядке от самой дальней до самой ближней. Данный метод работает лучше для построения сцен, в которых отсутствуют пересекающиеся грани [4].

#### Преимущества

• требование меньшей памяти, чем, например, алгоритм Z-буфера.

#### Недостатки

- недостаточно высокая реалистичность изображения;
- сложность реализации при пересечения граней на сцене.

Данный алгоритм не отвечает главному требованию – реалистичности изображения. Также алгоритм художника отрисовывает все грани (в том числе и невидимые), на что тратится большая часть времени.

#### 1.4.4 Алгоритм Варнока

Алгоритм Варнока [5] является одним из примеров алгоритма, основанного на разбиении картинной плоскости на части, для каждой из которых исходная задача может быть решена достаточно просто.

Поскольку алгоритм Варнока нацелен на обработку картинки, он работает в пространстве изображения. В пространстве изображения рассматривается окно и решается вопрос о том, пусто ли оно, или его содержимое достаточно просто для визуализации. Если это не так, то окно разбивается на фрагменты до тех пор, пока содержимое фрагмента не станет достаточно простым для визуализации или его размер не достигнет требуемого предела разрешения.

Сравнивая область с проекциями всех граней, можно выделить случаи, когда изображение, получающееся в рассматриваемой области, определяется сразу:

- проекция ни одной грани не попадает в область;
- проекция только одной грани содержится в области или пересекает область, то в этом случае проекции грани разбивают всю область на две части, одна из которых соответствует этой проекции;
- существует грань, проекция которой полностью накрывает данную область, и эта грань расположена к картинной плоскости ближе, чем все остальные грани, проекции которых пересекают данную область, то в данном случае область соответствует этой грани.

Если ни один из рассмотренных трех случаев не имеет места, то снова разбиваем область на четыре равные части и проверяем выполнение этих условий для каждой из частей. Те части, для которых таким образом не удалось установить видимость, разбиваем снова и т. д.

#### Преимущества

• меньшие затраты по времени в случае области, содержащий мало информации.

#### Недостатки

- алгоритм работает только в пространстве изображений;
- большие затраты по времени в случае области с высоким информационным содержимым.

Данный алгоритм не отвечает требованию работы как в объектном пространстве, так и в пространстве изображений, а также возможны большие затраты по времени работы.

## 1.4.5 Алгоритм обратной трассировки лучей

Суть данного алгоритма состоит в том, что наблюдатель видит объект с помощью испускаемого света, который согласно законам оптики доходит до наблюдателя некоторым путем. Отслеживать пути лучей от источника к наблюдателю неэффективно с точки зрения вычислений, поэтому наилучшим способом будет отслеживание путей в обратном направлении, то есть от наблюдателя к объекту.

Предполагается, что сцена уже преобразована в пространство изображения, а точка, в которой находится наблюдатель, находится в бесконечности на положительной полуоси Z, и поэтому световые лучи параллельны этой же оси. При этом каждый луч проходит через центр пикселя растра до сцены. Траектория каждого луча отслеживается для определения факта пересечения определенных объектов сцены с этими лучами. При этом необходимо проверить пересечение каждого объекта сцены с каждым лучом, а пересечение с  $Z_{min}$  представляет видимую поверхность для данного пикселя [6].

#### Преимущества

- высокая реалистичность синтезируемого изображения;
- работа с поверхностями в математической форме;
- вычислительная сложность слабо зависит от сложности сцены.

#### Недостатки

• производительность.

Данный алгоритм подходит для реализации реалистичных прозрачных объектов

#### 1.4.6 Вывод

Для удаления невидимых линий выбран алгоритм обратной трассировки лучей. Данный алгоритм позволит добиться максимальной реалистичности и даст возможность смоделировать распространение света в пространстве, учитывая законы геометрической оптики. Также этот алгоритм позволяет строить качественные тени с учетом большого числа источников, и в данном алгоритме удобнее всего реализовывать прозрачные и матовые объекты, что позволит получить достаточно реалистичное изображение. Стоит отметить тот факт, что алгоритм трассировки лучей не требователен к памяти, в отличие, например, от алгоритма Z-буфера.

