A,B xung khắc P(A+B)=P(a)+P(b)

$\boxed{P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)}$

A,b,c là hệ đầy đủ P(a)+p(b)+p(c)

$\boxed{P(A+B) = 1 - P(\overline{AB})}$

A, B độc lập $\Leftrightarrow P(AB) = P(A).P(B)$

$\boxed{P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB)}$ $\boxed{P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)}$

- $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$

A, B, C xung khắc $\Rightarrow P(AB) = P(BC) = P(AC) = P(ABC) = 0$

$\Rightarrow P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C)$ $\qquad P(A+B+C) = 1 - P(\overline{ABC})$

$\boxed{P(AB) = P(A) \times P(B|A)}$ =>A,B độc lập

P(AB)=P(a)P(b)

$\boxed{P(A|B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)} = \dfrac{P(A \text{ và } B)}{P(B)}}$ $\boxed{P(H) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(H|A_i)}$

TÓM TẮT BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

Bảng PPXS Tính chất $\begin{cases} p_i > 0 \\ \sum p_i = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & \text{, nếu } x < x_1 \\ p_1 & \text{, nếu } x_1 \le x < x_2 \\ p_1 + p_2 & \text{, nếu } x_2 \le x < x_3 \\ \dots & \\ 1 & \text{, nếu } x_n \le x \end{cases}$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	$\cdots$

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} p_i \text{ nếu } x = x_i \\ 0 \text{ nếu } x \ne x_i \end{cases}$

Tính XS bằng bảng PPXS

$\begin{cases} P(X = i) = p_i \\ P(a \le X \le b) = P(X = a) + \dots + P(X = b) \end{cases}$

Tính XS bằng hàm PPXS

$P(a < X \le b) = F(b) - F(a) \quad \forall a \le b$

$P(a \le X \le b) = F(b) - F(a-) \quad \forall a \le b$

$P(X = a) = F(a) - F(a-1)$ (a là số nguyên)

$P(a \le X \le b) = F(b) - F(a-1)$ (a, b là các số nguyên)

Tính các thông số đặc trưng của BNN

- Kỳ vọng: $E(X) = \sum x_i p_i \Rightarrow E(X^2) = \sum x_i^2 p_i$
- Phương sai: $D(X) = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
- Độ lệch chuẩn: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
- Mod: $P(X = k)$ max $\Rightarrow$ mod $X = k$
- Trung vị: $\begin{cases} P(X \le medX) \ge 0,5 \\ P(X \ge medX) \ge 0,5 \end{cases}$

2) BIẾN NGẪU NHIÊN LIÊN TỤC

Hàm MĐXS $\Rightarrow$ Hàm PPXS

$f(x) = \begin{cases} \varphi(x) & \text{,nếu } a \le x \le b \\ 0 & \text{,nếu } x \notin [a,b] \end{cases} \to F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & \text{,nếu } x < a \\ \int_a^x \varphi(t)dt & \text{,nếu } a \le x \le b \\ 1 & \text{,nếu } b < x \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{,nếu } x < a \\ \varphi(x) & \text{,nếu } x \ge a \end{cases} \to F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & \text{,nếu } x < a \\ \int_a^x \varphi(t)dt & \text{,nếu } x \ge a \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} \varphi(x) & \text{,nếu } x \le a \\ 0 & \text{,nếu } x > a \end{cases} \to F(x) = P(X \le x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^x \varphi(t)dt & \text{,nếu } x \le a \\ 1 & \text{,nếu } x > a \end{cases}$

Tính chất của hàm MĐXS $\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} P(X = i) = 0 \\ P(a \le X \le b) = P(a < X \le b) = P(a \le X < b) = P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx \end{cases}$

Tính XS bằng hàm PPXS

$\begin{cases} P(X = i) = 0 \\ P(a \le X \le b) = P(a < X \le b) = P(a \le X < b) \end{cases}$ $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$

$f(x) \to F(x)$

Tính chất của hàm MĐXS $\begin{cases} f(x) \ge 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \end{cases}$

$P(X < b) = P(-\infty < X < b) = \int_{-\infty}^b f(x)dx$

$P(X > a) = P(a < X < +\infty) = \int_a^{+\infty} f(x)dx$

$P(X > a) = 1 - P(X \le a) = 1 - P(X < a)$

Tính các thông số đặc trưng của BNN

- Kỳ vọng: $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \Rightarrow E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$
- Phương sai: $D(X) = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
- Độ lệch chuẩn: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
- Mod: $f(x)$ đạt max tại $x = k \Rightarrow$ mod $X = k$
- Trung vị: $\begin{cases} P(X \le Med(X)) = 0,5 \\ MedX \text{ là nghiệm của pt } F(x) = 0,5 \end{cases}$

