Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ «09.03.04 Программная инженерия»

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Название: Гистограмма и эмпирическая функция распределения

Дисциплина: Математическая статистика

Студент ИУ7-66Б ____________ А.Д. Ковель

Группа | Подпись, дата | И. О. Фамилия

Преподаватель ____________ Т. В. Андреева

Подпись, дата | И. О. Фамилия

Москва, 2023 г.

1 Содержание

Цель работы: построение гистограммы и эмпирической функции распределения.

- Для выборки объема n из генеральной совокупности X реализовать в виде программы на ЭВМ:
  1. вычисление максимального значения M_{max} и минимального значения M_{min};
  2. размаха R выборки;
  3. вычисление оценок $\hat{\mu}$ и S^2 математического ожидания MX и дисперсии DX;
  4. группировку значений выборки в $m = [\log_2 n] + 2$ интервала;
  5. построение на одной координатной плоскости гистограммы и графика функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины с математическим ожиданием $\hat{\mu}$ и дисперсией S^2;
  6. построение на другой координатной плоскости графика эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины с математическим ожиданием $\hat{\mu}$ и дисперсией S^2.
- Провести вычисления и построить графики для выборки из индивидуального варианта.

2 Теория

Пусть $\vec{x} = (x_1, \dots x_n)$ – выборка из генеральной совокупности X объема n.

1. Максимальное значение выборки: $M_{max} = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$,
2. Минимальное значение выборки: $M_{min} = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$,
3. Размах выборки: $R = M_{max} - M_{min}$,
4. Оценка математического ожидания: $\hat{\mu}(\vec{X}) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$,
5. Оценка дисперсии: $S^2(\vec{X}) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$.

Расположим значения $x_1, x_2, \dots, x_n$ в порядке неубывания.

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)} \tag{2.1}$$

$x_{(i)}$ — это элемент вариационного ряда.

Интервальный статистический ряд — это ряд $J = [x_{(i)}, x_{(n)}]$, который разбивают на m промежутков, ширина которых определяется согласно 2.2:

$$\Delta = \frac{|J|}{m} = \frac{R}{m}, \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned} &J_i = \left[x_{(1)} + (i-1)\,\Delta;\ x_{(i)} + i\Delta\right),\ i = \overline{1,\ m-1}, \\ &J_m = \left[x_{(1)} + (m-1)\,\Delta,\ x_{(n)}\right]. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Эмпирической плотностью распределения соответствующей выборке $\vec{x}$ называется функция 2.4:

$$f_n(x) = \begin{cases} \dfrac{n_i}{n \cdot \Delta} & , x \in J_i, \\ 0 & , \text{иначе.} \end{cases} \tag{2.4}$$

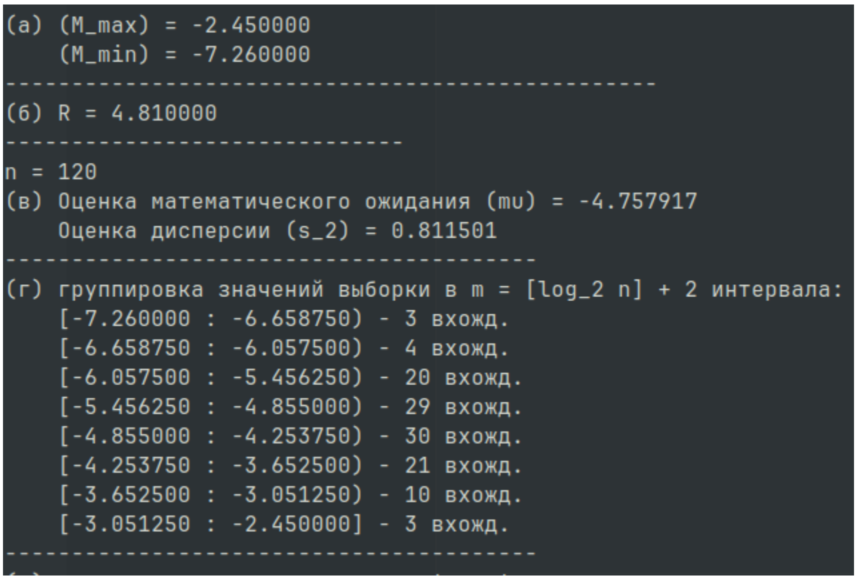
где n_i — количество значений выборки в J, интервале интервального ряда. Δ — длина интервала.

Гистограмма — график эмпрической функции плотности распределения.