## 1.5 Анализ и выбор модели освещения

Физические модели материалов стараются аппроксимировать свойства некоторого реального материала. Такие модели учитывают особенности поверхности материала или же поведение частиц материала.

Эмпирические модели материалов устроены иначе, чем физически обоснованные. Данные модели подразумевают некий набор параметров, которые не имеют физической интерпретации, но которые позволяют с помощью подбора получить нужный вид модели.

В данной работе следует делать выбор из эмпирических моделей, а конкретно из модели Ламберта и модели Фонга.

#### 1.5.1 Модель Ламберта

Модель Ламберта [7] моделирует идеальное диффузное освещение, то есть свет при попадании на поверхность рассеивается равномерно во все стороны. При такой модели освещения учитывается только ориентация поверхности (N) и направление источника света (L). Иллюстрация данной модели представлена на рисунке 1.1.

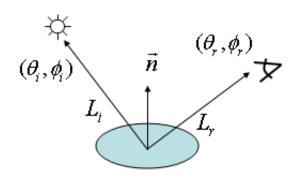


Рисунок 1.1 – Модель освещения Ламберта

Эта модель является одной из самых простых моделей освещения и очень часто используется в комбинации с другими моделями.

#### 1.5.2 Модель Фонга

Это классическая модель освещения. Модель представляет собой комбинацию диффузной и зеркальной составляющих. Работает модель таким образом, что кроме равномерного освещения на материале могут появляться блики. Местонахождение блика на объекте определяется из закона равенства углов падения и отражения. Чем ближе наблюдатель к углам отражения, тем выше яркость соответствующей точки [7].

Падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к отражающей поверхности в точке падения (рисунок 1.2). Нормаль делит угол между лучами на две равные части. L – направление источника света, R – направление отраженного луча, V – направление на наблюдателя.

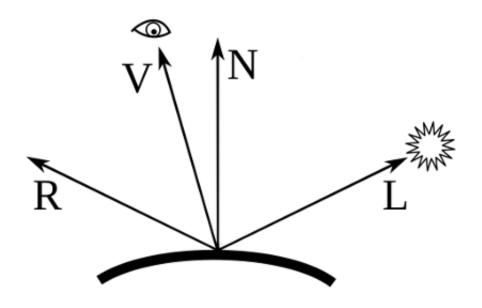


Рисунок 1.2 – Модель освещения Фонга

### 1.5.3 Вывод

Для освещения выбрана модель Фонга, так как изображение должно быть наиболее приближенным к реальности.

## 1.6 Вывод

В данном разделе был проведен анализ алгоритмов удаления невидимых линий и модели освещения, которые возможно использовать для решения поставленных задач. В качестве ключевого алгоритма выбран алгоритм обратной трассировки лучей, который будет реализован в рамках данного курсового проекта.

## 2 Конструкторский раздел

В данном разделе будут рассмотрены требования к программе и алгоритмы визуализации сцены и молнии.

# 2.1 Общий алгоритм решения поставленной задачи

- 1. Задать объекты сцены (цилиндр, жидкость, стержень).
- 2. Разместить источник света.
- 3. С помощью обратной трассировки лучей визуализировать обстановку.

## 2.2 Алгоритм обратной трассировки лучей

Алгоритмы трассировки лучей на сегодняшний день считаются наиболее приближен к реальности при создании изображений.

Изображение формируется за счет того, что отраженный свет попадает в камеру. Выпускается множество лучей (первичные) из источников света. Часть этих лучей "улетает" в свободное пространство, а часть попадает на объекты сцены, преломляясь и отражаясь, при том часть энергии лучей поглощается в зависимости от физических свойств материала объекта.