TINH CHAT KI VONG

- $E(c) = c$
- $E(aX + bY - cZ) = E(aX + bY + (-c)Z) = E(aX) + E(bY) + E(-cZ) = aE(X) + bE(Y) - cE(Z)$

$\to \boxed{E(aX + bY - cZ) = aE(X) + bE(Y) - cE(Z)}$

- $E(XY) = E(X)E(Y)$, nếu X,Y độc lập
- $V(c) = 0$
- $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$, nếu X,Y độc lập
- $V(aX + bY - cZ) = V(aX + bY + (-c)Z) = V(aX) + V(bY) + V(-cZ) = a^2V(X) + b^2V(Y) + c^2V(Z)$

$\to \boxed{V(aX + bY - cZ) = a^2V(X) + b^2V(Y) + c^2V(Z)}$ nếu X,Y độc lập

$X \sim H(N, N_A, n)$

- $P(X = k) = \dfrac{C_{N_A}^k C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}$
- $E(X) = np$
- $V(X) = npq\dfrac{N-n}{N-1}$ với $p = \dfrac{N_A}{N}$, $q = 1 - p$

N bóng đèn
N_A bóng tốt
lấy ra n bóng
X = số bóng tốt trong n bóng lấy ra

$X \sim B(n,p)$

- $p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$
- $E(X) = np$
- $V(X) = npq$
- $np - q \le \text{mod}(X) \le np - q + 1$ với $q = 1 - p$

Mod la so lan thanh cong co kha nang nhat

Bài toán xác suất hình học: $P(A) = \dfrac{\text{Độ đo của miền } A}{\text{Độ đo của miền } \Omega}$.

Bài toán mạch điện: xác suất linh kiện hoạt động là p, xác suất linh kiện hỏng là q

Mắc nối tiếp: P(hoạt động) $= p_1.p_2$; P(hỏng) $= 1 - p_1.p_2$; Mắc song song: P(hoạt động) $= 1 - q_1.q_2$; P(hỏng) $= q_1.q_2$

Bài toán lá thư:

Số cách bỏ n lá thư cho n người mà không lá nào gửi đúng: $n!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!}\right)$

Bài toán toa tàu tổng quát: Có n toa tàu, có k hành khách ($k \ge n$), tính xác suất mỗi toa đều có hành khách.

$P = 1 - \dfrac{C_n^1.(n-1)^k - C_n^2.(n-2)^k + C_n^3.(n-3)^k - \dots - (-1)^{n-2}.C_n^{n-1}.(n-n+1)^k + C_n^n.(n-n)^k}{n^k}$.

Bài toán xác định số phép thử thực hiện: P(có ít nhất một lần biến cố A xảy ra trong n phép thử) $\ge \varepsilon$ $\Leftrightarrow$ 1 - P(biến cố A không xảy ra trong n phép thử) $\ge \varepsilon \Leftrightarrow 1 - q^n \ge \varepsilon \Leftrightarrow n \ge \log_q(1-\varepsilon)$ (n là số nguyên nhỏ nhất)

Bài toán tìm số phần tử mang dấu hiệu A của một nhóm n phần tử cho trước: Tính tỉ lệ phần tử mang dấu hiệu A. Sau đó lấy tỷ lệ vừa tìm được nhân với n phần tử cho trước (làm tròn kết quả thành số nguyên quá bán)

Giả sử rằng số lượng xe đi qua một vạch đi bộ trong mỗi khoảng thời gian một phút là biến ngẫu nhiên Poisson với trung bình 0.49 (xe/giây). Một người đến vạch đi bộ vào thời điểm $t0$. Giả sử rằng người này chỉ có thể băng qua được đường nếu không có xe nào ngang qua vạch đi bộ trong khoảng thời gian tối thiểu là 13 giây, ngược lại người này sẽ phải đứng đợi.

3. Tính trung bình số xe ngang qua vạch đi bộ cho đến khi người này băng qua được đường.

Gợi ý: $\sum_{k=0}^{\infty} ka^{k-1} = \dfrac{1}{(1-a)^2}$, với $a < 1$.

Đáp số: 583.05782889129 (giây)

Đáp số $= e^{0.49 \times 13} - 1 =$

Một công ty mua một chính sách để đảm bảo doanh thu của nó trong trường hợp có bão tuyết lớn mà làm ngừng hoạt động kinh doanh. Chính sách không chi trả gì cho trận bão đầu tiên trong năm và 24.000 cho mỗi trận bão sau đó cho đến cuối năm. Số lượng các trận bão tuyết lớn hàng năm mà làm ngừng hoạt động kinh doanh được cho là có phân phối Poisson với trung bình 1,9. Số tiền trung bình phải trả cho công ty theo chính sách này trong thời gian một năm là bao nhiêu?