$n(t, \vec{x})$ — число компонент вектора $\vec{x}$, которые меньше чем t. *Эмпирической функцией распределения*, построенной по выборке $\vec{x}$ называется функция $F_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, определенная правилом 2.5.

$$F_n(t) = \frac{n(t, \vec{x})}{n} \tag{2.5}$$

3 Результаты



```
(а) (M_max) = -2.450000
    (M_min) = -7.260000
-------------------------------------------------
(б) R = 4.810000
------------------------------
n = 120
(в) Оценка математического ожидания (mu) = -4.757917
    Оценка дисперсии (s_2) = 0.811501
----------------------------------------
(г) группировка значений выборки в m = [log_2 n] + 2 интервала:
    [-7.260000 : -6.658750) - 3 вхожд.
    [-6.658750 : -6.057500) - 4 вхожд.
    [-6.057500 : -5.456250) - 20 вхожд.
    [-5.456250 : -4.855000) - 29 вхожд.
    [-4.855000 : -4.253750) - 30 вхожд.
    [-4.253750 : -3.652500) - 21 вхожд.
    [-3.652500 : -3.051250) - 10 вхожд.
    [-3.051250 : -2.450000] - 3 вхожд.
----------------------------------------
```

Рисунок 3.1 – Результат работы программы

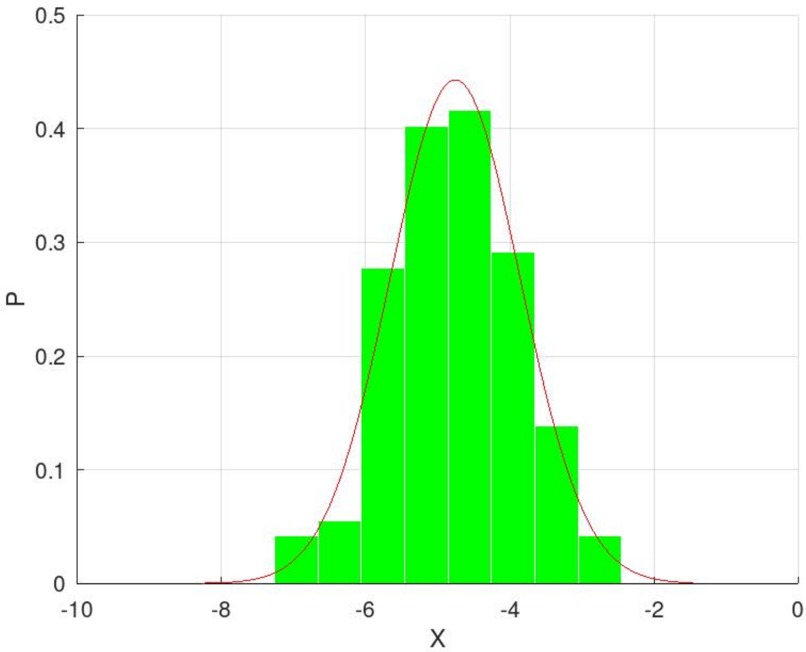


Рисунок 3.2 – Гистограмма и график функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины

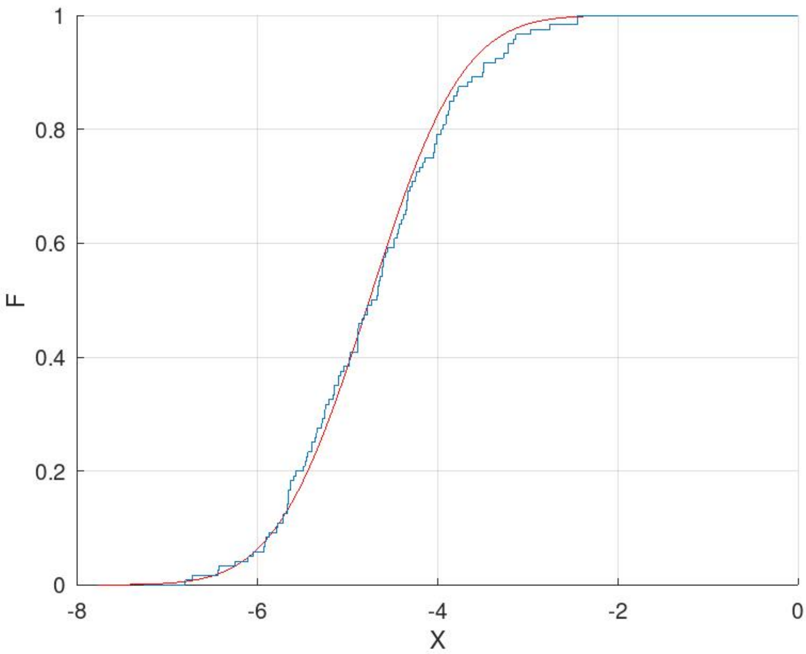


Рисунок 3.3 – График эмпирической функции распределения и функции распределения нормальной случайной величины