Преломленные и отраженные лучи продолжают взыскиваться до предела выставленным в программе. В конечном счете часть лучей попадает в камеру и формирует изображение. Данный алгоритм называется прямой трассировкой лучей, но он крайне неэффективен, так как большинство лучей, исходящих из источника света, не попадают в камеру. Оптимизированный алгоритм трассировки лучей называется обратный. В данном алгоритме лучи отслеживаются из камеры, а не из источников света. Таким образом, программно обрабатывается меньшее количество лучей.

Предполагается, что есть камера и экран (рисунок 2.1), находящийся на определенном расстоянии от нее. Экран разбивается на пиксели, далее по-очередно испускаются лучи из камеры в центр каждого пиксела. Находится пересечение каждого луча с объектами сцены и выбирается среди всех пересечении наиболее близкое к камере. Далее, применяется модель освещения и получается изображение сцены. Это самый простой метод трассировки лучей, который отсекает невидимые грани.

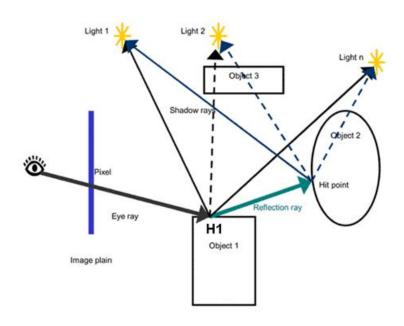


Рисунок 2.1 – Пример работы алгоритма обратной трассировки лучей

В усложненном алгоритме учитывается отражение, для этого необходимо из самого близкого пересечения пустить вторичные лучи.

На рисунке (2.2) представлена схема алгоритма.

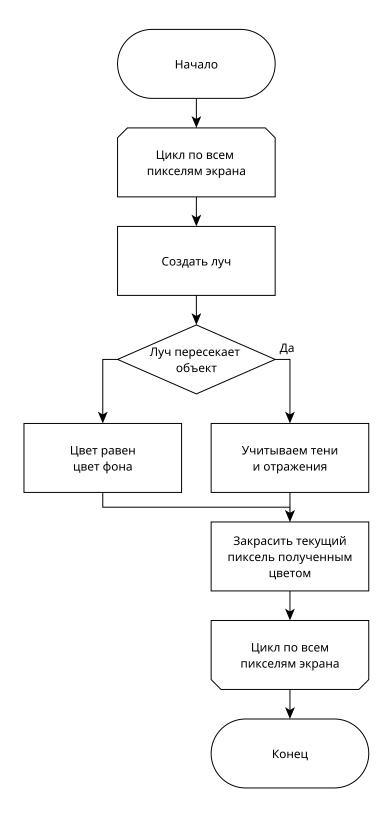


Рисунок 2.2 – Схема алгоритма трассировки лучей

# 2.3 Алгоритм преломления лучей в прозрачных объектах

Чтобы изобразить прозрачный объект, в его материале должны задаваться отражение и преломление (рисунок 2.3).

Если поверхность обладает отражающими свойствами, то строится вторичный луч отражения. Направление луча определяется по закону отражения (геометрическая оптика) равна

$$r = i - 2 \cdot n \cdot (n \cdot i).$$

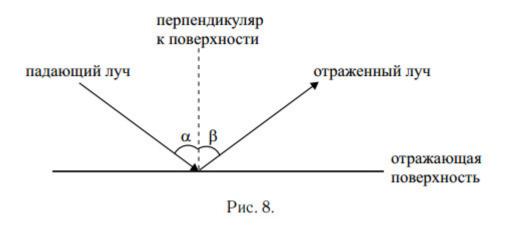


Рисунок 2.3 – Направление луча по закону отражения

Если же поверхность прозрачна, то строится луч прозрачности. Для определения направления луча используется закон преломления (рисунок 2.4).