$24000 \times (e^{-1.9} + 1.9 - 1) = 25189.64686$

X = số SV đến PĐT trong 1 giờ $\rightarrow X \sim P(\lambda)$

$\lambda = E(X)$ = số SV trung bình đến PĐT trong 1 giờ

$X \sim P(\lambda)$

- $p(X=k) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$
- $E(X) = \lambda$
- $V(X) = \lambda$
- $\lambda - 1 \le \text{mod}\, X \le \lambda$

PHÂN PHỐI MŨ

$X \sim \exp(\lambda)$

- $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
- $P(X \le k) = F(k) = 1 - e^{-\lambda k}$
  $P(X \ge k) = e^{-\lambda k}$
  $P(a \le X \le b) = F(b) - F(a) = P(X \le b) - P(X \le a)$
- $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$
- $V(X) = \dfrac{1}{\lambda^2} \Rightarrow \sigma(X) = \dfrac{1}{\lambda}$
- $\text{mod}(X) = 0$, $\text{med}(X) = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

Quan hệ giữa mũ và poison:
SỐ xe trung bình đến trong 1 dvtg là a xe thì P(a) tương đương
Khoảng tg giữa 2 lần xe đến trạm là exp(a)

PHÂN PHỐI ĐỀU

X là 1 giá trị bất kỳ trong (a,b) hoặc $[a,b]$
$\Rightarrow X \sim U(a,b)$

- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b \\ 1, & x > b \end{cases}$
- $P(X \le n) = F(n)$
- $P(m \le X \le n) = F(n) - F(m)$
- $E(X) = \dfrac{a+b}{2}$
- $V(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12} \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{\dfrac{(b-a)^2}{12}}$

XẤP XỈ CÁC PHÂN PHỐI THÀNH PHÂN PHỐI CH

$$X \sim \begin{cases} B(n,p) \\ P(\lambda) \\ \exp(\lambda) \\ U(a,b) \\ \ldots\ldots \\ \text{bảng PPXS} \end{cases} \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ với } \begin{cases} \mu = E(X) \\ \sigma^2 = V(X) \end{cases}$$

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

- Hàm mật độ $f(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
- $E(X) = \mu$
- $V(X) = \sigma^2 \Rightarrow \sigma(X) = \sigma$
- $\text{mod}(X) = \text{med}(X) = \mu$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Tính xác suất của phân phối chuẩn theo Φ

- $P(a < X < b) = \Phi\left(\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(X < b) = \Phi\left(\dfrac{b-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(X > a) = 1 - \Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$
- $P(|X - \mu| < \varepsilon) = 2\Phi\left(\dfrac{\varepsilon}{\sigma}\right) - 1$

$$\Phi(-a) = 1 - \Phi(a)$$

$$\Phi(\in R)$$

XẤP XỈ CÁC PHÂN PHỐI

- $X \sim H(N, N_A, n) \sim B\left(n, \dfrac{N_A}{N}\right)$ khi n << N $\left(\dfrac{n}{N} \le 5\%\right)$
- $X \sim B(n,p) \sim P(np)$ khi n lớn, p gần 0 $(n > 50, p < 0{,}1)$
- $X \sim B(n,p) \sim N(np, npq)$ khi n lớn, p KHÔNG gần 0 $(n > 50, p \ge 0{,}1)$

<u>Chú ý</u>: Công thức tính xác suất của PP chuẩn khi xấp xỉ từ PP nhị thức sai

$P(X = k) = \dfrac{1}{\sigma}\phi\left(\dfrac{k-\mu}{\sigma}\right)$ với $\phi(z) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$

$P(a \le X \le b) = \Phi\left(\dfrac{b + 0.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\dfrac{a - 0.5 - \mu}{\sigma}\right)$

$X_i \sim N(\mu\,;\,\sigma^2)$
$Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_n \sim N(n\mu\,;\,n\sigma^2)$

Nếu $\begin{cases} Z \text{ nguyên} \\ k_1, k_2 \text{ nguyên và có dấu bằng ở } k_1, k_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(k_1 \le Z \le k_2) = \Phi\left(\dfrac{k_2 + 0.5 - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right) - \Phi\left(\dfrac{k_1 - 0.5 - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right) \\ P(Z \le k_2) = \Phi\left(\dfrac{k_2 + 0.5 - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right) \\ P(Z \ge k_1) = 1 - \Phi\left(\dfrac{k_1 - 0.5 - n\mu}{\sqrt{n\sigma^2}}\right) \end{cases}$$