## 2.4 Модель освещения Фонга

Наиболее распространенная модель в обратной трассировке лучей эмпирическая модель - освещения по Фонгу. Данная модель вычисляет цвет поверхности в зависимости от того как на нее светит источник света, а также от поверхности самого объекта. Согласно данной модели, освещенность точки равна

$$C_{out} = C \cdot (k_a + k_d \cdot max(0, (n \cdot I)) + I \cdot k_s \cdot max(0, v \cdot (v \cdot r)^p))$$
 (2.1)

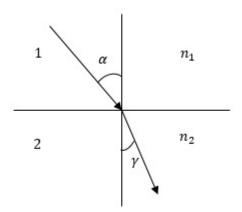


рис.1

Рисунок 2.4 – Направление луча по закону преломления

## 2.5 Пересечения луча и сферы

Уравнение луча представлено ниже:

$$P = O + t(V - O), t \ge 0, (2.2)$$

где O - центр камеры, а V - текущий пиксель.

Обозначим направление луча:

$$\overrightarrow{D} = V - O \tag{2.3}$$

Уравнение (2.4) эквивалентно уравнению (2.2).

$$\begin{cases} x(t) = x_O + tx_D \\ y(t) = y_O + ty_D \\ z(t) = z_O + tz_D \end{cases}$$
 (2.4)

Рассмотрим, что собой представляет сфера.

Сфера — это множество точек P, лежащих на постоянном расстоянии r от фиксированной точки C. Тогда можно записать уравнение, удовлетворяющее этому условию:

$$distance(P,C) = r$$
 (2.5)

Запишем расстояние (2.5) между Р и С как длину вектора из Р в С:

$$|P - C| = r \tag{2.6}$$

Заменим на скалярное произведение вектора на себя:

$$\sqrt{\langle P - C \rangle, \langle P - C \rangle} = r \tag{2.7}$$

Избавимся от корня:

$$\langle P - C \rangle, \langle P - C \rangle = r^2$$
 (2.8)

В итоге есть два уравнения - уравнение луча и сферы. Найдем пересечение луча со сферой. Для этого подставим (2.2) в (2.8)

$$\langle O + t\overrightarrow{D} - C \rangle, \langle O + t\overrightarrow{D} - C \rangle = r^2$$
 (2.9)

Разложим скалярное произведение и преобразуем его. В результате получим:

$$t^{2}\langle \overrightarrow{D}, \overrightarrow{D}\rangle + 2t\langle \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{D}\rangle + \langle \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OC}\rangle - r^{2} = 0$$
 (2.10)

Представленное квадратное уравнение (2.10) имеет несколько возможнных случаев решения. Если у уравнения одно решение, это обозначает, что луч касается сферы. Два решения обозначают, то что луч входит в сферу и выходит из неё. И если нет решений, значит, луч не пересекается со сферой.

## 2.6 Пересечения луча и цилиндра

Бесконечный цилиндр, образующие которого параллельны оси z, описывается уравнением(2.11).

$$x^2 + y^2 = r^2 (2.11)$$

Аналогичные уравнения (2.12) и (2.13) для бесконечных цилиндров, образующие которых параллельны осям х и у соответственно.

$$y^2 + z^2 = r^2 (2.12)$$

$$x^2 + z^2 = r^2 (2.13)$$

Рассмотрим цилиндр, выровненный вдоль оси z (уравнение 2.11). Аналогичные решения получатся для (2.12) и (2.13). Найдем пересечение луча с цилиндром. Для этого подставим (2.4) в (2.11)

$$(x_O + tx_D)^2 + (y_O + ty_D)^2 = r^2 (2.14)$$

Вынесем t из скобок в уравнение (2.14) и получим (2.15).

$$t^{2}(x_{D}^{2} + y_{D}^{2}) + 2t(x_{O}x_{D} + y_{O}y_{D}) + (x_{O}^{2} + y_{O}^{2} - r^{2}) = 0$$
 (2.15)

Решение представленного уравнения (2.15) можно получить решив дискриминант. Уравнение (2.15) квадратное и имеет соответствующие случаи решения.

Для конечного цилиндра нужно ввести ограничение по оси. Для цилиндра, записанного уравнением (2.11), данные ограничения продемонстрированы в (2.16).

$$z_{min} < z < z_{max} \tag{2.16}$$

Получив  $t_1$  и  $t_2$  из уравнения (2.15) найдем  $z_1$  и  $z_2$  с помощью уравнения (2.4). Далее необходимо произвести проверку (2.17).

$$\begin{cases}
z_{min} < z_1 < z_{max} \\
z_{min} < z_2 < z_{max}
\end{cases}$$
(2.17)

Если обе точки проходят данный тест, то наименьшее неотрицательное значение t – это ближайшая точка пересечения луча с конечным цилиндром.

## 2.7 Пересечения луча и параллелепипеда

Задача (определить, пересекает ли луч какой-либо объект в трёхмерном пространстве). Параллелепипед задаётся координатами двух своих вер-

шин: той, у которой все три координаты минимальны, и той, у которой все три координаты максимальны. Таким образом, мы сразу получаем шесть плоскостей, ограничивающих параллелепипед — и все шесть параллельны координатным плоскостям (т.е. задаются в пространстве уравнениями вида  $\mathbf{x}=\mathbf{a}$ ).

Для начала мы проверяем, не лежит ли начало луча внутри параллелепипеда. Если лежит, то ответ на вопрос о пересечении лучом параллелепипеда — сразу положительный, более ничего проверять не надо. Если же начало луча лежит вне параллелепипеда — тогда необходимо вычислить пересечение.

Если х-компонента направляющего вектора луча отлична от нуля, мы ищем параметры точек пересечения луча с теми двумя плоскостями, ограничивающими параллелепипед, которые перпендикулярны оси X. Это параметры  $t_1$ ,  $t_2$ . Если оба параметра отрицательны — значит, луч не пересекает эту пару плоскостей, т.е. не пересекает и параллелепипед.

Если один неотрицательный — тогда мы их записываем в переменные  $t_{near}$ ,  $t_{far}$ . Если же х-компонента направляющего вектора луча равна нулю — тогда нужно проверить, лежит ли х-компонента начальной точки луча между нашими двумя плоскостями, ограничивающими параллелепипед, которые перпендикулярны оси Х. Если не лежит — ответ сразу отрицательный, луч не пересекает параллелепипед. Для оставшихся двух пар плоскостей — аналогично. И если в ходе мы нигде не получили отрицательный результат — значит, он положительный.

# 2.8 Выбор используемых типов и структур данных

Для разрабатываемого  $\Pi O$  необходимо реализовать следующие типы и структуры данных.

- 1. Трехмерный вектор хранит направление, задается координатами х, y, z.
- 2. Цвет вектор из трех чисел (синий, красный, зеленый).

- 3. Сфера хранит радиус, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- 4. Цилиндр хранит радиус, высоту, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- 5. Поверхность хранит высоту, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- 6. Прямоугольный параллелепипед хранит цвет, положение, положение второй точки, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- 7. Сцена список объектов, камеру, источник света.
- 8. Источник света положение и направление света.
- 9. Камера положение.

## 2.9 Вывод

В данном разделе были подробно рассмотрены алгоритмы, которые будут реализованы, и приведена схема алгоритма обратной трассировки лучей, указан способ оптимизации данного алгоритма для решения поставленной задачи и описаны используемые структуры.

## 3 Технологический раздел

В данном разделе будут приведены требования к программному обеспечению, средства реализации и листинга кода.

## 3.1 Требования к программе

Программа должна предоставлять следующие возможности:

- визуальное отображение сцены;
- управление положением камерой;
- изменение положение источника света;
- создание интерфейса для управления программой.

## 3.2 Средства реализации

Для реализации ПО был выбран язык программирования Kotlin[8].

В данном языке есть все требующиеся инструменты для реализации программы.

В качестве среды разработки была выбрана среда IntelliJ IDEA[9], запуск происходил через средство разработки.

## 3.3 Структура программы

Так как при написании программы используется язык Kotlin, а это объектно-ориентированный язык, то особое внимание уделено структуре классов.