TỔNG CỦA CÁC BIẾN NGẪU NHIÊN

$$\left.\begin{matrix} X_1 \sim N(\mu_1\,,\,\sigma_1^2) \\ X_2 \sim N(\mu_2\,,\,\sigma_2^2) \end{matrix}\right\} \Rightarrow X_1 \pm X_2 \sim N(\mu_1 \pm \mu_2\,,\,\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

$$\left.\begin{matrix} X_1 \sim N(\mu_1\,;\,\sigma_1^2) \\ X_2 \sim N(\mu_2\,;\,\sigma_2^2) \\ X_3 \sim N(\mu_3\,;\,\sigma_3^2) \end{matrix}\right\} \Rightarrow aX_1 + bX_2 - cX_3 \sim N(a\mu_1 + b\mu_2 - c\mu_3\,;\,a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2 + c^2\sigma_3^2)$$

$$X_i \sim N(\mu\,;\,\sigma^2) \Rightarrow \begin{cases} X_1 + \ldots + X_n \sim N(n\mu\,;\,n\sigma^2) \\ \overline{X} = \dfrac{X_1 + \ldots + X_n}{n} \sim N\left(\mu\,;\,\dfrac{1}{n}\sigma^2\right) \end{cases}$$

$$X_i \sim P(\lambda_i) \Rightarrow X_1 + \ldots + X_n \sim P\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right)$$

Tính chất: $\begin{cases} p_i \ge 0 \\ \sum p_i = 1 \end{cases}$

$$F(2,3) = P(X \le 2, Y \le 3)$$

$E(X) = \sum x_i p_i = 0{,}7$
$E(Y) = \sum y_i p_i = 1{,}8$
$E(XY) = \sum x_i y_i p_i = 1{,}1$
$E(X^2) = \sum x_i^2 p_i = 0{,}7$
$E(Y^2) = \sum y_i^2 p_i = 4{,}8$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$
$V(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 =$

$P(X = x_i; Y = y_i) = P(X = x_i)P(Y = y_i) \forall i, j$
$\Leftrightarrow$ X, Y độc lập

Nhận xét 3.7. Hiệp phương sai được dùng làm độ đo quan hệ giữa hai biến X và Y:

(a) $cov(X,Y) > 0$ cho thấy xu thế Y tăng khi X tăng.

(b) $cov(X,Y) < 0$ cho thấy xu thế Y giảm khi X tăng.

Tính chất 3.5. **(a)** $|\rho_{XY}| \le 1$.

(b) Nếu $\rho_{XY} = \pm 1$ ta nói hai biến ngẫu nhiên X và Y có quan hệ tuyến tính (tức là tồn tại a và b sao cho $Y = aX + b$).

(c) Nếu $\rho_{XY} = 0$ ta nói hai biến ngẫu nhiên X và Y là không tương quan.

Hiệp phương sai (covarian, mômen tương quan): $\text{cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = -0{,}16$

Hệ số tương quan: $\rho_{XY} = \dfrac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = -0{,}2795$

Ma trận hiệp phương sai (Ma trận tương quan): $\Gamma = D(X,Y) = \begin{bmatrix} V(X) & \text{cov}(X,Y) \\ \text{cov}(X,Y) & V(Y) \end{bmatrix}$

$\begin{cases} E(X) = \overline{x} = 0{,}7 \\ E(Y) = \overline{y} = 1{,}8 \\ E(XY) = \sum xy = 1{,}1 \end{cases}$

$\begin{cases} V(X) = \sigma x^2 = 0{,}21 \\ V(Y) = \sigma y^2 = 1{,}56 \end{cases}$

$\rho_{XY} = r = -0{,}2795$

$\text{cov}(X,Y) = r \times \sigma x \times \sigma y = -0{,}16$

X, Y độc lập $\Leftrightarrow P(X = x_i; Y = y_i) = P(X = x_i)P(Y = y_i)\ \forall i, j$

$X, Y \text{ độc lập} \longrightarrow \begin{cases} E(XY) = E(X)E(Y) \\ V(X \pm Y) = V(X) + V(Y) \end{cases}$

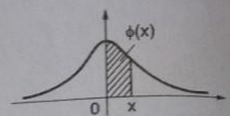
$X, Y \text{ ko độc lập} \longrightarrow \begin{cases} E(XY) = E(X)E(Y) - \text{cov}(X,Y) \\ V(X + Y) = V(X) + V(Y) + 2\,\text{cov}(X,Y) \\ V(X - Y) = V(X) + V(Y) - 2\,\text{cov}(X,Y) \end{cases}$

X, Y độc lập $\Rightarrow \text{cov}(X,Y) = 0 \Rightarrow \rho_{XY} = 0$

$\rho_{XY} = \dfrac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

Bảng II

Giá trị tích phân Laplace



$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09817	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30551	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41308	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47331	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0		0,49865	3,1	48903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5		49977	3,6	49984	3,7	49989	3,8	49993	3,9	49995
4,0		499968								
4,5		499997								
5,0		49999997								