- Математические абстракции.
  - Line класс, который задается двумя трехмерными точками.

- Ray трехмерный луч, задающийся точкой начала луча, направляющим вектором.
- RayHit вектор, задающийся лучом, твердым телом и вектором.
- Vector3 трехмерный вектор, задается тремя координатами

#### • Классы работающие с отдельными пикселями.

- Color класс цвета, задается тремя параметрами.
- PixelData класс представляющий пиксел экрана, задается цветом и двумя координатами.
- PixelBuffer класс представляет изображение, задается шириной и высотой экрана.

#### • Классы сцены.

- Сатега класс имитирующий положение в пространстве, задается вектором, углами поворота и полем зрения.
- Renderer класс для создание изображения.
- Scene класс, состоящий из наборов объектов и их свойств.
- Skybox класс для отображения изображения на верхней части сцены.

#### • Объекты.

- Solid абстрактный класс объекта сцены.
- Sphere хранит радиус, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- Cylinders хранит радиус, высоту, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- Plane хранит высоту, цвет, положение, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.
- Вох хранит цвет, положение, положение второй точки, коэффициент преломления, коэффициент отражения, эмиссию.

#### • Интерфейс пользователя.

- MainView окно для отображения полученного изображения.
- SettingsView диалоговое окно для задания характеристик сцены.
- Styles класс управление стилем текста окон.
- МуАрр файл запуска приложения.

На рисунке 3.1 показана структура классов.

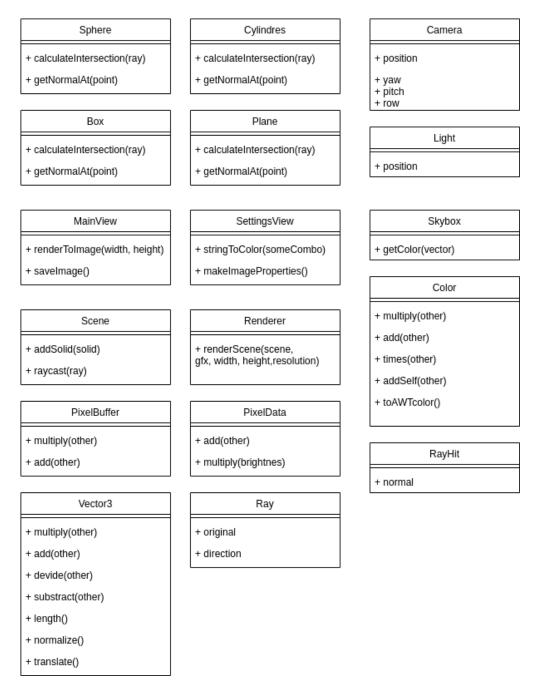


Рисунок 3.1 – Структура классов

## 3.4 Интерфейс

На рисунках 3.2 и 3.3 представлен интерфейс программы и настроек программы соответственно.

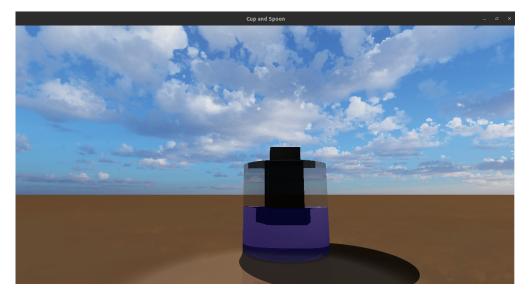


Рисунок 3.2 – Интерфейс программы

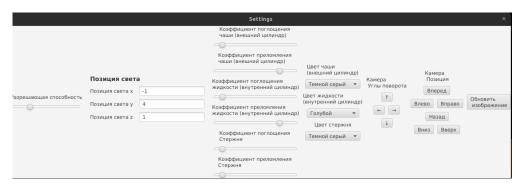


Рисунок 3.3 – Интерфейс настроек программы

Функции представленных полей следующие:

- полоса прокрутки «Разрешающая способность» изменение разрешающей способности выходного изображения;
- поля «Позиция света» задание положения источника света;
- полоса прокрутки «Коэффициент поглощения емкости» изменение коэффициента поглощения емкости;
- полоса прокрутки «Коэффициент преломления емкости» изменение коэффициента преломления емкости;

- полоса прокрутки «Коэффициент поглощения жидкости» изменение коэффициента поглощения жидкости;
- полоса прокрутки «Коэффициент преломления жидкости» изменение коэффициента преломления жидкости;
- полоса прокрутки «Коэффициент поглощения параллелепипеда» изменение коэффициента поглощения параллелепипеда;
- полоса прокрутки «Коэффициент преломления параллелепипеда» изменение коэффициента преломления параллелепипеда;
- всплывающее меню «Цвет емкости» изменение цвета чащи;
- всплывающее меню «Цвет жидкости» изменение цвета жидкости;
- всплывающее меню «Цвет стержня» изменение цвета стержня;
- кнопки «Камера углы поворота» изменение углов поворота камеры на 20 градусов в зависимости от выбранного направления;
- кнопки «Камера позиция» изменение положение камеры по координате в зависимости от выбранной кнопки;
  - кнопка «Вперед» прибавление 1 к координате z;
  - кнопка «Назад» вычитание 1 к координате z;
  - кнопка «Вправо» прибавление 1 к координате х;
  - кнопка «Влево» вычитание 1 к координате х;
  - кнопка «Вверх» прибавление 1 к координате у;
  - кнопка «Вниз» вычитание 1 к координате у;
- кнопки «Обновить изображение» обновление изображения в зависимости от выбранных параметров;

## 3.5 Вывод

В этом разделе был выбран язык программирования и среда разработки, рассмотрены роли основных классов, подробно разобран интерфейс приложения.

## 4 Исследовательская часть

В исследовательской части будут представлено время работы реализации алгоритма и его сравнение с реальным преломлением.

## 4.1 Технические характеристики

Тестирование выполнялось на устройстве со следующими техническими характеристиками:

- Операционная система Pop!\_OS 22.04 LTS [10] Linux [11];
- Оперативная память 16 Гб;
- Προцессор AMD® Ryzen 7 2700 eight-core processor × 16 [12].

Во время тестирования устройство было подключено к блоку питания и не нагружено никакими приложениями, кроме встроенных приложений окружения, окружением и системой тестирования.

## 4.2 Сравнение с реальным преломлением

При одинаковом коэффициенте преломления равным 1 у цилиндра и жидкости, стержень не должен иметь преломление, то есть не должно быть ступенек при переходе между средами.

На рисунке 4.1 продемонстрировано, что коэффициенты жидкости и цилиндра равны.



Рисунок 4.1 – Интерфейс программы

На рисунке 4.2 продемонстрировано, что стержень не имеет преломления в разных средах.



Рисунок 4.2 – Демонстрация преломления

На рисунке 4.3 демонстрируется, что дри коэффициентах преломления равных 1.3 у жидкости и емкости наблюдается эффект «лесенки».

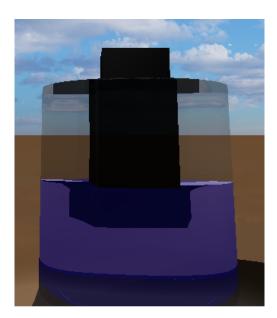


Рисунок 4.3 – Демонстрация преломления

На рисунке 4.4 демонстрируется, что при коэффициентах преломления равных 1.6 у жидкости, емкости коэффициент равен 1 наблюдается эффект «лесенки» только при между средами воздуха и жидкости.

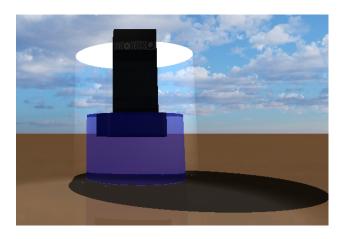


Рисунок 4.4 – Демонстрация преломления

# 4.3 Время работы алгоритма трассировки лучей при разной глубине рекурсии

В алгоритме обратной трассировки лучей задается глубина рекурсии.

В таблице 4.1 продемонстрировано пользовательское время программы при разном глубине рекурсии.

Таблица 4.1 — Пользовательское время работы программы при разной глубине рекурсии

Глубина рекурсии	Время в с.
1	0.779
2	0.892
3	1.282
4	1.618
5	2.081
6	3.128
7	4.830
8	7.369

На рисунке 4.5 представлено время работы обратной трассировки лучей.

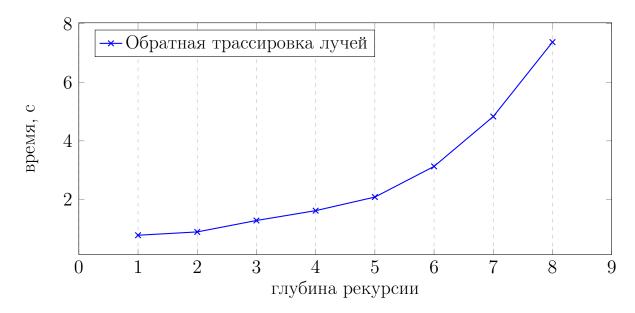


Рисунок 4.5 – Результаты времени работы обратной трассировки лучей

Как видно из рисунка 4.5, при глубине рекурсии больше шести изображение почти не изменяется, но время растет значительно относительно предыдущих шагов. Поэтому логично использовать глубину рекурсии не больше шести.

## 4.4 Вывод

В результате было выявлено, что реализация алгоритма соответствует реальному преломлению и представлено время работы реализации алгоритма.

## Заключение

В рамках данного курсового проекта были:

- описаны структуры трехмерной сцены, включая объекты, из которых состоит сцена;
- проанализированы и выбраны необходимые существующие алгоритмы для построения сцены;
- проанализированы и выбраны варианты оптимизации ранее выбранного алгоритма удаления невидимых линий;
- реализованы выбранные алгоритмы;
- разработан алгоритм трассировки лучей;
- разработано програмное обеспечение для отображения сцены и визуализации стрежня в цилиндре, наполненнго жидкостью.

Цель курсового проекта достигнута.

## Список использованных источников

- [1] Д.Ф. Роджерс. Алгоритмические основы машинной графики. Москва: Издательство «Мир», 2013. Т. 163. С. 845–848.
- [2] Алгоритм Z-буфера. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://compgraph.tpu.ru/Oglavlenie.htm (дата обращения: 09.10.2021).
- [3] Алгоритм Робертса. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://compgraph.tpu.ru/Oglavlenie.htm (дата обращения: 09.10.2021).
- [4] Алгоритм, использующие список приоритетов (алгоритм художника). [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://compgraph.tpu.ru/Oglavlenie.htm (дата обращения: 09.10.2021).
- [5] Алгоритм Варнока. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://compgraph.tpu.ru/Oglavlenie.htm (дата обращения: 09.10.2021).
- [6] Трассировка лучей из книги Джефа Проузиса [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.graphicon.ru/oldgr/courses/cg99/notes/lect12/prouzis/raytrace.htm (дата обращения: 28.10.2021).
- [7] Модели освещения. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://devburn.ru/2015/09/ (дата обращения: 09.10.2021).
- [8] Kotlin Документация [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://kotlinlang.org/docs/home.html (дата обращения: 24.09.2022).
- [9] IntelliJ IDEA Документация[Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.jetbrains.com/idea/ (дата обращения: 24.09.2022).
- [10] Pop OS 22.04 LTS [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://pop.system76.com (дата обращения: 04.09.2022).
- [11] Linux Документация [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://docs.kernel.org (дата обращения: 24.09.2022).
- [12] Процессор AMD® Ryzen 7 2700 eight-core processor × 16 [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.amd.com/en/products/cpu/amd-ryzen-7-2700 (дата обращения: 04.09.2022).